

유한차분 시간영역법 전자파 해석 기술

조 제 훈 · 정 경 영

한양대학교 전자컴퓨터통신공학과

I. 서 론

유한차분 시간영역(Finite-Difference Time-Domain: FDTD) 법은 Maxwell 편미분 방정식에 유한차분법(Finite Difference Method: FDM)을 적용하여 시간과 공간을 이산화하는 대표적인 시간영역 수치해석 기법이다^[1]. 유한차분 시간영역법은 Maxwell 방정식을 직접 이산화하기 때문에, 다른 수치해석 기법에 비해 최종 업데이트 수식을 유도하기가 매우 용이하며, 한 번의 시뮬레이션으로 광대역 주파수 응답을 얻을 수 있고, 수치적 안정성이 뛰어나 다양한 분야의 사용자뿐만 아니라, 입문자에게도 접근성이 매우 우수하다. 또한, Maxwell 방정식을 기반으로 하는 유한차분 시간영역법은 선형, 비선형, 분산, 비분산 물질 등 다양한 물질에 대한 모델링이 상대적으로 매우 간단하고, 시간 변화에 대한 공간에서의 전계와 자계 값이 바로 계산하기 때문에, 공간과 시간에 대한 필드 분포 및 변화에 대한 시각화가 가능하므로 임의의 3차원 기하학적 모형에 대한 해석, 자화 물질, 이방성 플라즈마와 자화된 페라이트 등 주파수에 따라 특성이 변하는 분산물질에 대한 해석, 근거리 전계로부터 유도된 원거리 자계를 포함한 산란파 해석, 안테나 패턴 해석, 전류 분포 해석, 레이더 단면적(Radar Cross Section: RCS) 해석 등 다양한 전자기 문제에 폭넓게 사용되고 있다. 이러한 유한차분 시간영역법은 1966년 Yee에 의해 유한차분 시간영역법의 기본 수학적 형태가 소개되었으며^[2], 참고문헌 [3]에 의하면 1966년 Yee에 의해 유한차분 시간영역법이 소개된 이후 2006년까지 ISI Web of Science[®] 검색 결과 2,441번 인용되었다고 소개하고 있다.

1980년 Taflove에 의해 Yee 알고리즘이 유한차분 시간영역법으로 학계에 소개된 이후부터 지속적으로 유한차분 시간영역법을 이용한 전자파 해석 연구가 이루어졌으며, 컴퓨

터 하드웨어 수요 증가 및 컴퓨터 성능 개발이 빠르게 진행된 1990년 이후 유한차분 시간영역법을 이용한 연구는 매우 활발하게 진행되었다. 한편, 유한차분 시간영역법을 이용한 연구는 초저주파수에서 밀리미터파까지 다양한 동작 주파수를 갖는 레이더, 안테나, 무선통신, 디지털 프로세싱, 생체의학용 이미지 등 특정 구조 및 환경에 대한 전자파 현상 해석 및 검증에 대한 것뿐만 아니라, 흡수경계조건, 수치적 분산, 수치적 안정도 등 유한차분 시간영역법 알고리즘과 관련된 다양한 기술에 대한 연구까지 매우 폭 넓게 진행되었다. 이와 관련하여 Yee 알고리즘이 소개된 1966년부터 최근까지 진행된 유한차분 시간영역법관련 연구 흐름을 확인할 수 있는 대표적인 연구 발행 논문 및 보고서를 아래의 <표 1>로 정리하였다. <표 1>을 통해 알 수 있듯이, 유한차분 시간영역법은 1966년 Yee에 의해 소개된 이후, 지속적으로 다양한 분야에서 적용되어 사용되고 있다. 이와 같이 오랜 시간동안 다양한 분야에서 사용되고 있는 것은 유한차분 시간영역법이 사용자에게 대한 접근성이 매우 뛰어나기 때문이다.

본 글에서는 다른 수치해석 기법을 경험한 사용자뿐만 아니라, 입문자에게도 유한차분 시간영역법을 소개하기 위해서 유한차분 시간영역법의 기초가 되는 유한차분법, 유한차분 시간영역법 업데이트 관계식, 유한차분 시간영역법의 수치적 오차, 흡수경계조건 등 반드시 숙지하고 있어야 하는 내용들 위주로 간략하게 기술하는 것을 목적으로 한다.

II. 본 론

2-1 유한차분법(Finite-Difference Method: FDM)

유한차분 시간영역법은 시간과 공간에 대한 차분으로 시

본 논문은 2016년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기술연구진흥센터의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2016-0-00130, RF 설계 및 EM 해석을 위한 클라우드 기반 SW 플랫폼 개발).

<표 1> 유한차분 시간영역법을 이용한 연구 및 관련 기술에 대한 연도별 정리

연도	내용
1966	Yee에 의해 유한차분 시간영역법의 기본적인 수학적 알고리즘이 소개됨 ^[2] .
1975	Taflove, Brodwin에 의해 Yee 알고리즘의 수치적 안정도 관련 연구 및 2차원, 3차원 해석구조에 대한 전자기파 상호작용에 대한 해석 연구가 보고되었으며 ^{[4][5]} , Yee 알고리즘이 생체 전자기학 모델에 처음 적용됨 ^[5] .
1977	Holland ^[6] 와 Kunz, Lee ^[7] 에 의해 Yee 알고리즘이 EMP 문제에 적용됨.
1980	Taflove에 의해 Yee 알고리즘이 유한차분 시간영역법으로 불리기 시작하였으며, 3차원 금속 cavity 구조에서의 전자기파 침투 문제를 해석하고 이를 검증함 ^[8] .
1981	Mur에 의해 유한차분 시간영역법에 적용되는 격자를 이용하는 ABC(Absorbing Boundary Conditions)에 대한 연구가 보고됨 ^[9] .
1982~1983	Taflove, Umashankar에 의해 FDTD 알고리즘을 이용한 2차원, 3차원 해석 구조에 대한 근거리, 원거리, 레이다 단면적을 계산하는 전자기파 산란 모델에 대한 연구가 보고됨 ^{[10][11]} .
1984	Liao <i>et al.</i> 에 의해 Mur's ABC보다 반사율이 개선된 새로운 ABC에 대한 연구가 보고됨 ^[12] .
1985	Gwarek에 의해 유한차분 시간영역법 기반의 lumped equivalent formulation에 대한 연구가 소개됨 ^[13] .
1986	Choi, Hofer에 의해 유한차분 시간영역법을 이용하는 도파관 구조 해석 연구 내용이 발행됨 ^[14] .
1987~1988	Kriegsmann <i>et al.</i> 에 의해 IEEE Trans. Antennas and Propagation 학술지에 유한차분 시간영역법에 적용되는 ABC 알고리즘이 처음 게재됨 ^[15] . Moore <i>et al.</i> 에 의해 IEEE Trans. Antennas and Propagation 학술지에 유한차분 시간영역법에 적용되는 ABC 알고리즘이 처음 게재됨 ^[16] .
1987~1988, 1992	Umashankar <i>et al.</i> 에 의해 thin wire, wire bundle 구조의 유한차분 시간영역 FDTD 모델링을 위한 contour-path subcell 기술이 소개됨 ^[17] . Taflove <i>et al.</i> 에 의해 crack이 포함된 metal screen 구조의 FDTD 모델링을 위한 contour-path subcell 기술이 소개됨 ^[18] . Jurgens <i>et al.</i> 에 의해 부드러운 경계를 갖는 산란체 구조의 FDTD 모델링을 위한 contour-path subcell 기술이 소개됨 ^[19] .
1987, 1990	Cangellaris <i>et al.</i> 에 의해 FETD(Finite-Element Time-Domain) 메쉬 알고리즘이 소개됨 ^[20] . Shankar <i>et al.</i> ^[21] , Madsen, Ziolkowski ^[22] 에 의해 FVTD(Finite-Volume Time-Domain) 메쉬 알고리즘이 소개됨.
1988	Sullivan <i>et al.</i> 에 의해 인체 모델에 대한 전자파 현상 해석에 3차원 FDTD 모델링을 적용하는 연구 논문이 발행됨 ^[23] .
1988	Zhang <i>et al.</i> 에 의해 microstrip 구조에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[24] .
1989	Fang에 의해 유한차분 시간영역법의 higher-order spatial derivative에 대한 연구가 소개됨 ^[25] .
1990~1991	Kashiwa, Fukai ^[26] , Luebbers <i>et al.</i> ^[27] , Joseph <i>et al.</i> ^[28] 에 의해 주파수 종속적인 유전체의 분산특성에 대한 FDTD 모델링에 대한 연구가 수행됨.
1990~1991	Maloney <i>et al.</i> ^[29] , Katz <i>et al.</i> ^[30] , Tirkas, Balanis ^[31] 에 의해 안테나의 FDTD 모델링이 소개됨.
1990	Sano, Shibata ^[32] , El-Ghazaly <i>et al.</i> ^[33] 에 의해 picosecond optoelectronics 스위치에 대한 FDTD 모델링에 대한 연구가 소개됨.
1991	Luebbers <i>et al.</i> 에 의해 시간영역 near-to-far field transformation에 대한 연구가 소개됨 ^[34] .
1991~1994	Goorjian, Taflove에 의해 광 펄스 전파의 비선형 dispersive media에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[35] . Ziolkowski, Judkins에 의해 beam self-focusing에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[36] . Joseph <i>et al.</i> 에 의해 first temporal soliton에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[37] . Joseph, Taflove에 의해 first spatial soliton에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[38] .

<표 1> 계속

연도	내용
1992	Sui <i>et al.</i> 에 의해 lumped electronic circuit element에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[39] .
1993	Toland <i>et al.</i> 에 의해 cavity, antenna에서의 tunnel diode와 Gunn diode에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[40] .
1994	Thomas <i>et al.</i> 에 의해 embedded electronic component에 대한 FDTD SPICE subgrid 모델이 소개됨 ^[41] .
1994	Berenger에 의해 2차원 PML(Perfectly Matched Layer) ABC가 소개됨 ^[42] . Katz <i>et al.</i> 에 의해 3차원 PML이 소개됨 ^[43] . Reuter <i>et al.</i> 에 의해 분산 특성을 고려한 PML이 소개됨 ^[44] .
1995~1996	Sacks <i>et al.</i> ^[45] 와 Gedney ^[46] 에 의해 UPML(Uniaxial Perfectly Matched Layer) ABC가 소개됨.
1996~1997	Liu에 의해 PSTD(Pseudospectral Time-Domain)가 소개됨 ^{[47],[48]} .
1997	Ramahi에 의해 흡수경계조건에 대한 COM(Complementary Operators Method)이 소개됨 ^[49] .
1997	Dey, Mittra에 의해 곡선형 도체 표면 모델링을 위한 contour-path technique이 소개됨 ^[50] .
1998	Maloney, Kesler에 의해 FDTD 모델링에서의 주기 구조 해석 방법이 소개됨 ^[51] .
1998	Nagra, York에 의해 하이브리드 FDTD 모델링에서의 quantum mechanics model이 소개됨 ^[52] .
1998	Hagness <i>et al.</i> 에 의해 FDTD 모델링이 이용된 유방암 검출 연구를 소개됨 ^[53] .
1999	Schneider, Wagner에 의해 FDTD grid dispersion에 대한 분석 연구가 소개됨 ^[54] .
2000	Namiki ^[55] , Zheng <i>et al.</i> ^[56] 에 의해 3차원 ADI(Alternating-Direction Implicit) FDTD 알고리즘이 소개됨.
2000	Roden, Gedney에 의해 convolutional PML(CPML) ABC가 소개됨 ^[57] .
2000	Rylander, Bondeson에 의해 FDTD-FE(Finite Element) hybrid technique이 소개됨 ^[58] .
2002~2006	Hayakawa <i>et al.</i> ^[59] , Simpson, Taflove ^{[60],[61]} 에 의해 earth-ionosphere waveguide의 ELF(Extremely Low-Frequency) 전파 현상 분석을 위한 FDTD 모델링이 소개됨.
2003	DeRaedt에 의해 “one-step” FDTD technique이 소개됨 ^[62] .
2008	Ahmed <i>et al.</i> 에 의해 3차원 LOD(Locally One-Dimensional) FDTD method가 소개됨 ^[63] .
2008	Taniguchi <i>et al.</i> 에 의해 thin wire 해석을 위한 개선된 FDTD 모델링이 소개됨 ^[64] .
2009	Oliveira, Sobrinho에 의해 lightning strokes에 대한 FDTD 모델링이 소개됨 ^[65] .
2012	Moxley <i>et al.</i> 에 의해 N-body interacting Hamiltonian을 위한 generalized FDTD quantum method가 소개됨 ^[66] .
2013	Moxley <i>et al.</i> 에 의해 비선형 Schrödinger equation 해석을 위한 generalized FDTD scheme이 소개됨 ^[67] .

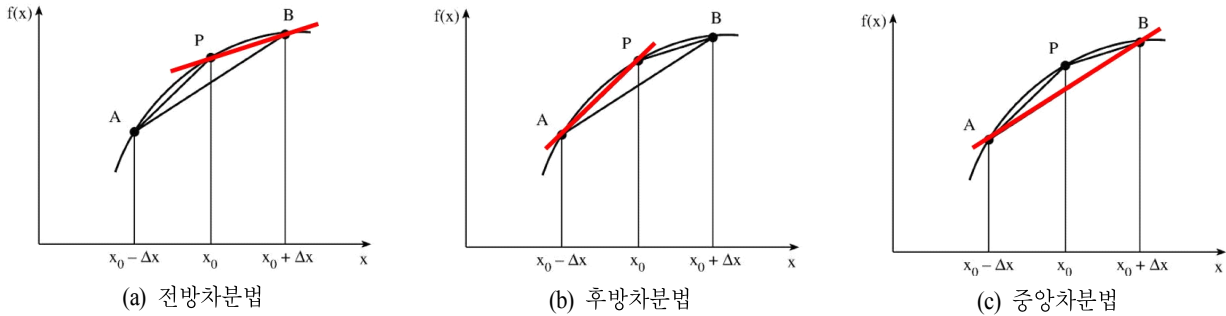
작한다. 이산화된 Maxwell 편미분 방정식을 표현하기 위해 각 시간과 공간에 대한 차분 방정식이 필요하며, 이러한 차분 방정식을 유도하기 위해 Taylor 급수를 기반으로 하는 유한차분법이 적용된다.

$$\begin{aligned}
 f(y) = & f(x) + (y-x)f'(x) + \\
 & \frac{1}{2!}(y-x)^2f''(x) + \\
 & \frac{1}{3!}(y-x)^3f'''(x) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

식 (1)은 $y = x$ 라 할 때, $f(y)$ 를 Taylor 급수의 정의에 의

해 표현한 것이다. Taylor 급수를 이용한 방정식의 차분은 전방, 후방, 중앙차분법으로 구분할 수 있으며, 각각의 차분 관계는 [그림 1]과 같이 정리할 수 있다.

[그림 1]은 식 (1)의 유한차분법에 대한 각각의 차분법을 표현한 것이며, 그림에서와 같이 각각의 차분법은 x_0 위치에 대한 차분연산에서 요구되는 기준점의 위치에 따라 결정된다. [그림 1(a)]와 같이 x_0 에서의 차분연산을 위해 $+\Delta x$ 떨어져 있는 $x_0 + \Delta x$ 위치의 기준점이 사용되는 경우의 차분법을 전방차분법(Forward Difference Scheme: FDS)이라 하며, [그림 1(b)]와 같이 $x_0 - \Delta x$ 위치가 사용되는 경우는 후방



[그림 1] 유한차분법

차분법(Backward Difference Scheme: BDS), x_0 를 중심으로 $x_0 + \Delta x$ 와 $x_0 - \Delta x$ 위치의 기준점이 사용되는 경우를 중앙차분법(Central Difference Scheme: CDS)이라 한다. [그림 1(a)]의 전방차분법에 사용되는 기준점의 위치($y = x_0 + \Delta x$)를 Taylor 급수에 적용하고, $f'(x_0)$ 에 대해 정리하면 식 (2)와 같다.

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} - \frac{1}{2}(\Delta x)f''(x_0) - \frac{1}{6}(\Delta x)^2 f'''(x_0) - \dots \quad (2)$$

$O_f(\Delta x)$

동일한 방법으로 Taylor 급수 관계식을 [그림 1(b)]의 후방차분법, [그림 1(c)]의 중앙차분법에 대해서 정리하면 각각 식 (3), (4)와 같이 정리할 수 있다.

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} + \frac{1}{2}(\Delta x)f''(x_0) - \frac{1}{6}(\Delta x)^2 f'''(x_0) + \dots \quad (3)$$

$O_b(\Delta x)$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} - \frac{1}{6}(\Delta x)^2 f'''(x_0) - \dots \quad (4)$$

$O_c(\Delta x^2)$

식 (2)~(4)의 우변 첫 번째 항을 통해 알 수 있듯이, 각각의 차분법은 x_0 를 기준으로 Δx 만큼 떨어져 있는 위치의 기준점을 이용하여 차분 연산이 수행되어진다. 한편, 식 (2)~(4)에서 O_f , O_b , O_c 는 각각 Taylor 급수 관계에서 발생하는 전방차분, 후방차분, 중앙차분법의 잔여 항이며, 잔여 항의 크기만큼 차분 연산의 오차가 발생한다. 이는 정확한 차분

연산을 수행하기 위해서는 각 차분법의 잔여 항을 최소화해야 함을 의미하며, 이를 위해 작은 Δx 가 사용되어야 한다. 한편, 각 차분법의 잔여 항은 전방차분과 후방차분법의 경우, Δx 에 대한 1차 함수 형태를 갖고 있으며, 중앙차분법의 경우에는 (Δx^2) 에 대한 2차 함수 관계를 갖고 있기 때문에, 작은 Δx 가 사용될 경우에는 중앙차분법이 전방 및 후방차분법에 비해 적은 오차를 갖는다. 따라서 유한차분 시간영역법에 적용되는 차분법은 일반적으로 중앙차분법이 사용되고 있으며, 높은 도전율을 갖는 물질의 경계면에 대한 해석을 위해 적용되는 표면 임피던스 경계조건(Surface Impedance Boundary Condition: SIBC)^[68]과 같이 중앙차분법에서 요구되는 기준점의 위치에 차분 연산에 필요한 값이 존재하지 않는 특수한 경우에는 중앙차분법이 아닌 전방차분과 후방차분법이 사용되기도 한다.

$$f(x, y, z, t) = f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f_{i,j,k}^n \quad (5)$$

식 (5)는 유한차분법을 이용한 차분 관계식에서 사용되는 표기법이다. 3차원 공간의 위치를 x, y, z 라 하고 시간을 t 로 표현할 때, 차분 연산에서 사용되는 공간과 시간에 대한 각각의 위치는 식 (5)와 같이 i, j, k, n 으로 표기할 수 있다.

2-2 1차원 유한차분 시간영역법

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} &= \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)은 전자기학의 기초가 되는 Maxwell 편미분 방정식

이다. 식 (6)에서 \vec{E} , \vec{H} 는 각각 전계와 자계이며, ϵ , μ 는 전자계 성분이 분포되어 있는 영역에 대한 유전율과 투자율이다. 식 (6)의 Maxwell 편미분 방정식을 기반으로 1차원 유한차분 시간영역법의 전자계 필드 업데이트 관계를 설명하기 위해서 문제를 1차원, x 방향 편파, z 방향 전파, 무손실, 무전원으로 가정하면, 식 (6)은 식 (7), (8)과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (8)$$

식 (7)의 전자계 성분의 시공간 위치를 식 (5)의 표기법에 따라 각각 n , $k+1/2$ 라 하고, 식 (8)의 시공간 위치를 각각 $n+1/2$, k 로 설정하여 중앙차분법을 적용하면 각각 식 (9)와 식 (10)으로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} E_x|_{k+1/2}^n &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} H_y|_{k+1/2}^n \rightarrow \\ \frac{E_x|_{k+1}^n - E_x|_k^n}{\Delta z} &= -\mu \frac{H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} H_y|_k^{n+1/2} &= -\epsilon \frac{\partial}{\partial t} E_x|_k^{n+1/2} \rightarrow \\ \frac{H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} &= -\epsilon \frac{E_x|_k^{n+1} - E_x|_k^n}{\Delta t} \end{aligned} \quad (10)$$

최종적으로, 식 (9), (10)의 좌변을 각각 $n+1/2$, $n+1$ 로 정리하면, 1차원 유한차분 시간영역법에서 사용되는 업데이트 수식을 얻을 수 있다.

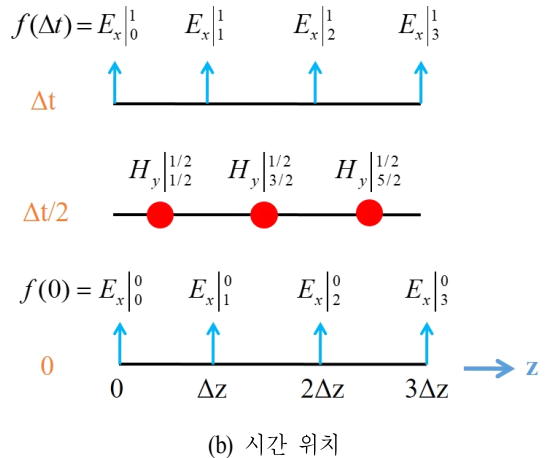
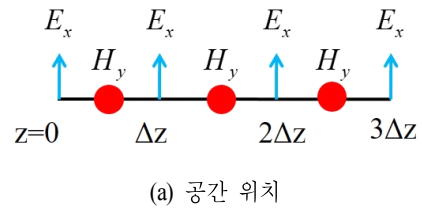
$$H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} = H_y|_{k+1/2}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_x|_{k+1}^n - E_x|_k^n) \quad (11)$$

$$E_x|_k^{n+1} = E_x|_k^n - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{k-1/2}^{n+1/2}) \quad (12)$$

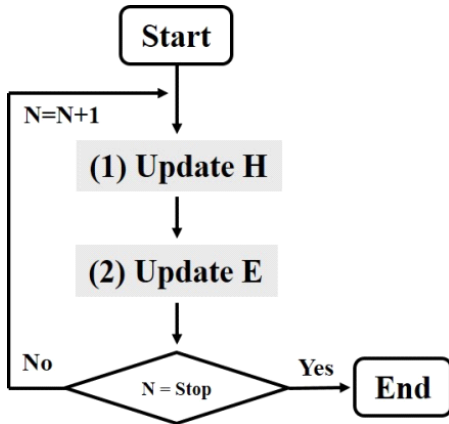
식 (11), (12)는 전자계 성분을 계산하기 위한 1차원 유한차분 시간영역법의 최종 업데이트 수식이다. 식 (11), (12)에서의 전자계 성분에 대한 위치와 시간 표기법을 통해 알 수

있듯이, 1차원 유한차분 시간영역법에서의 전자계 성분의 시공간 위치는 1차원 문제에 대한 Maxwell 편미분 방정식 (7), (8)과 달리 시공간적으로 같은 위치에 놓여있지 않으며, 순차적인 차분 연산을 수행하기 위해 각각 $\Delta t/2$, $\Delta z/2$ 만큼 떨어져 있음을 알 수 있다.

[그림 2]는 1차원 유한차분 시간영역법에서 사용하는 전자계 성분의 시공간 위치이다. [그림 2(a)]에서와 같이 전계와 자계 성분은 공간에 대하여 $\Delta z/2$ 만큼 떨어져 위치시켰으며, 마찬가지로 시간에 대하여 $\Delta t/2$ 만큼 차이가 있음을 [그림 2(b)]에서 확인할 수 있다. 식 (11)의 1차원 유한차분 시간영역법 자계 성분에 대한 업데이트는 $n+1/2$ 시간의 H_y 를 계산하기 위해 전 시간($n-1/2$)에서의 H_y 와 n 시간의 E_x 를 이용하여 계산되며, 식 (12)의 $n+1$ 시간의 전계 성분은 n 시간의 E_x 와 식 (11)에 의해 계산된 $n+1/2$ 시간에서의 H_y 값을 이용하여 얻을 수 있다. 이러한 순차적인 연산 흐름은 매 시간마다 모든 공간에 대해서 반복적으로 이루어지며, 이와 같은 연산 알고리즘을 리프로그(leapfrog) time-stepping이라 한다. [그림 3]은 1차원 유한차분 시간영역법에 대한 흐름도이다.



[그림 2] 1차원 유한차분 시간영역법 시공간 전자계 성분 위치



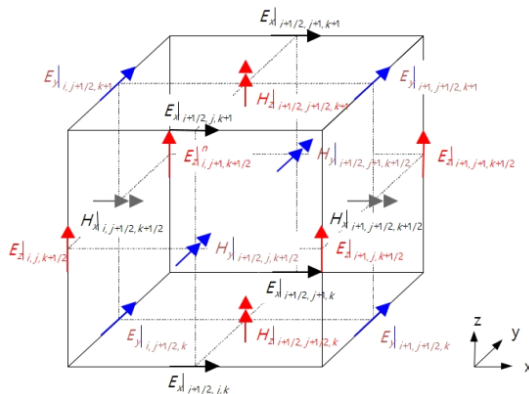
[그림 3] 1차원 유한차분 시간영역법 흐름도

2-3 3차원 유한차분 시간영역법

[그림 4]는 3차원 유한차분 시간영역법에서 적용되는 전자계 성분의 위치이다^[2]. [그림 5]의 공간 위치를 기반으로 3차원 유한차분 시간영역법의 전자계 업데이트 수식을 유도할 수 있으며, 추가적인 전자계 성분이 차분 연산에 포함되는 것을 제외하고는 1차원 유한차분 시간영역법에서 업데이트 수식을 유도하는 방법과 동일하다.

$$E_z^{n+1}|_{i,j,k+1/2} = E_z^n|_{i,j,k} + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} (H_y^{n+1/2}|_{i+1/2,j,k+1/2} - H_y^{n+1/2}|_{i-1/2,j,k+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} (H_x^{n+1/2}|_{i,j+1/2,k+1/2} - H_x^{n+1/2}|_{i,j-1/2,k+1/2}) \quad (13)$$

식 (13)은 3차원 유한차분 시간영역법에서의 E_z 최종 업



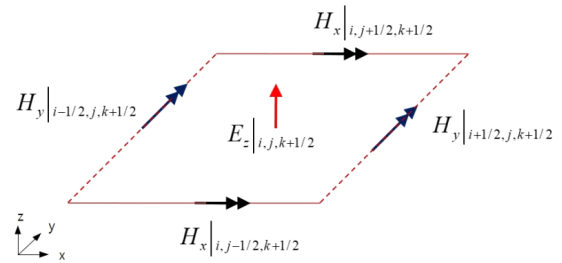
[그림 4] 3차원 유한차분 시간영역법에서의 전자계 성분 위치

데이트 수식이며, 1차원 유한차분 시간영역법에서와 마찬가지로 E_z 를 계산하기 위해 전 시간에서의 E_z 와 주변에 위치하고 있는 자계 성분(H_x, H_y)들에 의해 업데이트가 진행된다.

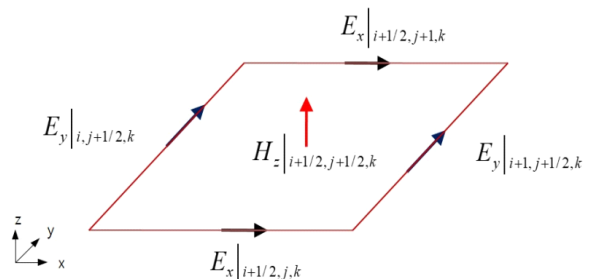
[그림 5]는 암페어 법칙을 기반으로 하는 전계 업데이트를 위한 전자계 성분의 공간 위치이다. [그림 5]와 식 (13)을 비교하여 살펴보면, 유한차분 시간영역법에서의 전계 연산을 위한 전계와 자계간의 위치 관계는 암페어 법칙을 기반으로 하고 있음을 알 수 있다.

$$H_z^{n+1/2}|_{i+1/2,j+1/2,k} = H_z^{n-1/2}|_{i+1/2,j+1/2,k} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} (E_x^n|_{i+1/2,j+1,k} - E_x^n|_{i+1/2,j,k}) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_y^n|_{i+1,j+1/2,k} - E_y^n|_{i,j+1/2,k}) \quad (14)$$

식 (14)는 3차원 유한차분 시간영역법에서의 H_z 최종 업데이트 수식이며, [그림 6]은 패러데이 법칙을 기반으로 자계 업데이트를 위한 전자계 성분의 공간 위치이며, 자계 연산을 위한 전계와 자계간의 위치 관계는 패러데이 법칙을



[그림 5] 전계 성분 업데이트를 위한 전자계 성분의 공간 위치 (암페어 법칙)



[그림 6] 자계 성분 업데이트를 위한 전자계 성분의 공간 위치 (패러데이 법칙)

기반으로 하고 있다. 3차원 유한차분 시간영역법에 대한 나머지 업데이트 수식은 아래와 같다.

$$E_{x_{i+1/2,j,k}}^{[n+1]} = E_{x_{i+1/2,j,k}}^{[n]} + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} (H_{z_{i+1/2,j+1/2,k}}^{[n+1/2]} - H_{z_{i+1/2,j-1/2,k}}^{[n+1/2]}) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_{y_{i+1/2,j,k+1/2}}^{[n+1/2]} - H_{y_{i+1/2,j,k-1/2}}^{[n+1/2]}) \quad (15)$$

$$E_{y_{i,j+1/2,k}}^{[n+1]} = E_{y_{i,j+1/2,k}}^{[n]} + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_{x_{i,j+1/2,k+1/2}}^{[n+1/2]} - H_{x_{i,j+1/2,k-1/2}}^{[n+1/2]}) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} (H_{z_{i+1/2,j+1/2,k}}^{[n+1/2]} - H_{z_{i-1/2,j+1/2,k}}^{[n+1/2]}) \quad (16)$$

$$H_{x_{i,j+1/2,k+1/2}}^{[n+1/2]} = H_{x_{i,j+1/2,k+1/2}}^{[n-1/2]} - \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} (E_{z_{i,j+1,k+1/2}}^{[n]} - E_{z_{i,j,k+1/2}}^{[n]}) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_{y_{i,j+1/2,k+1}}^{[n]} - E_{y_{i,j+1/2,k}}^{[n]}) \quad (17)$$

$$H_{y_{i+1/2,j,k+1/2}}^{[n+1/2]} = H_{y_{i+1/2,j,k+1/2}}^{[n-1/2]} - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_{x_{i+1/2,j,k+1}}^{[n]} - E_{x_{i+1/2,j,k}}^{[n]}) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_{z_{i+1,j,k+1/2}}^{[n]} - E_{z_{i,j,k+1/2}}^{[n]}) \quad (18)$$

2.4 유한차분 시간영역법의 수치적 오차

유한차분 시간영역법은 Taylor 급수를 기반으로 하는 시간과 공간에서의 차분 방정식이기 때문에 필수적으로 해석 결과에 대한 오차가 발생한다. 따라서 오차의 정도를 미리 파악하고, 최대한 오차를 줄이기 위한 해석 조건을 설정하는 것은 매우 중요하다.

$$E_x = E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (19)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \omega / c \quad (20)$$

식 (19)는 해석 공간을 1차원 자유공간으로 설정하고, x 방향 편파, z 방향 전파, 무손실, 무전원, 각주파수 ω , 전계 크기 E_0 , 전파속도 c 로 가정할 때 정의되는 이론적 형태의 전계 성분이며, 식 (20)은 위상상수이다. 해석 조건에 따른 정확한 해석 결과를 얻기 위해서는 이론적 형태를 갖는 방정식을 이용해야 하지만 수치해석 기법에서는 식 (19), (20)

이 아닌 다른 형태가 사용되어진다.

$$E_x = E_0 e^{j(\omega t - \tilde{\beta} z)} \quad (21)$$

식 (21)은 수치해석 기법에서 고려되는 수치적 형태의 전계 성분을 정의한 것이다. 식 (21)은 이론적 형태와 달리 수치적 형태의 위상상수 $\tilde{\beta}$ 가 사용되고 있다. 식 (21)의 관계를 식 (11)의 1차원 유한차분 시간영역법 H_y 업데이트 수식에 대입하여 정리하면 식 (22)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{E_0}{\eta} e^{j(\omega(n+1/2)\Delta t - \tilde{\beta}(k+1/2)\Delta z)} - \\ & \frac{E_0}{\eta} e^{j(\omega(n-1/2)\Delta t - \tilde{\beta}(k+1/2)\Delta z)} = \\ & - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} [E_0 e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{\beta}(k+1)\Delta z)} - E_0 e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{\beta} k \Delta z)}] \quad (22) \end{aligned}$$

식 (22)에서 η 는 $\sqrt{\mu/\epsilon}$ 로 정의되는 고유 임피던스이다. 식 (22)의 양변의 공통분자를 제거하면 식 (23)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} e^{j\omega \Delta t/2} - e^{-j\omega \Delta t/2} &= - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (e^{-j\tilde{\beta} \Delta z/2} - e^{j\tilde{\beta} \Delta z/2}) \rightarrow \\ \frac{1}{c \Delta t} \sin\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) &= \frac{1}{\Delta z} \sin\left(\frac{\tilde{\beta} \Delta z}{2}\right) \quad (23) \end{aligned}$$

식 (23)에서 알 수 있듯이 시간격자(Δt) 및 공간격자(Δz)를 0으로 설정할 수 있다면, 식 (23)에서의 수치적 형태의 위상상수 $\tilde{\beta}$ 는 ω/c 가 되어 이론적 형태의 위상상수와 동일해지며, 이는 정확한 해석 결과를 연산할 수 있음을 의미한다. 하지만 유한차분 시간영역법에 적용할 수 있는 시공간 격자는 유한한 값을 갖고 있기 때문에, 이로 인한 수치적 오차 발생은 피할 수 없다. 선택되는 시공간 격자에 따른 오차율을 정리하면 <표 2>와 같다.

<표 2>는 유한차분 시간영역법에서 선택되는 시공간 격자에 따른 오차율을 정리한 것이다. <표 2>에서 $R=1$ 은 $\Delta t = \Delta z/c$ 의 관계를 의미하며, 이에 대한 해석 결과는 이론적 값과 일치하기 때문에 magic time step이라고 부른다. 한편, $R < 1$ 가 되는 Δt 가 선택된 경우에는 이론적 위상상수와 수치적 위상상수간의 차이로 인하여 분산 오류가 발생하게 되며, $R > 1$ 의 경우에는 발산이라는 비정상적인 결과를

〈표 2〉 Δt , Δz 에 따른 오차율

$\Delta z/\lambda$	$R(=c\Delta t/\Delta z)$	$\tilde{\beta}/\beta$	Degrees error per λ
1/10	0.25	1.0161	5.81
1/20	0.25	1.0039	1.40
1/10	0.50	1.0129	4.64
1/20	0.50	1.0031	4.12
1/10	0.75	1.0075	2.70
1/20	0.75	1.0018	0.65
Anv	1.00	1.0000	0.00

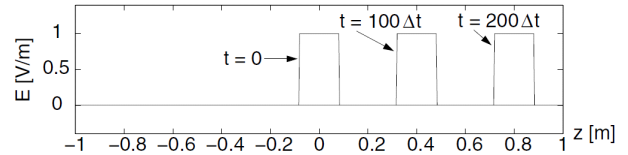
초래한다. 또한, 해석에 사용되는 공간격자는 최소파장 대비 작을수록 이에 상응하는 오차가 작아짐을 알 수 있으며, 일반적으로 최소파장 대비 1/10 이상의 크기가 공간격자로 선택되어진다.

[그림 7]은 $R=1, 0.58, 1.01$ 이 되는 시간격자가 선택된 경우에 대한 해석 결과이다^[69]. [그림 7(a)]의 경우, magic time step이 시간격자로 사용되었기 때문에 신호의 변형이 발생하고 있지 않지만, [그림 7(b)]의 경우에는 수치적 위상상수와 이론적 위상상수의 차이에 따라서 계산된 전자계 성분의 전파속도가 c 보다 작아져 분산 현상이 관측됨을 확인할 수 있다. 한편, $R=1.01$ 이 되는 시간간격이 선택된 [그림 7(c)]의 경우에는 계산된 전자계 성분의 전파속도가 c 보다 빨라지게 되어 신호가 증폭되는 발산 현상이 발생한다. 따라서 유한차분 시간영역법에서는 발생하는 오차를 최소화하고, 수치적 발산을 막기 위해서 식 (24)와 같은 공간격자에 종속적인 시간격자가 사용되어야 하며, 이를 CFL(Courant Friedrich Levy) 안정조건이라 부른다.

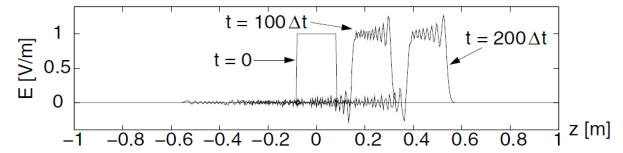
$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (24)$$

2-5 PML(Perfectly Matched Layer) 흡수경계조건

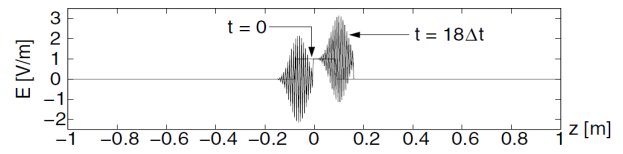
유한차분 시간영역법과 같은 수치해석 기법을 이용한 전자파 해석에서는 컴퓨터 자원의 한계 때문에 최 외곽의 경계에 임의의 흡수경계조건(Absorbing Boundary Condition:



(a) $R=1$



(b) $R=0.58$



(c) $R=1.01$

[그림 7] 시간격자와 공간격자에 선택에 따른 해석 결과^[69]

ABC)을 설정해야 한다. 해석 구조가 파장에 비해 매우 큰 경우나 충분히 시간이 경과한 후의 전자계가 문제가 되는 경우에는 최 외곽 경계면에서의 반사 영향을 피하기 위해 매우 큰 계산 영역을 취할 수도 있지만, 이는 컴퓨터가 무한한 데이터량을 처리할 수 없기 때문에, 매우 비효율적이다. 또한, 개방 구조가 고려되어야 하는 산란 문제에 대한 시뮬레이션을 수행하는 경우, 마찬가지로 컴퓨터의 물리적 메모리의 제한 때문에 무한 영역에 대한 해석이 아닌 계산 영역에 대한 한정성이 반드시 필요하며, 계산 영역을 제한하는 동시에 경계면으로 입사하는 전자파가 반사되지 않고, 개방 구조에서와 같은 전기적 효과를 얻기 위해서 흡수경계조건은 반드시 적용되어야 한다. 이러한 흡수경계조건은 1980년대 이후 다양하게 개발되었으며, 1994년 Berenger에 의해 광대역에서의 흡수성이 매우 뛰어난 PML이 제안된 이후, 현재까지 PML이 가장 폭넓게 사용되고 있다. PML은 복소수 좌표확장 기법을 이용하여 유도할 수 있으며, 복잡한 수학적 접근 방법을 통해 유도된 PML 항은 최종적으로 기본적인 유한차분 시간영역법 업데이트 수식에 더해지는 형태로 추가되어진다.

$$\begin{aligned}
 E_{x^{i+1/2},j,k}^{n+1} = & E_{x^{i+1/2},j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} (H_{z^{i+1/2},j+1/2,k}^{n+1/2} - H_{z^{i+1/2},j-1/2,k}^{n+1/2}) - \\
 & \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_{y^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} - H_{y^{i+1/2},j,k-1/2}^{n+1/2}) - \\
 & \frac{\Delta t}{2\epsilon} (f_{xy^{i+1/2},j,k}^{n+1} - f_{xy^{i+1/2},j,k}^n) + \\
 & \frac{\Delta t}{2\epsilon} (f_{xz^{i+1/2},j,k}^{n+1} - f_{xz^{i+1/2},j,k}^n) \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{xy^{i+1/2},j,k}^{n+1} = & C_{fay}(j) f_{xy^{i+1/2},j,k}^n + \\
 & C_{fby}(j) (H_{z^{i+1/2},j+1/2,k}^{n+1/2} - H_{z^{i+1/2},j-1/2,k}^{n+1/2}) \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{xz^{i+1/2},j,k}^{n+1} = & C_{faz}(k) f_{xz^{i+1/2},j,k}^n + \\
 & C_{fbz}(k) (H_{y^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} - H_{y^{i+1/2},j,k-1/2}^{n+1/2}) \quad (27)
 \end{aligned}$$

식 (25)는 PML 향이 추가된 유한차분 시간영역법의 E_x 업데이트 수식이다. PML이 고려되지 않은 기본 업데이트 식 (15)와 비교하여 식 (26), (27)과 같이 유도되는 PML 항 f_{xy} , f_{xz} 가 추가되었으며, 식 (26), (27)에서 사용되는 계수들은 식 (28), (29)와 같다.

$$C_{fa\xi}(\zeta) = \left(1 - \frac{\sigma_\xi(\zeta) \Delta t}{2\epsilon_0}\right) / \left(1 + \frac{\sigma_\xi(\zeta) \Delta t}{2\epsilon_0}\right) \quad (28)$$

$$C_{fb\xi}(\zeta) = \left(\frac{\sigma_\xi(\zeta) \Delta t}{\epsilon_0 \Delta \xi}\right) / \left(1 + \frac{\sigma_\xi(\zeta) \Delta t}{2\epsilon_0}\right) \quad (29)$$

E_x 업데이트 수식에 적용되는 식 (28), (29)의 ξ , ζ 는 각각 y , j 혹은 z , k 이며, σ 는 PML 영역에서의 각 방향에 대한 손실을 의미한다.

$$\begin{aligned}
 H_{y^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} = & H_{y^{i+1/2},j,k+1/2}^{n-1/2} - \\
 & \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_{x^{i+1/2},j,k+1}^n - E_{x^{i+1/2},j,k}^n) + \\
 & \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_{z^{i+1/2},j,k+1/2}^n - E_{z^{i+1/2},j,k+1/2}^{n-1/2}) + \\
 & \frac{\Delta t}{2\mu} (g_{yz^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} + g_{yz^{i+1/2},j,k+1/2}^{n-1/2}) - \\
 & \frac{\Delta t}{2\mu} (g_{yx^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} - g_{yx^{i+1/2},j,k}^{n-1/2}) \quad (30)
 \end{aligned}$$

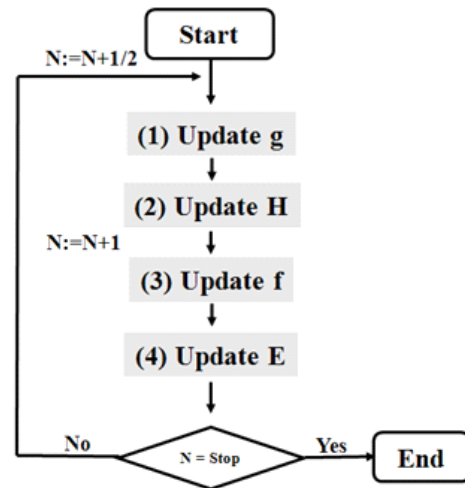
$$\begin{aligned}
 g_{yz^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} = & C_{gaz}(k+1/2) g_{yz^{i+1/2},j,k+1/2}^{n-1/2} + \\
 & C_{gbz}(k+1/2) (E_{x^{i+1/2},j,k+1}^n - E_{x^{i+1/2},j,k}^n) \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_{yx^{i+1/2},j,k+1/2}^{n+1/2} = & C_{gax}(i+1/2) g_{yx^{i+1/2},j,k+1/2}^{n-1/2} + \\
 & C_{gbx}(i+1/2) (E_{z^{i+1/2},j,k+1/2}^n - E_{z^{i+1/2},j,k+1/2}^{n-1/2}) \quad (32)
 \end{aligned}$$

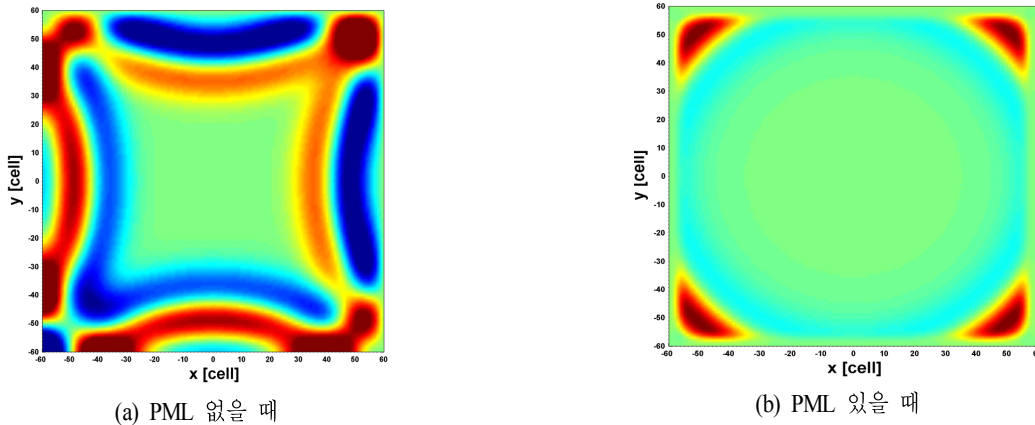
식 (30)은 PML이 적용된 유한차분 시간영역법의 H_y 업데이트 수식이다. 전계와 동일한 방법으로 식 (31), (32)로 정의된 PML 항(g_{yz} , g_{yx})이 추가되었으며, 식 (31), (32)에서 사용되는 계수들은 전계와 자계의 공간적 위치를 고려하여 ξ , ζ 가 각각 z , $k+1/2$ 혹은 x , $i+1/2$ 인 것을 제외하고는 식 (28), (29)와 동일하다. [그림 8]은 PML이 고려된 유한차분 시간영역법에 흐름도이며, [그림 9]는 PML 유무에 따른 2차원 구조에 대한 스냅샷이다.

III. 결 론

본 글에서는 유한차분 시간영역법 전자파 해석 기술이란 제목으로 Yee에 의해 소개된 유한차분 알고리즘 기반의 유한차분 시간영역법의 역사를 1966년을 기준으로 순차적으로 살펴보고, 유한차분 시간영역법에서 반드시 알고 있어야 하는 유한차분법, 중앙차분법 기반의 유한차분 시간영역법



[그림 8] PML이 고려된 유한차분 시간영역법의 흐름도



[그림 9] PML 유무에 따른 스냅샷

업데이트, 유한차분 시간영역법의 수치적 오차, 흡수경계조건의 순으로 개념적으로 기술하였다. 본 글의 작성 초기에는 유한차분 시간영역법과 관련된 대표적인 연구내용 위주로 내용을 서술하고자 하였으나, 관련 연구가 너무 방대하고 관련 연구 분야에 대한 사전지식을 갖고 있지 않으면 단지 소개로 끝날 수 있다는 생각으로 본 글의 방향을 유한차분 시간영역법을 처음 접하는 입문자도 편하게 접할 수 있도록 알기 쉽게 기술하고자 노력하였다.

최근 다양한 수치해석 기반의 상용툴이 개발되어 있고, 이를 이용한 해석을 대부분의 대학 및 연구소에서 수행하고 있지만, 상용툴을 구성하고 있는 수치해석 기법에 대한 알고리즘의 이해가 부족하여 해석 결과를 분석하는데 많은 어려움을 겪거나, 잘못된 계산 결과라도 이를 판단하지 못하는 경우를 많이 경험해왔다. 해석 결과에 대한 정확한 분석은 공학도가 공학에서 얻을 수 있는 즐거움 중의 하나이다. 어려운 알고리즘이라 하더라도 기본부터 접근한다면 어려움보다는 재미를 느낄 수 있으며, 이는 좀 더 발전된 연구내용을 완성해 나가는 원동력이 될 수 있다. 본 글을 접하는 독자들에게 무한한 가능성을 갖고 있는 수치해석 기법에 대한 기본 알고리즘을 이해함으로써 지금보다 더 즐거운 공학도의 길을 걸을 수 있게 되기를 희망한다.

참 고 문 헌

[1] A. Taflove, S. C. Hangess, *Computational Electrodynamics:*

The Finite-Difference Time-Domain Method, 3rd ed, Artech House, 2005.

- [2] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 3, pp. 302-307, 1966.
- [3] A. Taflove, "A perspective on the 40-year history of FDTD computational electrodynamics", *Applied Computational Electromagnetics Society(ACES) Conference*, Miami, Florida, Mar. 2006.
- [4] A. Taflove, M. E. Brodwin, "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 23, pp. 623-630, 1975.
- [5] A. Taflove, M. E. Brodwin, "Computation of the electromagnetic fields and induced temperatures within a model of the microwave-irradiated human eye", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 23, pp. 888-896, 1975.
- [6] R. Holland, "Threde: A free-field EMP coupling and scattering code", *IEEE Trans. Nuclear Sci.*, vol. 24, pp. 2416-2421, 1977.
- [7] K. S. Kunz, K. M. Lee. "A three-dimensional finite-difference solution of the external response of an aircraft to a complex transient EM environment I: The method and its implementation", *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.

- 20, pp. 328-333, 1978.
- [8] A. Taflove, "Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady-state electromagnetic penetration problems", *IEEE Trans. Electromagn. Comput.*, vol. 22, pp. 191-202, 1980.
- [9] G. Mur, "Absorbing boundary conditions of the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations", *IEEE Trans. Electromagn. Comput.*, vol. 23, pp. 377-382, 1981.
- [10] K. R. Umashankar, A. Taflove, "A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects", *IEEE Trans. Electromagn. Comput.*, vol. 24, pp. 397-405, 1982.
- [11] A. Taflove, K. R. Umashankar, "Radar cross section of general three-dimensional scatterers", *IEEE Trans. Electromagn. Comput.*, vol. 25, pp. 433-440, 1983.
- [12] Z. P. Liao, H. L. Wong, B. P. Yang, and Y. F. Yuan, "A transmitting boundary for transient wave analyses", *Scientia Sinica (series A)*, vol. XXVII, pp. 1063-1076, 1984.
- [13] W. Gwarek, "Analysis of an arbitrarily shaped planar circuit - A time-domain approach", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 33, pp. 1067-1072, 1985.
- [14] D. H. Choi, W. J. Hofer, "The finite-difference time-domain method and its application to eigenvalue problems", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 34, pp. 1464-1470, 1986.
- [15] G. A. Kriegsmann, A. Taflove, and K. R. Umashankar, "A new formulation of electromagnetic wave scattering using an on-surface radiation boundary condition approach", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 35, pp. 153-161, 1987.
- [16] T. G. Moore, J. G. Blaschak, A. Taflove, and G. A. Kriegsmann, "Theory and application of radiation boundary operators", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 1797-1812, 1988.
- [17] K. R. Umashankar, A. Taflove, and B. Beker, "Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 35, pp. 1248-1257, 1987.
- [18] A. Taflove, K. R. Umashankar, B. Beker, F. A. Harfoush, and K. S. Yee, "Detailed FDTD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 247-257, 1988.
- [19] T. G. Jurgens, A. Taflove, K. R. Umashankar, and T. G. Moore, "Finite-difference time-domain modeling of curved surface", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, pp. 357-366, 1992.
- [20] A. C. Cangellaris, C. C. Lin, and K. K. Mei, "Point-matched time-domain finite element methods for electromagnetic radiation and scattering", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 35, pp. 1160-1173, 1987.
- [21] V. Shankar, A. H. Mohammadian, and W. F. Hall, "A time-domain finite-volume treatment for the Maxwell equations", *Electromagnetics*, vol. 10, pp. 127-145, 1990.
- [22] N. K. Madsen, R. W. Ziolkowski, "A three-dimensional modified finite volume technique for Maxwell's equations", *Electromagnetics*, vol. 10, pp. 147-161, 1990.
- [23] D. M. Sullivan, O. P. Gandhi, and A. Taflove, "Use of the finite-difference time-domain method in calculating EM absorption in man models", *IEEE Trans. Biomed. Engrg.*, vol. 35, pp. 179-186, 1988.
- [24] X. Zhang, J. Fang, K. K. Mei, and Y. Liu, "Calculation of the dispersive characteristics of microstrips by the time-domain finite-difference method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 36, pp. 263-267, 1988.
- [25] J. Fang, "Time-domain finite difference computations for Maxwell's equations", Ph.D. dissertation, EECS Dept., Univ. of California, Berkeley, CA, 1989.
- [26] T. Kashiwa, I. Fukai, "A treatment by FDTD method of dispersive characteristics associated with electronic polarization", *Microwave Optics Tech. Lett.*, vol. 3, pp. 203-205, 1990.
- [27] R. Luebbers, F. Hunsberger, K. Kunz, R. Standler, and M. Schneider, "A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials", *IEEE Trans.*

- Electromagn. Compat.*, vol. 32, pp. 222-227, 1990.
- [28] R. M. Joseph, S. C. Hagness, and A. Taflove, "Direct time integration of Maxwell's equations in linear dispersive media with absorption for scattering and propagation of femtosecond electromagnetic pulses", *Optics Lett.*, vol. 16, pp. 1412-1414, 1991.
- [29] J. G. Maloney, G. S. Smith, and W. R. Scott, Jr., "Accurate computation of the radiation from simple antennas using the finite-difference time-domain method", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, pp. 1059-1065, 1990.
- [30] D. S. Katz, A. Taflove, M. J. Piket-May, and K. R. Umashankar, "FDTD analysis of electromagnetic wave radiation from systems containing horn antennas", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 1203-1212, 1991.
- [31] P. A. Tirkas, C. A. Balanis, "Finite-difference time-domain technique for radiation by horn antennas", *Proc. 1991 IEEE Antennas Propagat. Soc. Intl. Symp.*, vol. 3, pp. 1750-1753, 1991.
- [32] E. Sano, T. Shibata, "Fullwave analysis of picosecond photoconductive switches", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 372-377, 1990.
- [33] S. M. El-Ghazaly, R. P. Joshi, and R. O. Grondin, "Electromagnetic and transport considerations in sub-picosecond photoconductive switch modeling", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, pp. 629-637, 1990.
- [34] R. J. Luebbers, K. S. Kunz, M. Schneider, and F. Hunsberger, "A finite-difference time-domain near zone to far zone transformation", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 429-433, 1991.
- [35] P. M. Goorjian, A. Taflove, "Direct time integration of Maxwell's equations in nonlinear dispersive media for propagation and scattering of femtosecond electromagnetic solitons", *Optics Lett.*, vol. 17, pp. 180-182, 1992.
- [36] R. W. Ziolkowski and J. B. Jerkins, "Full-wave vector Maxwell's equations modeling of self-focusing of ultrashort optical pulses in a nonlinear Kerr medium exhibiting a finite response time", *J. Optical Soc. America B*, vol. 10, pp. 186-198, 1993.
- [37] R. M. Joseph, P. M. Goorjian, and A. Taflove, "Direct time integration of Maxwell's equations in 2-D dielectric waveguides for propagation and scattering of femtosecond electromagnetic solitons", *Optics Lett.*, vol. 18, pp. 491-493, 1993.
- [38] R. M. Joseph, A. Taflove, "Spatial soliton deflection mechanism indicated by FDTD Maxwell's equations modeling", *IEEE Photonics Tech. Lett.*, vol. 2, pp. 1251-1254, 1994.
- [39] W. Sui, D. A. Christensen, and C. H. Durney, "Extending the two-dimensional FDTD method to hybrid electromagnetic systems with active and passive lumped elements", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 724-730, 1992.
- [40] B. Toland, B. Houshmand, and T. Itoh, "Modeling of nonlinear active regions with the FDTD method", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 3, pp. 333-335, 1993.
- [41] V. A. Thomas, M. E. Jones, M. J. Piket-May, A. Taflove, and E. Harrigan, "The use of SPICE lumped circuits as sub-grid models for FDTD high-speed electronic circuit design", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 4, pp. 141-143, 1994.
- [42] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *J. Comp. Phys.*, vol. 114, pp. 185-200, 1994.
- [43] D. S. Katz, E. T. Thiele, and A. Taflove, "Validation and extension to three dimensions of the Berenger PML absorbing boundary condition for FDTD meshes", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 4, pp. 268-270, 1994.
- [44] C. E. Reuter, R. M. Joseph, E. T. Thiele, D. S. Katz, and A. Taflove, "Ultrawideband absorbing boundary condition for termination of waveguiding structures in FDTD simulations", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 4, pp. 344-346, 1994.
- [45] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an ab-

- sorbing boundary condition", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 1460-1463, 1995.
- [46] S. D. Gedney, "An anisotropic perfectly matched layer absorbing media for the truncation of FDTD lattices", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44, pp. 1630-1693, 1996.
- [47] Q. H. Liu, *The PSTD Algorithm: A Time Domain Method Requiring Only Two Grids Per Wavelength*, New Mexico State Univ., Las Curces, NM, Tech. Rept, NMSU-ECE96013, 1996.
- [48] Q. H. Liu, "The pseudospectral time-domain(PSTD) method: A new algorithm for solutions of Maxwell's equations", *Proc. 1997 IEEE Antennas Propagat. Soc. Intl. Symp.*, vol. 1, pp. 122-125, 1997.
- [49] O. M. Ramahi, "The complementary operators method in FDTD simulations", *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 39, pp. 33-45, Dec. 1997.
- [50] S. Dey, R. Mittra, "A locally conformal finite-difference time-domain algorithm for modeling three-dimensional perfectly conducting objects", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 7, pp. 273-275, 1997.
- [51] J. G. Maloney, M. P. Kesler, "Analysis of periodic structures", Chap. 6 in *Advances in Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, A. Taflove, (ed.), Norwood, Ma: Artech House, 1998.
- [52] A. S. Nagra, R. A. York, "FDTD analysis of wave propagation in nonlinear absorbing and gain media", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, pp. 334-340, 1998.
- [53] S. C. Hagness, A. Taflove, and J. E. Bridges, "Two-dimensional FDTD analysis of a pulsed microwave confocal system for breast cancer detection: Fixed-focus and antenna-array sensors", *IEEE Trans. Biomed. Engrg.*, vol. 45, pp. 1470-1479, 1988.
- [54] J. B. Schneider, C. L. Wagner, "FDTD dispersion revisited: Faster-than-light propagation", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol 9, pp. 54-56, 1999.
- [55] T. Namiki, "3-D ADI-FDTD method unconditionally stable time-domain algorithm for solving full vector Maxwell's equations", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol 48, pp. 1743-1748, 2000.
- [56] F. Zheng, Z. Chen, and J. Zhang, "Toward the development of a three-dimensional unconditionally stable finite-difference time-domain method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 1550-1558, 2000.
- [57] J. A. Roden, S. D. Gedney, "Convolutional PML(CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media", *Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 27, pp. 334-339, 2000.
- [58] T. Rylander, A. Bondeson, "Stable FDTD-FEM hybrid method for Maxwell's equations", *Comput. Phys. Comm.*, vol. 125, pp. 75-82, 2000.
- [59] M. Hayakawa, T. Otsuyama, "FDTD analysis of ELF wave propagation in inhomogeneous subionospheric waveguide models", *ACES J.*, vol. 17, pp. 239-244, 2002.
- [60] J. J. Simpson, A. Taflove, "Three-dimensional FDTD modeling of impulsive ELF propagation about the earth-sphere", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 52, pp. 443-451, 2004.
- [61] J. J. Simpson, R. P. Heikes, and A. Taflove, "FDTD modeling of a novel ELF radar for major oil deposits using a three-dimensional geodesic grid of the earth-ionosphere waveguide", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 52, pp. 1734-1741, 2006.
- [62] H. De Raedt, K. Michielsen, J. S. Kole, and M. T. Figge, "Solving the Maxwell equations by the Chebyshev method: A one-step finite difference time-domain algorithm", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 3155-3160, 2003.
- [63] I. Ahmed, E. K. Chua, E. P. Li, and Z. Chen, "Development of the three-dimensional unconditionally stable LOD-FDTD method", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 56, pp. 3596-3600, 2008.
- [64] Y. Taniguchi, Y. Baba, N. Nagaoka and A. Ametani, "An improved thin wire representation for FDTD computations", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 56, pp. 3248-3252, 2008.

- [65] R. M. S. de Oliveira, C. L. S. S. Sobrinho, "Computational environment for simulating lightning strokes in a power substation by finite-difference time-domain method", *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, pp. 995-1000, 2009.
- [66] F. I. Moxley III, T. Byrnes, F. Fujiwara, and W. Dai, "A generalized finite-difference time-domain quantum method for the N-body interacting Hamiltonian", *Comp. Phys. Comm.*, vol. 183, pp. 2434-2440, 2012.
- [67] F. I. Moxley III, D. T. Chuss, and W. Dai, "A generalized finite-difference time-domain scheme for solving nonlinear Schrödinger equations", *Comp. Phys. Comm.*, vol. 184, pp. 1834-1841, 2013.
- [68] K. S. Oh, J. E. Shutt-Anie, "An efficient implementation of surface impedance boundary conditions for the finite-difference time-domain method", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, pp. 660-606, 1995.
- [69] A. Bonderson, T. Rylander, and P. Ingerlström, *Computational Electrodynamics*, Springer, 2005.

≡ 필자소개 ≡

조 제 훈



2004년 2월: 대전대학교 통신공학과 (공학사)
 2006년 2월: 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과 (공학석사)
 2015년 2월: 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과 (공학박사)
 2015년 3월~2016년 8월: 한양대학교 Post- Doctoral Researcher

2016년 9월~현재: 한양대학교 연구교수
 [주 관심분야] 전자파 모델링, EMP/EMI/EMC 분석

정 경 영



1996년 2월: 한양대학교 전파공학과 (공학사)
 1998년 2월: 한양대학교 전자통신공학과 (공학석사)
 2008년 8월: 미국 Ohio State University 전기컴퓨터공학 (공학박사)
 1998년 1월~2001년 4월: 현대전자 전임연구원
 2001년 5월~2004년 5월: 팹텍엔큐리텔 전임연구원

2008년 8월~2009년 2월: 미국 Ohio State University 전기컴퓨터공학 Post-Doctoral Researcher
 2009년 3월~2011년 2월: 아주대학교 전자공학부 전임강사
 2011년 3월~2016년 2월: 한양대학교 융합전자공학부 조교수
 2016년 3월~현재: 한양대학교 융합전자공학부 부교수
 [주 관심분야] 전자파 수치해석, 인체 전자파 모델링, 안테나, EMI/EMC