

# 전기 저항 단층촬영법에서의 조정기법 성능비교

## Performance Comparison of Regularization Methods in Electrical Resistance Tomography

강 숙 인\*, 김 경 연\*\*★

Suk-In Kang\*, Kyung-Youn Kim\*\*★

### Abstract

Electrical resistance tomography (ERT) is an imaging technique where the internal resistivity distribution inside an object is reconstructed. The ERT image reconstruction is a highly nonlinear ill-posed problem, so regularization methods are used to achieve desired image. The reconstruction outcome is dependent on the type of regularization method employed such as  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, and total variation regularization method. That is, use of an appropriate regularization method considering the flow characteristics is necessary to attain good reconstruction performance. Therefore, in this paper, regularization methods are tested through numerical simulations with different flow conditions and the performance is compared.

### 요 약

전기 저항 단층촬영법(ERT)은 대상체 내부 단면의 저항률 분포를 추정하고 이를 영상화하는 기술이다. ERT의 영상복원은 매우 비정칙성이 강한 역문제의 일종으로 의미있는 영상을 얻기 위해서는 조정기법이 사용된다. 대표적으로  $l_2$ -norm 조정기법,  $l_1$ -norm 조정기법, Total Variation 조정기법이 사용되며, 조정기법에 따라 ERT의 영상복원 성능이 달라진다. 즉, 상황에 맞는 적절한 조정기법의 사용은 ERT 영상 복원을 개선할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 모의실험을 통하여 상황에 따른 세 가지 조정기법의 영상복원 성능을 비교하였다.

*Key words* : electrical resistance tomography, ill-posedness of inverse problem, regularization,  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, total variation

---

\* Faculty of Applied Energy System, Major of Electronic Engineering, Jeju National University

\*\* Dept. of Electronic Engineering, Jeju National University

★ Corresponding author

E-mail: kyungyk@jejunu.ac.kr, Tel: +82-64-754-3664

※ Acknowledgment: This work was supported by Mid-career Researcher Program through NRF grant funded by the MSIP (No. NRF-2013R1A2A2A01068836)

Manuscript received Jul, 13, 2016; revised Aug, 29, 2016; accepted Aug, 30, 2016

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## I. 서론

전기 저항 단층촬영법(Electrical resistance tomography; ERT)은 내부 저항률 분포를 영상화하는 기술로, ERT의 영상복원은 역문제의 일종이다[1-2].

ERT에서는 일반적으로 역문제를 풀기 위해 측정전압과 계산전압의 차이인 잔류오차를 최소화하는 비선형 최소자승문제로 설정한다. 그리고 Gauss-Newton 알고리즘을 사용하며 수렴이 될 때까지 반복하여 저항률 분포 영상을 얻는다[3-4]. 그러나, ERT의 역문제는 비정치성(ill-posedness)이 매우 큰 특성을 갖고 있어 모델링 오차, 측정 잡음 등에 매우 민감하므로 안정된 영상을 얻기 위해 조정기법을 사용한다. ERT에서 사용된 조정기법은 저항률 분포 변화에 대한 제약조건으로, 잡음에 대한 영상복원의 수렴을 제어함으로써 안정되게 저항률 분포 영상을 얻을 수 있게 한다. 뿐만 아니라, 사용된 조정기법에 사전 정보를 도입하여 영상복원의 성능을 향상시킬 수 있다. 그러나, 조정기법에 따라 가정된 제약조건이 다르며, 이는 상황에 따라 다른 영상복원 성능을 나타낸다.

ERT의 대표적 조정기법으로는 종래의  $l_2$ -norm 조정기법[3-4]과 최근에 주목받고 있는  $l_1$ -norm 조정기법[5-6], total variation (TV) 조정기법[7-8]이 있다. 종래의  $l_2$ -norm 조정기법은 저항률 분포 변화에 대한 갑작스런 변화를 제약하여 안정적으로 영상복원을 얻을 수 있으나, 표적의 경계가 모호해지는 단점을 갖고 있다. 이를 극복하고자 최근에는  $l_1$ -norm 조정기법과 TV 조정기법이 ERT에 적용되어 연구되고 있다.

따라서 본 논문에서는 ERT 영상 복원 성능이 조정기법에 따라 달라지므로 상황에 맞는 적절한 조정기법을 선택하여 영상 복원 성능이 향상될 수 있도록 하기 위해, 세 가지 조정기법인  $l_2$ -norm 조정기법,  $l_1$ -norm 조정기법, TV 조정기법에 의한 영상 복원 성능을 모의실험을 수행하여 비교분석하였다.

## II. 영상 복원

### 1. Gauss-Newton 알고리즘

ERT 측정방정식은 다음과 같이 내부 저항률 분포  $\rho$ 의 비선형 함수로 기술될 수 있다.

$$\tilde{V} = U(\rho) + \text{noise} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\tilde{V} \in \Omega^{M \times 1}$ 는 측정전압을 의미한다. 만일 추정된 저항률 분포를  $\hat{\rho}$ 이라고 하면, 계산전압  $\hat{V}$ 은 식 (2)와 같고, 이때 측정 전압과 계산 전압의 차이 잔류오차  $e$ 는 식 (3)과 같다.

$$\hat{V} = U(\hat{\rho}) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} e &\equiv \Delta V \\ &= \tilde{V} - \hat{V} = \tilde{V} - U(\hat{\rho}) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)의 잔류오차가 zero일 때 측정전압과 계산전압은 일치하게 된다. 따라서, ERT에서는 내부 저항률 분포를 추정하기 위해 일반적으로 다음 식 (4)의 잔류오차의 2-norm( $\|\cdot\|^2$ )의 목적함수를 최소화하는 최소자승문제(least square problem)로 설정한다.

$$\begin{aligned} \Phi(\hat{\rho}) &= \frac{1}{2} \|e\|^2 \\ &= \frac{1}{2} e^T e \\ &= \frac{1}{2} [\tilde{V} - U(\hat{\rho})]^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho})] \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)를 최소화하는 저항률 분포를 찾기 위해 미분하면 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi'(\hat{\rho}) = [-U'(\hat{\rho})]^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho})] \quad (5)$$

목적함수가 최소가 되는 지점에서의 미분값은 0이며, 식 (5)는 비선형이므로 반복적인 선형화를 하면 다음과 같다.

$$\Phi'(\hat{\rho}_{i+1}) \approx \Phi'(\hat{\rho}_i) + \Phi''(\hat{\rho}_i)(\hat{\rho}_{i+1} - \hat{\rho}_i) = 0 \quad (6)$$

여기서,  $\Phi''$ 는 Hessian 행렬로, 대략  $\Phi''(\hat{\rho}) \approx [U'(\hat{\rho})]^T [U'(\hat{\rho})]$ 로 나타낼 수 있다. 그리고 Jacobian 행렬  $J \equiv [U'(\hat{\rho})] = \frac{\partial U(\hat{\rho})}{\partial \hat{\rho}}$ 라고 할

때, 식 (5)를 식 (6)에 대입하여 정리하면 식 (7)

과 같이 내부 저항률 분포를 추정하기 위한 반복적 Gauss-Newton 알고리즘을 얻을 수 있다.

$$\hat{\rho}_{i+1} = \hat{\rho}_i + (J^T J)^{-1} J^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho}_i)] \quad (7)$$

식 (7)에서 추정된 저항률 분포  $\hat{\rho}_i$ 에서의 계산 전압  $U(\hat{\rho}_i)$ 는 주입된 전류 하에서 비선형 Laplace 방정식과 완전전극 모델[9]로 표현되는 물리적 모델과 경계 조건에 의해 계산이 되며, 일반적으로 수치적 기법인 유한요소법(finite element method; FEM)을 사용한다. FEM에서는 도메인을 매우 작은 요소(element)로 세분하고 각 요소내의 저항률 값을 일정하다고 가정하여 내부 노드에서의 전압을 계산한 후 전극의 전압 값을 산출한다.

한편, FEM을 사용하는 경우, 추정변수인 저항률 분포  $\rho$ 는  $N$ 개의 요소로 세분화되고, 요소 수가 클수록 더욱 정밀한 영상을 얻을 수 있다. 그러나, 이 경우 측정전압의 개수인  $M$ 보다 많은 수를 추정해야 하는 ill-condition 문제가 된다. 그리고 식 (7)에서의 Hessian( $J^T J$ ) 행렬의 역행렬 계산은 최대고유치와 최소고유치의 비로 정의되는 조건수(condition number)가 매우 큰 비정칙성(ill-posedness) 특성을 갖고 있다. 이러한 ERT의 역문제 특성은 내부 저항률 분포에 대한 영상 복원을 어렵게 하므로, ERT에서는 의미있는 저항률 분포 영상을 얻기 위해서 조정기법을 사용한다.

## 2. 조정기법

조정기법은 안정된 저항률 분포 영상을 얻도록 도와주며, 특히 사전정보를 도입하여 영상복원의 성능을 향상시킬 수 있고, 해상도와 노이즈 성능 사이를 제어하는 역할을 수행한다. ERT에서 사용되는 대표적 조정기법은  $l_2$ -norm 조정기법,  $l_1$ -norm 조정기법, TV 조정기법이 있다.

### 2.1 $l_2$ -norm 조정기법

$l_2$ -norm 조정기법은 안정적으로 저항률 분포 영상을 얻기 위해 저항률 분포의 갑작스런 변화를 제약하고자 목적함수에 다음과 같이 2-norm의 제약조건을 추가한 기법이다.

$$\Phi_{l_2}(\hat{\rho}) = \frac{1}{2} \|\tilde{V} - U(\hat{\rho})\|^2 + \frac{1}{2} \alpha \|\hat{\rho} - \rho_o\|_{\Sigma_\rho^{-1}}^2 \quad (8)$$

여기서,  $\rho_o$ 는 저항률 분포에 대한 사전 정보이며,  $\Sigma_\rho^{-1}$ 는 저항률 분포 변화에 대한 공분산 행렬의 역행렬로  $\Sigma_\rho^{-1} = \Gamma^T \Gamma$ 로 나타낼 수 있다. 이때  $\Gamma$ 은 조정 연산자(regularization operator),  $\alpha$ 는 조정인자(regularization parameter)이다. 그리고  $l_2$ -norm 조정기법에서는 일반적으로  $\rho_o$ 를 zero로 사용한다. 결과적으로 식 (8)의 조정된 목적함수에 의한  $l_2$ -norm 조정기법을 갖는 Gauss-Newton 알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{i+1} &= \hat{\rho}_i + H_{l_2}^{-1} G_{l_2} \\ H_{l_2} &\equiv J^T J + \alpha \Gamma^T \Gamma \\ G_{l_2} &\equiv J^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho}_i)] - \alpha \Gamma^T \Gamma \hat{\rho}_i \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 영상 복원 성능은 조정인자 및 조정연산자의 선택에 따라 달라질 수 있다. 조정인자  $\alpha$ 는 일반적으로 시행착오에 의한 상수 값을 사용하며, L-curve 방법[10], 행렬조정인자 방법[11] 등으로 선택한다. 본 논문에서는 시행착오적 방법에 의하여 최적의 성능을 나타내는  $\alpha$  값을 선택하였다. 한편, 조정연산자의 선택 역시 여러 가지 방법이 있을 수 있으며, 수렴성이 입증된 first-order difference operator를 주로 사용한다. 해당 연산자는 FEM의 인접한 각 요소들의 저항률 변화에 대한 smoothness 가정을 전체로 구한다. 만일 삼각형의 FEM 메쉬를 사용하는 경우에는 일반적으로 조정연산자의  $i$ 번째 행은 다음과 같다.

$$\Gamma_i = [0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0, 3, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0] \quad (10)$$

여기서,  $i$ 번째 요소와 인접한 요소들의 각 옆에는  $-1$ 의 가중치를,  $i$ 번째 옆의 가중치는 인접한 요소들의 가중치의 절대 값의 합인 3을 선택한다. 만일  $j$ 번째 요소가 FEM의 가장자리에 위치한다면 인접하는 요소들이 2개뿐이므로 조정연산자의  $j$ 번째 행은 다음과 같다.

$$\Gamma_j = [0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0, 2, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0] \quad (11)$$

## 2.2 $l_1$ -norm 조정기법

$l_1$ -norm 조정기법은 저항률 분포의 갑작스런 변화를 제약하기 위해 1-norm의 제약조건을 다음과 같이 목적함수에 추가한 방법이다.

$$\Phi_{l_1}(\hat{\rho}) = \frac{1}{2} \|\tilde{V} - U(\hat{\rho})\|^2 + \frac{1}{2} \alpha \|\hat{\rho} - \rho_o\|_{\Sigma_\rho^{-1}}^1 \quad (12)$$

식 (12)의 목적함수에 대한 직접적 미분은 불가능하므로 이에 대한 미분을 수행하기 위해 식 (12)를 quadratic 형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_{l_1}(\hat{\rho}) = \frac{1}{2} [\tilde{V} - U(\hat{\rho})]^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho})] + \frac{1}{2} \alpha [D_\rho(\hat{\rho} - \rho_o)]^T \Sigma_\rho^{-1} [D_\rho(\hat{\rho} - \rho_o)] \quad (13)$$

여기서  $D_\rho$ 는 대각행렬로,  $(n, n)$ 의 대각요소는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[D_\rho]_{n,n} = (|\hat{\rho} - \rho_o|_n + \beta)^{-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

이때,  $\beta$ 는 아주 작은 양수로  $|\hat{\rho} - \rho_o|_n$ 가 0이 되는 경우를 고려하여 추가되었다.

따라서,  $l_1$ -norm 조정기법을 갖는 Gauss-Newton 알고리즘은 식 (13)로부터 간접적으로 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{i+1} &= \hat{\rho}_i + H_{l_1}^{-1} G_{l_1} \\ H_{l_1} &\equiv J^T J + \alpha D_\rho^T \Gamma^T \Gamma D_\rho \\ G_{l_1} &\equiv J^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho}_i)] \end{aligned} \quad (15)$$

## 2.3 TV 조정기법

TV 조정기법은 저항률 분포 변화의 총 합이 최소가 되도록 하는 제약조건을 목적함수에 추가한 방법이다.

$$\Phi_{TV}(\hat{\rho}) = \frac{1}{2} \|\tilde{V} - U(\hat{\rho})\|^2 + \alpha TV(\hat{\rho}) \quad (16)$$

TV 조정기법에서는 FEM 메쉬의  $k$ 번째 모서리에 마주하는 두 요소를  $m, n$ 이라고 가정할 때,

두 요소의 추정된 저항률인  $\hat{\rho}(m)$ 와  $\hat{\rho}(n)$ 의 차이의 절대값에 해당 모서리의 길이  $l_k$ 를 가중한다. 즉, TV 조정기법은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha TV(\hat{\rho}) &= \alpha \sum_k l_k |\hat{\rho}(m) - \hat{\rho}(n)| \\ &= \alpha \sum_k |R_k \hat{\rho}| \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, TV 조정연산자  $R$ 의  $k$ 번째 행벡터  $R_k$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_k = [0, \dots, 0, l_k, 0, \dots, 0, -l_k, 0, \dots, 0] \quad (18)$$

TV 조정기법을 갖는 Gauss-Newton 알고리즘은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{i+1} &= \hat{\rho}_i + H_{TV}^{-1} G_{TV} \\ H_{TV} &\equiv J^T J + \alpha R^T E^{-1} R \\ G_{TV} &\equiv J^T [\tilde{V} - U(\hat{\rho}_i)] - \alpha R^T E^{-1} R \hat{\rho}_i \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,  $E$ 는 대각행렬로,  $(k, k)$ 의 대각요소는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[E]_{k,k} = [\sqrt{(R_k \hat{\rho}_i)^2 + \beta}] \quad (20)$$

여기서,  $\beta$ 는 식 (14)와 마찬가지로 아주 작은 양수로  $\hat{\rho}_i(m) - \hat{\rho}_i(n)$ 이 0이 되는 경우를 고려하여 추가되었다.

## III 모의실험

본 논문에서는 세 가지 조정기법에 의한 영상 복원 성능을 비교 분석하기 위해 파이프 내의 이상유동장을 가정하여 모의실험을 수행하였다.

파이프 내의 단면은 반지름이 4cm인 원형으로 가정하였고, 반지름이 1cm인 두 개의 표적이 파이프 내부 경계 부근에 위치한 경우와 가운데 부근에 위치한 경우의 두 가지 상황을 고려하였다. 그리고 두 가지 상황에 있어 잡음에 의한 영향을 파악하고자 노이즈가 없는 경우와 생성된 전압 데이터의 1%에 해당하는 백색잡음을 랜덤하게 추가한 경우에 대한 모의실험을 수행하였다. 이때

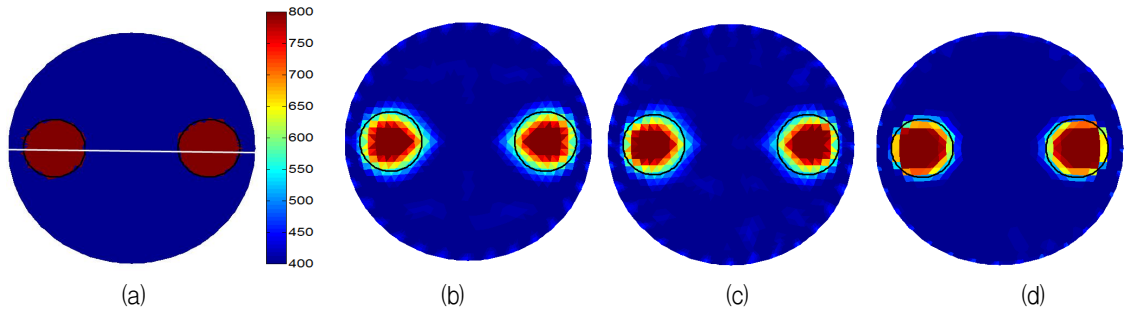


Fig. 1. Image for Case 1 without noise: (a) true image, (b)~(d) reconstructed images by three regularization methods,  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, and TV, respectively.

그림 1. Case 1의 영상 (a) 원래 영상, (b)~(d) 세 가지 조정기법에 의한 복원 영상, 각각  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, TV

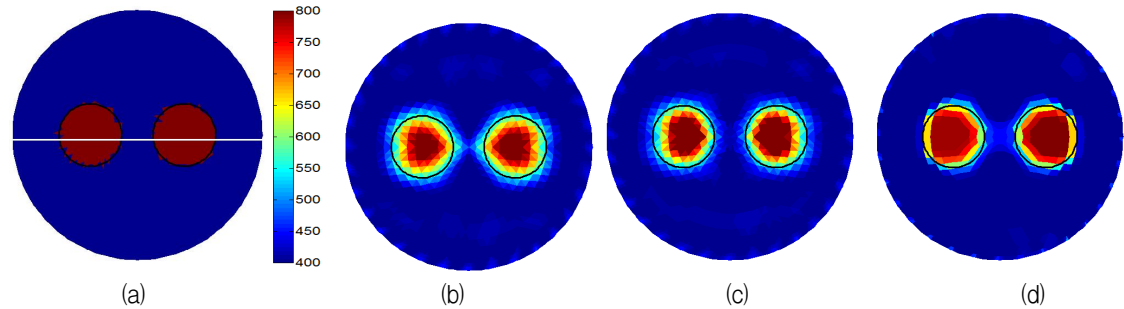


Fig. 2. Image for Case 2 without noise: (a) true image, (b)~(d) reconstructed images by three regularization methods,  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, and TV, respectively.

그림 2. Case 2의 영상 (a) 원래 영상, (b)~(d) 세 가지 조정기법에 의한 복원 영상, 각각  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, TV

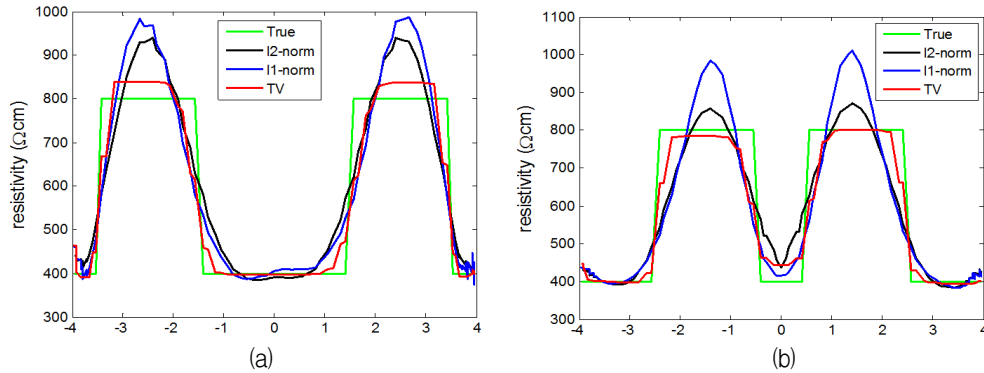


Fig. 3. Results of the resistivity distribution along center line in figs. (1) and (2): (a) Case 1 (b) Case 2.

그림 3. 중심선의 저항률 분포 (a) Case 1 (b) Case 2

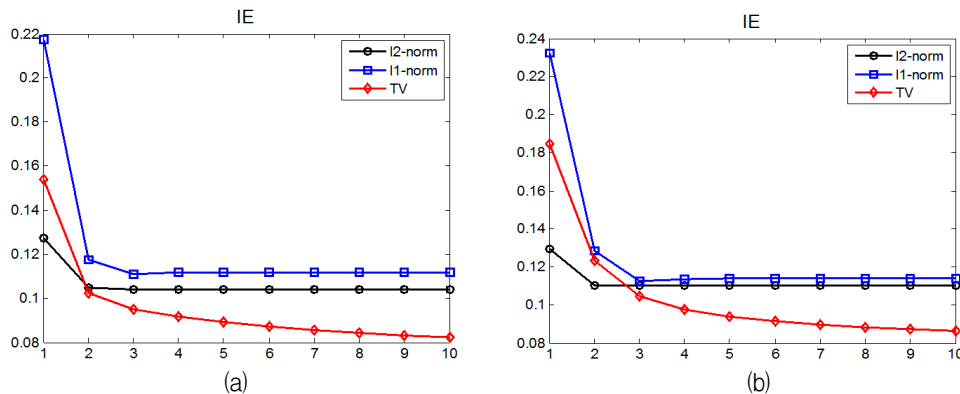


Fig. 4. Results of image error without noise: (a) Case 1 (b) Case 2.

그림 4. 세 가지 조정기법에 의한 영상오차 결과 (a) Case 1 (b) Case 2

도메인 내부의 배경 저항률 값은  $400 \Omega cm$ , 표적 저항률 값은  $800 \Omega cm$  라고 가정하였다. 또한 너비가  $0.6 cm$  인 32개의 전극을 사용하였고, 삼각함수형 전류패턴을 사용하여 전류를 주입하였다. 그리고 2365개의 노드와 4472개의 요소를 갖는 메쉬를 이용하여 측정 전압데이터를 생성하였으며, 저항률 분포를 추정하기 위해서 1681개의 노드와 3104개의 요소를 갖는 메쉬를 사용하였다.

한편, 조정연산자는  $l_2$ -norm 조정기법과  $l_1$ -norm 조정기법에서는 first order difference operator를 사용하였고, TV 조정기법에서는 TV operator를 사용하였다. 그리고  $\alpha$ 는 시행착오적 방법에 의해 각각의 시나리오와 각각의 조정기법에 대해 가장 적합한 값을 선택하였다. 그리고  $\beta = 10^{-6}$  을 사용하였다.

영상 복원 결과에 대한 정량적 평가를 위하여 식 (21)과 같이 실제의 저항률 분포  $\rho$ 에 대한 각각의 조정기법에 의해 추정된 저항률 분포  $\hat{\rho}$ 의 영상오차(IE)를 비교하였다. 여기서, IE는 값이 작을수록 우수한 성능을 나타낸다.

$$IE = \sqrt{\frac{(\rho - \hat{\rho})^T (\rho - \hat{\rho})}{\rho^T \rho}} \quad (21)$$

### 1. 잡음이 없는 경우

그림 1과 2는 Case 1과 Case 2에 대한 원래 영상과 잡음이 없는 경우의 각 조정기법에 따른 10번 반복 후의 복원 영상을 나타낸 것으로, (a)는 원래 영상, (b)~(d)는 각각  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, TV 조정기법에 의한 복원 영상이다. 이때 세 가지 조정기법에 사용된 조정인자 값은 표 1과 같다. 잡음이 없을 때 Case 1과 Case 2의 시나리오에 대해 세 가지 조정기법 모두 비교적 좋은 해상도를 나타내고 있음을 알 수 있다.

그림 3은 그림 1과 2의 결과를 자세히 살펴보기 위해 그림 1(a)와 2(a)의 중심선에 위치한 요소에 해당하는 그림 1과 2의 저항률 분포를 나타낸 것으로, (a)는 Case 1, (b)는 Case 2를 나타내었다. 그림 3에서 보여지는 바와 같이  $l_2$ -norm과  $l_1$ -norm 조정기법은 두 개의 값을 갖는 실제 저항률 분포를 여러 개의 값이 나열된 연속적 형태로 나타내고 있으며, 그에 반해 TV 조정기법은

이산적 형태로 추정하고 있음을 알 수 있다. 그리고 표적의 경계에서  $l_2$ -norm  $\rightarrow$   $l_1$ -norm  $\rightarrow$  TV 조정기법의 순으로 가파른 변화를 나타내고 있음을 알 수 있다. 즉, 잡음이 없는 두 가지 시나리오에 있어 표적의 경계와 저항률 분포가 다른 기법에 비하여 TV 조정기법이 가장 우수한 성능을 나타내고 있음을 알 수 있다. 한편, 그림 3(b) Case 2인 경우, 추정된 표적과 배경 저항률의 변화폭이 도메인 중심 부근에서 작아졌으며, 특히, TV와  $l_2$ -norm 조정기법인 경우에서 변화폭이 더 작아졌음을 알 수 있다. 이는 그림 2에서,  $l_1$ -norm 조정기법에 비해  $l_2$ -norm 조정기법에 의한 영상의 표적들이 더 가까이 위치한 것처럼 보임을 알 수 있다. 그리고 TV 조정기법에 의한 영상에서는 두 개의 표적이 약간 연결된 것처럼 보임을 알 수 있다.

Table 1. Regularization parameters ( $\alpha$ ) without noise.

표 1. 잡음이 없는 경우에 사용된 조정인자( $\alpha$ ) 값

Index	$l_2$ -norm	$l_1$ -norm	TV
Case 1	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$
Case 2	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$

그림 4는 잡음이 없는 경우 세 가지 조정기법에 의한 영상 복원의 성능을 정량적으로 평가하기 위해 반복 연산에 따른 IE를 나타낸 것으로 (a)는 Case 1, (b)는 Case 2를 나타내고 있다.  $l_2$ -norm 조정기법은 다른 조정기법에 비하여 가장 빠른 수렴속도를 나타내고 있으며, 특히, 첫 번째 연산 후의 IE가 가장 낮음을 알 수 있다.  $l_1$ -norm 조정기법은 Case 2의 경우에 있어  $l_2$ -norm 조정기법에 비하여 약간 개선됨을 알 수 있다. TV 조정기법은 반복연산에 따른 수렴속도가 느리지만, 다른 기법에 비해 상당히 IE가 좋음을 알 수 있다.

### 2. 잡음이 있는 경우

그림 5과 6은 Case 1과 Case 2에 대한 원래 영상과 1% 잡음을 추가한 경우의 각 조정기법에 따른 10번 반복 후의 복원 영상을 나타낸 것으로, (a)는 원래 영상, (b)~(d)는 각각  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, TV 조정기법에 의한 복원 영상이다. 두 가지 시나리오 모두 배경에 원하지 않는 성분

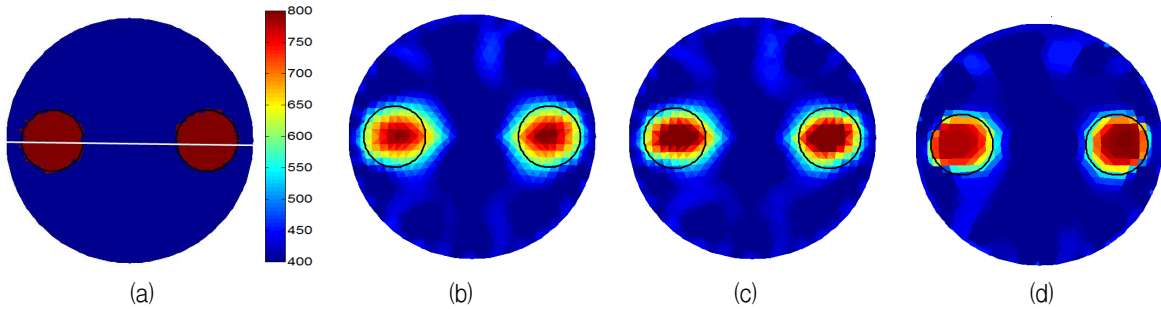


Fig. 5. Image for Case 1 with 1% noise: (a) true image, (b)~(d) reconstructed images by three regularization methods,  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, and TV, respectively.

그림 5. Case 1의 영상 (a) 원래 영상, (b)~(d) 세 가지 조정기법에 의한 복원 영상, 각각  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, TV

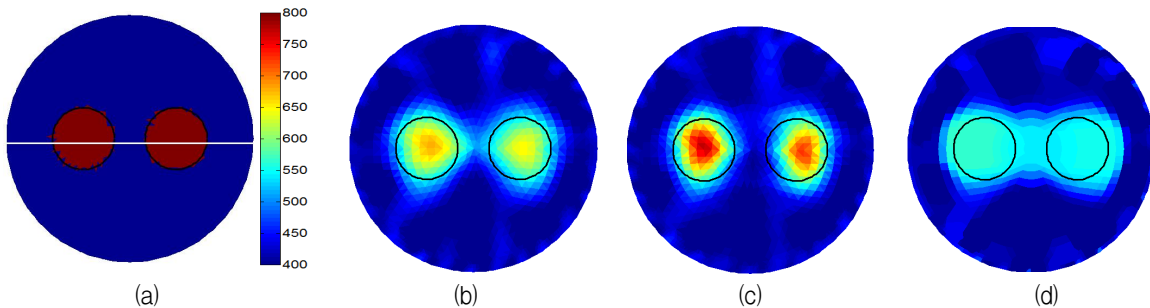


Fig. 6. Image for Case 2 with 1% noise: (a) true image, (b)~(d) reconstructed images by three regularization methods,  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, and TV, respectively.

그림 6. Case 2의 영상 (a) 원래 영상, (b)~(d) 세 가지 조정기법에 의한 복원 영상, 각각  $l_2$ -norm,  $l_1$ -norm, TV

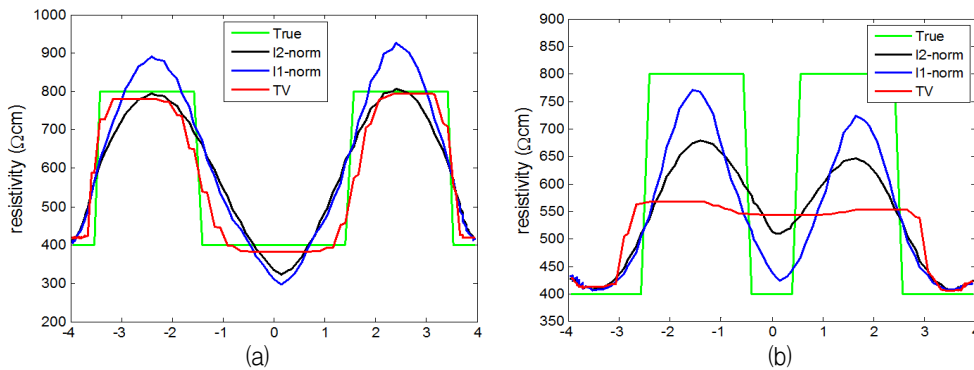


Fig. 7. Results of the resistivity distribution along center line in figs. (5) and (6): (a) Case 1 (b) Case 2

그림 7. 중심선의 저항률 분포 (a) Case 1 (b) Case 2.

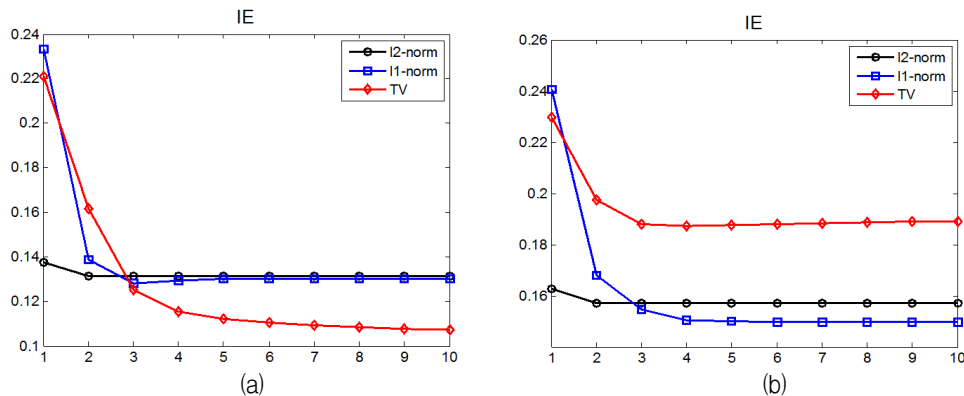


Fig. 8. Results of image error with 1% noise: (a) Case 1 (b) Case 2

그림 8. 세 가지 조정기법에 의한 영상오차 결과 (a) Case 1 (b) Case 2.

이 나타남을 알 수 있다. 그리고 표적이 경계부근에 있는 Case 1인 경우, 표적의 경계가 잡음이 없을 때와 비교하여 더 모호해졌다. 또한, 표적이 중앙 부근에 있는 Case 2인 경우 세 가지 기법 모두 과소추정(underestimate)이 되었고, 표적의 경계가 모호해졌으며, 특히 TV 조정기법은 표적이 하나인 것처럼 추정이 되었다. 한편, 잡음이 있는 경우에 사용된 조정인자 값은 표 2와 같으며, 잡음이 없는 경우에 비하여 큰 조정인자 값을 필요로 한다.

Table 2. Regularization parameters ( $\alpha$ ) with 1% noise.  
표 2. 잡음이 있는 경우에 사용된 조정인자( $\alpha$ ) 값

Index	$l_2$ -norm	$l_1$ -norm	TV
Case 1	$10^{-2}$	$10^{-0}$	$10^{-1}$
Case 2	$10^{-2}$	$10^{-0}$	$10^{-1}$

그림 7은 중심선의 요소에 해당하는 그림 5와 6의 저항률 분포를 나타낸 것으로, 잡음이 없는 경우와 마찬가지로  $l_2$ -norm과  $l_1$ -norm 조정기법은 연속적 형태로 저항률을 추정하고 TV 조정기법은 이산적 형태로 추정한다. 그리고  $l_1$ -norm 조정기법과 TV 조정기법이 표적의 경계에서  $l_2$ -norm 조정기법에 비하여 더 가파른 변화를 갖는다. 다만, Case 1인 경우 표적들 사이의 도메인 중심 부근에서 잡음이 없는 경우와 달리 저항률의 변동(fluctuation)이 큼을 알 수 있다. 그리고 Case 2인 경우, 잡음이 있을 때 세 가지 조정기법에 의한 저항률 분포가 모두 과소추정이 되었고, 특히 TV 조정기법인 경우 두 개의 표적이 하나의 저항률을 갖는 것처럼 추정이 되었다.

그림 8은 잡음이 있는 경우 세 가지 조정기법에 의한 IE를 나타내었다. 그림 8(a)의 Case 1인 경우에는 TV 조정기법이 가장 나은 성능을 나타내었으며, (b)의 Case 2인 경우 잡음이 없는 경우와 달리  $l_1$ -norm 조정기법인 경우가 반복 연산이 진행됨에 따라 점차적으로 가장 나은 영상을 나타내었다. 즉, Case 2에서  $l_1$ -norm 조정기법은 두 개의 표적이 위치한 도메인 중심부근에서 저항률의 변동이 가장 커 잡음이 있는 경우 가장 나은 성능을 나타내었다.

## IV 결론

본 논문은 전기 저항 단층촬영법에서 서로 다른 영상 복원 특성을 나타내는 세 가지 조정기법의 이상 유동 현상에 대한 모의실험을 통하여 영상 복원 성능을 비교분석하였다.  $l_2$ -norm은 다른 기법에 비하여 빠른 응답속도를 보여주었으며, 이는 one-step 알고리즘으로 활용 가능함을 알 수 있다.  $l_1$ -norm은 잡음이 있고 표적들이 서로 가까이 위치해 있는 경우, 표적의 경계를 가장 잘 나타낼 수 있어 가장 나은 성능을 나타내었다. TV 조정기법은 저항률 분포를 이산적으로 추정하고 잡음이 없는 경우 표적과 배경 사이의 저항률 변화를 가장 가파르게 추정함으로써 가장 나은 성능을 나타내었다. 만일,  $l_2$ -norm과 TV 조정기법,  $l_1$ -norm과 TV 조정기법 등으로 상호작용할 수 있도록 보완한다면 ERT의 공간해상도를 향상시킬 것으로 기대된다.

## References

- [1] D. S. Holder, *Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications*, IOP Publishing Ltd, 2005.
- [2] M. Vauhkonen, *Electrical Impedance Tomography and prior information*, Ph.D. Thesis, University of Kuopio, Finland, 1997.
- [3] K. Y. Kim and B. S. Kim, "Regularized Modified Newton-Raphson Algorithm for Electrical Impedance Tomography Based on the Exponentially Weighted Least Square Criterion," *j.inst.Korean.electr.electron.eng*, vol. 4, no. 2, pp. 77-84, 2000.
- [4] S. I. Kang and K. Y. Kim, "Image Reconstruction Using Iterative Regularization Scheme Based on Residual Error in Electrical Impedance Tomography," *j.inst.Korean.electr.electron.eng*, vol. 18, no. 2, pp. 272-281, 2014.
- [5] B. Jin, T. Khan and P. Maass, "A reconstruction algorithm for electrical impedance tomography based on sparsity regularization," *Int J Numer Methods Eng*, vol. 89, pp. 337-353, 2011.
- [6] T. Dai and A. Adler, "Electrical Impedance



Tomography Reconstruction Using  $l_1$  Norms for Data and Image Terms," *30th Annual International IEEE EMBS Conference*, Vancouver, British Columbia, Canada, August. 2008, pp. 2721-2724.

[7] A. Borsic, B. M. Graham, A. Adler and W. R. B. Lionheart, "Total Variation Regularization in Electrical Impedance Tomography," *Technical Report 92*, School of Mathematics, University of Manchester, pp. 1-26, 2007.

[8] A. Borsic, B. M. Graham, A. Adler and W. R. B. Lionheart, "In vivo Impedance Imaging With Total Variation Regularization," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 29, no. 1, pp. 44-54, 2010.

[9] K. S. Cheng, D. Isaacson, J. C. Newell and D. G. Gisser, "Electrode Models for electric current computed tomography," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 36, no. 9, pp. 918-924, 1989.

[10] P. C. Hansen and D. P. O'Leary, "The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM J Sci Comput*, vol. 14, pp.1487-1503, 1993.

[11] M. H. Jeon and K. Y. Kim, "Application of Matrix Adaptive Regularization Method for Human Thorax Image Reconstruction," *j.inst.Korean.electr.electron.eng*, vol.19, no.1, pp.33-40, 2015.

## BIOGRAPHY

### Suk-In Kang (Member)



2000 : BS degree in Electronic Engineering, Jeju National University.

2003 : MS degree in Electrical and Electronic Engineering, Jeju National University.

2012~present : PhD degree course in Faculty of Applied Energy System, Major of Electronic Engineering, Jeju National University.

### Kyung-Youn Kim (Member)



1983 : BS degree in Electronic Engineering, Kyungpook National University.

1986 : MS degree in Electronic Engineering, Kyungpook National University.

1990 : PhD degree in Electronic Engineering, Kyungpook National University.

1990~present : Professor, Dept. of Electronic Engineering, Jeju National University.