대한수학교육학회지 <학교수학> 제 18 권 제 3 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 18, No. 3, 711 ~ 731. Sep 2016

중등 수학 예비교사의 미분계수 과제 변형

김 하 림* · 이 경 화**

본 연구에서는 중등 수학 예비교사가 교과서의 수학 과제(Mathematical task)를 어떻게 변형하는지 그리고 그 과정에서 예비교사들이 어떤 학습 기회를 가지는지 조사하였다. 이를 위하여 교과서의 미분계수 단원에서 과제를 선정하고 5명의 예비교사를 대상으로 과제 변형 활동을 실시하여 분석한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 첫째, 과제는 인지적 노력 수준을 유지하거나 높이는 방향으로 이루어졌으며 이러한 경향은 예비교사들이 미분계수의 개념적 이해를 추구하는 가운데 나타났다. 둘째, 과제 변형 활동은 예비교사들에게 다양한 학습기회를 제공하였다. 예비교사들은 교육과정과 교과서의 의도를 파악하기 위해 노력하였고, 학생의 반응을 예측하는 것의 중요성을 알게 되었으며, 협업과 반성적 사고의 기회를 가졌다.

Ⅰ. 서 론

수학 교사로서의 전문성 신장은 예비 수학 교사 교육의 쟁점 중 하나이다. 수학 교사에게 요구되는 다양한 전문성 가운데 수학 과제(Mathematical Task)를 다루는 것과 관련된 교사의 전문성이 꾸준히 강조된 바 있다. 과제는 학생이 과제를 해결함으로써 얻게 되는 성과, 과제 해결을 위해 사용하는 개념, 조작 활동, 자료를 결정한다 (Doyle, 1983). 즉, 수학 과제는 학생이 무엇을 학습하는지를 결정함으로써 학생의 학습에 영향을 주기 때문에, 수학 학습에 있어 핵심적인 요소로서 간주될 수 있다. 수학 과제 자체가 수학 학습에 영향을 주기도 하지만, 교사가 과제를 선택하고 과제를 교실에서 실제로 사용하는 방식 또한 학생의 수학 학습을 결정하는 중요한 요소가 된다(Steinbring, 1998). 이에 수학 과제를 이해하고 다루는 교사의 능력은 필수적이라 할 수 있으며, 선행연구들은 교사가 과제를 개발하고 구성하는 능력(강현영 외, 2011), 잠재적으로 유용한 과제를 선택하고 과제를 학습 기회로 전환(conversion)하는 능력(Sullivan, Clarke, & Clarke, 2009), 인지적 노력 수준(levels of cognitive demand)이 높은 과제를 설정하고 실행하는 능력(김성희 · 방정숙, 2005), 교과서의 과제를 인지적 노력 수준에 따라 이해하고 변형하는 능력(김대영 · 김구연, 2014; 김정은 · 이수진 · 김지수, 2015)을 갖추어야 한다고 제안한다.

최근 교사의 과제 변형 능력이 강조되는 데에는 우리나라 수학 교과서에 포함된 대부분의 과제가 낮은 인지적 수준이라는 사실에 부분적으로 원인이 있다. 교과서는 교육과정의 지침에 맞게 교육활동을 체계적으로 실현할 수 있도록 구조화된 핵심적인 자료이다. 김민혁(2013)의 연구는 실제 우리나라 현직 교사들이 수업 목표, 수

* 서울대학교 대학원, hlkim825@snu.ac.kr (제1 저자)
** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr (교신저자)

업 내용, 평가 내용을 선정할 때 교과서를 가장 많이 사용하며, 교과서를 교실 환경 및 상황에 따라 재구성하여 활용하고 있음을 보여준다. 따라서 교과서에 포함된 과제는 우리나라의 수학 수업에서 중요한 요소라 할 수 있다. 그러나 Stein & Smith(1998)의 수학 과제 분석 가이드(Mathematics Task Analysis Guide)에 따라 2007 개정 교육과정 교과서의 수학 과제를 분석한 연구(김미희 · 김구연, 2013)에 의하면 교과서는 교육과정의 목표를 달성하는 데 어려움을 야기한다. 교과서에 포함된 대부분의 수학 과제가 낮은 인지적 수준을 요구하여 학생의 개념적 이해를 제한하는 원인이 되기 때문이다. 이와 같은 주장은 2007, 2009 개정 수학과 교육과정 시기에 진행된 과제 관련 연구들에서 일관되게 나타난다(김대영 · 김구연, 2014; 김정은 · 이수진 · 김지수, 2015). 2009 개정 수학과 교육과정에서는 미래 사회 구성원에 필요한 핵심 역량인 창의적 사고 능력, 문제 해결 능력, 정보처리 능력, 의사소통 능력 증진을 위해 수학적 추론, 수학적 문제해결, 수학적 의사소통을 추구할 것을 권하고 있다(교육과학기술부, 2011). 이는 기계적인 알고리즘의 수행을 요구하는 낮은 인지적 노력 수준의 과제로는 실현되기 어렵기 때문에 교사가 이를 인식하고 높은 인지적 노력 수준의 과제로 변형할 수 있어야 한다.

한편, 과제의 다양한 측면에 초점을 두고 변형을 강조한 연구들에 의하면, 교사는 다양한 형태로 변형된 과제들이 학생에게 어떤 학습 기회를 제공하는지 알 필요가 있으며 이를 탐구하는 과정은 교사의 전문성 신장의 기회가 된다. Zaslavsky(1995)는 교사가 열린 형태로 변형된 과제를 탐구함으로써 수학 개념을 깊이 탐구할 수 있음을 보여주었고, 이러한 기회를 학생에게도 제공하기 위해 교사가 과제를 변형할 수 있음을 언급하였다. Prestage & Perks(2007)는 닫힌 형태의 과제에서 단지 조건을 변형하는 것만으로도 학생들의 수학적 사고를 촉진할 수 있다는 점, 예비교사가 변형된 과제에 의해 야기되는 교사와 학생의 사고를 예측함으로써 교수활동에 대한 전문성을 개발할 수 있다는 점을 제시하였다. Lee, Lee, & Park(2013)은 예비교사들이 스스로의 의도를 반영하여 교과서의 과제를 어떻게 변형하는지, 과제를 변형하면서 어떤 교사 지식을 사용하는지 밝혀내었다.

선행연구들은 열린 형태의 질문, 조건 등 과제의 한 가지 측면에 주목하거나 예비교사에게 일회성의 변형 기회를 제공한 경향이 있다. 즉, 과제 분석과 변형, 반성의 기회를 반복적으로 제공함으로써 나타나는 변형된 과제를 자세히 살펴보고, 이러한 과정이 제공할 수 있는 예비교사의 학습 기회를 살펴본 연구는 부족하다.

이에 본 연구에서는 교과서에 제시된 일련의 과제들을 과제체계(System of tasks)로 규정한 다음, 예비교사들이 교육과정의 목표와 교과서의 학습 목표를 고려하여 이 과제들을 변형하고 반성하고 재 변형하는 기회를 제공하였다. 이로써 예비교사들이 과제를 어떻게 변형하는지 자세히 분석하고 이러한 과정이 예비교사들에게 어떤 학습 기회를 제공하였는지 설명한다. 본 연구는 사범대학의 수업에서 진행된 연구의 일부로, 미분계수 단원의 과제를 변형한 예비교사들의 활동에 집중한다. 이를 위한 연구문제는 다음과 같다. (1) 예비교사들은 교과서의 과제를 어떻게 변형하는가? (2) 과제 변형은 예비교사들에게 어떠한 학습 기회를 제공하는가?

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학 과제의 분류 기준

Stein, Grover, & Henningsen(1996)은 과제를 “학생이 수학적 아이디어에 주목하도록 하는 것을 목적으로 하는 교실 활동의 일부”로 정의한다(p. 460). Doyle(1983)은 “과제가 학습자로 하여금 내용의 특정 측면에 주목하게 하며 정보 처리 방식을 특징지음으로써 학습에 영향을 미친다”(p. 161)고 하였다. 즉, 과제는 학생이 학습하는 수학적 내용뿐만 아니라 학생이 수학을 이해하고, 활용하고, 수학적으로 사고하는 방식을 결정하는 역할을 하는 교실 활동의 중요한 요소라 할 수 있다. 이러한 관점에서 학생이 과제에 참여함으로써 경험하게 되는 수학과 수학적 사고 방식은 과제를 특징짓는다. Stein & Smith(1998)는 이러한 관점을 유지하여 학생이 과제를 통해 구성하는 수학적 산물과 그에 이르는 과정을 과제의 중요한 측면으로 보고 수학 과제를 인지적 노력 수준으로 구분하였다.

이들은 인지적 노력 수준에 따라 과제를 낮은 수준의 과제(Low Level Tasks)와 높은 수준의 과제(High Level Tasks)의 두 수준으로 나누고, 낮은 수준의 과제를 다시 암기형 과제(Memorization Tasks[M]), 연계 없는 절차형 과제(Procedures without Connections Tasks[PNC])로, 높은 수준의 과제를 다시 연계 있는 절차형 과제(Procedures with Connections Tasks[PWC]), 수학 행하기 과제(Doing Mathematics Tasks[DM])로 나눈다. 각 유형의 특성은 다음과 같다.

M 과제는 이전에 학습한 사실, 규칙, 공식, 정의 등을 기억하게 하고 재생하게 하는 과제이다. 이 과제는 절차가 아예 존재하지 않거나 단순한 공식의 적용만으로 해결이 가능할 만큼 절차가 매우 짧다. PNC 과제는 과제 해결에 이용되는 절차가 그 기초가 되는 개념이나 의미 이해와 연계가 없는 과제이다. 알고리즘 또는 절차 자체가 과제의 초점이 되며, 과제에서 특정 절차를 사용하도록 명시하거나 이전의 경험 또는 과제의 배열에 따른 절차의 사용이 분명하다. PWC 과제는 과제를 해결하기 위해 절차를 사용하지만 그 절차의 기초가 되는 개념이나 의미와 연계가 되는 과제이다. 이 과제는 절차의 수행을 명시적으로 또는 암시적으로 안내하기는 하지만 학생들이 수학적 개념과 아이디어를 보다 깊이 이해하도록 하는 데 초점을 둔다. 학생들은 과제가 포함하는 내용의 개념적인 측면을 생각하지 않고서는 그 절차를 따를 수 없으며 개념적인 아이디어를 활용해야 한다. 기호, 식, 그래프, 표와 같은 수학적 대상의 다양한 표현을 요구하며 이들 사이의 관계를 강조하는 과제도 여기에 포함된다. DM 과제는 복잡한 비알고리즘적인 사고를 요구한다. 이 유형의 과제는 대부분 접근 방법이 명확하지 않고 모호하며 예측을 어렵게 한다. 이러한 과제를 해결하기 위해 학생들은 관련된 지식을 스스로 떠올려보고 이를 적절하게 활용할 수 있어야 한다. 또는 과제를 분석하고 해결 전략과 해법을 제한하는 과제의 조건을 능동적으로 조사하여야 한다. 즉, 학생들은 과제를 해결하면서 수학적인 개념과 개념들 간의 관계를 이해하고 탐구해야 하며 그 과정에서 자신의 인지적인 과정을 점검하고 조정해야 한다.

과제의 인지적 노력 수준은 과제가 학생의 학습에 이르는 동안 변할 수 있다. Stein, Grover, & Henningsen(1996)은 수학 과제 프레임워크(Mathematical Task Framework)을 통해 수학 과제가 수업을 통해 학생의 학습으로 이어지는 과정을 제시하였다. 이 프레임워크에서 수학 과제는 학생의 학습이 이루어지기까지 세 단계를 거친다. 첫 번째 단계의 과제는 교과서나 교사용 지도서와 같은 교육과정 자료에 제시된 문서화된 형태의 과제를 의미한다. 두 번째 단계의 과제는 문서로 제시된 과제를 교사가 교실에서 설정(set up)한 형태의 과제이다. 세 번째 단계의 과제는 학생에 의해 실행된 형태의 과제를 의미한다. 첫 번째 단계에

서 두 번째 단계로 이동할 때 과제는 교사의 수업 목표, 교사의 교과 내용 지식, 교사의 학생에 대한 지식의 영향을 받는다. 두 번째 단계에서 세 번째 단계로 이동할 때 과제는 교실 규범, 과제의 조건, 교사의 수업 방식과 성향, 학생의 학습 방식과 성향의 영향을 받는다. 이와 같은 여러 영향에 의해 높은 인지적 노력 수준의 과제는 교실에서 교사의 설정이나 학생의 실행에서 그 수준이 유지되거나 보다 낮은 수준으로 변화한다. 이러한 점에서 교사와 학생은 주어진 과제를 그저 수행하는 것이 아니라 능동적으로 과제를 구성하고 해결한다는 관점을 가질 필요가 있다(김성희・방정숙, 2005).

2. 과제를 통한 전문성 추구

수학 과제는 현직교사 또는 예비교사의 전문성 개발을 위해 다양한 방식으로 사용되어 왔다. Zaslavsky(1995)의 연구는 교사가 주어진 과제를 변형하여 학생에게 새로운 학습 기회를 제공할 수 있다는 가능성을 보여준다. Zaslavsky는 표준적인 과제를 열린 형태의 과제로 변형하였을 때 교사들에게 제공할 수 있는 탐구 기회가 어떤 것인지를 관찰하였다. 열린 형태의 과제는 교사가 이미 알고 있는 교육과정 수준의 친숙한 주제를 더 깊이 탐구하고 반성하게 함으로써 강력한 학습 기회를 제공하였다. 나아가 교사들은 교과서의 표준적인 과제들을 열린 형태의 과제들로 만들어낼 수 있었다.

Prestage & Perks(2007)는 닫힌 형태의 원본 과제와 여기에서 조건이 추가, 삭제, 변형된 과제를 예비교사들로 하여금 비교하도록 하고, 각 과제를 해결하기 위해 학생이 스스로 결정해야 하는 것과 과제를 학생에게 적용할 때 교사가 결정해야 하는 것을 추측하게 하였다. 예비교사들은 변형된 과제가 학생과 교사의 결정을 어떻게 제한하고 확장하는지를 확인하였다. 나아가 이들은 스스로 과제의 조건을 변형하여 다양한 과제들을 만들어낼 수 있었다. 저자들은 학생의 학습이 일어남에 따라 교사가 즉각적으로 과제를 변형하여 적절한 학습 기회를 제공할 수 있는 것이 교사들에게 필요한 전문성임을 강조한다.

Lee, Lee, & Park(2013)은 예비교사들이 교과서의 과제를 변형할 때 보이는 패턴과 과제 변형 시 사용되는 교사 지식을 분석하였다. 예비교사들은 과제의 조건, 질문, 현실 맥락 중에서 한 가지만 변형하거나 여러 가지를 동시에 변형하였다. 학생의 흥미만을 고려하여 맥락만을 변화시키거나 오개념 예방을 위해 조건만을 변형하여 도입 과제를 어렵게 만든 사례는 예비교사의 제한된 전문성을 보여주었다. 반면 두 가지 이상이 동시에 변형된 경우 과제는 보다 깊은 수학적 사고를 요구하였고 학생으로 하여금 탐구의 기회를 제공할 수 있게 되었다. 이와 같이 과제의 여러 측면을 동시에 고려한 예비교사들은 여러 범주의 교사 지식을 사용한 것으로 분석되었다.

Arbaugh & Brown(2005)은 QUASAR 프로젝트를 통해 고등학교 교사들이 과제의 인지적 노력 수준을 학습하여 과제를 비판적으로 조사하는 활동이 교사들의 사고에 영향을 미친다는 것을 보였다. 활동 초기에 교사들은 학생이 과제를 해결하면서 보여줄 수 있는 관찰 가능한 행동들, 예를 들면 계산, 문제 설명하기와 같은 것들을 언급했지만 활동 후기에는 번역, 표현하기와 같이 보다 학습자의 역동적인 사고와 관련된 것들을 언급하였다. 또한 교사들은 활동 초기에 과제의 외형적인 요소나 과제가 포함하는 수학적 내용에 주목하였으나, 활동 후기에는 인지적 요구 수준에 주목하였다. 즉, 교사들은 과제를 비판적으로 조사하는 활동을 통해 과제가 야기하는 학생의 수학적 사고에 주목하게 되었고 과제의 보다 본질적인 측면을 보게 되었다.

방정숙(2007)은 수학 과제 분석을 통한 간접적인 경험과 교육 실습 수업에서 수학 과제의 수준이 변하는 양상을 분석하는 경험이 예비교사의 전문성 신장을 가져왔음을 보였다. 예비교사들은 과제를 유형에 따라 분류하고 이를 정당화하기 위해 노력하면서, 과제의 외적 특성을 뛰어넘어 과제를 분석하는 모습을 보여주었다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상 및 방법

본 연구의 대상은 서울 소재 사범대학의 '수학 교재연구 및 지도법' 과정에 한 학기 동안 참여한 5명의 3학년 학생들이다. 이 예비교사들이 수강하는 수학교재연구 및 지도법 수업에서 본 연구를 진행하였으며 이들은 같은 학기에 교육과정 수업을 동시에 수강하였다. 이들은 3학년 2학기 과정에 있었고 아직 교생실습을 나가지 않은 상태였으며 학교 밖에서 개인적인 활동을 통해 소수의 학생들을 가르친 경험이 있었다.

연구 방법으로는 질적 사례연구(Yin, 2013)를 택하였다. 사례 연구는 특정 현상을 이루는 요소들 사이의 상호작용을 밝힘으로써 현상을 심층적으로 이해하는 데 사용되며 새로운 의미를 발견하는 데 도움이 된다(우정호 외, 2006). 국내에서는 현직교사 또는 예비교사가 인지적 노력 수준에 의해 과제를 이해하고, 분석하고, 변형하는 연구가 진행되어 왔으나, 구체적으로 예비교사가 교육과정 목표와 교과서의 학습 목표를 고려하여 어떤 의도를 가지고 그 의도를 어떻게 과제에 반영하여 변형하는지, 변형 과정을 반성하고 재 변형하는 과정에서 어떤 학습을 하게 되는지 자세하게 분석한 연구는 부족하다. 이에 본 연구에서는 수학 과제 변형 과정 사례를 바탕으로 위와 같은 점들을 살펴보고자 사례 연구를 선택하였다.

2. 수업 환경

예비교사들의 과제 변형 활동 지원을 위한 자료와 수업 내용은 다음과 같다.

첫째, 변형 대상이 되는 과제는 2009 개정 교육과정에 따라 개발된 고등학교 미적분 I 교과서(신항균 외, 2014)의 교과서의 대단원인 'III. 다항함수의 미분법', 중단원인 '1. 미분계수와 도함수', 소단원인 '01 미분계수', '02 미분계수의 의미와 연속성'에서 6개의 원본과제를 선정하고 이들 과제로 하나의 과제체계(System of tasks)를 구성하였다. 수학 수업에 사용되는 일련의 과제들은 계열을 이루며 상호 관련성을 유지하면서도 각각 서로 다른 역할을 한다는 점에서 하나의 체계를 이룬다(Krainer, 1993). 즉, 독립적인 하나의 과제로서가 아니라 과제 체계 내에서의 위치나 전후의 다른 과제들과의 관련성이 함께 고려될 때, 과제는 그 잠재성이나 효과성이 적절히 파악될 수 있다. 본 연구에서는 예비교사들이 과제를 변형할 때 과제체계를 함께 고려하면서 과제가 갖는 다양한 역할과 기능에 대해 탐구할 수 있도록 하였다. 교과서 단원 내의 과제들이 이러한 체계를 이루고 있다고 보고 과제들을 Boston & Smith(2011)가 제안한 과제 유형인 준비(warm-up), 주된 탐구(main instructional), 연습(practice), 되새기기(review)로 분류하였다. 본고에서는 단원에서 다루는 주요 개념을 학습하기 전에 접하게 되는 개념 도입 과제는 준비과제로, 학생들에게 새로운 개념, 절차의 학습 기회를 제공하는 예제 또는 문제는 주된 탐구 과제로, 예제에서 배운 절차적 알고리즘을 모방하여 해결할 수 있는 문제는 연습과제로, 단원의 마지막에 위치하여 앞에서 배운 개념을 되짚어볼 수 있는

문제는 되새기기 과제로 분류하였다. 변형할 과제들은 단원 내의 과제들 중 일부를 선정하여 제시하였다. 이는 예비교사들이 변형한 과제에 대한 보고서를 수업 외의 시간에 작성해야 했기 때문에 그 작업량을 고려한 결과였으며 몇 개의 과제들로 논의의 초점을 제한하기 위한 것이기도 하였다. 과제들은 그 변형 가능성을 고려하여 6개로 선정되었고 과제 체계 내에서의 유형은 교과서 내에서의 역할에 따라 부여되었다. 같은 유형의 과제를 구분하기 위해 유형 뒤에 숫자를 부여하였다.

<표 III-1> 교과서에서 선정된 과제체계

소단원	본문	과제	원본 과제체계
01 미분계수	미분 계수란 무엇인가?	탐구 활동	준비 1
		예제 02	
		문제 3	
		문제 4	
		문제 5	주된 탐구 1
02 미분계수의 의미와 연속성	미분계수는 기하학적으로 어떤 의미가 있는가?	탐구 활동	준비 2
		예제 01	주된 탐구 2
		문제 1	연습 1
		사고력 기르기 (문제해결)	되새기기 1

하나의 과제를 변형할 때 과제체계 내에서 과제의 역할이나 난이도의 변화가 수반될 경우 과제체계의 변형이 가능하도록 하였다. 과제체계 변형은 과제의 유형을 변화시키거나 과제체계 내에서 과제의 위치를 변화시키는 것을 의미한다. 예를 들어, 준비과제를 변형한 결과 과제가 어려워지거나 뒤에서 배울 개념을 이용해야만 해결할 수 있을 때, 과제를 뒤로 옮기고 주된 탐구 과제나 되새기기 과제 등으로 그 유형을 바꿀 수 있다. 예비교사가 필요하다고 생각하는 경우에는 과제 체계에 새로운 과제를 추가할 수 있도록 하였다.

둘째, 수학 과제에 대한 이해를 위해 과제에 부여할 수 있는 코드(<표 III-2>)를 제공하고 과제 변형에서 이를 활용하도록 하였다. 과제 코드는 과제 변형의 범위에 대한 예비교사들의 시야를 넓혀주기 위한 것이다. 각 코드는 과제의 특징이 수학적 내용, 수학적 과정, 표현 방식, 해결 방법에 있어서 다양하게 나타날 수 있음을 보여준다. 코드에 대한 예비교사의 이해를 돕기 위해 수업 시간에는 활동지를 통하여 예비교사들이 과제의 예들을 비교하고, 서로 다른 코드를 부여하고, 나름대로 이를 정당화해볼 수 있도록 하였다.

<표 III-2> 과제 코드

범주	내용		코드
수학적 내용 (IC)	개념이나 절차의 도입, 소개		IC1
	탐구를 통한 이해 시도		IC2
	새로운 맥락으로의 확장, 적용, 도전		IC3
수학적 과정 (IP)	문제해결	수학 내적 문제해결	IP11
		수학 외적 문제해결	IP12
		모델링	IP13
		범교과 문제해결	IP14
		문제 만들기	IP15
	수학적 추론	추측하기	IP21
		정당화하기	IP22
		예시 만들기/찾기	IP23
		수학적 대상 범주화하기	IP24
	의사소통	표현하기	IP31
		표현 해석하기	IP32
표현 방식 (R)	수학 내적 표현		R1
	현실 맥락적 표현		R2
해결 방법 (S)	해법 관련	해법의 유일성	S11
		해법의 다양성	S12
	해답 관련	해답의 유일성	S21
		해답의 다양성	S22
	풀이 과정의 난도	상	S31
		중	S32
		하	S33

과제 코드는 2009 개정 교육과정의 수학적 과정, Clarke & Rosche(2010), Swan(2007), Yeo(2007), Watson & Mason(2005)에서 제시한 과제의 유형 분류를 참고하고 종합하여 만들어졌다. 앞서 본 연구는 사범대학의 수업에서 진행된 보다 규모가 큰 연구의 일부로 진행되었음을 밝혔는데, 과제 체계의 분류와 과제 코드는 이 연구에 속한 다른 연구자들과의 합의를 거쳐 개발되었다.

셋째, 수업의 주요 교재로는 Watson & Mason (2005)이 사용되었다. 이 저자들은 예를 만드는 활동이 학생에게 어떤 학습 기회를 제공할 수 있는지 논의하였다. 이들에 의하면, 수학 학습은 수학적 아이디어를 담고 있는 예들을 다루고 이 예들을 일반화함으로써 일어난다. 학습자가 예를 일반화하고 이를 통해 개념을 학습하기 위해서는 예의 변이(variation)를 고려하고 다양한 예들 사이의 유사점과 차이점이 무엇인지를 인식하는 것이 필요하다. 이러한 관점에서 저자들은 예 또는 비례(non-example)를 학생 스스로 만들어보게 하는 과제의 중요성을 강조한다. 이 책에는 위와 같이 수학 학습에서 예의 중요성을 강조하는 저자들의 관점이 상세하게 기술되어 있으며 이와 함께 예를 만들어보도록 하는 과제들이 제시되어 있다. 예비교사들이 이를 살펴봄으로써 예를 만들어보는 과제에 대해서 학습하도록 하고 이를 과제 변형에도 반영해볼 수 있게 하였다. 책에 대한 강의는 총 30시간의 수업 시간 중에서 약 7시간 정도 제공되었다.

넷째, 미분 개념에 대한 선행연구들(정연준, 2010; 조완영, 2006; 이현주 외, 2015)을 제공함으로써 미분 내용 영역과 관련하여 학문적으로 논의된 바들을 확인할 수 있도록 하였다.

마지막으로, 수업 내외 조별 논의 시간과 발표 시간을 마련하여 협업을 통한 전문성 신장 기회를 갖도록 하였다. 연구 대상인 예비교사 5명은 한 조를 이루어 수업시간에 다룬 활동지 또는 과제 변형 보고서를 함께 검토하고 이에 대해 반성하는 시간을 가졌다. 또한 변형한 과제를 수업시간에 발표하여 본인이 변형한 과제에 대한 비평을 듣는 동시에 다른 조의 변형 과제들을 살펴보았다. 이러한 과정을 통해 예비교사가 다양한 변형 사례들을 접하고, 지식을 공유하여 이를 과제 변형에 다시 적용해봄으로써 전문성 신장의 기회를 가질 수 있도록 하였다.

3. 자료 수집

첫째, 변형한 과제는 한 학기 동안 총 세 차례의 보고서로 작성하도록 하였다. 교과서 수학 과제 변형의 주된 목적은 교육과정 목표와 교과서의 학습목표를 실현할 수 있는 과제로 변형하는 것이었으며 보다 세부적인 과제의 변형 목표나 방향은 주어지지 않았다. 매 보고서를 작성할 때마다 원본 과제 분석, 변형된 과제 및 과제체계, 변형 의도, 변형한 과제 체계를 기반으로 한 수업 구상 내용을 모두 상세하게 기록하도록 하였다. 예비교사 5명의 1, 2, 3차 변형 보고서는 모두 수집되었다.

둘째, 수업 내외에서 이루어진 조별 논의 내용은 모두 녹음되어 전사되었다. 조별 논의 자료는 과제에 대한 예비교사들의 의견과 과제 변형 의도 중 보고서에 서술되지 않아 알 수 없었던 부분을 반영하기 위해 수집하였다.

4. 자료 분석

본 연구에서는 예비교사들이 주어진 과제들을 어떻게 변형하였는지에 초점을 두고 분석한다. 분석에서는 과제 변형 결과에만 초점을 두는 것이 아니라 예비교사의 어떤 의도에 의해 과제가 변형 되었는지에 또한 관심을 둔다. 타당성을 확보하기 위해 각각의 분석은 반복적으로 시행되

었으며 저자들 간의 합의를 거쳤다.

변형된 과제는 Stein & Smith(1998)의 수학 과제 분석틀(Task Analysis Guide)을 사용하여 분석하였다. 수업에서는 High Level 과제와 Low Level 과제가 모두 필요하고 그 필요성은 전개되는 수업의 계열이나 학생들의 학습 상태에 따라 달라지기 때문에, 과제가 High Level로 변형되었다고 하여 반드시 바람직하다고 판단할 수는 없다. 그럼에도 불구하고 이 분석틀은 수학 과제가 요구하는 인지적 노력 수준에 의해 비교적 명확하게 과제를 분류하는 기준이 되며, 앞서 언급한 선행연구들의 관점에 따라 예비교사가 교과서의 과제를 High Level로 변형할 수 있는가에 초점을 둔 분석을 가능하게 한다. 또한 이 분석틀은 본 연구의 미분계수 단원의 과제를 대상으로 한 세 차시에 걸친 변형 과정에서 과제가 변하는 전반적인 경향을 살펴보는 데에도 유용하였다. 원본 과제가 Low Level 또는 High Level의 과제로 변형되었을 때 그 적절성은 과제 체계와 전후 학습 내용과 관련지어 간단히 언급하고자 한다.

과제 분류는 Stein & Smith가 제안한 기준을 기반으로 하였는데, 교과서의 원본 과제들과 예비교사에 의해 변형된 과제들은 이 기준에서 제시하는 것 이상으로 다양한 특징들을 갖고 있었다. 이 때문에 김미희・김구연(2013), 김대영・김구연(2014), Arbaugh & Brown(2005)의 연구에서 사용된 분류 기준 또한 참고하였다. 예를 들어, 해결하는데 있어 절차적 과정이 필요하지는 않지만, 암기형 과제와 같이 용어나 사실만을 재생하는 것 이상으로 간단한 유추나 단순한 비교를 요구하는 과제는 PNC로 분류하였다. '주어진 직선의 기울기는 평균변화율과 어떤 연관이 있는지 설명해보자'와 같이 수학적 개념이나 대상들 사이의 관계를 묻는 질문, '미분계수를 이용하여 주어진 직선을 설명하여라.'와 같이 어떤 정보를 이용하도록 직접 언급하고 다른 대상을 설명하도록 하거나 구성하도록 하는 질문, 개념의 성질, 과정, 의미를 고려하면서 비교, 토론, 증명하도록 하는 질문이 포함된 과제, 식의 조작과 같은 알고리즘 적 절차를 포함하지 않지만 개념적인 아이디어를 고려하게 하는 과제는 PWC로 분류하였다. 주어진 조건을 만족시키는 수학적 예를 만들도록 하는 과제는 DM으로 분류하였다. 한 과제가 여러 개의 하위문제를 포함하고 있는 경우에는 과제를 하위문제로 분할하지 않고 모든 하위문제를 포함하는 하나의 과제로 취급하였으며 하위문제가 요구하는 인지적 노력 수준 중에서 가장 높은 수준으로 전체 과제의 수준을 결정하였다. 6개의 원본 과제는 분석 결과 모두 PNC로 나타나 전부 Low Level의 과제임을 확인하였다.

Ⅳ. 결과 및 분석

1. 과제 변형의 경향

5명의 각 예비교사가 6개의 과제를 세 차례에 걸쳐 변형할 수 있었기 때문에 총 90건의 변형이 가능하였고 이 중 52건이 일어났다. 여기에 원본 과제체계에는 없었으나 새롭게 추가된 2건의 경우를 포함하여 총 54건의 변형이 일어났다.

각 변형에서 변화된 요소들을 관찰하여 과제 변형 유형을 질문 변형, 예 변형, 체계 변형, 맥락 변형, 도구 변형으로 범주화하였다. '질문'은 과제 자체 또는 과제에 포함된 하위문제의 질문을 의미한다. '예'는 과제에 조건으로 제시된 식, 표, 그래프, '체계'는 과제 체계, '맥락'은 실생활을 소재로 한 맥락, '도구'는 과제를 수행하는데 필요한 공학 도구를 의미한다. 이러한 것들이 변화되거나, 삭제되거나, 추가되는 경우를 모두 변형으로 보았으며 모든 차시에 걸쳐 나타난 과제

변형 유형의 수는 다음 표와 같다.

<표 IV-1> 과제 변형 유형

질문 변형	예 변형	체계 변형	맥락 변형	도구 변형
46	37	13	12	7

과제 변형 유형 중에서는 질문 변형과 예 변형이 압도적으로 많이 일어났음을 볼 수 있다. 변형 유형이 어떤 모습으로 나타나는가에 대해서는 뒤에서 과제의 인지적 노력 수준 변화를 설명하기 위한 사례들에서 함께 제시한다. 각 변형 유형이 단독으로 나타난 경우는 질문, 예, 체계, 맥락, 도구 변형이 각각 9건, 3건, 1건, 0건, 1건으로 매우 적었고 대부분의 경우에 변형 유형은 복합적으로 나타났다. 전반적으로 예비교사들이 과제를 변형할 때 과제의 여러 요소들을 복합적으로 고려하였음을 알 수 있다.

2. 과제의 인지적 노력 수준 분석

변형 결과 PNC, PWC, DM 수준으로 변화된 과제가 각각 24개, 20개, 10개로 나타났으며 M 수준으로 변화된 과제는 없었다. <표 IV-2>는 각 인지적 노력 수준에 해당되는 과제의 수를 차시별로 보여준다. 이 수치는 변형된 과제와 변형되지 않고 유지된 과제가 모두 포함된 것이다. 과제 변형이 진행될수록 High Level의 과제들이 점점 증가하는 방향으로 과제들의 인지적 노력수준이 변화하였음을 알 수 있다.

한 차시의 변형에서 다음 차시의 변형으로 넘어갈 때는 기본적으로 이전 차시의 과제를 바탕으로 재변형이 이루어졌다. 기존 차시에 존재하는 과제에서 변형이 일어날 때 과제의 인지적 노력 수준이 유지된 경우와 상승한 경우는 각각

<표 IV-2> 과제의 인지적 노력 수준

	원본 과제	1차 변형과제	2차 변형과제	3차 변형과제
PNC	30	24	16	13
PWC	0	4	10	13
DM	0	2	5	6
계	30	30	31	32

29건, 22건이었고, 수준이 하락한 경우는 1건이었다. 새롭게 추가된 과제 2개는 PNC, PWC 수준이었다. 인지적 노력 수준이 하락한 1건의 경우는 예비교사 D의 되새기기 1이 3차 변형에서 PWC → PNC로 일어났다. 그러나 이는 특별한 목적에 의한 변형이 아니라 1차에서 변형한 과제를 원본 과제로 되돌리면서 일어난 현상이다. 되새기기 1의 변형에서 의도한 바를 새롭게 추가한 '심화'과제에 포함시킴으로써 심화과제가 PWC 수준이 되고 되새기기 1이 PNC 수준이 된 것이다. 따라서 예비교사들이 수행한 과제 변형에서는 매번 인지적 노력 수준이 유지되거나 상승되었다고 할 수 있다.

이어서 과제의 인지적 수준의 변화에 따라 변형된 과제와 그 변형 과정을 살펴본다. 각 원본 과제들이 결국에는 세 차례에 걸쳐 최종적인 과제로 변형되었기 때문에, 원본과제와 3차 변형과제를 비교하여 인지수준이 변화한 경우에 따라 각 사례를 살펴보고자 한다. 이 기준에 따라 과제의 인지적 노력 수준이 변화한 경우는 <표

<표 IV-3> 과제의 인지적 노력 수준 변화

원본 → 3차	과제 수	비율(%)
PNC → PNC	14	37.5
PNC → PWC	10	37.5
PNC → DM	6	18.8
추가된 PNC	1	3.1
추가된 PWC	1	3.1
계	32	100

IV-3>과 같이 범주화할 수 있다. '추가된 PNC', '추가된 PWC'는 원본 과제에 없었으나 변형 과정에서 새롭게 추가된 과제의 수준을 의미한다.

변형 사례의 설명에서는 수준의 변화를 보여주는 과제의 일부분만을 그림으로 제시하였다.

가. PNC → PWC의 변화가 일어난 경우

1) 변형 사례 1

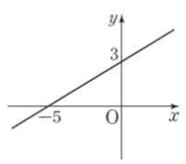
예비교사 C의 과제 연습 1의 변형 패턴은 PNC → PWC → X → X로 나타났다. 여기서 'X'는 각 차시에서 과제가 변형되지 않고 그대로 유지되었음을 나타내기 위해 사용하였다. 즉, 위 표현은 과제가 1차에서 변형되어 PWC 수준으로 변화되었고 2, 3차에서는 변형이 이루어지지 않았음을 의미한다. 1차 변형에서 질문, 예 변형이 수반되었다. 다음 그림은 수준의 변화를 야기한 질문과 예의 변형을 보여준다.

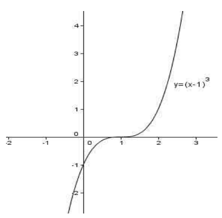
1 다음 곡선 위의 주어진 점에서의 접선의 기울기를 구하여라.

(1) $y=x^2+3x$ $(1, 4)$ (2) $y=-x^3+2$ $(2, -6)$

다음 곡선 위의 주어진 점에서의 접선의 기울기를 구하고, 그래프로 접선을 표시해 보아라.

(1) $y=\frac{3}{5}x+3$ $(0,3)$ (2) $y=x^3-3x^2+3x-1$ $(1,0)$





[그림 IV-1] 원본 과제(연습 1)와 예비교사 C의 1차 변형 과제(연습 1)

원본 과제인 연습 1은 미분계수의 값을 구하는 절차적인 알고리즘을 수행하는 과제로서 전형적인 PNC 과제였다. 1차 변형 과제를 보면 함수의 예가 1차 함수와 삼중근을 갖는 3차 함수로 변형되었고, 접선을 그려보는 활동을 추가하기 위해 질문이 변형되었음을 알 수 있다. 변형된 예들과 질문은 접선 개념의 형성 과정에서 발생할 수 있는 인식론적 장애를 고려한 결과이다. 과제를 해결하는 학생은 절차적 과정을 거쳐 미분계수 값을 계산하고 그 값에 따라 해당 점에서 접선을 그려보는 것만으로도 기존에 보지 못했던 곡선과 접선의 새로운 관계를 파악하게 된다. 이와 같이 변형된 과제는 학생으로 하여금 기존에 갖고 있던 접선의 개념을 조정하도록 요구하는 것으로 볼 수 있기 때문에 PWC 수준으로 분류되었다. 접선의 개념 조정은 기존에 알고 있던 접선의 개념을 확장하여 새롭게 형성하는 것을 의미한다. 이러한 의도는 예비교사 C의 보고서에서 보다 잘 드러난다.

> 다항함수로 제시하되 접선의 오개념(한 점을 지나는 직선)을 해결해줄 수 있는 1차 함수 혹은 3차 함수를 제시함으로써 미분계수의 기하학적 의미 학습과 더불어 접선에 대한 오개념을 방지할 수 있도록 과제를 구성하는 방향으로 변형할 예정이다 ... 이 연습 과제 1을 통해 학습자가 해당 개념의 문제를 풀 때, 접선의 기울기가 미분계수라는 점과 접선은 한 점을 지나는 직선이 아니라 미분계수를 기울기로 가지는 직선, 즉 할선의 극한이라는 정의를 활용하여 풀어야 하도록 구성하였다.

보고서에 나타난 변형 의도에 의하면, 과제 변형에서 기하학적 접선 개념의 형성 단계가 잘 고려되었음을 알 수 있다. 임재훈・박교식(2004)은 기하학적 접선 개념의 형성 단계를 다음과 같이 제시하였다(p. 175)

개념 1. 곡선과 한 점에서 만나는 직선
개념 2. 곡선을 스쳐 지나가는 직선
개념 3. 할선의 극한

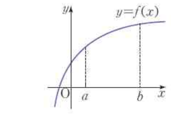
개념 1과 개념 2는 원과 그 접선의 관계에 의해 강화되는 개념이지만 모두 이후의 학습에서 새롭게 등장하는 곡선과 그 접선의 새로운 관계에 의해 부정되는 개념들이다. 개념 형성의 최종 단계에서는 “할선의 극한이라는 새로운 개념이 세 맥락을 모두 포괄한다”(임재훈・박교식, 2004: 179). 변형된 연습 1의 예인 일차함수의 그래프는 그 접선과 한 점에서 만나는 것이 아니라 무수히 많은 점에서 만나며 삼차함수의 그래프의 접선은 곡선을 스쳐지나가는 것이 아니라 통과한다. 따라서 이 예들은 개념 1과 개념 2를 부정하는 적절한 예로 볼 수 있다. 또한 각각의 접선을 그릴 때 할선의 극한이라는 새로운 정의를 이용하여 풀도록 하여 새로운 개념을 강화할 기회를 제공하고 있다.

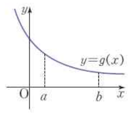
절차적인 알고리즘의 연습을 요구하는 원본 과제 연습 1은 ‘01. 미분계수’에 위치한 ‘문제 3’과 요구하는 바가 본질적으로 같다. 즉 원본 과제 연습 1은 PNC 과제이면서도 학습자가 이미 학습한 절차를 똑같이 반복하도록 하고 있어 부적절한 면이 있었다. 반면 변형된 과제는 과제체계 내에서의 위치에서 충분히 제공될 수 있는 학습 기회로 판단된다. 이러한 변형에 따른 PWC로의 변화는 단원의 목표와 난이도에 있어서도 바람직하다고 볼 수 있다.

2) 변형 사례 2

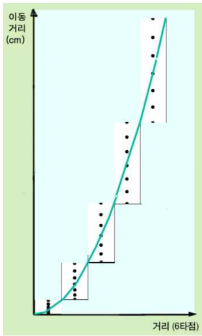
예비교사 A의 과제 되새기기 1의 변형 패턴은 PNC → X → PWC → X로 나타났다. 즉, 2차에서 변형이 한 번 이루어졌고 과제는 질문 변형, 체계 변형, 맥락 변형이 일어나면서 PWC 수준으로 변화되었다. 다음 그림은 과제 되새기기 1의 원본 과제와 예비교사 A의 2차 변형 과제의 일부이다.

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 각각 다음 그림과 같을 때, 다음 식의 값의 크기를 비교하여 보자.





(1) $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$, $f'(a)$, $f'(b)$ (2) $\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}$, $g'(a)$, $g'(b)$



1. 각 테이프의 가로와 세로 길이는 무엇을 의미하는지 설명하시오.
5. 각 테이프의 오른쪽 위 점에서 곡선의 접선을 그리고 접선들의 기울기를 비교하고 그 결과를 순간 속도에 의하여 설명하시오.
6. 접선의 기울기가 점점 커지는 곡선은 오목한지 볼록한지 구분하고 그 이유를 설명하시오.

[그림 IV-2] 원본 과제(되새기기 1)와 예비교사 A의 2차 변형 과제(주된 탐구 2)

원본 과제인 되새기기 1은 주어진 기호가 기하학적으로 의미하는 바를 주어진 곡선 위에 표현하고 이들의 크기를 비교하는 과제로, 이미 학습한 표현들 간의 관계를 떠올리면 충분히 해결할 수 있으며 기울기에 따른 크기 비교만 요구하기 때문에 PNC 과제로 볼 수 있다. 예비교사 A는 기호들 간의 크기 비교가 양쪽 곡선에서 다르게 나타나며 그 이유가 곡선의 볼록성에 있음을 파악하고 이에 대한 내용을 보다 강조하고자 하였다. 예비교사 A는 곡선의 볼록성이 현실에서 나타나는 물체의 운동에 의해 나타난다는 점에 착안하여 수레를 이용한 실험을 설계하고 이

를 반영하여 현실맥락을 추가하였다. 실험에서는 수레의 끝에 테이프를 달고 수레에 힘을 가한 다음 시간기록계로 테이프에 타점을 기록한다. 실험 결과로 얻은 테이프를 이용하여 오목, 볼록 곡선을 구성하면, 테이프는 평균변화율을 통해 운동 곡선을 파악할 수 있는 도구로 활용될 수 있다. 예비교사 A는 이런 사실을 이용하여 자른 테이프의 의미를 평균변화율과 관련지어 설명하도록 학생에게 요청하는 하위문제를 만들었다. 또한 학생이 접선의 기울기 변화를 순간 속도에 의하여 설명하도록 하고 이러한 변화가 곡선의 모양과 어떻게 관련되는지도 표현하도록 하고 있다. 이렇듯 한 개념을 이용하여 실세계 현상 또는 다른 수학적 대상을 설명하도록 하는 것은 학생의 개념적인 해석을 필요로 하는 것으로 볼 수 있기 때문에, 변형된 과제는 PWC 수준으로 분류되었다.

예비교사 A는 학생이 평균변화율과 미분계수의 기하학적 의미를 모두 학습한 후에 본격적으로 본 과제에서 요구하는 바를 조사할 수 있도록 적절한 위치에 본 과제를 배열하고 그 유형을 주된 탐구 과제로 바꾸었다. 도함수와 본 과제는 인지적 노력 수준이 변하면서 다소 어려워졌지만 예비교사는 과제의 내용과 난이도를 고려하여 체계 내의 적절한 곳에 과제를 위치시켰다.

3) 변형 사례 3

예비교사 A의 과제 준비 2의 변형 패턴은 PNC → X → PNC → PWC로 나타났다. 즉, 1차에서는 변형이 이루어지지 않았으며 2차에서는 질문, 예, 체계 변형이 일어나면서 PNC 수준이 유지되었고, 3차에서는 질문 변형에 의해 PWC 수준으로 변화되었다. 다음은 그림은 수준의 변화를 야기한 질문 변형 과정을 보여준다.

2. 점 A와 세 점 D, C, B를 잇는 직선을 각각 그려 보자.
3. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위를 움직이는 점 P가 세 점 D, C, B를 차례로 지나 점 A에 가까워질 때, 두 점 A, P를 잇는 직선은 어떤 직선에 가까워지는지 말하여 보자.

---

2. 각 함수의 그래프 위에서 점 A와 점 D, C, B를 잇는 직선을 그리고 점 A와 점 D', C', B'을 잇는 직선을 그려 보자.
3. 위 2번 문제에서 그린 직선의 기울기가 무엇을 뜻하는지 설명해보자.

---

2. 각 함수의 그래프 위에서 점 A와 점 D, C, B를 잇는 직선을 그리고 점 A와 점 D', C', B'을 잇는 직선을 그려 보자.
3. 위 2번 문제에서 그린 직선의 기울기는 평균변화율과 어떤 연관이 있는지 설명해보자.

[그림 IV-3] 원본 과제(준비 2)와 예비교사 A의 2차 및 3차 변형 과제(준비 2)

원본 과제인 준비 2는 미분계수의 기하학적 의미인 접선을 할선의 극한으로 정의하기 전에 도입하는 과제이다. 이 과제는 할선의 모양을 관찰함으로써 할선이 접선에 점점 가까이 다가갈 것이라는 점을 간단한 추측을 통하여 해결할 수 있기 때문에 PNC 과제로 분류되었다. 예비교사 A는 이 과제의 하위 질문을 2차, 3차에서 변형하였는데, 변형된 하위 질문 3번에 의해 과제 수준이 변화되었다. 이 질문의 의도는 평균변화율의 대수적 표현과 그 기하학적 표현인 할선 사이의 연결을 강조하고 결국에는 각각의 극한인 미분계수의 대수적 표현과 그 기하학적 표현인 접선 사이의 연결을 강조하는 것으로 볼 수 있다. 미분계수의 대수적 표현과 기하학적 표현의 연결은 개념을 통합적으로 이해하는데 있어서 중요하며(이현주 외, 2015), 이는 다른 예비교사의 과제 변형 활동에서도 자주 고려된 사항 중 하나이다. 그런데 2차 변형과 3차 변형에서 나타난 질문은 차이가 있었다. 2차 과제의 하위문제 3번은 '설명해보자'라는 표현에도 불구하고 '평균변화율'이라는 닫힌 답을 요구하기 때문에 과제는 PNC로 분류되었다. 반면 3차 과제의 하위

문제는 평균변화율에 대한 두 표현이 어떤 관련을 갖는지를 말로 설명하게 함으로써 학생에게 개념적인 설명을 요구하고 있기 때문에, 과제는 PWC로 분류되었다. 이러한 열린 질문의 효과는 Aspinwall, & Miller(2001)의 연구에도 나타난다. 이들의 연구에 의하면, 학생들에게 '접선의 기울기와 미분계수의 값 사이의 관계를 설명하여라.' 라는 질문을 던지고 수학적인 기호 또는 일상적인 언어를 사용하여 설명하도록 요청했을 때, 학생들은 미분계수에 대해 개념적으로 이해한 것 또는 겪고 있는 인지적 갈등을 드러내었다. 이와 같이 개념이나 대상들 사이의 관계를 설명하라는 질문은 과제의 인지적 노력 수준의 대한 연구(Arbaugh & Brown, 2005)에서 PWC 수준의 과제가 갖는 특징으로도 등장한다.

이와 같이 질문의 변형만으로도 인지적 노력 수준의 변화를 가져올 수 있기 때문에 적절한 질문의 구현이 인지적 노력 수준과 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다.

나. PNC → DM의 변화가 일어난 경우

1) 변형 사례 4

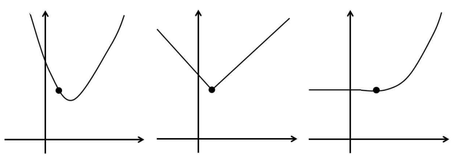
예비교사 A의 주된 탐구 2의 변형 패턴은 PNC → DM → DM → X로 나타났다. 1차 변형에서는 질문, 예 변형에 의해 DM 수준으로 변화되었고, 2차 변형에서는 질문, 체계 변형이 이루어지면서 DM 수준이 유지되었다([그림 IV-4]).

원본 과제인 주된 탐구 2는 교과서의 예제에 해당하는 것으로 새로운 절차적 과정을 소개하는 역할을 하기 때문에 주된 탐구 유형으로 제시되었고 인지적 노력 수준은 PNC로 분류되었다. 앞서 언급하였듯이 교과서의 앞 단원에서 이미 동일한 절차적 과정 연습이 제시된 바 있다. 원본 과제의 역할에 의문을 가진 예비교사 A는 이 과제를 접선의 오개념을 다룬 되새기기 1 과제로 변형하였다. 제시된 그래프 중 오른쪽 두 개는 이현주 외(2015)의 연구에 나타난, Tall(1987)의 접선 오개념 연구에서 사용한 그래프들이다. 이 두 그래프들은 학생이 잘못된 접선을 그리게 하는 대표적인 예로 제시하였으며 처음의 그래프는 접선을 그릴 수 있는 일반적인 경우를 제시하여 비교하려는 목적으로 사용하였다. 특히 마지막 하위문제에서는 학생 스스로 예를 만들어보도록 하고 있기 때문에, 변형된 과제는 DM 수준으로 상승되었다.

앞서 접선 개념의 인식론적 장애를 고려하여 변형된 과제의 사례를 제시한 바 있다. 본 변형 사례는 앞서 제시한 사례의 영향을 받았다. 예비교사 A는 접선 개념의 정립을 위해 앞의 사례와는 다른 방식으로 예들을 제시하였다. 첫 번째 예는 이차함수의 곡선으로 접선이 존재하는 전

곡선 $y=x^2-3x+5$ 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선의 기울기를 구하여라.

1. 아래 그림은 여러 가지 함수의 그래프이다. 각 그래프에 표시되어 있는 점에 접하는 직선을 그래프 위에 그리시오.



2. 다음 물음에 답하여라.

(2) 곡선 $y=|x-1|+3$ 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선은 존재하는가? 존재한다면 그 접선의 방정식을 구하시오.

(4) 위에 제시한 식 외에 점 $(1, 3)$에서의 접선이 존재하지 않는 식을 제시하고 그 이유를 설명하시오.

[그림 IV-4] 원본 과제(주된 탐구 2)와 예비교사 A의 3차 변형 과제(되새기기 1)

형적인 예이자 개념을 대표하는 포괄적인 예로 볼 수 있다. 두 번째 예에서 학생들은 첨점(尖點)을 스치듯이 지나는 접선을 그리는 오개념을 주로 드러낸다. 이는 접선의 비례(non-example)로 볼 수 있다. 세 번째 예에서 학생들은 접선이 곡선과 접점이 아닌 다른 점에서 만나지 않을 것이라 생각하고 접선을 기울여서 곡선과 스치듯이 만나는 것으로 그리는 오개념을 보인다. 실제로 이 예에서 접선은 x축과 평행하며 접점의 왼쪽 부분인 직선과 무수히 많은 점에서 만난다. 이러한 예들은 개념의 가능한 범위를 확인하고 개념의 경계를 명확하게 해준다. 예비교사의 이와 같은 의도는 다음의 보고서에서 드러난다.

> 변형된 <되돌아보기1>는 학생들이 접선과 미분계수의 관계 뿐 아니라 접선과 미분계수를 적용 가능한 범주까지를 명료화할 수 있도록 변형되었다 ... 이후 접선이 생길 수 없는 예를 학생들이 직접 살피면서 ... 접선과 미분계수의 관계적 이해로 넘어갈 수 있도록 돕는다.

하위문제 (4)에서는 앞서 살펴본 예들을 바탕으로 학생 스스로 접선이 존재하지 않는 함수의 예를 만들어보도록 하고 있다. 앞의 하위문제들에서는 교사가 선정한 예들을 통해 변화 가능한 범위를 파악하였다면, 이 하위문제에서는 학생이 스스로 예를 만들어봄으로써 보다 적극적으로 변화 가능한 범위를 탐색할 기회를 제공하여 관련된 개념을 보다 명확히 하도록 돕는다.

본 과제는 질문과 예의 변형이 과제의 인지적 노력 수준 상승에 영향을 미쳤음을 알 수 있다. 예비교사 A는 이 과제의 변화된 난이도와 내용을 고려하여 과제체계의 마지막에 위치하도록 하였다. 미분계수의 개념과 접선을 어느 정도 학습한 다음에 오개념에 대해 다루는 것이 적절하다고 판단했기 때문이다. 이로써 2차 변형에서 체계변형이 일어나게 되었다.

다. PNC → PNC의 변화가 일어난 경우

1) 변형 사례 5

예비교사 C의 과제 주된 탐구 1의 변형 패턴은 PNC → PNC → PNC → PNC로 나타났다. 1차에서는 맥락, 예, 질문, 2차에서는 예, 질문, 3차에서는 체계 변형이 일어났고 매 변형마다 과제의 수준은 PNC로 유지되었다. 다음은 원본 과제와 3차 변형과제이다.

제품 x개를 생산하는 데 소요되는 총비용을 $C(x)$라고 하면 함수 $C(x)$의 $x=a$에서의 순간변화율을 a개를 생산할 때의 한계 비용이라고 한다. 한 회사가 어떤 제품 x개를 생산하는 데, 소요되는 총비용이

$$C(x)=10000+50x+0.1x^2(\text{원})$$

이라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 제품의 생산량이 100개에서 200개로 증가할 때, 총비용의 평균변화율을 구하여라.

(2) 제품의 생산량이 100개일 때의 한계 비용을 구하여라.

어느 회사에서 오전 8시를 기준으로 x시간 후의 전력 사용량을 $y\,\mathrm{kWh}$라고 하면 x와 y 사이에는 $y=(x+2)^2+30$인 관계가 성립한다고 한다. (단, $0 \le x \le 24$)

1. 5시간 후부터 10시간 후까지의 전력 사용량의 평균변화율을 구하여라.
2. 오후 1시일 때, 전력 사용량의 순간변화율을 구하여라.

[그림 IV-5] 원본 과제(주된 탐구 1)와 예비교사 C의 3차 변형 과제(주된 탐구 1)

원본 과제인 주된 탐구 1에는 현실적 맥락이 있지만 과제의 하위질문들은 이 맥락과 크게 관련이 없는 절차적인 과정만 요구하고 있다. 이 과제에서는 한계비용이라는 단어가 순간변화율을 대체하는 단어로 사용되었을 뿐이며, 맥락을 제거하고 함수식과 하위문제들만 남겨 둔다고 해도 원본 과제와 본질적으로 같은 과제가 된다. 즉, 현실적 맥락이 적절한 역할을 하고 있지 못하기 때문에 과제는 절차적 알고리즘을 연습하는 과제와 같다고 볼 수 있고 그 수준은 PNC로 분류된다. 변형된 과제는 현실 맥락이 전력 사용

량으로, 이차식의 계수가 정수로 바뀌었고 그에 따라 질문도 변형되었다. 변형된 질문은 원본 과제와 마찬가지로 평균변화율과 순간변화율을 구하는 알고리즘 절차를 요구하고 있어 그 수준은 PNC로 동일하다.

예비교사 C는 현실 맥락이 제 역할을 하지 못하는 원본 과제의 특성을 인식하였지만 변형은 이를 극복하는 방향으로 이루어지지 못했다. C는 원본 과제에서 사용한 한계비용이라는 용어가 무엇을 의미하는지 몰라도 문제 풀이가 가능하다는 것을 알았고 맥락을 다른 것으로 바꾸었다. 그러나 변형된 현실 맥락 또한 원본과제와 마찬가지로 과제에서 적절한 역할을 하고 있지 못한 것으로 보이며 변형된 과제는 절차적 알고리즘을 연습하는 과제와 같다고 할 수 있다.

2) 변형 사례 6

예비교사 D의 과제 주된 탐구 1의 변형 패턴은 PNC → X → PNC → X로 나타났다. 3차 변형에서 맥락, 질문, 예 변형이 일어났으며 그 수준은 PNC로 유지되었다. 주된 탐구 1의 수준에 대해서는 앞의 사례에서 설명한 바 있다. [그림 IV-6]은 D의 2차 변형 과제이다.

> 연못에 돌멩이를 던지면 원 모양으로 물결이 퍼져나간다. 철수가 연못에 놀러가서 돌멩이를 던졌더니 퍼져나가는 원의 반지름이 매초 2cm씩 커졌다. 다음 물음에 답하여라.
>
> 1. 철수가 돌멩이를 던진 후 x초가 흘렀을 때, 만들어지는 원 모양의 반지름의 길이를 $y$cm라고 할 때, 둘의 관계식을 구하여라.
> 2. 철수가 돌멩이를 던진 후 x초가 흘렀을 때, 만들어지는 원 모양의 넓이를 $S\text{cm}^2$라고 할 때, 둘의 관계식을 구하여라.
> 3. 시간이 3초 흘렀을 때 넓이의 순간변화율을 구하여라.

[그림 IV-6] 예비교사 D의 2차 변형 과제(주된 탐구 1)

예비교사 D는 한계 비용이라는 현실적 맥락이 학생들에게 친숙하지 않기 때문에 과제의 맥락으로 부적절하다고 생각하고 연못에 돌멩이를 던지는 상황으로 맥락을 변형하였다. 그리고 평균변화율과 미분계수를 절차적 알고리즘에 의해 구하도록 했던 원본 과제와 달리 그 이상의 활동을 추가하고자 하였다. 추가된 하위문제 1, 2번은 비례관계와 원의 넓이 공식을 사용하여 비교적 쉽게 해결될 수 있고 3번 역시 미분계수를 구하는 절차적 과정을 통해 해결된다. 즉, 모든 단계에서 사용해야 할 절차가 명확하고 이는 개념적인 고려 없이도 해결될 수 있기 때문에 과제의 수준은 PNC로 분류되었다.

추가된 하위문제 1, 2번에서 요구하는 과정은 미분계수 개념과 밀접한 연관이 있다고 보기 어려웠다. 하위문제 1, 2번과 추가된 현실 맥락은 관련된다고 할 수 있지만, 이들 하위문제 또는 현실 맥락과 미분계수 개념을 연결하고자 하는 의도는 과제나 보고서에서 드러나지 않았다. 미분계수를 구하도록 하는 하위문제 3번은 원본 과제와 마찬가지로 현실 맥락 없이 해결될 수 있다. 이처럼 맥락 변형과 질문 변형은 과제가 포함한 핵심적인 개념과 상관없이 일어났다고 볼 수 있다.

3. 과제 변형을 통한 예비교사의 학습

여러 차시에 걸친 과제 변형 활동이 예비교사들에게 어떤 학습 기회를 제공하였는지 살펴보고자 한다.

첫째, 과제 변형은 교육과정과 교과서의 의도를 파악하는 기회를 제공하였다. 앞서 제시한 바와 같이 변형의 주된 목적은 교과서의 과제를 교육과정 목표와 교과서의 학습목표를 실현할 수 있는 과제로 변형하는 것이었다. 이에 예비교사들은 2009 개정 교육 과정에서 권고하고 있는

‘생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상과 관련지어 수학을 배운다’, ‘계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구를 활용한다’와 같은 사항들을 확인하고 이를 과제 변형에 적용하였다. 예비교사들은 이를 피상적으로 반영하여 현실 맥락과 관련이 없는 맥락 과제를 만들기도 하였다. 그러나 이러한 점들은 조별 논의에서 지적되었고 맥락이나 도구의 사용이 미분계수의 개념 학습에 도움이 될 수 있는 방안들이 점차 고려되기 시작하였다.

교과서의 학습 목표인 ‘미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다’, ‘미분계수의 기하학적 의미를 안다’에 부합하는 과제로 변형하기 위한 과정에서 예비교사들은 학생이 미분계수의 개념적이고 본질적인 의미 그리고 기하학적 의미를 이해하도록 하려면 어떻게 해야 할지를 진지하게 고민하였다. 교과서의 과제들은 이러한 학습 목표를 달성하기에 부족한 부분이 있었고, 예비교사들은 이를 보완하는 방향으로 과제를 변형할 수 있었다. 또한 이들은 교과서 과제의 세부적인 의도들도 파악하려고 하였다. 예를 들어 예비교사 C는 학생의 흥미를 유발시키면서도 실생활에서 ‘변화’의 의미를 보여주는 적절한 맥락을 찾기 위해 다수의 교과서와 문헌들을 참고 하였다고 조별 논의에서 이야기하였다.

> (변화를 보여주는 현실 맥락으로) 속도가 아닌 무언가가 다른 게 있지 않을까 하고 찾아봤는데, 전부다 ... 지수함수, 로그함수 이렇게 생겼더라고요. 커피가 식는 속도 이런 것도 다 로그함수에요. 그래서 학생들이 다룰 수 있는 게 없길래. ... 일차함수는 사실상 평균변화율이랑 순간변화율이랑 똑같아서 의미가 없으니까. 더 할 수 있는 건 이차함수 밖에 없고 ...

미적분 I을 배우는 학생들은 아직 초월함수를 학습하지 않은 상태이기 때문에 예비교사 C는 이차함수로 표현되는 운동 상황이 현재 상황에서 가장 적절한 현실 맥락이라는 판단을 내렸다. 그 후 이 예비교사는 교과서에서 주어진 것을 무조건 바꾸려고 하기 보다는 본래 교과서에서 제시한 과제의 의도가 무엇일지를 먼저 파악하려는 모습을 보였고 이는 긍정적인 변화라고 할 수 있다.

둘째, 예비교사들은 과제를 스스로 해결해보고 학생의 반응을 예상해보는 것의 중요성을 파악하였다. Crespo(2003)는 교사가 학생에게 문제를 제시할 때 스스로 해결해보지 않고 과제의 답을 대충 짐작하여 제시할 경우 교사의 의도를 제대로 구현할 수 없음을 보였는데, 본 연구에서 예비교사들 또한 이러한 모습을 보였다. 예를 들어, 예비교사 C는 학생에게 개념적인 혼란을 줄 수 있는 부적절한 예를 사용했었는데 그는 과제를 변형하고 실제로 해결해보지 않았기 때문에 자신이 만든 예가 가져올 수 있는 효과를 파악하지 못했다. 예비교사 A도 변형한 과제를 스스로 해결해보지 않았고 그 결과 의도치 않게 계산기를 사용하여 수많은 시행착오를 겪어야만 해결할 수 있는 과제를 만들어냈다. 이와 같이 학생의 구체적인 대답이나 반응을 예상하지 않고 과제를 변형한 경우, 변형의 의도와는 거리가 있는 학습을 유도하는 과제 또는 적절하지 않은 난이도의 과제가 되었다. 이러한 과정을 거치면서 예비교사들은 다른 사람의 과제를 비평할 때 예상되는 학생의 반응이 무엇인지를 질문하게 되었고, 이를 통해 과제를 사용한 수업을 보다 구체적으로 상상해볼 수 있었다.

셋째, 과제 변형 활동은 예비교사들에게 협업의 기회, 반성적 사고의 기회를 제공하였다. 예비교사들은 조별 논의에서 변형한 과제에 대해 서로 비평하고 아이디어를 공유하여 그 다음 과제를 발전시키기 위한 밑거름으로 삼았다. 예비교사들은 논의한 내용들을 바탕으로 과제를 반복하여 변형하면서 질문을 다듬고, 예를 개선하

고, 과제가 학생의 어떤 학습을 야기할지 세심하게 고려하는 기회를 가졌다. 또한 다른 사람이 변형한 과제를 보면서 같은 과제가 서로 다른 의도에 의해 어떻게 변형될 수 있는지 관찰하였고 각 과제들의 강점과 약점을 파악할 수 있게 되었다. 예비교사들은 파악한 과제의 강점을 자신의 과제에도 반영하였고 이러한 과정에서 과제의 내용은 점점 풍부해졌으며 인지적 노력 수준의 향상이 나타났다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 중등 예비교사들이 교과서 미분계수 단원의 수학 과제를 어떻게 변형하는지, 과제 변형 활동이 예비교사들에게 어떠한 학습 기회를 제공했는지 살펴보았다. 앞서 논의한 결과는 다음과 같이 요약될 수 있다.

첫째, 예비교사들의 과제 변형은 인지적 노력 수준을 유지하거나 높이는 방향으로 이루어졌다. 5명의 모든 예비교사들이 교과서의 과제를 High Level 과제로 변형할 수 있었으며, PWC 과제와 DM 과제의 수는 매 차시마다 증가하였다. 이혜림・김구연(2013)의 연구에서는 많은 중등 예비교사들이 Low Level의 과제를 High Level의 과제로 변형하는데 어려움을 겪었으나, 본 연구에서 예비교사들은 고무적인 결과를 보여주었다.

본 연구에서는 과제 변형에 도움이 될 수 있는 자료로서 과제 코드와 과제들을 비교하는 활동지, Watson & Mason(2005)의 논의와 미분 영역 관련 선행연구들을 제공하였다. 과제 코드에서 수학적 내용, 수학적 과정에 속하는 코드들은 과제가 학생에게 제공할 수 있는 다양한 활동을 알려준다. 미분계수 관련 과제들은 다양한 해법이나 해답을 요구하는 과제나 의미가 있는 추측, 모델링의 기회를 제공하는 과제로 변형하기 어려웠기 때문에, 과제 코드에서 제한적인 부분만 활용된 경향이 있었다. 그러나 과제 코드는 예비교사들에게 미분계수 관련 내용 내에서 가능한 활동들을 고려하는 발판이 되었고 변형 결과 정당화하기, 예시 만들기/찾기, 표현하기 등 원본 과제에서 없었던 코드들이 나타났다. 이러한 코드들은 다수의 질문 변형을 통해 나타났으며 과제의 인지적 노력 수준을 높이는 원인이 되었다.

미분 영역과 관련된 선행연구를 통해 예비교사들은 역사 발생적 원리, 개념의 표현들 간의 관계가 중요함을 알게 되었고, 이와 관련된 지식들을 이용하여 교과서의 과제를 보다 미분계수의 개념적인 이해를 추구하는 과제로 변형하였다. 학생의 인식론적 장애와 오개념을 고려한 과제들도 나타났다. 이러한 예비교사들의 개념적 지식에 대한 지향성은 예 변형과 질문 변형을 통해 과제들의 인지적 노력 수준을 높이는 데 영향을 미쳤다. 변형 유형 중에서 질문 변형이 많이 나타난 것을 보면 예비교사들이 학생의 학습 기회를 이끌어내기 위한 질문 만들기를 반복적으로 시도하였음을 알 수 있다. 같은 과제인데도 하위문제 하나만 변형함으로 인해서 과제의 인지적 수준이 달라지기도 하였다. 이와 같이 예비교사들이 교과서의 과제를 High Level의 과제로 변형할 수 있었던 데에는 과제의 다양한 변형 가능성을 알고, 관련된 지식을 습득하고, 반복적으로 과제를 개선해 나감으로써 가능했다고 볼 수 있다.

그러나 높은 인지적 노력 수준 과제로의 변형이 항상 바람직한 모습으로 나타난 것은 아니다. 예를 들어 High Level의 과제로 변형된 경우에, 보다 개념적인 사고를 요구하는 적절한 과제로 변형된 경우가 있는 반면, 개념을 도입하는 준비과제임에도 불구하고 학생에게 많은 인지적 부담을 주는 DM 과제로 변형된 경우도 있었다. 변형 결과 그 수준이 Low Level에 머무른 경우

도 마찬가지이다. 교과서에서 주목시키지 않은 개념적인 부분을 추가로 다루면서도 낮은 인지적 수준을 유지하여 준비 과제로서 적절성을 보인 경우가 있었다. 반면, 학생의 흥미만을 고려하여 과제의 맥락을 피상적으로 변형한 경우는 교육적으로 바람직한 변형이라고 보기 어려웠다. 이와 같은 결과는 변형된 과제의 적절성이 인지적 노력 수준뿐만 아니라 과제 체계 내에서의 위치나 역할에 따라서도 고려되어야 함을 보여주며, 예비교사들은 이와 관련해서 부족한 전문성을 일부 드러냈다.

둘째, 과제 변형 활동은 예비교사에게 다양한 학습 기회를 제공하였다. 예비교사들은 교육과정 목표와 교과적의 학습목표에 맞게 과제를 변형하려고 시도하면서 교육과정 문서와 교과서를 면밀히 살펴보고 그 의도를 파악하려고 하였다. 또한 교사가 과제를 직접 해결해보고 과제의 잠재성을 파악하는 것의 중요성을 알게 되었다. 자신의 의도대로 과제를 변형한다고 하더라도 과제가 그 의도와 다르게 구현될 수도 있다는 점도 확인하였다. 또한 과제 변형 활동은 예비교사들에게 협업과 반성적 사고의 기회를 제공하였다. 예비교사들은 이를 통해 얻은 아이디어를 기반으로 하여 과제를 점점 발전시켜나갈 수 있었다.

과제 변형을 통해 예비교사들은 교과서에 제시된 수학적 개념을 보다 상세히 살펴보고, 학생의 수준, 오개념을 고려해보고, 이에 따른 지도 방안을 생각해볼 수 있었다. 과제 변형이 교수·학습 과정에서의 다양한 요소들에 대해 고려할 기회를 제공했다는 점을 알 수 있다. 예비교사들이 역사발생적 원리나 학생의 인식론적 장애와 같이 문헌으로 학습한 내용을 과제 변형에 적용하는 모습을 볼 수 있었고 이러한 과정 속에서 미분계수의 의미를 추구하는 노력이 나타났다. 2015 개정 교육과정에서의 교수·학습 방법 및 유의사항에서는 학생이 미분법을 단순히 적용할 것이 아니라 미분의 의미를 이해하고, 미분의 유용성과 가치를 인식할 수 있도록 할 것을 보다 강조하고 있기 때문에(교육부, 2015) 이러한 결과는 긍정적이라고 할 수 있다.

마지막으로, 후속 연구에 대한 제언을 하고자 한다. 첫째, 본 연구는 미분계수 영역에 국한하여 과제 변형 과정을 분석하였고, 5명의 교사를 대상으로 결론을 얻었기 때문에 이를 일반화하여 해석하는 데에는 무리가 있다. 미분 영역이 아닌 다른 영역에서는 과제 변형의 양상이나 그 특징이 다르게 나타날 수 있기 때문에 다른 내용 영역의 수학 과제를 변형하는 과정을 상세히 살펴보는 연구가 필요하다. 둘째, 본 연구에서의 과제 변형은 사고 실험에 의해 이루어졌기 때문에 실제 학생 대한 고려가 부족한 측면이 있었다. 변형한 과제를 실제 수업에서 적용해보는 과정은 학생과 관련된 요소들을 더 고려할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 또한 이러한 관찰을 통해 과제를 변형할 때 반영된 교사의 의도가 실제 수업에서 어떻게 구현되는지를 살펴볼 수 있다. 이는 계획 단계에서 실시된 과제 변형 활동이 교수 실제와 어떻게 연결되는지를 알아볼 수 있는 자료가 될 것이며, 예비교사 또는 현직 교사의 전문성 신장 방안을 모색하는데 도움이 될 것이다.

참고문헌

강현영·고은성·김태순·조완영·이경화·이동환(2011). 좋은 수학수업을 위해 수학교사에게 필요한 역량과 교사교육에 대한 현직교사의 인식조사. **학교수학, 13**(4), 633-649.

교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책8]).

교육부(2015). 수학과 교육과정(교육부 고시 제

2015-74호 [별책 8]).

김대영 · 김구연(2014). 중등 수학교사의 교과서 수학과제 이해 및 변형 능력, **학교수학, 16**(3), 445-469.

김미희 · 김구연(2013). 고등학교 교과서의 수학 과제 분석. **학교수학, 15**(1), 37-59.

김민혁(2013). 수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. **학교수학, 15**(3), 503-531.

김성희 · 방정숙(2005). 수학 교수 · 학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석 - 초등학교 '비와 비율' 단원을 중심으로. **수학교육학연구, 15**(3), 251-272.

김정은 · 이수진 · 김지수(2015). 중등 수학교사의 과제 이해 및 변형 능력 : 인지적 노력 수준 중심으로. **학교수학, 17**(4), 633-652.

방정숙(2007). 수학 과제 분석을 통한 예비 초등 교사의 전문성 신장. **수학교육, 46**(4), 465-482.

신항균 · 이광연 · 박세원 · 신범영 · 이계세 · 김정화 · 박문환 · 윤정호 · 박상의 · 서원호 · 전제동 · 이동흔(2014). **고등학교 미적분 I**. 서울: 지학사.

우정호 · 정영옥 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 나귀수 · 임재훈(2006). **수학교육학 연구방법론**. 서울: 경문사.

이현주 · 류중현 · 조완영(2015). 통합적 이해의 관점에서 본 고등학교 학생들의 미분계수 개념 이해 분석. **수학교육 논문집, 29**(1), 131-155.

이혜림 · 김구연(2013). 수학교과서 문제에 대한 예비중등교사의 이해 및 변형 능력. **수학교육학연구, 23**(3), 353-371.

임재훈 · 박교식(2004). 학교 수학에서 접선 개념 교수 방안 연구, **수학교육학연구, 14**(2), 171-185.

정연준(2010). 미분계수의 역사적 발달 과정에 대한 고찰. **학교수학, 12**(2), 239-257.

조완영(2006). 고등학교 미적분에서의 수학화 교수 · 학습에 관한 연구, **학교수학, 8**(4), 417-439.

Arbaugh, F., & Brown, C. A. (2005). Analyzing mathematical tasks: a catalyst for change?. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(6), 499-536.

Aspinwall, L., & Miller, L. D. (2001). Diagnosing conflict factors in calculus through students' writings: One teacher's reflections. *The Journal of Mathematical Behavior, 20*(1), 89-107.

Boston, M. D., & Smith, M. S. (2011). A 'task-centric approach'to professional development: Enhancing and sustaining mathematics teachers' ability to implement cognitively challenging mathematical tasks. *ZDM, 43*(6-7), 965-977.

Clarke, D., & Roche, A. (2010). Teachers' Extent of the Use of Particular Task Types in Mathematics and Choices behind That Use. *Mathematics Education Research Group of Australasia.*

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 243-270.

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of educational research, 53*(2), 159-199.

Krainer, K. (1993). Powerful tasks: A contribution to a high level of acting and reflecting in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 24*(1), 65-93.

Lee, K., Lee, E., & Park, M. (2013). Task modification and knowledge utilization by Korean prospective mathematics teachers. *Task design in mathematics education: Proceedings of ICMI Study, 22.*

Prestage, S., & Perks, P. (2007). Developing teacher knowledge using a tool for creating tasks for the classroom. *Journal of Mathematics Teacher*

Education, 10(4-6), 381-390.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal, 33*(2), 455-488.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(4), 268-275.

Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(2), 157-189.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2009). Converting mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal, 21*(1), 85-105.

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*(4-6), 217-237.

Tall, D. (1987). Constructing the concept image of a tangent. *Proceedings of PME 11, Montreal, 3*, 69-75.

Watson, A. & Mason, J. (2005). 색다른 학교수학. (이경화 역). 서울: 경문사.

Yeo, J. B. W. (2007). *Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment* (Tech. Rep. ME2007-01). National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore.

Yin, R. K. (2013). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: SAGE.

Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics, 15*(3), 15-20.

Pre-Service Secondary Mathematics Teachers' Modification of Derivative Tasks

Kim, Ha Lim (Graduate School, Seoul National University)
Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

The purpose of this study is to investigate how pre-service secondary mathematics teachers modify mathematical tasks from a textbook and learning opportunities they have during the task modification. In the pursuit of this purpose, tasks was selected from derivative units in a textbook and five pre-service teachers was asked to modify the tasks. The findings from analysis are as follows. First, the cognitive demands of modified tasks were maintained or higher than those of the originals. Pre-service teachers' tendency toward conceptual understanding of derivative seems to make the result. Second, task modification provided a lot of learning opportunities for pre-service teachers. They tried to know intention of curriculum and textbook, realized the importance of predicting students' responses, and had opportunities for cooperation and reflective thinking.

* Key Words : pre-service teachers(예비교사), mathematical tasks(수학 과제), task modification(과제 변형), cognitive demand(인지적 노력 수준)

논문접수 : 2016. 8. 10
논문수정 : 2016. 9. 8
심사완료 : 2016. 9. 9