복단면인 직선수로 내 사행 저수로의 형태에 따른 흐름특성 연구

김성환[†]·최계운*

동부엔지니어링(주) 수자원환경부 *인천대학교 건설환경공학과

A Study on Flow Characteristics according to Meandering Low Flow Channel Shape in the Compound Cross Section Typed Straight Channel

Seonghwan, Kim[†]·Gyewoon Choi^{*}

Department of Water Resources, Dongbu Engineering Co., Ltd.

*Dept. of Civil and Environmental Eng., Incheon National University, Korea
(Received: 22 September 2017, Revised: 06 November 2017, Accepted: 06 November 2017)

요 약

복단면 형태를 이루는 직선하도 내 사행하는 저수로의 형태에 따른 흐름 특성을 파악하기 위해, 국내 대표적인 하도 형태를 상정해 실내 수리모형을 실시해서 3차원 수치모의의 유효성을 확인하고, 이를 바탕으로 다른 유형의 하도 형태에 대해서도 수치모의로 검토를 실시하였다. 본 연구결과, 수리모형 실험에서 관측한 수심별 유속값을 이용하여 수치모형의 검정을 수행한 결과, 수치모의 결과와 충분히 일치하는 것으로 확인하였다. 이를 토대로, 추가적인 저수로 형태변화에 따른 유동장에 대해 분석한 바에 따르면, 선행 연구들에서 검토된 이차류 현상이 발생하였음을 확인한 한편, 고수부지 내 유수단면적 확대에 따라 최고유속분포 지점이 이동하는 현상을 확인할 수 있었다. 궁극적으로 저수로 폭변화가 흐름에 영향을 끼쳐 궁극적으로 하천설계에 중요한 요소인 수충부의 위치와 그 영향 정도를 파악하는 것이 필요하다고 판단된다.

핵심용어 : 만곡수로, 수충부, 복단면, 수리실험, 3차원 수치모의

Abstract

In order to examine flow characteristics according to the shape of the meandering low flow channel in the compound cross section typed straight channel, we assumed the representative channel type in Korea and confirmed the validity of the 3D numerical simulation by carrying out the hydraulic model. Based on this study, numerical simulations were also conducted on other types of river channel. As a result of the numerical model test (using the velocity value measured by the water depth observation from the hydraulic model test), it was confirmed that the numerical simulation results are in good agreement with the numerical simulation results. As a result of analyzing the flow field according to the changes in the shape of the low flow channel, it was confirmed that the secondary flow examined in the previous studies occurred. Also, it was confirmed that the maximum flow velocity point moves according to the expansion cross sectional area of flow in high flow plain. Ultimately, it is thought that it is necessary to understand the position of the water impingement (which is an important factor in river design) and the extent of the impact because the change of the channel width affects the flow

Key words: Meandering channel, Water impingement, Compound cross section, Hydraulic experiment, Three-dimensional numerical simulation

1. 서 론

하천을 구성하는 하상, 하천단면 형상 등은 유수의 영향에 의해 퇴적과 침식이 끊임없이 발생한다. 대부분의 하천

은 만곡부가 교호적으로 발생하는 사행하천으로 원심력과 횡단하상형상, 사행하폭 등의 다양한 인자로 인해 하천 지 형의 변형과 유사 이동에 영향을 미친다. 이와 같이 하천형 상의 영향으로 인해 유속이 상대적으로 상승하는 구간을 수충부라 하며, 제방 유실 등의 사고에 대비하여 수충부를 보호하고 안전하게 유지 관리하는 것은 매우 중요한 요소 이다(Wormleaton 등, 2005, Lee 등, 2015). 특히, Kim 등

(2015)은 만곡부에서는 흐름이 집중되어 수충부가 형성됨

[†] To whom correspondence should be addressed.

Department of Water Resources, Dongbu Engineering Co., Ltd. Korea.

E-mail: ohsand86@hanmail.net

으로써 흐름의 강도가 증가하고 호안의 안정성이 급격히 저하되어 제방붕괴로 이어지므로 이에 대한 연구가 필요하다고 제안하였으며, 이에 만곡수로 내의 호안 안정성에 대하여 사석규모에 대한 연구를 수행하였다. Korea Water Resources Association(2009)에 의거하면 흐름 방향과 유속을 제어하여 하안 또는 제방을 유수에 의한 침식작용으로부터 보호하기 위해 호안 또는 하안 전면부에 수제를 설치하여 수충부에서 호안을 보호하였다.

사행하천에 대한 실험적 연구로는 Islam 등(2000)은 하 도와 제방의 30° 위상차인 이중만곡수로에서 이차류 조건 내, 천수(shallow water)와 심층수(deep water)에 따른 수 리학적 특성을 파악하였으며 흐름방향 유속 벡터는 천수의 경우 내외측에서 주수로로 혹은 주수로에서 내외측으로 향 하는 성질이 더 뚜렷하게 나타나는 것을 확인하였다. 또한 하천 내에서 흐름특성 중에서 주흐름(primary flow) 방향 의 법선 방향으로 나선형을 형성하면서 하류 방향으로 전 개하는 이차류(secondary flow)에 대하여 사행하천 내 많 은 실험 및 수치적 연구가 수행되어 왔다. 하천 내 이차류 는 지속적으로 침식과 퇴적의 원인이 되며, 하천 지형 변화 에 영향을 미치는 인자 중 하나이다. Tominaga와 Nezu(1991)는 직선하천 내에서 최대 이차류 크기는 최대 주흐름 방향 유속의 대략 4 % 정도이고, Shino와 Muto(1998)는 사행하천 내에서 최대 주흐름 유속의 대략 10-16 % 정도라고 보고되고 있으며, 이와 같은 결과는 Lee 등(2015) 결과에서 기존의 연구들과 일치한다고 제안 하였다. Baek 등(2006)은 Chang (1988)의 제안을 기반으 로 직사각형 단면의 매끈한 사행수로에서 흐름현상 및 이 차류 거동을 해석하기 위해 조도 변화에 따른 이차류 구조 의 변화에 관한 연구를 수행하였다. 그결과, 조도계수가 낮 을경우 이차류가 만곡이 끝나는 단면까지 꾸준히 증가하고 있는 반면, 조도계수가 클 경우 만곡의 정점부에서 이차류 의 최대치에 도달한다고 제안하였다. 또한, Kim(2007)은 180° 실험수로의 모든 단면에 지름 2 mm 여과사를 부착 한 거친 수로와 아크릴로 제작된 매끈한 수로에서 흐름 및 이차류를 분석하였다. 매끈한 수로에서는 이차류의 최대 유 속이 90° 단면에서 발생한 반면거친 수로에서는 60° 단면 에서 최대 이차류 유속이 관측되었다. 또한, 유속의 크기는 거친 수로에서의 유속이 매끈한 수로에서의 유속에 비해 높게 관측되었다. Son 등(2010)은 남강댐 하류 하천에 3차 원 수치모형을 적용하여 유속, 수위 및 이차류 현상을 파악 하였다. Lee와 Paik(2017)은 고진폭 만곡수로인 키노시타 수로에서 이차류와 편수위를 해석하기 위해서 비정상 RANS 수치모의 및 난류모형에 따른 흐름현상 변화를 검 토한 결과, $k-\epsilon$ 난류 모형보다는 $k-\omega$ 모형이 좀더 이차 류 현상을 잘 재현한다고 제안하였다. 이처럼 하천 내 주 흐름과 이차류를 재현하기 위해 수치모형을 적용할 경우 2 차원 수심적분 모형으로는 불가능하다. 그 이유는 이차류 (이차류의 속력 = $\sqrt{v^2 + w^2}$)의 경우 횡방향 유속(v)과 연 직방향 유속(w)의 지배인자이기 때문에 사행하천에서 정확

한 흐름현상을 재현하기 위해서는 3차원 수치모형이 필요하다.

기존의 연구의 경우 동일 단면에서 유량, 조도, 수위변화에 따른 흐름현상을 검토하였다. 그러나 본 연구에서는 유량, 조도 및 수위가 일정할 경우 하천 횡단면 형상 변화에 따른 흐름현상 변화를 검토하였다. 이와 같은 이유는 하천 횡단면 형상이 홍수발생시 수충부에 미치는 영향을 검토하기 위해서이다.

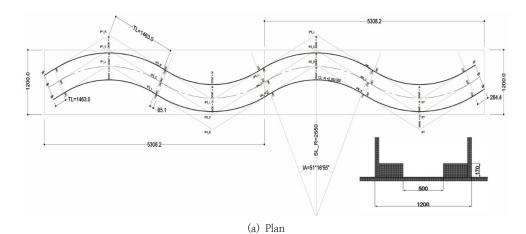
기존 연구동향에서 하천 내 수충부에서 호안 또는 하안 저면부를 보호하기 위해서 호안 보호공법 또는 수제 등을 설치하는 연구들이 수행되어 왔다, 그러나 본 연구에서는 유수단면적 변화에 따른 유속변화를 검토하여 수충부에 분포하는 유속 변화 현상을 검토하였다. 이에 만곡부가 교호적으로 위치한 사행하천 내에서 지배유량 이상 유량조건에서 하류 수위변화에 따른 수충부에서 유속변화를 검토하는데 있다. 수충부에서 유속현상을 검토하기 위해 수리모형실험과 수치모형실험을 수행하였으며, 특히 3차원 수치모형실험을 이용하여 국내 하천형상과 유사한 하천단면형상 변화에 따른 유속분포 현화를 검토하였다.

2. 수리모형실험 및 수치모의

2.1 수리모형실험

수리모형실험의 경우 다양한 안들에 대한 검토를 수행하 기 위해서는 많은 비용과 시간이 소요된다. 이에 하천흐름 특성을 잘 재현할 수 있는 3차원 수치모형의 적용성을 검 토하기 위해서 수리모형실험을 수행하였다. 본 연구에서 사행하천 내 흐름특성을 파악하기 위해 만곡 실험수로를 설계하는데 설계된 사행하천의 만곡도는 1.039로 낮은 만 곡(1.0 ~ 1.3)에 속한다. 사행하천의 수리학적 특성 파악 을 위한 왜곡모형은 수로 길이는 10.0 m이고 하폭은 1.2 m로 제작하였으며, 고수부의 높이는 0.17 m, 저수로 폭 은 0.5 m로 제작하였으며, 수리모형실험 장치는 그림 1 과 같다. 유량검정을 위한 유량공급은 펌프(HES 150-200)를 사용하여 일정한 유량이 공급될 수 있도록 하였으며, 유량공급의 안정성을 분석하기 위하여 실시한 삼각형 웨어의 검정 실험은 월류수위 0.098~0.199 m까 지 증가시키며 실험을 수행하였다. 웨어 검정실험을 실시 하여 Itadani-Tejima의 공식을 적용한 결과와 실험치를 비교하였으며, 계산값과 실험값의 유량계수 오차범위는 0.1202~0.2567이고, 유량값의 오차범위는 0.0008 m³/s~ 0.0030 m³/s이다.

사행수로 내 흐름현상을 분석하기 위해 상류 유량조건은 $0.0223~{\rm m}^3/{\rm s}$, 하류 수심조건은 $0.345~{\rm m}({\rm Case}~1)$ 와 $0.290~{\rm m}({\rm Case}~2)$, 수로 경사는 S_o =0.0014에 대하여 그림 2에서 표기된 지점에서 전자기식 유속계와 디지털 초음파 수위계를 이용하여 수심별 유속을 관측하였다. 관측된 유속값을 이용하여 <math>3차원 수치모형 검정을 수행하였다.



① Channel

② Velocity meter

DATA LOGGER

SICK

(b) Photograph

Fig. 1. Experiment Channel

3 Digital ultrasonic water-level meter

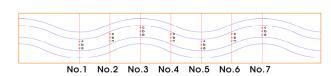


Fig. 2. Observed cross section

2.2 수치모의

본 연구에서는 사행수로에 대한 3차원 수치모의를 위해 FLOW-3D를 이용하여 분석하였으며, 수치모의 프로그램, 조건 및 격자망 구성은 다음과 같다. FLOW-3D 모형에서 사용하는 지배방정식은 직교좌표계(x, y, z)에서의 다음과 같은 RANS(Reynlds Averaged Navier Stokes)이다(Flow Science, Inc. 2015)

$$\frac{\partial (AU_i)}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial \textit{U}_{i}}{\partial \textit{t}} + \frac{1}{\textit{V}_{f}} \textit{A} \, \textit{U}_{i} \frac{\partial \textit{U}_{i}}{\partial \textit{x}_{i}} \! = \! -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \textit{P}}{\partial \textit{x}_{i}} \! + \! \textit{F}_{i}$$

여기서, A는 계산격자 각 방향의 유체가 흐를 수 있는 면적의 점유율, U_i 는 x_i 방향의 유속(m/s), t는 시간(s), V_f 는 계산격자의 체적 중 유체가 차지하는 점유율, ho는 물 의 밀도 (kg/m^3) , P는 압력 (N/m^2) , F_i 는 중력, 점성력 등과 같은 외력(N)이다. 수치기법은 유한차분법(FDM, Finite Difference Method)이며, 유한차분법의 단점을 보완한 FAVOR(Factional Area/Volume Obstacle Representation Method)을 사용하여 유한체적법(FVM, Finite Volume Method) 형식을 취하고 있다. 자유수면 및 밀도차가 큰 흐 름을 재현하기 위해서 VOF(Volume of Fluid) 방법을 사용 하고 있으며, 난류해석을 위해서 Prandtl의 혼합거리 모형, 1-방정식 모형, 2-방정식 모형인 $k-\epsilon$ 모형, RNG $k-\epsilon$ 모형, LES 모형 등 5가지를 적용할 수 있다. RNG $k-\epsilon$ 모 형은 $k-\epsilon$ 모형에 비해 수치모의 시간은 길지만, 복잡한 난 류 흐름을 보다 정확하게 모의할 수 있으며, 위어 및 여수 로와 같은 전단 흐름에 대한 수치모의에 적합하다고 알려 져 있다(Bruce 등, 2004). 본 연구에서는 상하류 흐름조건 에 따른 복단면 사행하천에서 복잡한 3차원 흐름특성을 재 현하기 위해서 RNG $k-\epsilon$ 모형을 적용하였다.

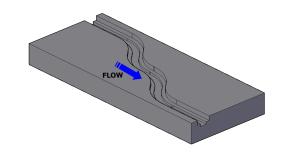


Fig. 3. Model construction.

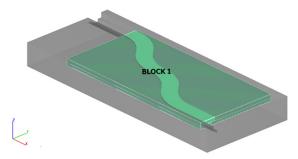


Fig. 4. Grid generation.

그림 3과 같이 수로모형실험과 동일한 규모에 대하여 3차원 모형을 구성하였다. 경계조건으로는 상류 유량조건, 하류수위조건을 적용하였으며, 바닥과 좌우안에 벽면은 벽(wall) 경계조건을 사용하여 비활동 조건(no-slip condition)을 적용하였다. 격자는 0.02 m 간격의 구조적 격자를 1,890,000개부여하였다(그림 4 참조). 조도계수는 자갈과 풀들이 있는 하천에 적용하는 0.030~0.040에서 중간값인 0.035를 선택하였다. 그림 5와 같이 수로단면형상 변화에 따른 사행수로 내 3차원 흐름현상에 대하여 분석하였다. 그림 5의 단면 형상들은 일반 하천에서 볼 수 있는 단면형상들로 저수로 호안 높이 변화, 고수부지 폭 변화에 따른 유동현상을 검토하였다.

3. 결과 분석

만곡부가 교호적으로 나타나는 사행하천에 대하여 유입유량 0.0223 ㎡/s, 하류단 수위는 0.345 m인 case 1에 대하여 수리모형실험 및 수치모의 결과에 대한 비교분석은 그림 6과 같으며, 범례에서 a 지점은 그림 2에서 우안, b는수로 중앙, c는 좌안 관측지점이다. 그림 6에서 기호들은수리모형 관측값이며, 선들은 수치모의 결과값이다. 수리모형실험과 수치모의 결과값을 비교 분석한 결과, 잘 일치함을 보여주고 있다. 만곡부에서 흐름특성에 대하여 Callander (1978)는 만곡부 유입부 안쪽벽 부근과 유출부바깥쪽벽 부근에서 최대 종방향 유속이 발생한다고 제안하였다. 본 연구에서는 No. 1에서는 중앙지점, No. 2 지점에서는 a 지점인 우안부, No.5 지점에서는 우안(a 지점) 보다는 좌안부근(c 지점)에서 유속이 빠르게 분포하고 있으며, No.7 지점에서는 다시 우안부근에서 유속이 빠르게 분포하고 있어 기존 연구결과와 잘 일치하고 있다.

그림 7은 그림 5(a) 우안과 좌안 부근에서 실험조건 case 1과 2에 대하여 바닥으로 0.17 m 지점에서 유속값을 도시한 그래프이다. 이 지점은 저수로와 고수부지 경계부근으로 주로 홍수시 수충부로 호안의 파괴가 주로 발생하는 부근이다. 그림 7(a)는 우안 부근에서 관측된 유속값으로 같은 유량조건에서 하류 수심이 낮을수록 유속은 증가하면서 만곡의 영향에 의해 교호적으로 빠른 유속이 발생하고 있다. 특히 case 2의 경우 만곡부의 정점(No. 1, 3, 5, 7)보다는 만곡의 영향에 의해 유심선이 변화하는 부근(No. 2, 6)에서 유속이 증가하고 있어 이 부근에서 수충부가 생성될 수있다. 좌안의 경우는 No. 4 지점이 다른 지점보다 빠른 유속을 보여주고 있다. 수충부가 만곡부 정점보다는 사행으로인해 만곡부 내 유속이 변화되는 지점에서 발생되는 것으로 검토되었다.

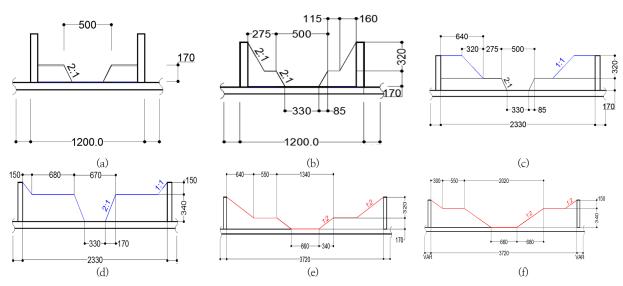


Fig. 5. Channel cross section for numerical simulation.

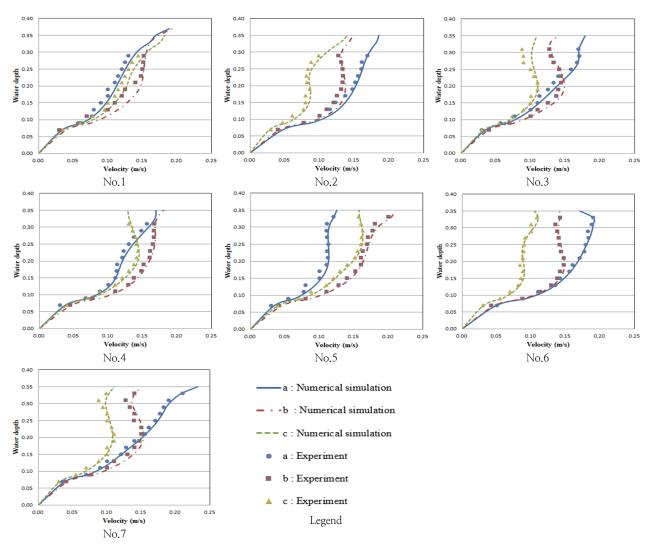


Fig. 6. Comparison experimental values with numerical simulation values.

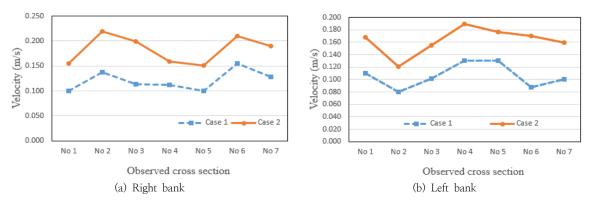


Fig. 7. Measurement velocity near boundary in the compound cross section channel.

그림 8은 그림 5에 대하여 상류 유량조건(0.169 ㎡/s)과 하류 수심조건(0.25 m)을 적용한 경우 그림 2의 No. 6 지점에서 유동현상을 분석하였다. 유동현상을 분석한 결과, 6개 단면수로 횡단면 형상 변화에 대하여 저수로 내에서 이차류가 형성되는 것으로 분석되었다. 그림 8(a)와 (b)는 고수부지 제방

경사에 따른 유동현상 변화로 통수단면적이 축소된 (b) 경우가 최대유속이 다소 증가하였으며, 1.0 m/s 이상 유속분포가 수로 중앙을 기준으로 우안에 편중되어 분포하고 있다.

(b)와 (c)를 비교한 결과, (c)의 경우가 일반 중소하천 이상에서 볼 수 있는 하천횡단면도로 이차류 경향도 (b)와 비교하여

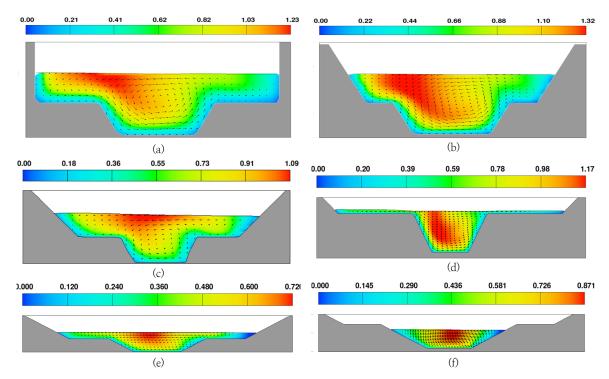


Fig. 8. Velocity distribution at No. 5.

저감되면서, 빠른 유속이 자유수면 쪽으로 이동되는 현상을 보여주고 있다. 고수부지 내 유수단면적 확대로 인해 최고 유속분포 지점이 이동하였으며, 수충부에 미치는 영향도 감 소된 것으로 분석되었다. (d)의 경우는 (c)의 저수로 호안 높이를 두배로 증가시킨 경우에 대하여 유동해석을 수행한 것으로 (c)는 빠른 유속이 자유수면에서 분포하였으나, (d) 의 경우는 자유수면 아래 우안쪽으로 치우치는 현상이 발 생하였다. 수충부에 영향을 최소화하기 위해서는 복단면 형 태는 (d) 보다는 (c) 유속분포 측면에서는 유리한 것으로 판단된다. (e)의 경우는 국내 국가하천에서 볼 수 있는 복 단면 형태로서 다른 형태와 비교하여 유수단면적 확대로 인해 유속이 저감되었으며, 빠른 유속 발생지점도 양안에서 수로 중앙으로 이동되는 것으로 검토되었다. (f)의 복단면 형태는 (e)의 저수로 호안 높이를 두배로 증가시킨 것으로 유동현상 분포(빠른 유속 발생 지점, 이차류 현상)는 유사 하게 발생되는 것으로 검토되었다. (b)와 (c)를 비교한 결 과, 고수부지 폭 변화가 수충부에 영향을 미치는 것으로 검 토되었다.

5. 결 론

본 연구는 복단면 형태를 이루는 직선하도 내 사행하는 저수로의 형태에 따른 흐름의 특성을 파악하는 데 있었다. 이를 분석하는 방법으로써 우리나라 실정을 대표할 수 있는 형태를 상정해 실내 수리모형을 실시하였고, 이를 바탕으로 3차원 수치모의를 통해 검증하였다. 입증된 3차원 수치모의의 유효성을 바탕으로 다른 유형의 하도 형태에 대

해서도 수치모의로 검토를 실시하였다. 이의 결과를 요약· 정리하면 다음과 같다.

(1) 사행 저수로 내 전자기식 유속계와 디지털 초음파 수 위계를 이용하여 수심별 유속을 측정한 결과, 유심선은 사행수로에서 유입부 안쪽 부근에서 발생한 후 흐름이 하류 방향으로 진행됨에 따라서 유출부 바깥쪽 부근에서 교호적으로 발생하였다. 또한, 하류 낮은 수심 경계조건 탓에 유수단면적 축소 때문에 유속이 증가하였고, 만곡부 정점(돌출부)보다는 만곡의 영향에 의해 유심부가 급격히 변하하는 하안 부근이 수충부가 생성되는 것이 관측되었다.

(2) 사행하천의 특징을 지우는 이차류는 수심적분 2차원 모형으로는 재현하는데 한계가 있어 3차원 수치모형을 이 용하였다. 수리모형 실험에서 관측한 수심별 유속값을 이용 하여 수치모형의 검정을 수행한 결과, 수치모의 결과는 충 분히 일치하는 것으로 확인할 수 있었다.

(3) (2)에서 검증해 확인한 바를 토대로, 복다면 형태의 직선수로 내 사행 수로의 추가 변화에 따른 유동장에 대해 3차원 수치모형을 적용해 검토하였다. 선행 연구들에서 검토된 이차류 현상이 발생하였음을 확인한 한편, 고수부지내 유수단면적 확대에 따라 최고유속분포 지점이 이동하는 현상을 확인할 수 있었다. 이에 따라서 저수로 폭 변화가흐름에 영향을 끼쳐 궁극적으로 하천설계에 중요한 요소인수충부의 위치와 그 영향 정도를 파악하는 것이 필요하다는 결론을 도출하게 되었다.

본 연구결과에서 복단면 직선수로 내 사행하는 저수로 형 태에서 고수부지 유수단면적이 최대유속 발생지점을 변화 시킬 수 있다는 점을 명확히 확인하고 이를 3차원 수치모 의로도 재현할 수 있는 것으로 판단되었다. 본 결과를 바탕으로 향후 하천설계와 유지관리에서 핵심 요소인 수충부에 대한 다양한 기술적 검토와 대책 수립이 가능하다는 점을 시사한다.

다만, 본 연구는 유사거동을 고려하지 않은 고정을 대상으로 삼았다. 그래서 홍수 규모와 하도 형태에 따른 유사거동의 양상을 재현한 것이다. 하상재료의 움직임이 반영되는 이동상을 대상으로 하면 하도 내 흐름 특성의 변화에 따른 수충부 위치 등 수리특성이 달라질 수 있을 것으로 추정된다. 이와 같은 이동상을 대상으로 한 해석은 추후 과제로 남겨 두었음을 밝힌다.

References

- Baek, KO, Seo, IW and Lee, KW. (2006). New equation on streamwise variation of secondary flow in meandering channels, *J. of the Korean Society of Civil Engineers, KSCE*, 26(4B), pp. 371–378. [Korean Literature]
- Bruce S., Kathleen F., and Jimmy C. (2004) *Brains versus Brawn:* The Changing World of Hydraulic Model Studies. Hydraulic lab of Mcnees state university.
- Callander, RA, (1978). *River Meandering*, Ann. Rev. Fluid Mech., 10, pp. 129–158.
- Chang, HH, (1988). Fluvial Processes in River Engineering, John Wiley & Sons, Inc., N.Y.
- Flow Science, Inc., (2015). *FLOW-3D User's Manual*, Los Alamos, New Mexico.
- Islam, GM, Tamai, N, and Kobayashi, K, (2000). *Hydraulic Characteristics of a Doubly Meandering Compound Channel*, Building Partnerships, pp. 1–9.
- Kim, SY, Yoon, KS, and Kim, H.J. (2015). A Study on Stability

- of Levee Revetment in Meandering Channel, *J. of Korea Water Resour. Assoc.*, 48(12), pp. 1077–1087. [Korean Literature]
- Kim, TW, (2007). Evolution of velocity distribution due to secondary currents in sharp open channel bend, Ph.D dissertation, Seoul National University, Seoul, Korea.
- Korea Water Resources Association (2009). *Explanation of River Design Standards*.
- Lee, DH, Kim, SJ, and Kang, SK, (2015). An experimental study on the effect of a hydraulic structure on the three–dimensional flow in a meandering channel, *J. of Korea Water Resour. Assoc.*, 48(8), pp. 635–645. [Korean Literature]
- Lee, SK, and Paik, JC, (2017). Unsteady RANS computations of turbulent flow in a high–amplitude meandering channel, *J. of Korea Water Resour. Assoc.* 50(2), pp. 89–97. [Korean Literature]
- Shiono, K, and Muto, Y, (1998). Complex flow mechanisms in compound meandering channels with overbank flow, *J. of of Fluid Mechanics*, 376, pp. 221–261.
- Son, AL, Han, KY, Huh, YH, and Ryu, JH, (2010). Flow characteristic analysis in meandering channels by the numerical analysis." *Proceedings of 2010 Conference of the Korea Water Resources Association*, KWRA. [Korean Literature]
- Tominaga, A, and Nezu, I, (1991). Turbulent structure in compound open-channel flows, *J. of Hydraulic Engineering*, 117(1), pp. 21–41.
- Wormleaton, PR, Hey, RD, Sellin, HJ, Brynat, T, Loveless, J, and Catmur, SE, (2005). Behavior of meandering overbank channels with graded sand beds, *J. of Hydraulic Engineering*, 131, pp. 665–681.