

Technical Paper

DOI: <http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2017.21.6.103>

경계에서의 음향 임피던스 특성에 대한 연구 고찰

서성현^{a,*}

Brief Note on Acoustic Impedance Characteristics at Flow Boundaries

Seonghyeon Seo^{a,*}

^aDepartment of Mechanical Engineering, Hanbat National University, Korea

*Corresponding author. E-mail: shseo@hanbat.ac.kr

ABSTRACT

An increase in acoustic energy in a combustion chamber coupled with heat fluctuations from flame results in the occurrence of combustion instability. The assessment of combustion stability requires the prediction of acoustic energy variation by understanding the acoustical characteristics of flow boundaries in a combustion chamber. The present paper discusses about the characteristics of acoustic impedances at boundaries in terms of Strouhal number and summarizes theoretical analyses on the acoustic characteristics of injector-head-like configurations. Also, the details of the two-microphone measurement technique have been presented.

초 록

연소화염 열에너지와 결합된 음향에너지 증가는 연소 불안정성을 유발할 수 있다. 연소 안정성 예측을 위해서는 연소실 내부 유동 경계에서 음향특성을 파악해서 궁극적으로 음향에너지의 증가 여부를 파악하는 것이 필요하다. 본 논문에서는 연소기 헤드와 같은 유동 경계 형상에 대한 음향 특성을 연구한 기존의 주요 분석적 결과를 정리하여, Strouhal 수로 표현되는 경계면 음향 임피던스 특성을 알아보았다. 또한 이중 마이크로폰을 활용한 실험적 방법을 통해 경계 음향 임피던스 특성에 대한 이론적/해석적 결과를 검증하기 위한 기법을 조사 정리하였다.

Key Words: Combustion Instability(연소 불안정), Acoustic Impedance(음향 임피던스), Absorption Coefficient(흡수 계수), Two Microphone Measurement(이중마이크로폰계측)

1. 서 론

높은 압력과 온도에서 작동하는 연소기는 연소실 내부 연소 화염과 압력 섭동 결합의 결과로 발생할 수 있는 연소 불안정에 취약하다는 것은 잘 알려진 사실이다[1,2]. 연소기 연소실 내

부에서 발생하는 압력 섭동 에너지 증가량이 감쇠량을 넘어서는 경우 결과적으로 연소불안정이 발생한다. 압력 섭동 에너지 감쇠는 크게 점성, 난류, 전도, 연료 분포, 액체 연료의 기화와 연소 특성 그리고 연소실 경계에서 압력파의 투과 및 반사 특성 등에 많은 인자의 복합적 결합에 의해 결정된다[3].

연소 불안정 현상은 여러 가지 단위 현상이 결합된 매우 복잡한 비선형 물리 현상으로 그동안 많은 연구가 여러 분야에 다양한 방법으로 이루어져 왔으며, 현재도 연소화염과 압력 섭동 사이의 에너지 교환 메커니즘 파악을 위한 압력 섭동에 대한 열 발생 섭동 규명에 대한 연구가 다수 진행되고 있는 상황이다.

여러 가지 연구 중에서 상대적으로 기존의 연소장치에서 보다 음향 에너지 소산 경로가 한정되어 있는 현대의 고성능 연소기 내부에서 유동 경계에서 음향 에너지가 소산되는 음향적 특성을 파악하고자 하는 연구가 활발하게 진행되고 있다[4].

본 논문은 특정한 연소기 분사기 헤드의 형상을 일반화한 경우라고 볼 수 있는 다공판 샤워 헤드(shower head)가 가지는 음향학적 특성에 관한 기존의 분석적 연구 결과와 이와 같은 경계에서 음향 투과와 반사에 대한 음향학적 특성 파악을 위해 필요한 실험적 연구 방법에 대해 논의하고자 한다. 궁극적으로 이와 같은 이해를 통해 연소실 내부 유동 경계에서 음향 특성에 대한 향후 연구 개발 방향을 제시하고자 한다.

2. 본 론

2.1 뒷쪽이 막힌 얇은 다공판(Backed Perforated Thin Plate)

특정 연소기의 충돌형 분사기 헤드(injector head)의 형상을 단순화시켜 본다면 매니폴드에서 분사공(injection hole)을 통해 추진제가 분사되는 샤워 헤드 형태라 볼 수 있다. 연소를 고려하지 않은 가정 하에서 이와 같은 형상을 단순화시킨 구성의 단면은 Fig. 1과 같다. 즉 고정판

(rigid plane)과 얇은판(thin plate) 사이의 공간으로 이루어지는 매니폴드에서 추진제가 반지름 R 을 갖는 구멍을 통해 분출되는 형태이다. 분사공을 모사하는 다수의 구멍(aperture)을 통해 유동이 분출되는 경계에서 압력과 감쇠(반사)특성을 이론적으로 살펴보면 다음과 같다.

Fig. 1에서 고정판 앞에 위치한 다공판의 두께가 매우 얇다는 가정 하에, Eq. 1에서와 같이 compliance라는 개념을 도입한다[5].

$$\eta \equiv \frac{\partial p}{\partial x} / \left(\lim_{x \rightarrow +0} p(x) - \lim_{x \rightarrow -0} p(x) \right) \quad (1)$$

위 식에서 또한 원형 구멍이 정사각형 배열로 되어 있을 경우, compliance, η 는 Eq. 2에서와 같이 표현될 수 있다[6].

$$\eta = \frac{2R}{d^2} \chi = \frac{2R}{d^2} (\gamma - i\delta) \quad (2)$$

위 식에서 d 는 Fig. 1과 같이 구멍 중심간 거리이다.

Eq. 2의 괄호 안 허수부와 실수부 인자는 아래 Eq. 3과 같이 Strouhal 수 ($St = \omega R / U = 2\pi f R / U$, f 는 주파수)에 의한 함수로 표현된다[7]. 아래 식에서 I_1 과 K_1 은 modified Bessel 함수이다.

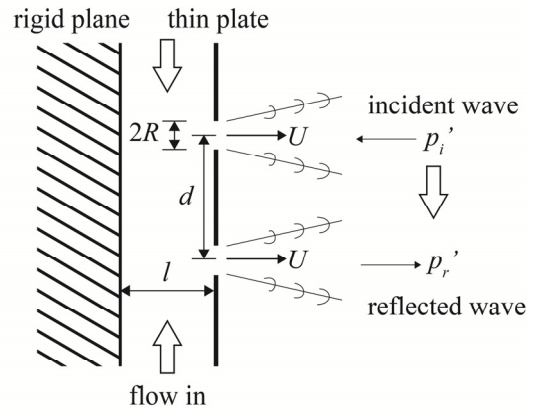


Fig. 1 Schematic of a backed perforated thin plate with flow coming out of apertures.

$$\gamma = \frac{A(St)}{C(St)}, \delta = \frac{B(St)}{C(St)} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} A(St) &= (I_1(St))^2(1+1/St) + (4/\pi^2)e^{2St} \\ &\times \cosh(St)(K_1(St))^2[\cosh(St) - \sinh(St)/St] \\ B(St) &= (2/(\pi St))I_1(St)K_1(St)e^{2St} \\ C(St) &= (I_1(St))^2 + (4/\pi^2)e^{2St}(\cosh(St))^2(K_1(St))^2 \end{aligned}$$

앞에서 나열한 제한 조건과 더불어 고정판에서 직각 속도가 존재하지 않으며, 얇은판에서 연속조건을 활용하여 선형운동량방정식을 풀어낸다. 그 결과로 얇은판에서 음향파 반사 특성을 정량적으로 나타내는 reflection coefficient(R_c)을 Eq. 4와 같이 표현할 수 있다.

$$R_c = \frac{D(St)}{E(St)} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} D(St) &= (Q/\chi) - i(2Rl/d^2)^{1/2}Q^{1/2} \\ &- (2Rl/d^2)^{1/2}Q^{1/2}/\tan((2Rl/d^2)^{1/2}Q^{1/2}) \\ E(St) &= (Q/\chi) + i(2Rl/d^2)^{1/2}Q^{1/2} \\ &- (2Rl/d^2)^{1/2}Q^{1/2}/\tan((2Rl/d^2)^{1/2}Q^{1/2}) \end{aligned}$$

위 식에서 l 은 고정판과 얇은 판간 거리이며, Q 는 resonance parameter($(k_0d)^2l/(2R)$)로 정의되며, 가진 주파수(excitation frequency)가 Helmholtz 주파수와 일치할 때 그 값이 1이 된다.

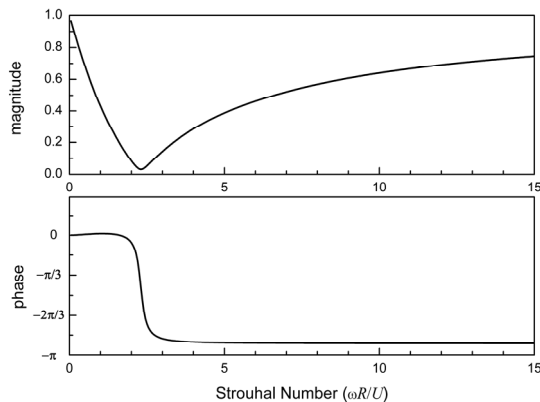


Fig. 2 Reflection coefficient as a function of strouhal number at $Q=1$ and $2Rl/d^2=0.2$.

위 식들에서 Strouhal 수는 압력파의 주파수를 내포하고 있으며 따라서 Eq. 4에서 reflection coefficient는 압력파의 주파수 또는 Strouhal 수에 의한 함수임을 알 수 있다. Q 값이 1인 경우에 대해 Fig. 2에서와 같이 reflection coefficient의 크기와 위상을 살펴보면, 저주파의 경우 주파수 증가에 따라 급격히 반사 크기가 감소하고, 위상이 영의 값에서 절대 값이 최소인 Strouhal 수 값에서 -180 도로 급격히 감소하여 근접하는 것을 볼 수 있고, 주파수 증가에 따라 절대값은 완만하게 증가하되 위상은 동일한 값이 유지된다.

Reflection coefficient로부터 absorption coefficient을 $1 - |R_c|^2$ 와 같이 정의하면 $Q=0.5, 1, 1.5$ 조건에 대해 Fig 3, 4, 5와 같이 Strouhal 수 변화에 따라 그래프를 생성할 수 있다.

여기서 구멍이 고정판과 구성하는 실린더의 측면 면적($2\pi Rl$)과 구멍 사이 정사각형 면적(d^2) 비에 따라 absorption coefficient 변화를 확인할 수 있다. Resonance parameter가 1보다 작을 경우에는 면적비가 증가할수록 absorption 최댓값은 증가하고, Helmholtz 공명기로 조화를 이룰 시에는 면적비가 감소할수록 넓은 주파수 대역에서 폭 넓은 높은 감쇠가 이루어진다. Helmholtz 공명기는 복합 소리신호에서 특정 주파수를 갖는 소리의 세기를 증폭시키거나 억제하는 역할을 한다.

Helmholtz 공명기는 Resonance parameter가 1보다 클 경우는 면적비 증가에 따라 최대 absorption coefficient값은 감소하고 감쇠대역이 증가하는 경향을 보인다.

2.2 유한 두께를 갖는 다공판(Perforated Plate with Finite Thickness)

앞에서는 연소실 내부의 압력 섭동으로 표현되는 음향 에너지를 감쇠시키기 위해서 활용될 수 있는 Helmholtz 공명기의 특성을 가지는 liner 형상에 대한 것이었는데, plate의 두께가 극미(infinitesimal)인 경우에 한정된 것이다. Fig. 6에서와 같이 반면에 plate의 두께가 유한한 값을 갖는 경우, 실제 샤워 헤드 형태를 갖는 분사기의 경우가 이에 해당한다.

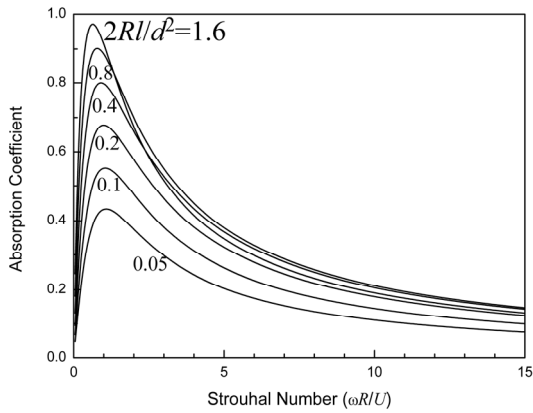


Fig. 3 Absorption coefficient as a function of strouhal number at $Q=0.5$.

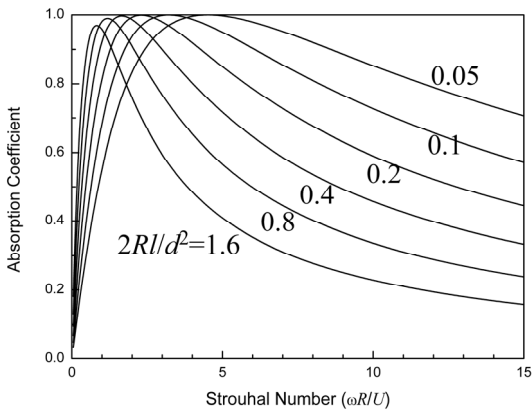


Fig. 4 Absorption coefficient as a function of strouhal number at $Q=1$.

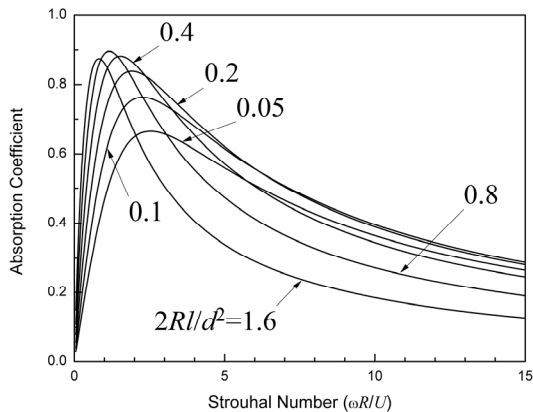


Fig. 5 Absorption coefficient as a function of strouhal number at $Q=1.5$.

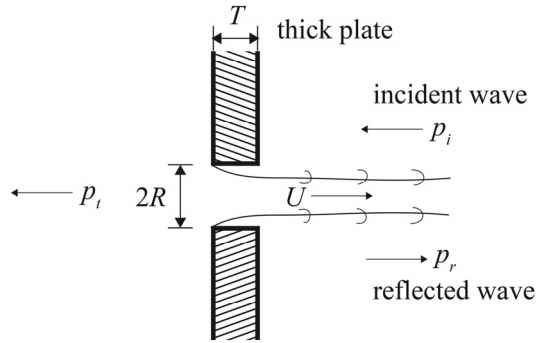


Fig. 6 Aperture of a finite thickness plate with flow.

이와 같은 경우에 ρc 로 나눈 정규화된 음향 임피던스, z 를 분석적으로 도출해내면 Eq. 5와 같이 표현된다[8].

$$z = \left(\frac{\pi k R}{2\sigma} \right) \left(\frac{\delta}{\gamma^2 + \delta^2} - i \frac{\gamma}{\gamma^2 + \delta^2} \right) - i \frac{k T}{\sigma} \quad (5)$$

Eq. 5에서 $k = 2\pi f/c$ 는 파수(wave number)이고, σ 는 구멍 대비 플레이트 면적비이다. 구멍 두께에 의한 임피던스 변화 효과는 위 식의 마지막 항에 의해서 나타내어지는데, 허수부에 해당하는 임피던스 reactance에만 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

유한한 두께를 갖는 orifice plate의 임피던스의 실수부인 resistance와 허수부인 reactance를 $T=1.5R$ 경우에 대해 Strouhal 수에 관해서 그래프를 그려 보면 Fig. 7과 같은 결과를 얻는다. 이 그래프를 살펴보면 임피던스 reactance 값이 울기가 resistance 값 대비 Strouhal 수 증가에 따라 감소하는 변화가 완만함을 확인할 수 있다.

2.3 음향 임피던스 측정

앞에서는 경계에서의 음향학적 특성을 분석적 방법으로 접근하였다. 그러나 이 방법은 한계가 있기 때문에 실제 실험을 통해 어떤 경계의 음향학적 특성을 파악하기 위해 대표적인 음향 임피던스를 측정할 필요가 발생한다. 이를 위해서 현재까지는 이중 마이크로폰 방법이 널리 활용되고 있다[9-12]. 특히 앞의 모델링 경우에서와

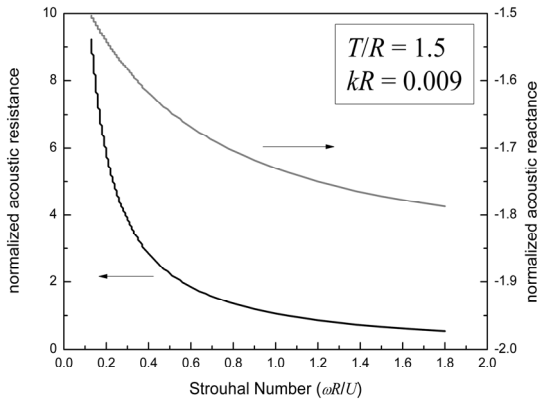


Fig. 7 Normalized specific acoustic resistance and reactance as a function of Strouhal number at $T/R = 1.5$ and $kR = 0.009$.

같이 Fig. 8처럼 임피던스 튜브 내부에 유동이 존재할 경우에 대해서 본 방법의 바탕이 되는 분석적 근거를 살펴보면 다음과 같다.

앞에서와 같이 임피던스 튜브 내에 좌측과 우측으로 진행되는 압력파에서 임피던스 측정대상으로 다가가는 압력파를 입사파(incident wave), 반사된 압력파를 반사파(reflected wave)라 하면, Eq. 6과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} p_i(x,t) &= A_i(t)e^{i(\omega t - k_i x)} \\ p_r(x,t) &= A_r(t)e^{i(\omega t + k_r x)} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 A_i , A_r 는 압력파의 진폭이다. 또한 wave 수, k_i , k_r 는 임피던스 튜브내의 음속에 상대적인 유동속도, v 를 고려하여 Eq. 7과 같이 표현된다.

$$k_i = \frac{\omega}{c+v}, k_r = \frac{\omega}{c-v} \quad (7)$$

그리고 해당하는 입자 속도는 Eq. 8과 같이 표현된다. 입자 속도는 압력파가 투과되는 유체의 덩어리의 속도이므로 유동 속도로 볼 수 있다.

$$u_i = \frac{p_i}{\rho c}, u_r = -\frac{p_r}{\rho c} \quad (8)$$

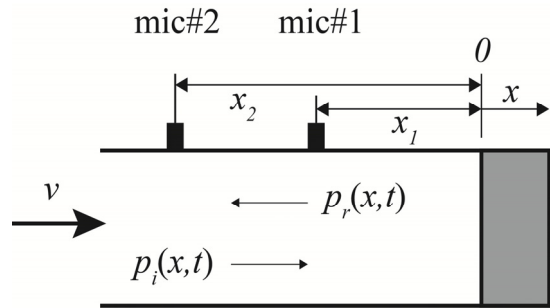


Fig. 8 Impedance measurement using two microphones.

임피던스 내부 특정 위치에서 압력파와 입자 속도는 입사와 반사 부분을 합한 값이 된다. 특히 $x=0$ 일 때 입사와 반사파를 $a(t)$, $b(t)$ 라 하면, 음향 임피던스 값을 파악하고자 하는 경계에서의 압력파와 입자속도는 Eq. 9와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} p(0,t) &= a(t) + b(t) \\ u(0,t) &= \frac{1}{\rho c}(a(t) - b(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

선형 이론에 따르면, 음향 임피던스, $Z_n(f)$ 는 Eq. 10과 같이 압력파와 입자 속도간의 cross-spectral density(\hat{S}_{pu})와 power spectral density(\hat{S}_{uu})로 표현된다. 그리고 Eq. 9에서의 관계를 활용하여, $a(t)$, $b(t)$ 의 density(\hat{S}_{aa} , \hat{S}_{bb} , \hat{S}_{ab})로 다음의 수식에서와 같이 정리되어 표현된다.

$$\begin{aligned} Z_n(f) &= \frac{1}{\rho c} \frac{\hat{S}_{pu}(f)}{\hat{S}_{uu}(f)} \\ &= \frac{\hat{S}_{aa}(f) - \hat{S}_{bb}(f) - i2\hat{Q}_{ab}(f)}{\hat{S}_{aa}(f) + \hat{S}_{bb}(f) - 2\hat{C}_{ab}(f)} \\ & \quad (\hat{S}_{ab}(f) = \hat{C}_{ab}(f) + i\hat{Q}_{ab}(f)) \end{aligned} \quad (10)$$

위의 수식에서 $a(t)$, $b(t)$ 의 spectral density 항들이 실제 압력센서 측정값의 spectral density로 표현되며, 아래의 관계에서 Eq. 11에서 필요한 spectral density 값들을 구해 최종적으로 임피던스 값을 구하게 된다.

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_{aa} \\ \hat{S}_{bb} \\ \hat{C}_{ab} \\ \hat{Q}_{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & m_{13} & m_{14} \\ 1 & 1 & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{S}_{11} \\ \hat{S}_{22} \\ \hat{C}_{12} \\ \hat{Q}_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} m_{13} &= 2\cos((k_i + k_r)x_1) \\ m_{14} &= 2\sin((k_i + k_r)x_1) \\ m_{23} &= 2\cos((k_i + k_r)x_2) \\ m_{24} &= 2\sin((k_i + k_r)x_2) \\ m_{31} &= \cos((x_1 - x_2)k_i) \\ m_{32} &= \cos((x_1 - x_2)k_r) \\ m_{33} &= \cos(k_r x_1 + k_i x_2) + \cos(k_i x_1 + k_r x_2) \\ m_{34} &= \sin(k_r x_1 + k_i x_2) + \sin(k_i x_1 + k_r x_2) \\ m_{41} &= -\sin((x_1 - x_2)k_i) \\ m_{42} &= \sin((x_1 - x_2)k_r) \\ m_{43} &= -\sin(k_i x_1 + k_r x_2) + \sin(k_r x_1 + k_i x_2) \\ m_{44} &= \cos(k_i x_1 + k_r x_2) - \cos(k_r x_1 + k_i x_2) \\ \hat{S}_{12}(f) &= \hat{C}_{12}(f) + i\hat{Q}_{12}(f) \end{aligned}$$

Eq. 11에서 $a(t), b(t)$ 에 대한 spectral density 값들을 구하고, Eq. 10을 통해 원점 위치에서의 음향 임피던스를 간접적으로 산출하게 된다.

3. 결 론

연소실 내부에서 연소 열에너지의 특정한 변환에 의해 결합된 음향에너지 증가는 연소 불안정성을 유발한다. 음향에너지의 소산을 예측하여, 궁극적인 음향에너지의 증가 여부를 예측하는 것이 필요하다. 이를 위해서는 연소실 경계에서의 압력과 반사와 통과특성을 파악해야한다. 본 논문에서는 기존의 주요 분석적 연구결과를 정리하여, Strouhal 수로 표현되는 경계면 임피던스 특성을 알아보았다. 또한 실험적 방법을 통해 이론적/해석적 결과를 검증하기 위한 기법에 대한 정리를 실시하였다. 향후 좀 더 이해도를 높이기 위한 연구 방향으로 유동간 열전달을 고려한 실험, 구멍이 파장 대비해서 무시할 수

없는 정도의 크기를 가질 때 등의 실험이 필요하다. 또한 선형 이론을 적용할 수 없는 압력과 가진 조건에서의 연구도 지속적으로 필요하다고 본다.

후 기

본 연구는 국립한밭대학교 교내 교육연구학생 지도비 사업에 의해 지원받았습니다.

References

1. Lieuwen, T.C. and Yang, V., "Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 210, pp. 3-26, 2005.
2. Yang, V. and Anderson, W. "Liquid Rocket Engine Combustion Instability," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 169, pp. 3-37, 1995.
3. Seo, S., "Characteristics of High-Frequency Combustion Instabilities Occurring in Combustion Devices," *Journal of Korean Society of Combustion*, Vol. 17, No. 1, pp. 30-36, 2012.
4. Seo, S. and Park, Y.J., "Current Research Status on Flame Response Characteristics to Flow Disturbances," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 18, No. 5, pp. 87-94, 2014.
5. Leppington, F.G., "The Effective Compliance of Perforated Screens," *Mathematika*, Vol. 24, Issue 2, pp. 199-215, 1977.
6. Hughes, I.J. and Dowling, A.P., "The Absorption of Sound by Perforated Linings," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 218, pp. 299-335, 1990.
7. Howe, M.S., "On the Theory of Unsteady High Reynolds Number Flow through a

- Circular Aperture," *Proceeding of Royal Society of London A*, Vol. 366, No. 1725, pp. 205-223, 1979.
8. Jing, X. and Sun, X., "Effect of Plate Thickness on Impedance of Perforated Plates with Bias Flow," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 9, pp. 1573-1578, 2000.
 9. Seybert, A.F. and Ross, D.F., "Experimental Determination of Acoustic Properties Using a Two-Microphone Random-Excitation Technique," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 61, No. 5, pp. 1362-1370, 1977.
 10. Seybert, A.F., "Two-Sensor Methods for the Measurement of Sound Intensity and Acoustic Properties in Ducts," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 83, No. 6, pp. 2233-2239, 1988.
 11. Chung, J.Y. and Blaser, D.A., "Transfer Function Method of Measuring In-Duct Acoustic Properties. I. Theory," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 68, No. 3, pp. 907-913, 1980.
 12. Chung, J.Y. and Blaser, D.A., "Transfer Function Method of Measuring In-Duct Acoustic Properties. II. Experiment," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 68, No. 3, pp. 914-921, 1980.