

교육과정과 교과서에 제시된 용어·기호에 대한 비판적 고찰

김 선 희* · 서 동 업** · 강 성 권*** · 김 수 민****

본 연구는 2009 개정 수학과 교육과정의 <기초수학>, <수학 I>, <수학 II>와 교과서를 토대로 용어·기호의 정의에서 학생들이 어려움을 겪을 수 있는 점을 짚어 보고 용어·기호의 선정과 앞으로의 개선 과제를 제안하였다. 현재 지적된 문제점을 개선할 수 있는 과제로 교육과정 개발에서 용어·기호에 대한 심도 있는 분석과 논의가 필요하고 그 결과가 공개될 필요가 있으며, 교과서 검토에서 용어 및 기호에 대한 기준을 적절히 마련하기 위해 노력할 필요가 있고, 수학 용어 및 기호의 정의 방법에서 학교급간 정의 방법의 차이, 특히 초등학교와 중등학교의 정의 방법의 차이를 검토할 필요가 있으며, 수학과 교육과정에서 용어·기호의 교체나 교과서에 소개할 방안을 고려할 것을 제안하였다.

1. 서론

수학이라는 학문을 구성하는 요소 중 하나는 용어와 기호이다. 공리적 체계의 수학은 몇몇 용어와 기호의 정의, 공리로부터 시작하여 그 내용을 전개해 나가기 때문에 용어와 기호는 수학을 이루는 중요한 요소이다. 더구나 용어와 기호는 학문 수학뿐 아니라 학교 수학에서도 중요하다. 수학 학습에서 수학 용어·기호의 의미를 이해하는 것은 그것과 관련된 학습 내용을 이해하고 활용하는 데 중요한 역할을 한다(김흥기, 2008, p.223).

학교수학에서 용어·기호의 중요성을 여러 관점에서 더 생각해볼 수 있다. 먼저 학문적 관점에서 수학적 지식의 본질을 탐구한 Kitcher(1984)

는 수학의 5가지 요소를 언어, 수용된 명제의 집합, 수용된 추론의 집합, 중요한 질문의 집합, (증명에 대한 기준과 정의, 수학의 영역과 구조에 대한 기준을 포함한) 메타수학의 집합이라 하면서, 언어가 수학적 지식의 우선적인 요소라고 하였다. 용어와 기호는 수학적 지식에서 언어에 해당하는 것으로서, 그 자체로 의미가 파악되어야 하는 ‘체계로서의’ 언어적 성격을 가진다(Sierpinski, 1994). 한편 심리적 관점에서 언어는 정신의 도구이다. Vygotsky 심리학에서 언어는 사고를 위한 체제이자 사고를 추상적이고 융통성 있고 즉각적인 자극들로부터 독립적인 것으로 만드는 정신적 도구이다. 언어는 인지 발달의 도구이면서 인지 과정 그 자체의 일부가 되는 두 가지 역할을 담당하고 있다(Bodrova & Leong, 1996/1998, pp.38-39). 그리고 언어는 문화 공동체

* 강원대학교, mathsun@kangwon.ac.kr (제1 저자)

** 춘천교육대학교, dseo@cnue.ac.kr (교신저자)

*** 동국대학교사범대학부속영석고등학교, captain-yap@hanmail.net

**** 강원대학교 강사, tnt3030@hanmail.net

의 구성원들에 의해 창조되고 공유되기 때문에, 문화적인 도구로서 의사소통에 이용된다. 수학을 이용하는 능력은 기호 및 수학 용어의 학습을 통해 이루어지며, 이것은 수학적 언어가 자연스럽게 사용되는 상황 속에서 학생들이 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 기회를 가짐으로써 가장 잘 성취될 수 있다(NCTM, 1989). 수학적 언어를 통하여 학습자는 수학의 의미를 깨닫고 알맞은 수학적 표현을 만들어 문제를 해결하고, 식을 조작하고 공식을 유도하면서 언어 이외의 논리적 사고와 발견술, 알고리즘 등의 수학을 경험할 수 있다(김선희, 2004).

이러한 용어·기호의 중요성을 고려할 때 학교수학에서 학생들이 어떤 용어·기호를 배워야 할지, 그 정의는 어떻게 해야 할지, 현재 용어·기호와 관련된 문제점은 무엇인지에 대한 논의가 자연스럽게 뒤따르게 된다. 지금까지 학교수학의 용어·기호와 관련한 선행연구로, 김흥기(2008)는 중학교 수학에 도입된 용어와 기호의 보완이 필요함을 지적하면서 누락되거나 올바르게 못한 표현의 수정을 제안하였고, 박교식(2003)은 고등학교 수학에서 사용되는 몇몇 한자 용어에 대한 의미론적 탐색을 하였다. 허민(2013)은 학교수학의 한자어를 토박이말로 수정할 것을 제안하였다. 한편 백대현·이진희(2011)는 수학 교과서의 기호를 어떻게 읽고 이해할 것인지에 대한 문제를 다루었다. 용어·기호의 중요성에 비추어 다양한 선행연구가 진행되었으나 고등학교 수학에서 등장한 용어·기호를 교육과정과 교과서를 토대로 거시적인 시각에서 용어·기호의 선정과 정의에 대한 문제점을 지적한 연구는 없었다.

김선희 외(2015)는 2009 개정 수학과 고등학교 교육과정의 <기초수학>, <수학 I>, <수학 II> 과목에 제시된 용어와 기호의 해설에 대한 연구를 수행하였다. 수학 교과서 분석, 수학자, 수학교육

학자, 교과서 저자 등의 심층 설문, 문헌 연구 등을 통해 개별 용어·기호 각각에 대한 정의와 해설을 작성하였고, 그 과정에서 발생한 개별 용어·기호에 대한 쟁점들을 지적하고 그 결과를 보고하였다. 본 연구는 그 후속 연구로서, 개별 용어·기호에 대한 쟁점들을 종합하여 교육과정과 교과서에 제시된 용어·기호 전반에 대한 비판과 개선을 제안해 보려 한다. 따라서 본 연구에 제시된 내용은 김선희 외에서 밝힌 쟁점, 설문 의견 등을 분석하고 그로부터 개선 방안을 찾으려 하였다. 이를 위해 본 연구는 다음을 연구문제로 선정하고 각각을 논의해보고자 한다. 첫째, 교과서에 나타난 용어·기호의 정의 방법의 특징은 무엇인가? 둘째, 교과서에 제시된 용어·기호의 정의는 학생들이 이해하기에 어떤 점에서 어려움을 야기할 수 있는가? 셋째, 교육과정에서 어떤 용어·기호를 선정하여 제시해야 하는가? 넷째, 용어·기호 정의의 개선을 위한 과제는 무엇인가?

위와 같은 연구문제를 선정하게 된 배경은 다음과 같다. 학생들이 배우는 용어와 기호는 교과서에서 정의되는데, 학문수학에서 학교수학으로 교수학적 변환을 거치면서 엄밀성과 형식성이 퇴색되고 학문수학의 정의에서 벗어나는 경우가 있다. 그렇다면 학교 수학의 정의 방법의 특성이 어떠한지에 대해 살펴볼 필요가 있다. 그리고 교수학적 변환의 목적이 학생의 이해를 위한 것이라면, 학교수학 용어·기호의 정의가 학생들이 이해하고 활용하는 데 문제의 소지가 없어야 한다. 그러나 학습자 입장에서 교과서 정의를 따를 때 발생할 수 있는 문제점은 여전히 남아 있으므로 이를 살펴보고자 하는 것이다. 국가 교육과정정이 운영되는 우리나라는 학생들이 배워야 할 용어·기호를 수학과 교육과정 문서의 ‘학습 요소1)’에 기술하고 있다. 하지만 학생들이 알아야 하는 모든 수학 용어와 기호가 교육과정에 제시

되어 있지는 않다. 그렇다면 교육과정에서 용어·기호를 어떤 기준으로 선정해야 할지에 대한 논의가 필요하다. 그리고 이러한 논의의 개선을 위해 주어진 과제가 무엇인지를 제안함으로써 연구를 마무리하고자 한다.

본 연구는 수학과 교육과정과 교과서의 용어·기호를 대상으로 하였다. 현재 2015 개정 수학과 교육과정이 공표되어 있으나 교과서는 아직 출판되지 않았으므로 2009 개정 수학과 교육과정의 고등학교 <기초수학>, <수학 I>, <수학 II>로 한정하였다. 초·중·고 모든 학교급의 용어·기호를 논하기에 지면상 한계가 있으므로, 중학교 내용을 포함하고 있는 <기초수학>, 고등학교 1학년에서 학습하게 되는 <수학 I>, <수학 II>로 내용을 한정하였다²⁾.

II. 수학 교과서의 용어·기호 정의 방법

학교 수학에서 용어를 정의하는 방법과 학문으로서의 수학에서 용어를 정의하는 방법은 다르다. 학문으로서의 수학에서 용어 정의는 체계와 관련이 있으며(우정호·조영미, 2001; 강홍규·조영미, 2002), 학문을 위한 용어의 정의는 학(學)의 내부의 논리적 정합성(logical consistency)을 위한 것이다(Nagel & Newman, 2010). 반면 학교 수학에서 용어 정의의 목적은 수학을 처음 배우는 학습자가 수학 용어를 학문으로서의 수학보다 좀 더 쉽게 익히기 위함이다. 따라서 학문으로서의 수학 용어 정의에 비하여 학교 수학의 용어 정의는 일종의 교수학적 변환이라 할 수 있다(조영미, 2002).

우정호·조영미(2001), 강홍규·조영미(2002), 조영미(2002)의 연구에서는 학교 수학에서 사용하고 있는 용어의 정의에 대한 분석의 틀을 제공하고 있는데, <표 II-1>과 같이 정의 방법을 3가지로 분류하고 있다.

<표 II-1> 학교 수학에서 사용되는 정의 방법

내포적 정의	외연적 정의	동의적 정의
논리 발생 관계 조작(구성)	열거 지시 부분집합 열거	학습자에게 친숙한 언어 사전식 축약과 기호화

내포적 정의, 외연적 정의, 동의적 정의에 대한 세부적인 용어의 정의 방법을 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 내포적 정의 방법은 ‘일정한 조건을 제시하고 있는 정의’이다. 내포적 정의는 학문을 위한 수학의 용어 정의 방법과 매우 유사하며, 논리적, 발생적, 관계적, 조작(구성)적 정의 방법으로 세분화된다. 논리적 정의는 (최근) 류와 종차에 의한 정의이고, 발생적 정의는 어떤 개념의 발생 조건 또는 발생 과정을 사용하여 정의한 것이며, 관계적 정의는 관계로 이루어진 어떤 체계 내에서 정의하려는 사물이 차지하는 위치를 사용한 정의이다. 조작(구성)적 정의는 한 개념이 관찰되는 사태를 정의의 한 부분으로 포함시키는 정의 방법이다.

둘째, 외연적 정의 방법은 ‘개념에 속하는 일부의 예들을 사용한 정의’이며, 열거, 지시, 부분집합 열거의 방법으로 세분화 된다. 열거는 그 개념이 가리키고자 하는 대상을 나열하는 것이고, 지시는 지시하여 정의하는 것이다. 예를 들어 포물선 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)을 좌표평면에 나

1) 2015 개정 수학과 교육과정의 문서 체계의 경우에 해당함. 2009 개정 수학과 교육과정의 경우 ‘용어와 기호’로 명시됨.
 2) <기초수학>의 경우 중학교 내용이므로 논의를 전개할 때는 중학교 용어로 칭할 것이며, 때에 따라서는 초등학교 용어들도 언급할 것이다.

타낸 곡선으로 정의하는 방법은 ‘지시’에 의한 외연적 정의 방법이다. 부분집합 열거는 대상을 일일이 열거하는 대신 부분집합을 열거하는 정의 방법으로, <기초수학>에서 실수를 ‘유리수와 무리수를 포함한 수’로 정의하는 것에 해당한다.

셋째, 동의적 정의 방법은 피정의항과 유사한 의미를 갖는 단어를 사용하여 정의하는 방법으로 학습자에게 친숙한 언어를 사용하는 방법, 사전식 방법, 축약과 기호화 방법이 있다. 예를 들어 초등학교 수학에서 원을 정의할 때 학습자에게 친숙한 언어인 ‘동그라미’를 사용하여 정의한다. 학문을 위한 수학과는 거리가 있지만 인지수준이 낮은 학습자에게는 유용한 정의 방법이다. 또한 수학 기호는 대부분 사전식 동의방법을 사용한다. 예를 들어, 제곱근을 논리적, 내포적으로 정의하고 다시 기호 $\sqrt{\quad}$ 를 제곱근 기호로 사전식, 동의적 방법으로 정의한다.

조영미(2002)는 초등학교 교과서를 대상으로 정의 방법을 연구하였지만, 고등학교에서 교과서의 정의가 어떤 방법을 취하고 있는지에 대한 연구는 지금까지 없었다. 본 연구는 고등학교 수학의 용어·기호가 정의된 방법을 알아보기 위해, <표 II-1>의 틀을 활용하여 2009 개정 수학과 교육과정의 <기초수학>, <수학 I>, <수학 II>의 교과서³⁾(이준열 외, 2013a, 2013b, 2013c)를 중심으로 그 정의 방법을 분석하였다. 중학교 수준의 학교수학 용어·기호의 정의 방법을 조망하기 위해 <기초수학>의 용어·기호를 분류하고, 고등학교의 기본적인 정의 방법을 조망하기 위해 <수학 I>, <수학 II>의 용어·기호를 분류하였다. 그 결과는 <표 II-2>와 같다.

<표 II-2>를 보면, <기초수학>에서 <수학 I>, <수학 II>로 학년과 수준이 높아질수록 학교수학

의 용어·기호의 정의가 지시적·외연적 정의 방법에서 논리적·내포적 정의 방법으로 바뀌는 경향이 있다는 점을 발견할 수 있다. 이 세 과목에서 다루는 용어·기호의 특성을 배제할 수는 없지만, 외연적 정의 방법이 직관적으로 이해가 쉬울 뿐 아니라 심리적으로 유용하기 때문에(조영미, 2002) 초·중학교에서 주로 사용되고, 점진적으로 고등학교 수학에서는 수학 용어가 논리적 내포적 방법으로 정의됨을 미루어 알 수 있다. 현대 수학은 외연적 정의 방법을 많이 따르고 있으나 학교 수학 내에서는 논리적 내포적 방법으로 나아가는 양상이다. 이러한 경향성은 학교수학에서 학문수학으로, 그리고 순서쌍, 좌표, x 축, y 축 등 구체적인 수학적 대상에서 방정식, 함수, 항등식 등 추상적이고 담론적인⁴⁾ 수학적 대상으로 옮겨가는 수학사의 경향과 일치하는 것으로 보인다. 따라서 학습자가 학문을 위한 공리적이고 논리적인 방법으로 수학 용어·기호를 정의하기 위해 위와 같은 경향은 적절하다고 판단할 수 있다.

하지만 논리적 내포적 정의 방법은 다른 용어들의 정의를 바탕으로 정의하기 때문에, 학습자들의 인지 부담이 크고 학습 결손이 있는 학생이라면 이해하기 어려운 경우가 많다. 예를 들어, ‘다항식’ 용어를 이해하기 위해서는 ‘항’이라는 용어를 알아야 한다는 점에서, 위계가 있는 용어들 사이의 관계와 하위 개념의 용어의 뜻을 알아야 한다. 또한 수학 기호를 사용한 식으로 나타낼 때 명료할 수 있는데 이를 언어로 정의하다보니 이해하기 어려워지는 경우도 발생한다. 예를 들어, 나머지정리는 “ x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(a)$ 이다.”로 정의되는데, 학생들이 나머지를 구

3) 교과서마다 용어·기호의 정의가 다를 수 있으나 여기서는 고등학교 용어·기호의 대략적인 경향성을 파악하려는 것이므로, 출판사 1곳만을 대상으로 하였다.

4) Sfard(2008)는 수학적 대상은 구체적이고 근본적인 대상(primary object; p-object)에서 담론적인 대상(discursive object, d-object)으로 발전해 나간다고 하였다.

<표 II-2> 기초수학, 수학 I, 수학II의 용어·기호 정의 방법

정의 방법		기초수학	수학 I	수학 II
내포적 정의	논리	다항식, 단항식, 상수항, 차수, 동류항, 근, 해, 항등식, 부등식, 중근, 좌표평면, 기울기, x 절편, y 절편, 최댓값, 최솟값	나머지정리, 인수정리, 실수부분, 허수부분, 켈레복소수, 실수부분, 허수부분, 실근, 허근	집합, 부분집합, 진부분집합, 합집합, 교집합, 전체집합, 여집합, 차집합, 서로소, 명제, 조건, 정의, 정리, 진리집합, 부정, 역, 대우, 필요조건, 충분조건, 필요충분조건, 절대부등식, 일대일대응, 항등함수 상수함수, 일대일 함수, 합성함수, 역함수, 다항함수, 유리식, 유리함수, 무리함수, 일반항, 수학적 귀납법, 로그, 상용로그
	발생	인수분해, 원점, 함수의 그래프, 평행이동	허수단위, $f(x, y) = 0$, 대칭이동	(집합의) 교환법칙, (집합의) 결합법칙, (집합의) 분배법칙, 증명, 귀류법, 대응, 등차수열, 등비수열, 귀납적 정의, 거듭제곱근
	관계	제곱근, 인수, 중점		가정, 결론, 정의역, 치역, 공역, 공차, 등차중항, 공비, 등비중항
	조작 (구성)	분모의 유리화, 대입, 전개, 전개식, 이항, x 좌표, y 좌표, 두 점 사이의 거리	내분, 외분	접근선, 향
외연적 정의	열거	향, 삼각비		
	지시	근호, 식의 값, 미지수, 일차방정식, 연립일차방정식, 일차부등식, 연립일차부등식, 이차방정식, 근의 공식, 완전제곱식, 순서쌍, 좌표, x 축, y 축, 좌표축, $f(x)$, 이차함수, 포물선, (포물선의) 축, (포물선의) 꼭짓점, 사인, 코사인, 탄젠트	복소수, 판별식,	원소, (로그의) 밑, 진수
	부분집합열거	무리수, 실수	허수	무리식
동의적 정의	학습자에게 친숙한 언어			
	사전식	$\sqrt{\quad}$, 피타고라스 정리, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$	조립제법, i	벤다이어그램, 드모르간법칙
	축약과 기호화		미정계수법, $a+bi$, $\frac{a+bi}{a+bi}$	$a \in A, b \notin B, \emptyset, A \subset B, A \not\subset B, A = B, A \neq B, A \cup B, A \cap B, n(A), U, A^c, A - B, p \rightarrow q, p \Rightarrow q, \sim p, p \Leftrightarrow q, f: X \rightarrow Y, g \circ f, (g \circ f)(x), y = g(f(x)), f^{-1}, y = f^{-1}(x),$ 수열, $a_n, \{a_n\}, \sum_{k=1}^n a_k, \sqrt[n]{a}, \log_a N, \log N$

하기 위해 이 정리의 절차를 활용할 수 있지만 집합이 서로소인 경우는 원소를 나열하거나 벤 이를 언어로 설명하기는 어려운 경우가 발생한 다이어그램을 보면 금방 알 수 있지만 이를 언어 다. 이는 '서로소' 용어의 경우도 마찬가지다. 두 로 설명하거나 이해하기에는 어려운 점이 있다.

논리적 내포적 정의 방법의 활용은 내용상의 오류를 줄일 수는 있지만 학생들이 이해하기에는 어려움을 더 많이 갖고 있음을 알고 용어·기호를 지도하는 묘안이 필요하다.

Ⅲ. 학생들이 이해하기 어려운 용어·기호의 정의 내용

이 절에서는 교과서에서 다른 용어·기호의 정의 내용에서 학습자가 이해하기에 어려움을 야기하는 점들을 살펴보려 한다.

첫째, 용어가 도입될 때 정의된 내용이 확장된 상황에서 활용되기 어려운 경우가 발생할 수 있다. 교과서에서는 용어가 정의될 때 내용 영역, 관련 용어들이 함께 고려되어 상황적 의미를 포함하는 경우가 있다. 예를 들어, 서로소는 중학교에서는 두 자연수의 공약수가 1뿐일 때 사용되지만, 집합에서는 교집합이 공집합인 경우로 해석된다. 하지만 상황 맥락에 따라 정의된 용어가 이후 더 확장된 맥락에서 사용되는 경우 한계를 갖게 된다. 예를 들어, 좌표는 중학교에서도 도입될 때 수직선에서 점의 위치로 정의되지만, 좌표평면에서나 공간좌표에서도 쓰이는 용어이다. 따라서 처음 등장했을 때 도입된 정의 내용으로 그 용어를 한정지어 생각하면 확장된 맥락에서 적절한 용어로 기능하기 어렵다. 이는 용어의 정의를 한 번만 허락하도록 한 교과서 검인정 지침에 의해 발생하는 것으로 볼 수 있다.

둘째, 용어가 동음이의어로서 활용되는 경우가 있다. 이때 학생들은 맥락에 따라 그 의미를 해석해야 하는데, 전문가가 아닌 학생들에게는 그 판단이 어려울 수 있다. 동음이의어는 수학과 일상어, 다른 교과 용어와의 중복, 수학 내에서의 중복인 경우로 살펴볼 수 있다. 수학과 일상어에서 중복되는 용어는 미지수, 해, 근, 원점, 절편,

중근, 축, 중점, 무리수, 실수, 대입, 항, 계수, 차수, 전개, 인수, 허수, 내분, 외분, 집합, 원소, 명제, 가정, 정의, 정리, 부정, 역, 대우, 공역, 대응, 공차, 공비, 로그, 진수 등이다. 수학이 아닌 다른 교과에서 동일한 용어를 사용하는 경우로, 국어과에서 다른 ‘귀납법’과 ‘수학적 귀납법’의 의미를 달리 해석해야 하는 경우이다. 또 수학 내에서도 그 의미가 다른 경우가 있는데, 그 내용을 정리하면 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 수학 내에서 의미가 다른 용어

용어	맥락1	맥락2
해	방정식, 부등식의 해	경(京)의 만 배가 되는 수 즉, 10^{20}
항	다항식의 항	수열의 항
이항	방정식의 이항	다항식의 이항 (예: 이항정리)
서로소	자연수의 서로소	집합의 서로소
부정	명제의 부정	해의 부정(부정방정식)

셋째, 학교급, 과목에 따라 정의가 다른 것은 학습자 입장에서 인지 구조의 변화를 요한다는 점에서 이해에 어려움을 야기한다고 할 수 있다. 2009 개정 수학과 교육과정과 교과서에 비추어 볼 때, 이 경우에 해당하는 용어는 다음과 같다.

- 대응 : 대응은 초등학교 3~4학년군에서, 중학교 함수 영역, 고등학교 <수학II>의 함수에서 사용된다. 초등학교에서의 대응은 둘 사이의 짝이라는 의미로 대응표 등에 활용되지만, 고등학교에서는 두 집합의 여러 원소 간의 관계라는 의미를 갖는다.
- 함수 : 중학교와 고등학교에서 함수의 의미를 다르게 다루도록 교육과정에 명시되어 있으므로 처음 함수를 배우게 되는 중학교 과정에서뿐만 아니라 고등학교 과정에서도 다시 정의할 필요가 있다.

- 접한다(접선) : 학교수학에서는 접선을 처음에는 원의 맥락에서 다루지만, 이후에는 포물선, 삼차함수의 그래프 등 좀 더 일반적인 곡선의 맥락에서 다룬다(임재훈·박교식, 2004). 이 용어는 원과 직선의 관계 뿐 아니라 이후에 미분 영역에서 다양한 곡선에서 접선의 개념을 다루게 되므로 내용에 따라 재정의하여 학습의 이해를 돕는 것이 바람직하다.
- 좌표 : 좌표의 경우 중학교에서는 수직선 위에서 점의 위치로 설명하고 있으나 바로 좌표평면이 도입되면서 평면에서의 점의 위치가 다루어진다. 고등학교 <기하와 벡터>에서는 공간 내의 위치를 나타내는 용어로 다루어지므로, 처음의 정의가 일관되게 사용될 수 없다.
- 최댓값/최솟값 : 최댓값과 최솟값은 이차함수의 그래프에서 도입되며, 2009 개정 수학과 교육과정에서는 중학교에서 정의역을 실수 전체로 보기 때문에 꼭짓점에서 찾을 수 있는 값이다. 하지만 <미적분 I>에서는 극댓값과 극솟값을 알고 있으므로 “주어진 구간의 모든 정의역 x 에 대하여 $f(a)$ 가 최솟값인 경우와 최댓값인 경우를 각각 $f(a) \leq f(x)$, $f(a) \geq f(x)$ ”으로 말한다. 따라서 그 정의가 변화될 필요가 있다.

넷째, 용어의 정의에 의해 학생들이 오개념을 갖게 될 수 있다. 이러한 사례는 다양하게 발생할 수 있는데, 그 예는 다음과 같다.

- 계수 : 계수의 정의는 문자에 곱해진 수이다. 단항식 ax 에서 a 는 상황에 따라 계수로도 문자로도 볼 수 있다. 따라서 a 가 상수를 나타내는 경우 계수라고 할 수 있지만 학생들이 a 를 문자라고 보면 계수로 보기

어려운 문제가 발생한다.

- 항등식 : 항등식의 정의는 ‘문자에 어떤 수를 대입하여도 항상 참이 되는 등식’이 교과서에서 대부분인데, 학생들은 이 정의에 충실하고자 문자가 없는 등식은 항등식이 아니라고 판단할 수도 있다.
- 접근선 : 접근선의 정의는 곡선을 따라 움직이는 한 점이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 그 직선이다. 학생들은 접근선을 ‘무한히 가까워지지만 만나지 않는 선’으로 인식하는 경우가 많다(서혜경, 2013). 마치 접선을 ‘접점 외에 원함수와 만나지 않는’ 것으로 잘못 인식하는 것과 비슷하다.

다섯째, 용어가 정의된 맥락이 아닌 곳에서 사용되어, 그 의미를 어떻게 해석해야 하는지 학생들이 가늠할 수 없는 경우가 있다.

- 차수 : 차수는 항과 다항식의 두 가지 상황에서 쓰인다. 하지만 차수의 정의는 항의 맥락에서 하고 있으므로 다항식에서 차수를 논할 때 새로 정의하거나 설명할 필요가 있다.
- 미지수 : 현재는 방정식에서 미지수가 정의되는데, 부등식에서도 미지수가 쓰이지만 별도의 설명이 없다.
- 원점 : 원점은 좌표평면에서 두 좌표축의 교점으로 정의되는데, 수직선에서도 기준이 되는 점이 원점이다. 교육과정에서 수직선은 수와 연산 영역의 용어이고, 원점은 함수 영역의 용어이므로, 원점이 좌표평면에서 정의된 것으로 보인다.

여섯째, 기호를 읽는 방법이 제시되어 있지 않고 표기법이 다른 기호와 중복되는 경우가 있다. 예를 들어 함수의 합성 $g \circ f$ 의 경우 교사들마다 읽는 방법이 ‘ g 합성 f , g 도트 f , g 서클

f ' 등 다양하다. 그리고 일반항이 a_n 을 수열을 $\{a_n\}$ 로 표기하는데, 기호 $\{ \}$ 는 집합의 기호이므로 원소를 순서대로 나열할 필요가 없다. 하지만 수열에서는 순서가 중요하다.

위에 제시된 내용은 학습자 입장에서 보았을 때 나타날 수 있는 것이지만 학교수학이 갖고 있는 본질적인 속성으로 볼 수도 있을 것이다. 하지만 교과서 저자나 교사들이 학생들의 입장에서 이러한 어려움이 발생할 수 있음을 간과하고 있을 필요가 있으므로, 본 연구는 학습자의 이해 관점에서 어려움으로 위의 내용을 제시하였다.

IV. 교육과정에서 용어·기호의 선정

수학에서 용어는 사고의 출발점이자 종착점이라고 할 수 있을 만큼 수학 학습에서 핵심적인 역할을 한다. 새로운 수학적 개념을 이해할 때 그 개념에 대응되는 용어가 함의하는 바에서 시작하게 되고, 개념을 익힌 후에는 그 용어를 통해 학습한 바를 정리하게 된다(김흥기 외, 2003). 그렇기에 수학 교육과정에서 어떤 용어와 기호가 제시되는지는 교과서 집필에 많은 영향을 주게 된다. 이러한 영향에 대하여 허민(2013)은 다음과 같이 지적하고 있다.

교육과정에 제시된 용어·기호는 교과서에서 정의되고 그 외의 용어는 교수·학습 과정에서 사용할 수 있으나 기존 교육과정에서 쓰이지 않았던 용어는 중등학교 교과서에서 거의 금기시되고 있다. 이에 따라 적절하지 못한 상황이 발생한다.

(허민, 2013, p.403)

이러한 논의는 수학과 교육과정에서 어떤 용어와 기호가 제시되어야 하는지에 대해 어떤 기

준이 필요함을 시사한다. 임제훈 외(2002)는 남북한 수학 용어의 통합 방안을 연구하면서 ‘의미성과 규약성’, ‘한글 용어와 한자 용어’, ‘일상 용어와 전문 용어’, ‘일관성’의 기준을 고려해야 한다고 주장한 바 있다. 박경미 외(2015)의 연구에서는 2015 수학과 교육과정 시안을 개발하는 과정을 서술하고 있으며, 2015 교육과정에서 쟁점이 되었던 수학 교과 역량, 목표, 교수 학습 방향, 평가 방향에 대한 논의와 함께 내용에 대한 논의에서 쟁점이 되었던 사항들을 소개하고 있다. 그런데 용어와 기호에 대한 논의 사항은 체계적으로 이루어지지 않은 것으로 보인다. 따라서 이 장에서는 김선희 외(2015)의 연구에서 이루어졌던 문헌 연구 및 면담 연구를 통하여 드러난 수학 교육과정 용어 및 기호에 대한 문제점을 바탕으로 수학 교육과정에서 용어 및 기호를 선정할 때 고려할 수 있는 기준을 제시하고자 한다.

첫째, 성취기준을 학습하는 데 필요한 용어·기호가 모두 포함되어 있는지 검토할 필요가 있다. 성취기준은 학생들이 필수적으로 배우고 익혀야 할 기준을 정한 것으로, 여기에 포함된 어떠한 용어·기호도 중요하지 않은 것은 없다. 따라서 성취기준에 나타나는 모든 용어는 ‘학습 요소’에 제시하는 것이 바람직하다. 2009 개정 수학과 교육과정에서 성취기준에는 언급되었으나 ‘용어와 기호’란에 없는 용어·기호 중에 필요한 용어·기호들이 있다. 예를 들어, 회전체는 성취기준에는 제시되고 ‘용어와 기호’에는 누락되었다. 성취기준에 나타나 있는 내용인 만큼 학습의 진행상 수업에 필요한 용어를 교육과정에서 제시하는 것이 필요하다. 반드시 알아두어야 하거나 필요한 용어·기호 임에도 불구하고 누락되었다면 ‘학습 요소’의 선정 기준으로 고려할 수 있을 것이다.

둘째, 교육과정에서 학습량 감축으로 인해 용

어·기호를 제한적으로 제시되어 있는 만큼 동일한 의미에 대해 하나의 용어를 사용한다. 한 가지 의미에 대해 여러 용어가 존재한다면, 한 가지 용어만을 사용해도 무방하다고 판단되는 경우 나머지 하나는 삭제하거나, 두 용어의 쓰임을 정확하게 해 두는 것이 바람직하다. 예를 들어, 방정식의 ‘해’와 ‘근’이 있다. 두 용어는 사전적으로 동일한 의미를 갖는다. 동일한 의미를 가진 두 용어를 교육과정의 용어에 같이 제시하는 것은 불필요하며, 오히려 학생들로 하여금 언제 해와 근을 구별하여 사용해야 하는지를 고려하게끔 하여 인지적 부담을 작용시킨다. 근의 공식이나 중근 등의 용어들이 많이 쓰이고 있는 맥락을 고려할 때, 해보다는 근이 통일된 용어로 사용될 수 있을 것이다.

셋째, 의미를 해석할 필요가 없거나 활용에 문제가 없다면 교육과정에서 용어의 도입을 최대한 미룬다. 예를 들어, 포물선이라는 용어는 이차함수의 그래프에서 등장하는데, 이차함수 그래프 모양이 포물선 형태라는 것을 설명하면서 (포물선의) 축, 꼭짓점 등을 다루고 있다. 하지만 포물선을 이미 알고 있는 것이 아니므로 학생들은 이차함수의 그래프의 또다른 이름으로 포물선을 배우게 된다. 포물선은 이후 <기하와 벡터>에서 이차곡선으로서 다루어지고, 이때 새롭게 정의하므로 조기 도입된 용어는 학생들에게 인식론적 장애를 가져올 수 있다. 또한 <기하와 벡터>에서 포물선의 축은 “포물선의 초점을 지나고 준선에 수직인 직선”으로 정의되므로 이차함수의 그래프의 축과 다른 설명으로 되어 있다. 중학교에서 포물선이라는 용어는 사용하지 않더라도 별다른 문제는 발생하지 않을 것으로 보인다.

넷째, 필수적인 용어나 맥락에 따라 재정의가 필요한 경우 학교급 또는 학년군에서 ‘학습 요소’로 재선정하는 것을 고려할 필요가 있다. Piaget는 수학적 지식 구성의 과정에서 기존의

인지 구조와 새로운 내용 사이에 인지적 불균형이 필수불가결하다고 보았다(임재훈·박교식, 2004). 학교급별로 용어·기호의 정의 내용이 다를 수 있으며 그 이유는 학생들의 인지적 수준의 차이가 있기 때문이다. 또한 교육과정의 용어·기호는 그 뒤 고등교육에서도 큰 영향을 끼친다(허민, 2013). 이러한 이유로 선행하는 학교급에서 이미 학습한 용어·기호이어도 각 교육과정에서 재정의하여 학생들의 사고 발달에 맞추는 것이 바람직할 수 있다.

2009 개정 수학과 교육과정의 개발 방향 중 하나는 학습량의 20% 경감이었다. 이로 인해 많은 수학 용어들이 교육과정에서 삭제되었다. 하지만 용어·기호를 교육과정에서 삭제하는 것만이 학습량을 줄이는 방법이 될 수는 없다. 오히려 용어·기호를 삭제함으로써 인해 이것을 설명해야 하는 현상이 발생하면서 학생들에게 인지적 부담이 더 커질 수도 있다. 제7차 교육과정에서 절댓값 기호가 교육과정에서 제시되지 않아, 이를 언어로 설명하려고 하면서 의사소통이 어려웠던 현상이 벌어졌다. 따라서 위와 같은 제안을 고려하여 교육과정에서 용어·기호를 선정하는 것이 바람직하다.

V. 용어·기호 선정과 정의에 대한 개선 과제

지금까지의 논의를 통하여 수학과 교육과정과 교과서에서 용어·기호의 여러 가지 문제점을 분석해 보았다. 이 장에서는 용어 및 기호의 문제점을 개선하기 위한 방안을 알아보기로 한다. 여기에는 수학적, 교육학적, 심리학적 논의뿐만 아니라 제도적 과제까지 포함하여 다루기로 한다.

첫째, 교육과정을 개선할 때 용어·기호에 대한 심도 있는 분석과 논의가 필요하다. 앞서

2015 수학과 교육과정 개선에서 용어 및 기호에 대한 논의가 보고서에는 드러나지 않고 있음을 논의하였다. 박경미 외(2015)의 연구에서는 2015 수학과 교육과정 시안을 개발하는 과정을 서술하고 있으나 용어와 기호에 대한 논의 사항은 소개하지 않았다. 그 동안 수학과 교육과정이 개정될 때마다 중요한 논의 사항 중 하나는 학습량 경감이었다. 학습량 경감이 문제가 되면 자연스럽게 어느 학년에서 어떤 내용을 삭제할 것인지, 또는 학년 간 난이도 조정은 어떻게 할 것인지가 중요한 논의 사항이 될 수 있다. 이와 더불어 용어 및 기호에 대해서도 논의가 전개될 필요가 있어 보인다.

둘째, 교과서 검정에서도 용어 및 기호에 대한 기준을 적절히 마련하기 위해 노력할 필요가 있다. 김선희 외(2015)의 연구에 참여한 한 교과서 집필자는 다음과 같이 언급하였다.

교과서 집필에 있어 가장 중요한 사항이 심의를 통과하는 것이다 보니 기존 교과서에서 벗어나 새롭게 교과서를 집필하는 것이 매우 어렵습니다. 기존 방식과 다른 서술을 했다가 심사에 탈락하면 곤란하기 때문에 언제나 “심의를 통과했던 예전 서술”을 답습할 수밖에 없는 상황입니다.

(심층면담에 참여한 교수 의견)

교과서 검정의 가장 중요한 목적은 수학 수업에서 활용되는 교과서의 질 관리이며, 직전 교육과정에서 활용된 교과서를 참조하는 것은 지극히 당연한 일일 것이다. 이와 더불어 용어 및 기호의 정의와 관련하여 이루어진 여러 선행 연구를 참조하여 교과서 편찬 지침이나 검정 기준을 좀 더 세밀하게 다듬는 일도 필요할 수 있을 것이다.

셋째, 수학 용어 및 기호의 정의 방법에서 학교급간 정의 방법의 차이, 특히 초등학교와 중등학교의 정의 방법의 차이를 검토할 필요가 있다.

특히 앞에서 살펴본 바와 같이 학교급이 올라갈수록 외연적 정의나 동의적 정의보다는 내포적 정의의 비율이 높아지는 양상을 보여주고 있다. 이로 인하여 초등학교에서 원은 동그란 모양이라는 외연적 정의를 활용하고, 원 위의 점은 중심에서 같은 거리에 있다는 것은 성질로 지도되지만, 중등학교에서는 학생들이 원의 정의를 한 점에서 같은 거리에 있는 점의 자취로 파악하는 경향이 있다. 이렇듯 외연적으로 정의되고 있는 수많은 예를 초등학교 교과서에서 찾아볼 수 있다.

그렇다고 할 때, 초등학교에서 외연적으로 또는 비형식적으로 정의된 용어를 중등학교에서 중요하게 활용해야 할 때, 정의를 다시 내리면 안 되는 것인지 또는 다소 엄밀하게 내려도 되는 것인지에 대한 논의가 필요할 수 있다. 사실, 정의는 절대적이기보다는 상대적인 성격을 가지며, 대학 수준의 전공 서적에서는 동일한 개념에 대하여 도서마다 정의가 다른 경우를 찾아볼 수도 있다. 그렇다면 학교급별로 중요한 용어가 등장할 때마다 새롭게 정의하는 것을 고려할 수도 있다. 다만 우리나라의 국가 교육과정 체계를 고려하여 서로 다른 정의를 허용하기보다는 동일한 정의에 대하여 정의 방법의 형식성을 조절하는 것을 고려해 볼 수 있을 것이다.

넷째, 수학과 교육과정에서 용어·기호의 교체나 교과서에 소개할 방안을 고려해야 한다. 김선희 외(2015)의 연구에 참여한 교사들은 용어의 의미 자체가 모호한 것들을 지도하기 어렵다고 지적하였다. 특히 한자어를 들 수 있는데 조립제 법이나 미정계수법, 점화식, 공역 등과 같이 용어만 가지고서는 그 내용을 짐작하기 어려운 것들이 많다. 절대부등식 또한 영어를 그대로 직역한 것이라 의미가 쉽게 파악되지 않다고 하였다. 학교수학에서 다루는 내용이 우리나라에서 발생한 것이 아니기 때문에 외국에서 유입된 문자, 기호, 한자어 등으로 이루어져 있으므로 교사들

이 용어나 기호의 의미, 사용 방법 및 예시, 유래 등을 수업에서 설명할 수 있도록 참고 자료 등이 제공되어야 한다. 또한 <수학 I>의 복소수에서 허수단위, 허수부분, 허수 등 비슷한 개념들로 학생들이 헷갈려하는데 이를 따로 명명하는 의도를 학생들에게 설명하여 지도하기가 용이하지 않다고 하였다. 뿐만 아니라 타교과와의 연계성도 고려할 필요가 있을 것이다. 실제로 대학 수학 능력 시험에서 경제와 관련된 문항으로부터 문제점이 제기되어 수학 교육과정에도 ‘퍼센트포인트’라는 용어가 도입되었다.

VI. 결론 및 제언

본 연구는 2009 개정 수학과 교육과정의 고등학교 <기초수학>, <수학 I>, <수학 II> 과목 교과서의 정의 방법과 학생들의 이해 관점에서 문제의 소지가 있는 정의를 분석하고, 교육과정에서 수학 용어·기호의 선정 기준과 거시적인 개선 과제를 제안하였다.

교과서에서 용어·기호의 정의 방법이 어떠한지를 살펴본 결과 수준이 높을수록 내포적 정의가 활용되고 있었다. 내포적 정의는 그 엄밀성을 보장하는 데 도움이 된다. 그러나 학생들의 이해의 어려움이 발생할 수 있는 문제점이 있으므로, 낱말의 용어·기호 특성을 고려하면서 지도하는 방안이 모색되어야 한다. 학생들의 이해 관점에서 세 과목에서 문제가 발생할 수 있는 정의를 교과서 분석을 통해 살펴보았다. 여러 가지 문제점이 등장하였는데, 용어가 도입될 때 정의된 내용이 확장된 맥락에서 활용되기 어려운 경우, 용어가 동음이의어로서 활용되는 경우의 해석, 학교급이나 과목에 따라 다른 내용의 정의, 정의에 의해 갖게 될 수 있는 오개념, 정의된 맥락이 아닌 곳에서 용어가 사용되는 경우의 해석, 기호를

읽는 방법이 제시되어 있지 않고 표기법이 다른 기호와 중복되는 경우 등이 학생들에게 어려움을 야기할 수 있다고 판단되었다.

우리나라는 교육과정에서 ‘학습 요소’로 선정된 용어·기호가 교과서에서 정의되는 체제이므로, 교육과정에서 어떤 용어·기호를 선정할지는 중요한 문제이다. 교육과정에서 용어·기호의 선정 기준이 필요하며, 본 연구는 이를 성취기준에서 언급된 용어·기호는 학습요소에 포함시킬 것, 동일한 의미에 대해서는 하나의 용어를 사용할 것, 가능하다면 용어의 도입은 최대한 미룰 것, 정의가 바뀌는 용어의 경우 학교급과 과목 간에 중복을 허용할 것을 제안하였다.

이에 따라 본 연구는 용어·기호 선정과 정의에 대한 개선 과제를 제안하였다. 첫째, 교육과정 개발에서 용어·기호에 대한 심도 있는 분석과 논의가 필요하고 그 결과도 공개될 필요가 있다. 둘째, 교과서 검정에서 용어 및 기호에 대한 기준을 적절히 마련하기 위해 노력할 필요가 있다. 셋째, 수학 용어 및 기호의 정의 방법에서 학교급간 정의 방법의 차이, 특히 초등학교와 중등학교의 정의 방법의 차이를 검토할 필요가 있다. 넷째, 수학과 교육과정에서 용어·기호의 교체나 교과서에 소개할 방안을 고려해야 한다.

본 연구의 결과를 토대로 후속 연구에 대한 몇 가지 제안을 하고자 한다. 본 연구는 고등학교의 세 과목에 국한하여 교육과정과 교과서의 용어·기호를 논의했지만, 본 연구의 논지는 다른 학교급, 과목으로 확대될 수 있다. 그리고 2015 개정 수학과 교육과정의 교과서가 개발된다면, 용어·기호의 문제점이 얼마나 개선이 되었는지 살펴보는 과제도 남아 있다. 또한 학습자의 이해 측면에서 연구가 더 진행된다면 학생들의 이해도를 조사한 결과를 논의하면서 개선 과제를 찾는 후속 연구도 필요할 것이다. 더불어 학생의 이해도와 학문적 관점과 균형을 이룰 수

있는 용어·기호 개선 방안의 모색도 필요하다. 또한 교육과정과 교과서에서 나아가 용어·기호의 교수·학습의 실천적 문제도 남아 있다.

참고문헌

- 강홍규·조영미(2002). 학교기하의 다양한 정의 방법과 그 교수학적 의의. **수학교육학연구**, 12(1), 95-108.
- 김선희(2004). **수학적 지식 점유에 관한 기호학적 고찰**. 이화여자대학교 교육대학원 박사학위논문.
- 김선희·이준열·서승현·서동엽·박문환·강은주·강성권·이태석(2015). **용어·기호 이해도 제고 수학 교과서 개선 방안 연구**. 한국과학창의재단 연구보고서 BD16010002.
- 김홍기(2008). 중학교 수학에서 도입된 용어 및 기호에 관한 고찰. **학교수학**, 10(2), 223-257.
- 김홍기·박교식·박경미·이장주·정승진(2003). 수학 편수 자료 개정을 위한 기초 연구. **수학교육학연구**, 13(2), 179-225.
- 박경미 외 41인(2015). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구 II**. 한국과학창의재단.
- 박교식(2003). 고등학교 수학 용어에 대한 의미론적 탐색: 한자 용어를 중심으로. **수학교육학연구**, 10(3), 227-246.
- 백대현·이진희(2011). 중학교 수학 교과서에 제시된 기호의 서술: 어떻게 읽고 이해할 것인가? **수학교육학연구**, 21(2), 165-180.
- 서혜경(2013). **고등학교 학생들의 유리함수와 점근선의 개념에 대한 이해 실태 분석**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 우정호·조영미(2001). 학교수학 교과서에서 사용하는 정의에 관한 연구. **수학교육학연구**, 11(2), 363-384.
- 임재훈·박교식(2004). 학교 수학에서 접선 개념 교수 방안 연구. **수학교육학연구**, 14(2), 171-185.
- 임재훈·이경화·박경미(2002). 남북한 수학 교과서 영역별 분석 및 표준 수학 교육과정안 개발 연구(I) - 남북한 학교 수학 용어 통합 방안 연구 -. **수학교육학연구**, 12(4), 493-508.
- 이준열·최부림·김동재·한대회·이미라·신송임·이애경·강해기(2013a). **고등학교 기초수학**. 천재교육.
- 이준열·최부림·김동재·한대회·이미라·신송임·이애경·강해기(2013b). **고등학교 수학 I**. 천재교육.
- 이준열·최부림·김동재·한대회·이미라·신송임·이애경·강해기(2013c). **고등학교 수학 II**. 천재교육.
- 조영미(2002). 수학 교과서에서 사용하는 정의의 특성 분석과 수준 탐색 - 기하 영역을 중심으로 -. **학교수학**, 4(1), 15-27.
- 허민(2013). 수학 용어의 개선 방향에 대한 소고. **한국수학교육학회 시리즈E**, 27(4), 391-406.
- Bodrova, E. & Leong, D. J. (1998). **정신의 도구: 비고츠키 유아 교육**. (김역환·박은혜 역, 영어 원저는 1996년 출판).
- Kitcher, P. (1984). *The nature of mathematical knowledge*. New York: Oxford University Press.
- Nagel, E. & Newman, J. (2010). **괴델의 증명**. (곽강제, 고중숙 역, 영어 원본은 2001년 출판). 서울: 승산.
- NCTM(1989). *Curriculum and evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: author.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating*. Cambridge University Press.
- Sierpinski, A. (1994). *Understanding in mathematics*. The Falmer Press.

A Critical Exploration on Terms and Notations in Mathematics Curriculum and Textbooks

Kim, Sun Hee (Kangwon National University)

Seo, Dong Yeop (Chuncheon National University of Education)

Kang, Sung Kwon (Youngseok High School Attached to Collage of Education Dongguk University)

Kim, Su Min (Kangwon National University)

This study explored the problems of definitions and choices of terms and notations and proposed a few tasks for improvement of them included <Basic Mathematics>, <Mathematics I>, <Mathematics II> of high school mathematics based on 2009 revised mathematics curriculum and textbooks. We explored the problems on the features of the methods and contents of definitions of terms and notations in the viewpoint of the possibilities of difficulties on students' understanding, and proposed several criteria for choices of terms and notations in curriculum. And we proposed several tasks to improve the problems as follows: we need to implement much analyses and discussions on terms and notations and to open the results, to make the criteria for the examinations of mathematics textbooks in the viewpoint of term and notation, to consider the differences of the methods of definitions among primary, middle, and high schools, and to consider the changes of terms and notations and the methods for introduction of them in textbooks.

* Key Words : high school mathematics(고등학교 수학), term(용어), notation(기호), definition(정의), criteria of choices(선정 기준)

논문접수 : 2016. 8. 10

논문수정 : 2016. 9. 10

심사완료 : 2016. 9. 12