한국학교수학회논문집 제 19 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 19, Number 3, 261-275, September 2016

수학 교실의 이원론적 신념과 그 극복을 위한 교수방안 고찰[1)]

이지현[2)]

많은 학생들이 수학에는 하나의 정답이 존재하며, 수학 수업은 교사로부터 문제를 푸는 방법을 전달받는 수동적 과정이라는 이원론적 신념을 가지고 있다. 이 연구는 인식론적 신념의 개념화와 발달에 대한 교육심리학의 여러 연구를 고찰하고, 이를 바탕으로 수학적 사실 및 절차를 절대적이고 확실한 것으로 제시하며 학생의 오류도 절대적인 방식으로 다루는 통상적인 수학 교수 관행의 인식론적 한계를 살펴보고 그에 대한 대안을 탐색하였다. Langer와 Piper(1987)의 실험 및 Oliveira 외(2012) 등의 교실 관찰 연구는 교사가 지식을 불확실성을 허용하는 조건부적 언어로 제시하고 논의하는 것이 학생들의 인식론적 신념을 생산적인 방향으로 유도할 수 있다는 가능성을 제시하고 있다. 한편, 학생의 오류에 대한 교실 의사소통의 초점과 패턴의 변화는 수학 교실을 지배하는 이원론적 신념의 극복에 도움이 될 수 있다. 이상의 논의는 수학 수업이 암묵적으로 전달하는 인식론적 메시지의 분석 및 학생들의 인식론적 신념 발달을 자극하는 교수 전략을 탐색하는 데 토대를 제공할 수 있을 것이다.

주요용어 : 인식론적 신념, 교실 인식론, 수학 교수 관행, 지식의 확실성과 불확실성

Ⅰ. 서론

많은 학생들이 수학은 변하지 않는 고정적인 지식이며, 수학 지식의 근원은 교사와 교과서라고 믿는다. 학생들은 대부분의 수학 문제는 교사가 가르치거나 교과서에 제시된 방법으로만 풀 수 있다고 생각하며(Garofalo, 1989), 교사가 답이 옳은지 아니면 틀린지를 말해주기를 기대한다(Frank, 1988). 학생들에게 수학은 하나의 정답을 가진 학문이며(Frank, 1988), 어떤 문제에 대하여 다른 답들이 제기되면 학생들은 문제를 다시 풀거나 수학을 더 잘하는 학생이 말한 답을 선택하며, 두 가지 답이 각각 다른 가정 하에서 옳을 수 있다는 가능성은 고려하지 않는다(Spangler, 1992).

인식론적 신념은 지식과 앎에 대한 신념으로, 대학생들의 인식론적 신념에 대한 Perry(1968, 1970)의 종단 연구는 이후 교육심리학에서 인식론적 신념에 대한 관심을 촉발하는 계기가 되었다. Perry가 제시한 인식론적 신념의 발달 도식은 크게 이원론(dualism), 다수주의(multiplicity), 상대주의(relativism), (상대주의에서의) 헌신(Commitment (within

* MSC2010분류 : 97C70, 97D40
1) 이 논문은 2015년도 시흥 배곧신도시 지역특성화사업의 지원으로 연구되었으며, 최종 결과보고서의 일부 내용을 재구성 및 수정 · 보완한 것임.
2) 인천대학교 수학교육과 (jihyunlee@incheon.ac.kr)

relativism))의 4 단계로 살펴볼 수 있다(Perry, 1997: pp.79-80). 인식론적 신념의 가장 낮은 단계인 이원론의 중요한 특징은 모든 지식과 질문에 대하여 확실하고 절대적인 정답이 있다는 강한 믿음이다. 이원론적 학생들에게 학습이란 교사로부터 '옳은' 지식 혹은 정답을 전수받는 수동적 과정을 의미한다. 인식론적 신념에 대한 Perry의 개념화에 따르면, 많은 학생들은 수학과 수학 학습에 대해 이원론에 머물러 있으며, Kesler(1985), McGalliard(1983)는 일부 수학 교사들 역시 이원론적 신념을 가지고 있음을 보고하고 있다. Hofer(2001)는 교사의 인식론적 신념은 과제와 교수 관행의 선택에 영향을 미치며, 결과적으로 학생들의 인식론적 신념에 영향을 미친다고 하였다. 따라서 교사들은 자신이 선택한 교수 방법 혹은 교육 소재가 학생들에게 암묵적으로 전달할 수 있는 인식론적 메시지(epistemic message)가 무엇이며, 또한 학생들이 가지고 있는 비생산적인 인식론적 신념에 도전하여 생산적인 인식론적 신념으로 변화시키기 위한 교수 전략은 무엇인지에 대하여 고민해야 할 필요가 있다. 많은 연구들이 교사의 인식론적 신념이 교실에서 학생들의 학습과 사고에 영향을 미친다는 사실을 지적하고 있지만, 인식론적 신념이 교사에 의해 학생들에게 어떻게 전달되며, 학생들이 수학에 대한 보다 생산적인 인식론적 신념을 자극할 수 있는 교수 전략은 무엇인지에 대한 구체적인 연구는 아직 부족하다. 이에 본 연구는 수학과 관련하여 인식론적 신념에 대한 여러 교육심리학의 논의들을 살펴보고, 수학 교실을 지배하는 이원론적 신념과 이를 극복하기 위한 방안을 탐색하여 제언하고자 한다.

Ⅱ. 인식론적 신념의 개념화와 발달

Perry는 대학생들의 인식론적 신념을 경험적으로 접근한 첫 연구자로, Perry가 제시한 9개 인식론적 신념 발달의 위치를 이원론- 다수주의(multiplicity)- 상대주의(relativism)- (상대주의에서의) 헌신(Commitment (within relativism))의 네 범주로 축약하여 살펴볼 수 있다(Perry, 1997). Perry(1997)가 제시한 발달 도식(developmental scheme)에서 첫 번째 범주인 이원론적 관점을 가진 학생들은 의미를 옳고 그른 것 또는 좋고 나쁜 것과 같은 이분법적 범주 중 하나로 규정하고, 모든 문제는 하나의 정답을 가지고 있으며 교사와 같은 권위자는 정답을 알고 있다고 믿는다. 따라서 권위자가 정답을 알려주기를 기대하며, 학습은 절대적으로 참인 지식을 교사 또는 전문가로부터 전달받는 과정이라고 생각한다(Ibid., pp.79-81). 두 번째 범주인 다수주의 관점을 가지게 된 학생들은 정답이 아직 알려지지 않은 영역에 대해서는 다양한 견해와 가치를 정당한 것으로 인정한다. 이와 같이 다양성에 입문하는 다수주의는, "모든 사람은 자신의 의견을 가질 권리가 있다; 어떠한 의견도 틀리다고 할 수 없다."와 같은 해방감을 수반한다(Ibid., pp.79-84). 세 번째 범주인 상대주의에서는 다양한 견해, 가치, 판단이 비교 및 분석을 허용하는 일관적인 근원, 증거, 논리, 체계로부터 발생한다. 또한 지식이 문맥에 의존한다는 것을 인식한다. 마지막으로 (상대주의에서의) 헌신 단계에 도달한 학생들은 상대주의적 관점에서 주장하고 선택하며 (진로, 가치, 정치, 개인 관계 등에 대한) 의사 결정을 하게 된다(Ibid., p.80).

이상과 같은 Perry의 도식은 지식과 앎의 다양한 측면에 대한 인식을 하나의 연속체에서 분석한 일차원 접근이라는 특징을 가지고 있다. Perry를 위시한 초기 연구자들은 인식론적 신념을 일차원 모델로 접근하였으나, Schommer(1990)의 다차원 모델 이후 많은 연구자들이

인식론적 신념에 대해 다차원 모델을 가정하고 있다. Schommer(1990: pp.499-500)는 지식의 성격(지식의 확실성· 근원· 구조의 3차원)과 학습에 대한 신념(학습의 통제권· 학습 속도의 2차원)로 이루어진 인식론적 신념의 다차원 모델을 제시하였다(Muis, 2004: p. 320; <표 Ⅱ-1>). Schommer는 개인의 인식론적 신념은 이와 같이 거의 독립적인 여러 차원 신념의 목록으로 특징지을 수 있다고 보았으며, 각 차원에서 “소박한(naïve)”신념과 “세련된(sophisticated) 신념”을 구분하였다(Schommer, 1994). Schommer는 여러 연구(Schommer, 1990; 1993; 1998; Schommer, Hutter, 1995; Schommer-Aikins, 2008)를 통하여 각 차원의 인식론적 신념들이 이해, 메타-이해(자신의 이해를 모니터링), 문제해결, 학습전략의 선택과 같은 인지 과정에 영향을 미치고 있음을 입증하였다. 특히 이원론과 같은 소박한 신념이 기본 수준의 일상적 사고와 관련되며 개별 사실들의 단편적인 암기와 같은 피상적인 학습을 지원하는 반면, 세련된 인식론적 신념은 고차원적 사고를 지원하고 비판적 사고 · 종합 · 적용을 요하는 깊이 있는 학습(deep learning)을 가능하게 한다(Schommer-Aikins, 2008: pp.306-307). 지식의 단순성과 확실성에 대한 강한 믿음을 가진 학생들은 어떤 질문에 대하여 확실한 하나의 답을 추구하지만, 지식이 복잡하고 잠정적이라고 믿는 학생들은 보다 복잡하고 다양한 답을 찾아낼 수 있다(Schommer, 1998; Schommer, Hutter, 1995).

Perry와 같이 인식론적 신념을 일차원으로 접근한 초기 연구자들은, 초중고 학생들은 지식과 앎에 대하여 소박한 (이원론적인) 인식론적 신념을 가지고 있으며 나이의 성숙과 고등교육의 영향으로 인식론적 신념이 순차적으로 발달한다고 간주하였다. 그러나 Chandler와 그 동료 연구자(Boyes, Chandler, 1992; Chandler, Hallett, Sokol, 2002)들은 인식론적 신념의 발달이 비교적 어린 나이에서부터 시작되며, 인식론적으로 어느 정도 성숙할 때까지 서로 다른 인식론적 수준을 반복적으로 겪는다고 주장하고 있다.

수학 교육에서는 인식론적 신념보다는 보통 신념(belief)이라는 용어로 학생들의 신념이 어떻게 발달하며 신념이 수학 학습과 문제해결에 끼치는 영향, 신념의 변화 양상 등이 연구되어 왔다(Muis, 2004). 학생들의 수학에 대한 신념에 대한 여러 보고(Schoenfeld, 1985; 1989; Frank, 1988; Garofalo, 1989; Spangler, 1992)들은, 학생들이 Schommer(1990)가 제시한 각 차원에서 낮은 인식론적 신념을 가지고 있음을 보여주고 있다. 많은 연구자(Stodolsky, 1985; Doyle, 1988; Higgins, 1997; 한경화, 강순자, 정인철, 2005)들이 수업 관찰

<표Ⅱ-1> Schommer(1990)의 인식론적 신념의 다차원 모델(multi-dimensional model)

		소박한(naïve) 신념	세련된(sophisticated) 신념
지식의 성격	지식의 확실성 (certainty of knowledge)	확실하며 변하지 않는 지식	끊임 없이 진화하는 지식
	지식의 근원 (source of knowledge)	권위자로부터 전수받는 지식	논리 혹은 이유를 통해 획득하는 지식
	지식의 구조 (structure of knowledge)	단편적인 정보들의 집합체로서의 지식	상호 연결되어 있는 개념들로 이루어진 지식
학습	학습에 대한 통제권 (control of knowledge acquisition)	학습능력은 선천적으로 타고난다.	학습능력은 노력으로 향상될 수 있다.
	학습의 속도 (speed of knowledge acquisition)	학습은 빠르고 순간적으로 일어난다.	학습은 점진적이고 천천히 일어난다.

을 통하여, 학교수학교육이 학생들이 수학에 대해 가지고 있는 신념의 주된 원인임을 지적하였다.

교사의 인식론적 신념이 교실의 인식론적 기후(epistemic climate)[3)]에 미치는 영향을 분석한 Stipek, Givvin, Salmon, MacGyvers (2001), Johnston 외(2001), Schraw, Olafson(2002), Tsai(2002), White(2000)등에 따르면, 교사의 인식론적 신념은 내용 지식에 대한 그 자신의 인식(유일한 교육과정/교과서 대 다양한 지식의 근원), 교수 방식에 대한 선호(교사 중심적 수업 혹은 학생 중심적 수업), 학습자로서의 학생에 대한 인식(지식의 수동적인 수용자 대 능동적인 구성자)에 영향을 미친다. Hofer (2001: p.372)는 교실 맥락에서 교사와 학생의 인식론적 신념이 수업과 학습에 영향을 미치는 메카니즘을 다음과 같이 설명하고 있다. 교사는 교실 과제나 교수 관행을 선택할 때, 자신이 가지고 있는 인식론적 신념의 영향을 받게 된다. 이렇게 교사가 선택한 교실 과제나 교수 실행은 다시 학생들이 가지고 있는 인식론적 렌즈를 통해 인지되고 해석되어 학생들의 인식론적 신념에 영향을 미친다.

Ⅲ. 수학의 확실성과 불확실성

인식론적 신념에 대한 대부분의 개념화에서 지식의 확실성에 대한 신념을 공통으로 포함하고 있다(Hofer, Pintrich, 1997: pp.113-115). 원래 확실성이란, 어떠한 의심, 질문이나 도전에도 흔들리지 않는 강한 신념을 의미한다. 확실성은 개인의 신념에서 확장되어 지식도 가질 수 있는 속성이 되었으며, 어떤 지식이 그에 대한 의심, 질문, 도전에 잘 견뎌낼 수 있을 때 그 지식을 확실한 지식이라 한다. 수학은 이러한 의미에서 보편적으로 확실한 지식으로 간주되어 왔다(Ernest, 2015).

수학의 확실성은 다른 지식의 확실성과 다른 측면을 가지고 있으며, 수학이 확실한 학문 혹은 확실하지 않은 학문이라고 보는 두 입장 모두 타당한 근거를 가지고 있다. Rott, Leuders, Stahl(2014: pp.122-124)는 수학의 확실성과 불확실성에 대한 여러 근거를 다음과 같이 정리하고 있다. 수학이 확실한 학문으로 간주되는 가장 중요한 이유는 바로 공리로부터의 형식적 증명 혹은 연역적 추론이라는 수학의 방법론이다. 그럼에도 불구하고 수학은 다음과 같은 이론적· 존재론적· 경험적인 불확실성을 내포하고 있다.

(1) 이론적 불확실성: 모든 수학 명제는 주어진 공리체계로부터 논리적 추론에 의해 유도할 수 있으므로, 어떤 수학 명제가 참인가 라는 문제는 주어진 공리체계가 참인가 라는 문제로 환원된다. 그러나 공리체계의 선택을 정당화한다는 것은 불가능하다. 한편 20세기 초 집합론의 위기에 직면했던 많은 수학자들이 완전(complete)하고 무모순인 공리체계 위에서 고전수학의 재건을 위해 노력하였으나, 이러한 시도는 괴델이 불완전성 정리(incompleteness theorem)를 증명함으로서 실패하였다.
(2)존재론적 불확실성: 수학적 대상이 참조하는 플라톤적 대상의 존재를 객관적 혹은 물리적으로 입증하는 것은 불가능하다.

---

3) Feucht(2010: p.58)은 인식론적 기후(혹은 교실 인식론(classroom epistemology)를, 교실에서 지식과 앎의 성격을 규정하는 것으로서 학습자와 교사의 인식론적 신념, 인식론적 지식 표상(epistemic knowledge representations: 교육과정과 교과서 등의 내용 지식이 포함하는 인식론적 메시지), 인식론적 수업(epistemic instruction: 교수 방법이 내포하는 인식론적 메시지)및 위 네 요인 사이의 상호관계로부터 나타나는 것이라고 개념화하였다.

(3)경험적 불확실성: 수학자들이 창조한 수학 논문의 타당성은 수학자 집단의 검증과정을 통해 전문 저널에 출판되는데, 매우 드물기는 하지만 이와 같은 수학적 지식의 사회적 정당화 과정에서도 오류가능성이 도사리고 있다. 또 4색 문제의 사례와 같이 컴퓨터를 사용하여 해결하는 수학적 결과들이 증가하고 있지만, 이와 같이 컴퓨터로 입증된 결과에 대하여 컴퓨터 혹은 소프트웨어가 오류가 없다는 것을 확신할 수 있는 방법이 없다(Rott, Leuders, Stahl, 2014: pp. 123-124).

한편 Hersh (1991)는 Goffman(1978)의 "무대 앞면(front stage)"과 "무대 뒷면(back stage)"이라는 연극적 은유를 통하여 수학의 확실성과 불확실성을 논의하였다(<표 Ⅲ-1>). 이 때 "앞면"의 수학은 Pólya가 언급한 '완성된 수학(finished mathematics)'이 수학 교실, 교과서 혹은 전문 저널 등에 완성된 형식으로 제시된 것이며, "뒷면"의 수학(backstage mathematics)은 Pólya가 말한 '발생 과정 중의 수학(mathematics in the making)'을 말한다(Hersh, 1991: p.128; Greiffenhagen, Sharrock, 2011, p. 840). 수학의 "앞면"은 "뒷면"과 비교하여, 형식적이고 확실하며 엄밀하게 잘 정렬되어 있고 추상적이라는 특징이 있다. 반면 "뒷면"의 수학은 "앞면"과 달리, 단편적·비형식적·직관적이며 불확실하고 잠정적인 속성을 가지고 있다(Hersh, 1991: p.128). 수학의 "앞면"과 "뒷면"의 은유에서, 확실성은 완성된 수학의 "무대 앞면" 속성이며 불확실성은 아직 완결되지 않은 "무대 뒷면"의 속성이다. Hersh는 "앞면"의 수학은 "뒷면"의 수학과 매우 다르며, 수학에서 "앞면"과 "뒷면"의 분리가 수학에 대한 대중들의 잘못된 신념을 공고하게 하는 원인 중 하나라고 지적하였다.

수학은 일반적으로 다른 학문들보다 "확실한" 학문으로 간주되고 있지만, 앞서 살펴본 바와 같이 교육심리학의 인식론적 신념 연구에서는 인식론적 신념이 발달할수록, 지식을 확실하고 절대적이며 불변의 진리가 아닌 잠정적이고 상대적이며 진화하는 것으로 인식한다고 본다(Hofer, Pintrich, 1997: p.120). 이러한 인식론적 신념의 발달 방향에 대한 개념화는, 과학이 확실하고 객관적인 학문이 아닌 잠정적이고 진화하는 지식임을 재조명했던 Kuhn이나 수학의 성장을 추측, 증명, 반박의 과정으로 기술하면서 수학 지식 생성 과정의 역동성과 오류가능성을 부각시킨 Lakatos의 준 경험주의 및 지식에 대한 구성주의적 관점과 일맥상통하는 측면이 있다.

Elby와 Hammer(2001)는 인식론적 신념에 대한 많은 연구들이 어떤 인식론적 신념의 '옳음(correctness)'과 진보를 낳는 행동, 태도 및 습관을 생성하는 '생산성(productivity)'을 구분하지 못했다고 지적하고 있다. 특히 교육에서는 수학이 확실하다 혹은 불확실하다고 믿는 신념 중 어떤 것이 수학에 대한 옳은 견해이냐 아니냐라는 철학적 논쟁과 별도로, 지식의 성격에 대해 학습자가 가지고 있는 신념이 학습에 어떠한 영향력을 미칠 수 있는지를 살펴보는 것이 중요하다고 생각된다.

<표 Ⅲ-1>수학의 "앞면"과 "뒷면"의 차이(Greiffenhagen, Sharrock, 2011: p. 846)

앞면(front stage)	뒷면(backstage)
완결된 확실한 결과	불확실성, 추측
오류 없음	오류, 잘못된 시작, 논쟁
No loose ends	Open question(미해결된 문제), 다 완성되지 않은 것
연역적 추론	개연적, 직관적 추론

Ⅳ. 수학에 대한 이원론적 신념의 극복을 위한 교수 방안 탐색

Ⅲ장에서 논의한 바와 같이, 수학은 실험이나 관찰에 의존하지 않는 증명이라는 연역적 방법론을 가졌다는 점에서 확실성을 가지고 있지만, 이론적·존재론적·경험적 측면에서의 불확실성 역시 가지고 있다. 한편 수학의 ‘앞면’과 ‘뒷면’에 대한 Hersh(1991)의 논의는, ‘불확실성’이 ‘확실한’ 수학이 창조되거나 학습되는 과정에서 갖는 속성임을 보여주고 있다. 그러나 학생들은 발생과정 중의 수학이 가지고 있는 불확실성은 접해보지 못한 채 보통 완성된 수학의 확실성만을 접하는 경우가 많다. 따라서 학생들은 수학의 확실성을 확대 해석하여 맹목적으로 받아들이기 쉬우며, 이러한 인식은 수학 학습에 대한 이원론적 신념을 유발하고 강화하는 원인 중 하나라고 생각된다. 지식의 능동적인 구성자가 되기 위해서는, 지식 생성 및 학습 과정에서의 불확실성과 잠정적 성격을 이해하고 수용하는 것이 필요하다. 이 장에서는 수학의 확실성에 대한 피상적 인식을 유발할 수 있는 통상적인 수학 교수 관행의 문제점을 검토하고, 그 대안을 탐색하고자 한다.

1. 불확실성을 허용하는 조건부적 수업

많은 사람들이 교과서에 제시된 수학 정의는 절대적인 것이라고 생각한다. 이지현(2014)은 예비교사들을 대상으로 중학교 교과서에 등장하는 평행사변형의 성질을 제시하고, 이 중 평행사변형의 정의인 “두 쌍의 대변이 평행하다” 외에도 나머지 성질들을 모두 이끌어 낼 수 있어 ‘정의’가 될 수 있는 기본 성질을 모두 골라보게 하였다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

13명의 예비 교사 중, ①외의 다른 평행사변형의 성질들도 ①과 동치이므로 이 중 어느 한 성질을 가정하면 다른 모든 성질을 이끌어낼 수 있다고 응답한 예비 교사는 단 다섯 명에 지나지 않았다. 나머지 예비 교사들은, 사실 중학교 교과서에서 이러한 성질들이 평행사변형의 정의와 필요충분조건임을 다루었음에도 불구하고, ①이 아닌 다른 성질을 가정하더라도 그 외 평행사변형의 성질들을 이끌어 낼 수 있다는 가능성을 고려하지 않은 채 안된다고 단정하였다. 이와 같이 예비교사들이 교과서에서 배운 평행사변형의 정의 외의 다른 정의의 가능성을 생각할 수 없었던 원인은 무엇일까?[4] 이 질문과 관련하여 절대적 수업과 조건부적 수업이 가져올 수 있는 다른 심리적 영향에 대한 심리학자 Langer의 논의를 살펴보고자 한다.

Langer(1990: p.133)는 통상적인 학교 교육에서 가르치는 세상에 대한 많은 ‘사실’은 마치 그 사실만이 유일한 선택지인 것처럼, 혹은 그 사실이 어떤 맥락에서는 성립하나 다른 맥락에서는 성립하지 않을 수 있음에도 불구하고 (혹은 조건부적으로만 참임에도 불구하고) 무

4) 이와 같이 평행사변형 정의의 다른 가능성을 생각하지 못했던 예비교사들의 반응은, 이들이 수학에서 완성된 정의의 확실성을 확대해석하여 자신이 배웠던 정의만이 옳다고 생각하고 있었음은 시사한다.

조건적인 진리와 같이 단정적으로 제시되는 경우가 많다고 지적한다. Langer, Piper(1987)는 사실을 절대적인 언어로 전달하는 통상적인 교육 방식(절대적 수업)과 달리, 사실을 조건부적 언어(conditional language)로 불확실성을 허용하여 제시하는 것(조건부적 수업)이 학습자의 창의성을 촉진할 수 있음을 다음과 같은 흥미로운 실험을 통하여 밝히고 있다.

> Langer는 피험자들에게 강아지 장난감 등 몇 가지의 물건들을 제시하면서, 한 집단에게는 '이것은 강아지가 물고 노는 장난감입니다'와 같이 보통의 절대적인 방식으로 물건들을 제시하였다. 그러나 다른 집단에는 '이것은 강아지가 물고 노는 장난감일 수도 있습니다' 와 같이, '…입니다' 대신 '..일 수도 있습니다'로 제시하여, 어떤 상황에서는 그 물건이 다르게 보일 수도 있음을 암시하였다. 물건 소개 후 Langer는 지우개가 갑자기 필요한 상황을 연출하였으며, 사실 피험자들에게 제시된 강아지 장난감은 생소한 모양의 고무 조각으로 지우개 대용으로 적합한 것이었다. 그러나 이 강아지 장난감을 조건부적으로 소개받은 피험자들만이 이 "강아지 장난감"을 지우개로 사용할 생각을 하였다(Langer, Piper, 1987; Langer, 1990: pp. 134-135).

Langer는 절대적 대 조건부적 언어('is true' 대 'could be true')에 대한 일련의 실험(Langer, Piper, 1987; Langer, Hatem, Joss, Howell, 1989; Ritchart, Langer, 1997)을 통하여, 어떤 사실을 절대적인 언어로 제시하면 학생들은 그것을 절대적으로 받아들여 협소하고 경직된 방식으로 적용하는 경향이 있음을 관찰하였다. 반면 어떤 사실을 조건적인 언어로 제시 받은 집단은 보다 그 사실을 열리고 창의적인 방식으로 사용하며, 새로운 문맥에도 더 잘 적용할 수 있다는 점을 입증하였다. Langer는 정보나 사실이 '…일 수도 있다'와 같이 조건부적으로 제시되면, 이로 인한 불확실성이 학습자의 마음을 보다 유연하고 열린 상태로 유도하여 '…이다' 와 같이 절대적으로 받아들였을 때보다 정신이 보다 적극적으로 정보에 개입하여 결과적으로 학습자들의 집중력 및 자발적이고 적극적인 사고력을 강화할 수 있다고 설명하였다(Langer, 1990; 1993). 이 점에서 이지현(2014)이 보고한 평행사변형의 정의의 다른 가능성에 대한 예비교사들의 닫힌 반응은, 수학적 정의를 절대적인 것으로 제시하는 통상적인 교수방식이 학습자들의 사고를 어떻게 경직시킬 수 있는지를 보여주는 사례라고 볼 수 있다[5].

한편, Oliveira, Akerson, Colak, Pongsanon, Genel (2012)는 교사의 절대적 언어와 조건부적 언어 사용이 다른 교실 의사소통 양상을 낳을 수 있음을 관찰하였다. Oliveira 외 (2012)는 두 교사의 과학 탐구 수업 사례에서, 교실 의사소통에서 불확실성을 나타내는 표현인 hedge(아마도(maybe), may, might, could 와 같은 잠정적 단어)와 강한 확실성을 내포하는 단정적인 표현인 booster(분명히(clearly), 확실히(obviously), 절대적으로(absolutely))의 사용 양상과 과학에 대한 인식론적 신념에의 함의에 대해 연구하였다. 상대적으로 학생의 대답에 대하여 단정적인 평가가 빈번했던 교사는 정-오답의 여부에 초점을 맞춘 이원론적인 교실 분위기를 조성하였다. 교사의 단정적인 언급과 질문은, 학생들로 하여금 정답을 찾는 데에만 관심을 두게 하였을 뿐만 아니라 확실한 정답의 존재를 가정하는 역시 단정적인 반응을 양산하였다. 반면, 교사의 hedge를 포함하는 질문과 언급은, 학생들에게 과학 생성과정뿐만 아

5) Freudenthal(1971)은 도형의 정의를 절대적인 약속으로 선언하는 기하교육을 비판하였다. 그는 그 대안으로 처음부터 완성된 도형의 정의를 용어에 대한 약속으로 제시하는 것이 아니라, 도형의 여러 성질을 연역적으로 조직하면서 이 중 어떤 성질이 다른 성질을 끌어내는 기본 성질이 될 수 있는지를 발견하고 이러한 기본 성질을 정의로 선택하는 정의의 재발명으로 가르쳐야 한다고 주장하였다. 여기서 정의의 재발명이 정의를 ' … 이다'가 아닌 '…일 수도 있다'로 제시하는 조건부적 접근이라는 점을 주목하면, 조건부적 수업의 가능성에 대한 Langer의 논의는 Freudenthal이 주장한 '정의의 재발명'에 심리학적 근거를 제공한다고 볼 수 있겠다.

니라 개인적 이해를 구성하는 과정에서의 잠정성(tentativeness)· 불확실성· 불명확성을 수용하는 응답을 낳았다(Oliveira외, 2012: p.677). Oliveira 외(2012)는 이러한 관찰로부터, booster와 같은 교사의 단정적인 표현이 학생들에게 하나의 정답이 있다는 메세지를 맥락적으로 전달하며, 절대적 지식을 전달하는 전문가로서의 교사의 권위를 확보하고 권위적인 수업 문화를 조성하는데 기여할 수 있음을 지적하였다(Oliveira외, 2012: p.678).

교사에 의하여 수학이 어떻게 제시되는가는 수학에 대한 학생들의 인식론적 신념에 영향을 미칠 수 있는 중요한 요인 중 하나이다. Langer와 그 동료들(Langer, Piper, 1987; Langer, Hatem, Joss, Howell, 1989; Ritchart, Langer, 1997)의 조건부적 언어에 대한 여러 실험 연구 및 Oliveira 외(2012)의 교실관찰연구는, 지식을 제시하고 논의하는 언어에 따라 학습자들에게 다른 인식론적 메시지를 전달하며, 학습자들의 다른 심리상태와 교실 의사소통 양상을 낳을 수 있음을 보여주고 있다. 또한 수학적 정의 혹은 사실들을 조건부적으로 제시 혹은 논의하여 불확실성을 경험하게 하는 것이, 결과적으로 수학학습에서 보다 생산적인 태도를 유도하는 데 유용할 수 있다는 점을 시사하고 있다.

2. 절대적 오류가 아닌 상대적 오류로 다루기

학생들에게 수학 수업의 대표적인 이미지 중 하나는 바로 “오류를 지적하고 정정하는 것”이다(Alrø, Skovsmose, 1996; 김창일, 유기종, 2015). 수업에서 오류가 다뤄지는 상황은 그 교실의 인식론이 드러나는 핵심적인 장면이며(Alrø, Skovsmose, 1996), Borba, Skovsmose(1997)은 교사가 학생들의 오류를 절대적인 오류로 해석하고 정정하는 통상적인 교실상호작용이 수학적 진리는 절대적으로 옳다는 확실성의 이데올로기(ideology of certainty)를 재생산하는 역할을 한다고 지적하였다.

절대적 진리를 주장하는 절대주의와 달리, 상대주의에서는 진리(혹은 지식)는 항상 어떤 개인에 의하여 특정 시점과 맥락에 놓여있으며, 절대적 용어로 진리를 표현할 수 있다고 기대하지 않는다(Alrø, Skovsmose, 1996). 지식에 대한 절대주의적 관점에서 진리와 오류는 정 반대편에 위치하며 쉽게 구별되는 것이다. 그러나 상대주의적 관점에서 ″오류″는 “실패한 시도”보다는 진리에 대한 “잠정적 시도”이므로, 절대주의적 관점과 달리 오류는 진리의 정 반대편에 있는 것 혹은 진리와 쉽게 양분되는 것이 아니다.

구성주의 교수 관행을 지지하는 여러 연구들이 학생들의 오류를 절대적 오류가 아닌 상대적 오류로 다루어야 할 필요성을 지적하고 있다. NCTM(2000)에서는 학생의 오류가 ‘(더 이상 발전 가능성이 없는) 막다른 길(dead ends)’ 이 아닌 ‘잠재력 있는 또 다른 학습의 진입로’ 라는 상대적 오류의 측면을 강조하였다. 여러 수학교육학자(Ball, 1991: Borasi, 1994)들이 교사들이 오류를 통하여 학생들의 개념적 사고를 이해하고, 오류를 새로운 학습의 발판으로 활용해야 한다고 주장해 왔다.

그러나 여러 연구자들이 수학 교실에서 오류에 대한 통상적인 교수 관행이 가지고 있는 문제점을 지적하고 있다. Alrø, Skovsmose(1996)은 오류 정정과 관련된 수학 교실의 이원론을 특히 교실 절대주의(classroom absolutism)혹은 관료주의적 절대주의(bureaucratic absolutism)라는 용어로 비판하였다. Alrø, Skovsmose(1996: pp. 4-5)은 오류 정정과 관련된 교실 절대주의의 양상을 정정의 대상(내용), 어떤 사람에게 무엇을 오류로 정의할 수 있는 권위를 부여하는 배경인 정정의 근원, 정정의 일반성(정정이 관계되는 상황의 범위)의 세 측

면으로 나누어 설명하고 있다.

Alrø, Skovsmose(1996: pp. 4-5)은 많은 교사들이 오류를 낳은 학생들의 이유 혹은 사고가 아닌 결과의 정정, 즉 오답을 수정하는 차원에 그치고 있음을 비판하였다. 또한 틀린 이유 혹은 옳고 그름의 차이에 대한 자세한 논증과 의미의 협상에 의해서가 아닌 교사· 교과서· 정답지라는 외부적인 권위에 의하여 어떤 답을 오류로 정의하고 정정하는 경우가 많다. 이와 같이 오류 정정의 주체가 교사-교과서-해답지 등 외부 권위가 되면, 학생들은 자신의 생각을 주장할 필요가 없으며 자신의 답에 대해 책임을 지지 않은 채 자신의 답을 교사가 '승인' 혹은 '정정' 해주기를 기대하게 된다. 마지막으로 정정의 일반성과 관련하여, 학생들의 오류는 비록 겉으로 표출된 결과가 같다 해도 여러 다른 이유들이 있을 수 있음에도 불구하고, 오류 정정이 상황과 맥락, 혹은 학생의 사고에 대한 참조 없이 절대적인 용어로 일반적으로 언급되는 경우가 많다.

Tulis(2013)는 수업 관찰을 통하여, 대부분의 수학 교사들은 오류에 대해 직접적으로 학생들의 좌절감을 불러일으키는 부정적인 반응을 하지는 않지만, 학생의 수학적 오류를 교실 토론의 주제로 삼는 등 오류를 적극적인 학습의 기회로 활용하는 경우는 드물다는 점을 보고하고 있다. 수학교실에서 가장 많이 나타나는 오류 대처 행동 중 하나는, 한 학생이 틀리면 교사가 다른 학생에게 질문하여 나중 학생이 정답을 말해 오답을 정정하는, 소위 "오류 정정의 버뮤다 삼각형 (Bermuda triangle of error correction)" 이라고 불리는 관행이다 (Tulis, 2013). "오류 정정의 버뮤다 삼각형(Bermuda triangle of error correction)"에서도 오류 정정의 초점은, 오류를 낳은 학생의 사고가 아닌 오답을 교정하여 정답을 얻는 것에 있다. 한편 많은 교사들은 아예 학생들을 오류로부터 보호하기 위하여 주어진 절차를 그대로 적용하는 것과 같이 인지적 요구 수준이 낮은 과제 및 활동 디자인을 선택하며, 오류를 범한 학생의 감정을 걱정하여 오류를 공론화하는 것을 꺼린다(Santagata, Bray, 2015).

오류(혹은 오답)은 수학에서는 "정답"과 오답"의 구별이 확실하다 혹은 수학이 일반적으로 절대적이고 확실한 지식이라는 인식 때문에 다른 과목에서의 오류보다 더 부정적인 평가를 받는 경향이 있다(Tulis, 2013: p.66). Alrø, Skovsmose(1996)이 교실 절대주의라고 비판한 오류에 대한 전형적인 교실 의사소통은, 학생들에게 수학에서 정답은 단 하나이며 학습은 권위자(혹은 교사)에 의해 정답을 확인 받는 수동적인 과정이라는 인식론적 메세지를 맥락적으로 전달할 수 있으며, 학생들의 이원론적 신념을 형성 혹은 강화하는 데 기여할 수 있다. Alrø, Skovsmose(1996)은 오류 정정에서의 교실 절대주의를 극복하기 위한 대안으로, 학생들에게 오류에 내재된 사고와 이유에 대하여 충분한 설명의 기회를 주는 것이 필요하며 이때 학생들의 오류에 내재한 이유(혹은 논리)를 교수학습의 또 다른 출발점으로 활용할 수 있어야 한다고 주장하였다. 학생이 제기한 답이 맞았는지 혹은 틀린 지에 대한 판정을 넘어서, 오류에 내재된 학생들의 관점과 의견을 진지하게 수용하고 의미의 협상에서 적극적으로 활용하는 것이 중요하다. Alrø, Skovsmose(1996)의 제안과 같이 오류에 대한 교실 의사소통의 초점과 패턴을 바꾸는 것은 학생들의 수학에 대한 인식론적 신념을 변화시키는 데 도움이 될 수 있을 것이다.

Ⅴ. 결론

다른 과목과 달리 학생들은 수학은 항상 하나의 “정답”을 가지고 있다고 생각한다(Spangler, 1992; Boaler, Greeno, 2000: p.179, p.185). 학생들뿐만 아니라 교사도 수학을 의심의 여지없이 확실하며 변하지 않는 지식으로 바라보며(Handa, 2013: p.89), 이는 많은 수학 교사들이 교사가 내용 전달을 주도하는 전통적인 교수 방식에 무비판적인 태도를 갖게 되는 원인 중 하나이다.

그러나 인식론적 신념 연구에서는, 인식론적 신념이 발달할수록 지식에 대하여 확실하고 절대적이며 변하지 않는 진리가 아니라 잠정적이고 상대적이며 진화하는 측면에 주목하며, 교수-학습에 대한 인식도 절대적으로 ‘옳은’ 지식 혹은 정답을 교사로부터 전달받는 수동적 과정에서 자기 자신의 이해를 구성하는 과정으로 성장한다고 보고 있다(Hofer, Pintrich, 1997; Entwistle, Peterson, 2004: p.409). 여러 연구들이 학교 수학 교육이 학생들이 수학에 대한 이원론적 신념의 주된 원인임을 지적하고 있다. 특히 교실의 인식론적 기후에서, 교사는 학생들이 가지고 있는 인식론적 신념의 중요한 근원이자, 학생들의 인식론적 신념 변화를 지원할 수 있는 중심에 있다. 따라서 교사들은 자신과 학생들이 지식과 앎에 대해 어떠한 신념을 가지고 있는지 인지하고, 선택된 교수 소재 혹은 교수 관행이 학생들에게 전달할 수 있는 인식론적 메세지는 무엇인지를 반성해야 하며, 더 나아가 학생들의 인식론적 신념을 더 나은 방향으로 변화시킬 수 있는 교수 전략은 무엇인지 고민해야 할 필요가 있다.

수학적 정의나 사실을 절대적이고 확실한 것으로 제시하며, 수업 중 제기된 학생의 오류에 대해서도 오류에 내포된 학생의 사고에 대한 충분한 의미 협상 없이 교사가 권위자로서 학생의 대답을 절대적 오류로 진단하고 정정하는 통상적인 수학 교수 관행은 학생들에게 수학의 확실성에 대한 피상적 인식을 고착시킬 수 있다. Langer와 Piper(1987)의 실험 및 Oliveira 외(2012)의 연구는 교사가 절대적인 언어로 불확실성을 제거하여 지식을 제시하고 논의하는 통상적인 교수 방식이 학습자에게 지적 수동성과 닫힌 심리 상태를 유발할 수 있으며, 교사가 불확실성을 허용하는 조건부적 언어를 적절히 선택함으로서 학습자에게 창의성을 발휘할 수 있는 열린 심리 상태를 유도하고, 교사 주도의 권위적인 수업 문화가 아닌 지식을 공동으로 생성하는 수업 문화를 조성할 수 있음을 보여주고 있다. 또한 오류 정정에 대해 Alrø, Skovsmose(1996)이 지적한 교실 절대주의를 극복하여, 오류에 내재된 학생의 사고를 논의하는 데 초점을 맞추는 것은 수학학습에 대한 학생들의 이원론적 신념을 변화시키는 데 도움이 될 수 있으리라 생각된다.

이 연구는 인식론적 신념에 대한 교육심리학의 여러 연구들을 고찰하여 수학에 대한 이원론적 신념의 문제를 살펴보았으며, 학생들에게 수학의 확실성에 대한 피상적 인식을 고착시킬 수 있는 통상적인 수학 교수 관행의 인식론적 한계와 그 대안을 모색해 보았다. 본 연구를 토대로 수업이 학생들에게 미치는 인식론적 영향, 수학교실에서 교사와 학생의 인식론적 신념과 그 상호작용 양상을 구체적으로 관찰하는 경험 연구가 필요하다. 또한 교사의 인식론적 신념이 교실의 인식론적 기후를 결정하는 중요한 요소라는 점을 고려한다면, 인식론적 신념의 개념화와 그 발달은 예비 교사 및 현직교사 교육에서 다루어질 필요가 있는 중요한 주제라고 생각된다. 이상의 논의가 중등학교 수학 교실 문화의 개선에 도움이 되기를 기대한다.

참고 문헌

김창일, 유기종(2015). 좋은 수학 수업에 대한 고등학생의 집단 간 인식 비교. **한국학교수학회논문집, 18**(1), 83-102.

이지현(2014). 정의 없이 정의 가르치기. **수학교육학연구, 24**(3), 311-331.

한경화, 강순자, 정인철(2005). 수학 교실의 사회적 규범이 수학적 신념에 미치는 영향. **한국학교수학회논문집, 8**(3), 343-356.

Alrø, H., Skovsmose, O. (1996). On the right track. *For the Learning of Mathematics*, *16*(1), 2-22.

Ball, D. L. (1991). What's all this talk about "discourse"?. *Arithmetic Teacher, 39*(3), 44-48.

Boaler, J., & Greeno, J. G. (2000). Identity, agency, and knowing in mathematics worlds. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 171-200). Westport, CT: Ablex.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(2), 166-208.

Borba, M. C., & Skovsmose, O. (1997). The ideology of certainty in mathematics education. *For the learning of Mathematics, 17*(3), 17-23.

Boyes, M. C., & Chandler, M. (1992). Cognitive development, epistemic doubt, and identity formation in adolescence. *Journal of Youth and Adolescence, 21*(3), 277 - 303.

Chandler, M. J., Hallett, D., & Sokol, B. W. (2002). Competing claims about competing knowledge claims. In B. K. Hofer and P. R. Pintrich (Eds.), *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing* (pp. 145 - 68). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist, 23*, 167 - 180.

Elby, A., & Hammer, D. (2001). On the substance of a sophisticated epistemology. *Science Education, 85*(5), 554-567.

Entwistle, N. J., & Peterson, E. R. (2004). Conceptions of learning and knowledge in higher education: Relationships with study behaviour and influences of learning environments. *International Journal of Educational Research, 41*(6), 407-428. doi:10.1016/j.ijer.2005.08.009

Ernest, P. (2015). The problem of certainty in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 92*(3), 379-393.

Feucht, F. C. (2010). Epistemic climate in elementary classrooms. In L.D. Bendixen & F. C. Feucht (Eds.), *Personal epistemology in the classroom: Theory, research, and the educational implications.(pp.* 55-93). New York: Cambridge University Press.

Frank, M. L. (1988). Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher, 35*(5), 32 - 34.

Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational*

Studies in Mathematics, 3(3/4), 413-435.

Garofalo, J. (1989). Beliefs and their influence on mathematical performance. *Mathematics Teacher, 82*(7), 502 - 505.

Goffman, E. (1959). *The presentation of everyday life.* New York: Anchor Books.

Greiffenhagen, C., & Sharrock, W. (2011). Does mathematics look certain in the front, but fallible in the back?. *Social Studies of Science, 41*(6), 839-866.

Handa, Y. (2013). *What does understanding mathematics mean for teachers?: Relationship as a metaphor for knowing.* New York and London: Taylor & Francis.

Hersh, R. (1991). Mathematics has a front and a back. *Synthese, 88*(2), 127-133.

Higgins, K. M. (1997). The effect of year-long instruction in mathematical problem solving on middle-school students' attitudes, beliefs, and abilities. *Journal of Experimental Education, 66*(1), 5 - 28.

Hofer, B. K., & Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research, 67*(1), 88-140.

Hofer, B. K. (2001). Personal epistemology research: Implications for learning and teaching. *Educational Psychology Review, 13*(4), 353-383.

Johnston, P., Woodside-Jiron, H., & Day, J. (2001). Teaching and learning literate epistemologies. *Journal of Educational Psychology, 93*(1), 223 - 33.

Kesler, R. (1985). *Teachers' instructional behavior related to their conceptions of teaching and mathematics and their level of dogmatism: Four case studies.* Doctoral dissertation, University of Georgia.

Langer, E. J., Piper, A. I. (1987). The prevention of mindlessness. *Journal of Personality and Social Psychology, 53*(2), 280-287.

Langer, E., Hatem, M., Joss, J., & Howell, M. (1989). Conditional teaching and mindful learning: The role of uncertainty in education. *Creativity Research Journal, 2*(3), 139-150.

Langer, E. (1990). *Mindfulness.* 마음챙김. 이양원 역. 서울: 동인

Langer, E. J. (1993). A mindful education. *Educational Psychologist, 28*(1), 43-50.

McGalliard, W. A. (1983). *Selected factors in the conceptual systems of geometry teachers: Four case studies.* Doctoral dissertation, University of Georgia.

Muis, K. R. (2004). Personal epistemology and mathematics: A critical review and synthesis of research. *Review of educational research, 74*(3), 317-377.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Perry, W. G., Jr. (1968). Patterns of development in thought and values of students in a liberal arts college: A validation of a scheme. Cambridge, MA: Bureau of Study Counsel, Harvard University. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 024315)

Perry, W. G., Jr. (1970). *Forms of intellectual and ethical development in the college years: A scheme.* New York: Holt, Rinehart & Winston.

Perry, W. G., Jr. (1997). Cognitive and ethical growth: The making of meaning. In Altbach, P. G., Arnold, K., King, I. C.(Eds.), *College student development and academic life: Psychological, intellectual, social and moral issues*(pp.76-116). New York: Garland Publishing.
Rott, B., Leuders, T., & Stahl, E. (2014). Is Mathematical Knowledge Certain? – Are You Sure? An Interview Study to Investigate Epistemic Beliefs. *Mathematica Didactica, 37*, 118 – 132.
Santagata, R., & Bray, W. (2015). Professional development processes that promote teacher change: the case of a video-based program focused on leveraging students' mathematical errors. *Professional Development in Education, 42*(4), 1-22.
Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* New York: Academic Press.
Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students′ mathematical beliefs and behavior. *Journal for research in mathematics education, 20*(4), 338-355.
Schommer, M. (1990). Effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology, 82*(3), 498 – 504.
Schommer, M. (1993). Epistemological development and academic performance among secondary students. *Journal of educational psychology, 85*(3), 406.
Schommer, M. (1994). An emerging conceptualization of epistemological beliefs and their role in learning. In R. Garner & P. A. Alexander (Eds.), *Beliefs about text and instruction with text* (pp. 25 – 40). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
Schommer, M. & Hutter, R. (1995). The relationship between epistemological beliefs and controversial day-to-day issues. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
Schommer, M. (1998). The influence of age and education on epistemological beliefs. *British Journal of Educational Psychology, 68*(4), 551-562.
Schommer-Aikins, M. (2008). Applying the theory of an epistemological belief system to the investigation of students' and professors' mathematical beliefs. In M. S. Khine (Ed.), *Knowing, knowledge and beliefs: Epistemological studies across diverse cultures* (pp. 303-324). Netherlands: Springer.
Schraw, G., & Olafson, L. (2002). Teacher's epistemological worldviews and educational practices. *Issues in Education, 8*(2), 99 – 148.
Spangler, D. A. (1992). Assessing students' beliefs about mathematics. *Mathematics Educator, 3*(1), 19 – 23.
Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M., & MacGyvers, V. L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and teacher education, 17*(2), 213-226.
Stodolsky, S. S. (1985). Telling math: Origins of math aversion and anxiety. *Educational Psychologist, 20*(3), 125 – 133.
Ritchhart, R., & Langer, E. (1997). Teaching Mathematical Procedures Mindfully: Exploring the Conditional Presentation of Information in Mathematics. In J. A. Dossey, J. O. Swafford, M. Parmantie, & A. E. Dossey (Eds.), *Proceedings of the*

Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Oliveira, A. W., Akerson, V. L., Colak, H., Pongsanon, K., & Genel, A. (2012). The implicit communication of nature of science and epistemology during inquiry discussion. *Science Education, 96*(4), 652-684. doi:10.1002/sce.21005

Tsai, C.C. (2002). Nested epistemologies: Science teachers' beliefs of teaching, learning and science. *International Journal of Science Education, 24*(8), 771 – 783.

Tulis, M. (2013). Error management behavior in classrooms: Teachers' responses to student mistakes. *Teaching and Teacher Education, 33,* 56-68. doi:10.1016/j.tate.2013.02.003.

White, B. C. (2000). Pre-service teachers' epistemology viewed through perspectives on problematic classroom situations. *Journal of Education for Teaching: International Research and Pedagogy, 26*(3), 279-305.

Dualism in mathematics classroom and some teaching strategies for overcoming students' dualistic beliefs

Jihyun Lee[6)]

Abstract

Many students have dualistic beliefs about mathematics and its learning- for example, there is always just one right answer in mathematics and their role in the classroom is receiving and absorbing knowledge from teacher and textbook. This article investigated some epistemic implications and limitations of common mathematics teaching practices, which often present mathematical facts(or proce dures) and treat students' errors in a certain and absolute way. Langer and Pip er's (1987) experiment and Oliveira et al.'s (2012) study suggested that presentin g knowledge in conditional language which allows uncertainty can foster student s' productive epistemological beliefs. Changing the focus and patterns of classro om communication about students' errors could help students to overcome their dualistic beliefs. This discussion will contribute to analyze the implicit epistemic messages conveyed by mathematics instructions and to investigate teaching stra tegies for stimulating students' epistemic development in mathematics.

Key Words : epistemological belief, classroom epistemology, mathematics teaching practice, certainty and uncertainty of knowledge.

Received June 10, 2016
Revised August 29, 2016
Accepted September 12, 2016

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C70, 97D40

6) Incheon National University (jihyunlee@incheon.ac.kr)