

MiC 교과서의 함수 과제에 대한 의사소통의 유형별 요소에 관한 탐색¹⁾

황 혜 정 (조선대학교)

최 선 아 (조선대학교 대학원)[†]

우리나라 2015 개정에 따른 수학과 교육과정의 가장 주목할 만한 특징 중 하나는 창의적 역량을 갖춘 융합 인재로 성장할 수 있는 기반을 제공할 것을 제안하며 이를 위하여 수학 교과 역량을 강조하였는데, 이 중 하나가 의사소통이다. 본 연구에서는 김상화·방정숙(2010)이 제안한 D.R.O.C 유형을 근간으로 의사소통의 유형별 요소를 마련하고자 하였다. 의사소통 요소를 탐색을 위하여 Mathematics in Context 교과서를 선정하여 총 34개의 함수 내용 관련 과제에 속한 316개 문항을 대상으로 하였다. 해당 교과서는 수학적 의사소통의 유형별 요소에 따른 과제 중심의 수업 활동으로 구성되어 있으며, 함수 내용의 특성상 주로 그래프로 나타내거나 해석하는 것과 같은 표현에 해당하는 문항들이 많음을 보였다. 또한 자신이 접한 내용, 문제 풀이 과정, 또는 자신의 판단이나 생각들을 언어를 통해 말하고, 동료들과 서로 설명해 보게 하는 담화 유형과 구체물을 이용하는 조작 유형들을 다룸으로써 처음 접하는 용어나 개념에 친숙하게 접근하도록 이끌고 있었다. 한 마디로, 의사소통 유형 및 요소를 통해 학습자로 하여금 함수 관련 내용을 습득할 수 있도록 과제들이 비교적 풍부히 구성되어 있음을 알 수 있었다.

I. 서론

우리나라 2015 개정에 따른 수학과 교육과정의 가장 주목할 만한 특징 중 하나는 창의적 역량을 갖춘 융합 인재로 성장할 수 있는 기반을 제공할 것을 제안하며 이를 위하여 수학 교과 역량(core competency)을 강조한 것인데, 이러한 역량들 중 의사소통은 문제해결, 추론과 더불어 2009 개정 교육과정에서부터 반영되어 왔다. 또, NCTM(1989, 2000)에서부터 CCSSI(2010)에 이르기까지, 교육과정에 준하는 표준(Standards)을 통해 의사소통의 중요성은 지속적으로 강조되어 왔다. 이처럼 의사소통은 학생들의 수학 개념에 대한 이해뿐만 아니라 문제해결, 추론 능력 등을 성장시키는데 필수적인 도구로 인식되고 있다(Kaya & Aydin, 2016). 특히, 의사소통 부문에서의 쓰기와 토의 활동은 수학적 개념에 대한 이해를 보다 깊게 하는 중요한 역할을 지니고 있다(Kosko & Wilkins, 2010).

수학적 의사소통의 의미는 여러 학자들에 의해 언급되었는데(이종희·김선희, 1998; 김상화·방정숙, 2010; 김향숙·이성애, 2010; Kosko & Wilkins, 2010; Tinungki, 2015, 개인용), 한마디로 수학적 의사소통은 개인이 가지고 있는 수학적 지식을 다양한 표현 수단을 사용하여 교사와 학생, 학생과 학생, 학생 자신이 대화를 통하거나 의견을 교환하여 수학적 내용이나 지식을 축적해 나아가는 것을 말한다고 볼 수 있다. 또, 김상화·방정숙(2010)은 수학적 의사소통의 유형을 ‘담화(Discourse)’, ‘표현(Representation)’, ‘조작(Operation)’, ‘복합(Complex)’으로 나누고 이를 ‘D.R.O.C 유형’이라 칭하였다. 담화 유형은 구어적 의사소통으로써 토의하기, 질문하고 발표하기, 설명하기

* 접수일(2016년 8월 14일), 심사(수정)일(2016년 9월 2일), 게재확정일(2016년 9월 7일)

* ZDM분류 : C53

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 수학적 의사소통, Mathematics in Context, 수학적 과제, 함수, 2015 개정 수학과 교육과정

† 교신저자 : csouna@naver.com

1) 이 논문은 2016학년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

등 수업시간에 이루어지는 수학적 대화들을 말하며, 표현 유형은 문어적 의사소통으로 다른 사람에게 자신의 생각을 전달하기 위해 글, 그림, 표, 그래프 등으로 나타내거나 두 가지 이상 복합적으로 나타낸 것을 말한다. 조작 유형은 활동의 방법을 통해 수학에 관한 자신의 생각이나 의견을 나타내는 것을 말하며, 복합 유형은 담화, 표현, 조작 중 두 가지 이상 같은 비중으로 중요할 경우를 말한다.

한편, 학교수학에서 '교과서'는 교사와 학생이 수학과 교육과정에서 강조하고 있는 내용을 접할 수 있도록 구체화시킨 자료이자 수학적 지식을 학습자에게 전달하려는 목적을 지닌 중요한 전달 매개체이다(이다희, 2014). 본 연구에서는 이러한 정보 전달의 매개체인 교과서를 대상으로 하여 특정의 수학 내용이 어떤 의사소통의 요소로 학습자에게 전달되는가를 탐색하고자 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 김상화·방정숙(2010)이 제안한 'D.R.O.C 유형'을 근간으로, Griffiths & Clyne(1994), 이종희·김선희(2002), Hardy(2001), Thompson & Chappell(2007)의 연구 결과를 토대로 의사소통의 요소를 마련하고자 하였다.

특히, 여러 연구에서 수학적 의사소통에 있어서 적절한 수학적 과제(mathematics tasks)의 선택을 강조하며, 논리적 사고와 수학적 의사소통을 요구하는 과제는 학생들이 특정 개념과 원리를 견고히 이해하는데 긍정적인 영향을 미친다고 하였다(NCTM, 2000; 이미연·오영렬, 2007; 홍창준 김구연, 2012). 또, NCTM(2000)에서 바람직한 수학적 과제를 통해 수학적 의사소통을 촉구할 수 있다고 한 바와 같이, 본 연구에서는 수학교육에서 현실주의적 맥락을 풍부히 실현하고 있는 것으로 평가되고 있고, 교과서 내용의 상당 부분이 물음을 통한 과제로 되어 있는 Mathematics in Context(이하 MiC라고 칭함) 교과서를 본 연구의 분석 대상으로 삼았다. 즉, MiC 교과서에서 실생활 소재나 문제 상황이 비교적 풍부히 수록된 함수 내용을 선정하여 총 34개 과제에 속한 316개 문항을 분석 대상으로 삼아, 의사소통의 유형별 요소에 대한 분포를 살펴보고자 한다. 또한, 이와 더불어 우리나라 2015 개정 교육과정의 내용을 중심으로 MiC 교과서의 의사소통의 요소에 대한 분포를 탐색해 봄으로써, 어떤 의사소통의 요소가 우리나라 함수 영역의 내용(성취기준)과 연계되어 있는지 살펴보고자 하였다. 궁극적으로, MiC 교과서의 함수 내용 관련 과제에 다양한 의사소통의 요소가 반영되어 있기를 기대하며, 아울러 본 연구 결과가 그러한 의사소통의 요소를 수반하는 과제 및 문항을 개발하는데 일말의 보탬이 되기를 기대한다.

II. 이론적 배경

1. 수학적 의사소통의 의미와 유형

수학적 의사소통의 의미에 대해 이종희·김선희(1998)는 학생들 간에 그리고 교사와 학생 간에 수학에 관한 정보, 아이디어, 느낌, 수학 기호 등을 교환하기 위해 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 활동 또는 과정이라고 하였다. 김상화(2010)는 수학적 지식이나 생각, 해결 방법 등과 같은 수학적 사상을 다른 사람에게 전달하고, 또 다른 사람의 수학적 지식이나 생각, 해결 방법을 이해하고 해석하여 서로 통하는 것을 수학적 의사소통의 의미라고 말하고 있다. 또한, 김향숙·이성애(2010)는 수학적 의사소통을 수학적 기호 체계, 즉 문자나 식, 기호 등을 이용하여 수학적 개념이나 법칙 등을 설명하거나 수학 내용에 대한 느낌 등을 전달하고 듣는 활동이라고 하였다. 한편, Berelson & Steiner(1964)는 의사소통을 기호, 언어, 그림, 도형, 도표 등을 사용하여 '정보(Information)', '개념(Ideas)', '정서(Emotions)', '기술(Skills)'을 전달하는 과정이라고 하였다(Tinungki, 2015, 개인용). 최근, 우리나라 2015 개정 수학과 교육과정에서는 의사소통을 수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 그림, 글, 기호로 명확하게 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하며 함께 협력하는 능력으로 제시하고 있다(교육부, 2015). Romberg & Chair(2000)는 수학적 의사소통의 의미를 다음과 같이 여섯 가지로 표현하였다; (a)구체물, 모양, 다이어그램을 수학적 개념으로 연결한다, (b)구체물, 사진,

그래프, 대수적 표현을 사용하여 개념, 상황, 수학적 관계를 말이나 쓰는 것으로 설명한다, (c)수학적 언어나 기호로 실생활을 표현한다, (d)수학에 대해 듣고 토론하고 써본다, (e)쓰여진 수학적 제시를 이해하면서 읽어보고 추측과 토론을 만들고 정의와 일반개념을 정리한다, (f)배웠던 수학에 대해 설명하고 질문을 만든다(Tinungki, 2015, 재인용). Kosko & Wilkins(2010)은 의사소통은 수학과 수학 교육에서 중요한 역할을 지니며, 특히 쓰기와 토의는 의사소통의 필수적인 부분으로 학습자로 하여금 해당 수학적 내용이나 개념을 더 깊게 이해할 수 있게 해 준다고 하였다. 이처럼, 수학적 의사소통의 의미에 대한 학자들의 의견이 일치하지는 않지만, 전체적인 맥락에서 전달하고자 하는 그 의미는 유사한 것으로 볼 수 있다.

수학적 의사소통의 유형은 학자들마다 조금씩 다른 기준으로 분류되고 있다. Griffiths & Clyne(1994)는 의사소통의 유형을 구어(말하기와 듣기), 문어(읽기와 쓰기), 그래픽 표현(다이어그램, 그림, 그래프), 활동(행동하기, 증명하고 신체적 참여하기)으로 분류하였다. 이종희·김선희(2002)는 의사소통의 유형을 구어, 문어, 신체적 활동으로 나누고, 이를 전통적으로 교수·학습에서 사용된 방법과 이를 확장하여 앞으로 실행되어야 할 방향으로 구분하여 제시하였다. 김향숙·이성애(2010)는 의사소통의 대상에 해당하는 과제의 유형(수학적 모델링이 필요한 과제와 그렇지 않은 과제), 과제 해결의 방법(수학 기호나 식, 대수적 알고리즘을 이용한 해결 방법이나 그 외의 방법), 의사소통 참여자 수(1명, 2명, 또는 3명 이상)를 바탕으로 수학적 의사소통의 분류 모델을 제시하였다. 또한, 김상화·방정숙(2010)은 수학적 의사소통을 받아들이는 과정인 Input과 표출하는 과정인 Output으로 나누었는데, 이때 Input은 수학 수업 시간에 교사가 학생들에게 제시하는 모든 것을 의미하며, 또한 학생이 동료나 교사에게 자신의 의견을 제시했을 때 이를 받아들여야 할 사람에게 들어가는 모든 정보를 말한다. Input이 되었지만 그것을 받아들여 이해한 사람이 있고 받아들였지만 이해하지 못하는 경우도 발생한다고 하였다. 반면, Output은 교사와 학생, 학생과 학생 간에 상대방에게 자신의 생각을 전달하고자 하는 모든 것을 말하며, 여기에는 상대방이 조금이라도 의사를 느낄 수 있는 모든 방법이 포함된다고 하였다. 이때 김상화·방정숙(2010)은 Input과 Output 각각에 대해 ‘담화(Discourse)’, ‘표현(Representation)’, ‘조작(Operation)’, ‘복합(Complex)’이라는 전달 방식을 의사소통의 유형으로 상정하고, 이를 ‘D.R.O.C 유형’으로 정의하였다.

‘D.R.O.C 유형’에 대해 좀 더 상세히 살펴보면, 담화 유형은 듣기와 말하기 등의 구어적 의사소통을 말하는데, 예를 들면, 토의하기, 질문하고 발표하기, 설명하기 등 수업 시간에 교사와 학생 간 또는 학생과 학생 간에 이루어지는 수학적 대화를 말한다. 표현 유형은 쓰기 중심으로 문어적 의사소통을 말하는데, 다른 사람에게 자신의 생각을 전달하기 위해 글, 그림, 표, 그래프 등으로 나타내거나 두 가지 이상 복합적으로 나타낸 것을 말한다. 조작 유형은 신체 활동, 조작 활동, 놀이나 게임 활동 등의 방법으로 수학에 관한 자신의 생각이나 의견을 나타내는 것을 말한다. 여기서 신체 활동이란 학급에서 약속된 의사표현이나 몸의 일부를 단위로 길이제기 등과 같은 활동으로 자신의 수학적 생각을 표현하는 것을 말하고, 조작 활동은 모양을 보고 쌓기 나무를 쌓거나 도형 돌리기 활동과 같이 구체물을 활용하여 자신의 의견을 나타내는 것이다. 수학 관련 놀이나 게임 활동 중에서도 주사위나 카드 등과 같은 구체적 조작 활동이 주를 이루는 경우에는 조작 중심의 유형이라 할 수 있다. 끝으로, 복합 유형은 담화, 표현, 조작 중 두 가지 이상의 유형이 함께 나타나는 경우를 말한다(김상화·방정숙, 2010).

2. MiC Level 3 교과서의 이해

MiC Level 3 교과서 내용 중 함수에 관한 내용을 포함하는 Unit에는 ‘Ups and Downs’, ‘Graphing Equations’, 그리고 ‘Algebra Rules!’가 있는데, 이 3개 Unit에 포함되어 있는 과제들이 본 연구의 분석 대상이다. 다음 <표 II-1>에는 3개 Unit 중 ‘Graphing Equations’ 단원을 우리나라 2015 개정 교육과정의 것과 비교하여 제시하였는데, 이 단원의 경우 총 5개 Section이 있으며 이 중 ‘Solving Equations’은 일차방정식에 해당하는 내용으로 (본 연구의 대상인) 함수 내용에 속하지 않는다.²⁾

<표 II-1> MiC Level 3 교과서에서의 'Graphing Equations'의 함수 내용

MiC Level 3 교과서		우리나라 2015 개정에 따른 수학과 교육과정		본 연구 대상
Section	과제			
A. Where's the fire? Coordinates on a Screen There's Smoke	Where's the fire?	(3) 함수 ① 좌표평면과 그래프	[9수03-01] 순서쌍과 좌표를 이해한다.	✓
	Coordinates on a Screen			
	Fire Regions			
B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Fire fighters	(3) 함수 ① 좌표평면과 그래프	[9수03-01] 순서쌍과 좌표를 이해한다.	✓
	Up and Down the Slope	(3) 함수 ② 일차함수와 그래프	[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	
C. An Equation of a Line	Directions and Steps	(3) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계	[9수03-07] 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	✓
	What's the Angle?	(3) 함수 ② 일차함수와 그래프	[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	
D. Solving Equations	Jumping to Conclusions	(2) 문자와 식 ① 문자의 사용과 식의 계산	[9수02-01] 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다. [9수02-05] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	
	Opposites Attract	② 일차 방정식		
	Number Lines	(2) 문자와 식 ② 일차 방정식	[9수02-04] 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해한다.	
E. Intersecting Lines	Meeting on Line	(3) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계	[9수03-07] 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	✓
	What's the Point?	(3) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계	[9수03-07] 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다. [9수03-08] 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 이해한다.	

한편, 본고에서는 MiC Level 3 교과서에서 전반적으로 다루지는 함수 내용이 무엇인지 보다 면밀히 그리고 한 눈에 쉽게 파악하기 위하여 <표 II-2>와 같이 우리나라 2015 개정 교육과정의 함수 내용을 기준으로 MiC 교과서의 함수 관련 내용(즉, 과제)을 제시하였다. 이 표에서 알 수 있는 바와 같이, 우리나라 교육과정의 '① 좌표평면과 그래프' 중영역의 성취기준 '[9수03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.'는 MiC 교과서에서 다루고 있지 않으며, 또한 '④ 이차함수와 그래프' 중영역에 관한 내용을 모두 다루고 있지 않다.

<표 II-2> 우리나라 교육과정의 함수 내용을 기준으로 MiC 교과서의 함수 관련 과제 제시

우리나라 교육과정의 함수 (대)영역		MiC 3 Level 교과서		
중영역	성취기준	단원	Section	과제
① 좌표평면과 그래프	[9수03-01] 순서쌍과 좌표를 이해한다.	Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire? Coordinates on a Screen Fire Regions

2) 다른 2개 Unit에 관한 내용은 지면 관계상 본고에서 생략함.

			B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters	
	[9수03-02] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.	Ups and Downs	A. Trendy Graphs	Growth Charts Water for the Desert Sunflowers	
			B. Linear Patterns	What's Next? Hair and Nails	
			C. Differences in Growth	Leaf Area Water Lily Aquatic Weeds Double Trouble	
			E. Half and Half Again	Medicine	
		Algebra Rules!	B. Graphs	Rules and Formulas	
	[9수03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표식, 그래프로 나타낼 수 있다.				
② 일차함수와 그래프	[9수03-04] 함수의 개념을 이해한다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	What's Next? Hair and Nails	
			C. Differences in Growth	Leaf Area Water Lily Aquatic Weeds Double Trouble	
			E. Half and Half Again	Medicine	
			Algebra Rules!	B. Graphs	Rules and Formulas
	[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	The Marathon Hair and Nails	
			D. Cycles	The Racetrack	
			E. Half and Half Again	Fifty Percent Off Medicine	
		Graphing Equations	B. Directions as Pairs of Numbers	Ups and Down the Slope	
				C. An Equation of a Line	What's the Angle?
			Algebra Rules!	B. Graphs	Rules and Formulas The Slope of a Line Intercepts on the Axes
	[9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	The Marathon Renting a Motorcycle	
			C. Differences in Growth	Area Differences Water Lily Aquatic Weeds Double Trouble	
D. Cycles			Fishing High Tide, Low Tide Golden Gate Bridge The Air Conditioner Blood Pressure		
E. Half and Half Again			Fifty Percent Off Medicine		
		Algebra Rules!	B. Graphs	Rules and Formulas Intercepts on the Axes	
③ 일차함수와 일차방정식의 관계	[9수03-07] 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	Graphing Equations	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	
			E. Intersecting Lines	Meeting on Line What's the Point?	
		Algebra Rules!	B. Graphs	Linear Relationships	
	[9수03-08] 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 이해한다.	Graphing Equations	E. Intersecting Lines	What's the Point?	
	Algebra Rules!	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs		
④ 이차함수와 그래프	[9수03-09] 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.				
	[9수03-10] 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.				

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 MiC 교과서 내용 중, 그래프의 표현, 해석 등과 같이 의사소통의 활동이 보다 용이한 함수에 초점을 두고 함수 관련 과제들을 대상으로, 의사소통의 유형별 요소를 분석하고자 하였다. MiC 교과서의 함수 관련 내용은 크게 총 3개의 Unit으로 구성되어 있으며, 각 Unit의 명칭은 'Ups and Downs', 'Graphing Equations', 'Algebra Rules!'이다. 본 연구에서는 'Ups and Downs' Unit에 속하는 5개 Section에서 총 20개 과제의 130개 문항, 'Graphing Equations' Unit의 4개 Section에서 총 9개 과제의 135개 문항, 'Algebra Rules!' Unit의 2개 Section에서 총 5개 과제의 51개 문항을 분석 대상으로 하였다. 즉, 3개의 Unit 중 11개 Section에서 총 34개 과제에 속하는 316개 문항이 본 연구의 분석 대상이다.

2. 의사소통의 요소 마련 과정

김상화·방정숙(2010)은 수학적 의사소통의 유형을 말하기에 앞서, 받아들이는 과정을 Input, 표출하는 과정을 Output으로 구분하였다. 여기서 Input은 수학 수업 시간에 교사가 학생들에게 제시하는 모든 것과 학습자가 상대방에게 의견을 제시했을 때, 받아들여야 할 사람에게 들어가는 모든 정보를 말한다. 또한 Output은 상대방에게 자신의 생각을 전달하고자 하는 모든 것을 말하는데, Output의 유형에는 상대방이 조금이라도 의사를 느낄 수 있는 모든 방법이 포함된다. 또한, 김상화·방정숙(2010)은 이종희·김선희(2002), Hardy(2001), Thompson & Chappell(2007)의 연구를 바탕으로 수학적 의사소통의 유형을 '담화(Discourse)', '표현(Representation)', '조작(Operation)'으로 정리하였으며, '복합(Complex)'은 새롭게 추가 선정(정의)하여 Input과 Output으로 구분한 후, 이들을 모두 'D.R.O.C 유형'이라고 칭했다.

본 연구에서는 김상화·방정숙(2010)의 'D.R.O.C 유형'에서 제시된 Output의 세부 유형과 Griffiths & Clyne(1994), 이종희·김선희(2002), Hardy(2001), 그리고 Thompson & Chappell(2007)의 연구 결과와의 공통적인 것들을 체크하여 본 연구 수행을 위한 의사소통의 요소를 마련하고자 하였다.³⁾ 여기서 Output의 세부 유형에 초점을 두어 비교한 이유는 Input은 정보가 제대로 받아들여지고 이해했는지를 보아야 하는 것으로 받아들이는 사람의 입장에서 어떤 형태로 받아들이는지를 말하는 것인데, 본 연구에서는 정보 전달의 매개체인 교과서가 수학적 지식을 어떤 유형으로 학습자에게 전달하려하는가를 분석하고자 하는 것이므로, 이는 Input보다는 Output에 해당하는 내용, 즉 특징들이 본 연구에 보다 적절한 것으로 판단하였기 때문이다. 본 연구 수행을 위한 의사소통의 요소 마련을 위한 과정은 <표 III-1>에 해당하며, 연구자의 판단 및 2명의 외부 전문가들의 의견에 따라 최소한 두 번 이상 공통적으로 체크된 항목을 의사소통의 요소로 간주하였다. 다만 본문에서는 담화 유형만을 제시하고, 나머지 표현, 조작, 복합 유형에 대해서는 <부록 1>에 제시하였으며, 본 연구 수행을 위해 마련된 의사소통의 요소(최종안)는 <표 III-2>와 같다.

3) 김상화·방정숙(2010)은 담화, 표현, 조작 유형을 마련하는데 있어서 본문에서의 4개의 선행 연구들을 토대로 하고 있으므로, 본 연구에서도 동일한 선행 연구들을 참고하는 것이 적절할 것으로 판단하였다. 또한, 본 연구에서의 '의사소통의 요소'의 범주는 김상화·방정숙(2010)의 경우에는 의사소통의 세부 유형으로, 다른 4개의 선행 연구에서는 방식(modes) 또는 내용(content)으로 불리고 있는데, 본 연구에서는 이러한 단어들을 총 망라하여, 의사소통의 '요소'로 정하였음.

<표 III-1> 본 연구 수행을 위한 의사소통의 요소 마련 과정 (담화 유형)

의사소통의 유형	김상화·방정숙(2010)		Griffiths & Clyne (1994)	이종희·김선희 (2002)	Hardy (2001)	Thompson & Chappell (2007)	→	본 연구 의사소통의 요소	
	Output의 유형	Output의 세부 유형							
<담화> 읽기와 말하기 등의 구어적 의사소통	질문에 답하기	예, 아니오	✓	✓			→	예, 아니오로 답하기	
		단답형 답	✓	✓			→	단답형으로 답하기	
		들은 것 다시 반복하기							
	질문하기	문제가 이해되지 않을 때 질문하기	✓	✓	✓	✓		→	문제가 이해되지 않을 때 질문하기
		조건을 확인하려고 질문하기	✓	✓	✓	✓		→	조건을 확인하려고 질문하기
		다른 사람의 의견에 대한 이유 묻기	✓	✓	✓	✓		→	다른 사람의 의견에 대한 이유 묻기
	생각을 발표하거나 설명하기	질문에 대한 내 생각 발표하기	✓	✓	✓			→	질문에 대한 내 생각 발표하기
		내가 해결한 풀이 과정 설명하기	✓	✓	✓			→	내가 해결한 풀이 과정 설명하기
		표현한 것을 보여주며 설명하기	✓	✓	✓			→	표현한 것을 보여주며 설명하기
		구체물 조작을 보여주며 설명하기	✓	✓	✓			→	구체물 조작을 보여주며 설명하기

<표 III-2> 본 연구에서 마련한 의사소통의 요소(최종안)

의사소통 유형	Output의 유형	본 연구	
		→	의사소통의 요소
1. 담화	1.1 질문에 답하기	→	1.1.1 예, 아니오로 답하기
		→	1.1.2 단답형으로 답하기
	1.2 질문하기	→	1.2.1. 문제가 이해되지 않을 때 질문하기
		→	1.2.2 조건을 확인하려고 질문하기
		→	1.2.3 다른 사람의 의견에 대한 이유 묻기
	1.3 생각을 발표하거나 설명하기	→	1.3.1 질문에 대한 내 생각 발표하기
		→	1.3.2 내가 해결한 풀이 과정 설명하기
→		1.3.3 표현한 것을 보여주며 설명하기	
→		1.3.4 구체물 조작을 보여주며 설명하기	
2. 표현	2.1 단답형 답 쓰기	→	2.1.1 단답형 답 쓰기
		→	2.2.1 알고리즘 쓰기
	2.2 기호 및 식 쓰기	→	2.2.2 사칙연산 기호 사용하여 식이나 글 쓰기
		→	2.2.3 문자와 연산기호를 사용하여 식 쓰기
		→	2.3.1 문제 해결을 위한 방법으로 표나 그림 그리기
	2.3 표나 그림 그리기	→	2.3.2 답을 쓰기 위해 표나 그림 그리기
		→	2.3.3 개념 이해를 위해 표나 그림 그리기 (수직선, 수형도도 모두 그림에 포함)
	2.4 글로 나타내기	→	2.4.1 교사의 말이나 설명을 글로 쓰기(요약하기)
		→	2.4.2 들은 문제나 읽은 문제를 글로 쓰기
		→	2.4.3 수학적 지식, 용어나 개념을 글로 쓰기
		→	2.4.4 풀이 과정을 글로 쓰기
→		2.4.5 기호나 대수식으로 표현된 내용을 글로 풀어쓰기	
→		2.4.6 그래프나 다이어그램을 보고 해석해서 글로 쓰기	

		→	2.4.7 수학 일지, 편지, 수학 일기, 수필, 소설을 쓰거나 문제, 보고서, 프로젝트를 만들기
	2.5 그래프 그리기	→	2.5.1 제시된 자료를 보고 그래프 그리기
	2.6 2가지 이상으로 나타내기	→	2.6.1 표현 유형(단답형 답, 기호, 식, 표, 그림, 글, 그래프)을 2가지 이상 사용해서 나타내기
3. 조작	3.1 몸짓, 표정, 신체표현	→	3.1.1 말의 의도에 맞게 몸짓이나 표정 짓기
		→	3.1.2 수학적 내용을 행동으로 보여주기
	3.2 구체물 조작 활동	→	3.2.1 구체물을 가지고 수학적 내용을 표현하기

3. 의사소통의 요소 분석을 위한 기본 틀

본 연구에서는 의사소통의 담화, 표현, 조작 유형에 대한 의사소통의 요소를 파악하기 위하여 <표 III-3>과 같은 기본 틀을 마련하였다. 이 표에 각 Unit의 Section에 속하는 과제별 문항의 특징을 두 가지씩 제시하였는데, 첫 번째로 해당 문항에서 요구하는 물음의 요지를 나타내고, 두 번째로 문항을 해결하는 방법에 관한 것을 나타내었다. 이를 토대로, 각 문항의 의사소통의 담화, 표현, 조작 유형별 요소를 선정하고자 하였다. 구체적인 예로, 본고에서는 지면 관계상 ‘Graphing Equations’ Unit 중 ‘Section A. Where There’s Smoke’에서 ‘Coordinates on a Screen’ 과제에 대해서만 <표 III-4>과 같이 문항별로 의사소통의 유형, Output의 유형, 의사소통의 요소를 선정하였다. 나머지 모든 문항에 대한 요소 선정도 동일한 방식으로 이뤄졌으며, 이는 다음 장에서 다뤄질 것이다.

<표 III-3> 문항 특징에 따른 의사소통의 요소 분석을 위한 기본 틀

Section :						
과제 :						
문항 번호	문항 특징	의사소통의 유형			Output의 유형	의사소통의 요소
		담화	표현	조작		
	1) 문항의 물음 요지 2) 문항을 해결하는 방법					
	1) 2)					
	1) 2)					
	1) 2)					

<표 III-4> 문항 특징에 따른 의사소통의 요소 분석의 예

Section A. Where There’s Smoke						
과제 22 : Coordinates on a Screen						
문항 번호	문항 특징	의사소통의 유형			Output의 유형	의사소통의 요소
		담화	표현	조작		
5.a)	1) 타워 사이의 거리를 묻는 문항이다. 2) 그래프를 보고 타워 사이의 거리를 말한다.	√			1.1 질문에 답하기	1.1.2 단답형으로 답하기
5.b)	1) 원점과 타워 A, B의 위치에 어떤 관계가 있는지 묻는 문항이다. 2) 주어진 그래프를 보고 원점과 각 타워의 위치에 대한 관계를 말한다.	√			1.3 생각을 발표하거나 설명하기	1.3.1 질문에 대한 내 생각 발표하기

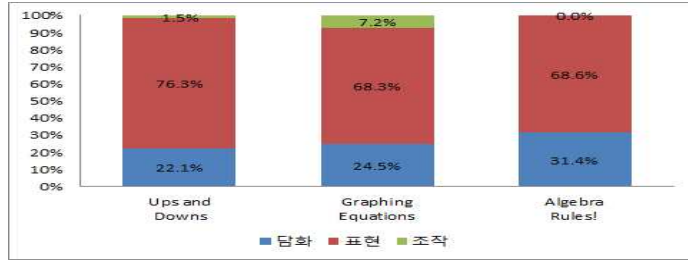
6.a)	1) 점의 순서쌍에 대해 묻는 문항이다. 2) 주어진 그래프를 보고, 두 점 사이의 중간 지점을 계산하여 이를 순서쌍으로 나타낸다.		✓		2.1 단답형 답 쓰기	2.1.1 단답형 답 쓰기
6.b)	1) 점의 순서쌍에 대해 묻는 문항이다. 2) 새로운 점의 좌표를 계산하여 구한다.		✓			
7. a), b)	1) 주어진 정의를 이용하여 점의 순서쌍을 묻는 문항이다. 2) 조건에 맞는 순서쌍을 구한다.		✓			
8.	1) 순서쌍의 모든 좌표가 음수일 때, 점이 사분면 중 어디에 속하는지를 묻는 문항이다. 2) 주어진 설명을 읽고 조건에 맞는 사분면을 말한다.	✓			1.1 질문에 답하기	1.1.2 단답형으로 답하기
9.	1) 순서쌍을 그래프에 표시하고 점 A와 어떤 관계가 있는지 묻는 문항이다. 2) 순서쌍을 그래프에 표시하고 점 A와 그린 순서쌍의 관계에 대해 서술한다.		✓		2.6 2가지 이상으로 나타내기	2.6.1 표현 유형 (단답형 답, 기호, 식, 표, 그림, 글 그래프를 2가지이상 사용해서 나타내기)
10.	1) 각각의 점에서 산불 지점의 각도를 구하는 문항이다. 2) 각도기를 이용해서 각도를 구한다.			✓	3.2 구체물 조작 활동	3.2.1 구체물을 가지고 수학적 내용을 표현하기
11.a)	1) 그래프에서 강이 시작되는 좌표를 묻는 문항이다. 2) 그래프를 보고 점의 좌표를 구한다.	✓			1.1 질문에 답하기	1.1.2 단답형으로 답하기
11.b)	1) 주어진 그래프를 보고 강이 x 축을 지나는 점과 y 축을 지나는 점을 각각 구하는 문항이다. 2) 그래프를 보고 점의 좌표를 구한다.	✓				
12.a)	1) 현재 산불 지점에서 산불이 남쪽 방향으로 특정 거리만큼 이동했을 때, 이동한 산불의 좌표를 묻는 문항이다. 2) 좌표를 구한다.		✓		2.1 단답형 답 쓰기	2.1.1 단답형 답 쓰기
12.b)	1) 산불이 이동 했을 때 x 좌표에 어떠한 변화가 있는지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 좌표를 보고 물음에 답한다.	✓			1.3 생각을 발표하거나 설명하기	1.3.2 내가 해결한 풀이 과정 설명하기
13.a)	1) 원점에서부터 동쪽 10km 방향에 놓인 세로선을 왜 $x = 10$ 이라고 하는지를 묻는 문항이다. 2) $x = 10$ 라고 표현하는 이유에 대해 자신의 생각을 서술한다.		✓		2.4 글로 나타내기	2.4.3 수학적 지식, 용어나 개념을 글로 쓰기
13.b)	1) 원점에서 북쪽 5km 방향에 놓인 가로선을 어떻게 수식으로 표현하는지를 묻는 문항이다. 2) 조건에 맞게 수식을 나타낸다.		✓			
14. a), b), c)	1) 주어진 함수식을 그래프에 표현하는 문항이다. 2) 함수식을 그래프에 표현한다.		✓		2.5 그래프 그리기	2.5.1 제시된 자료를 보고 그래프 그리기

IV. 연구 결과

1. MiC 교과서의 함수 내용 관련 과제 분석

가. 의사소통의 유형에 관한 분포

본 연구에서는 MiC 교과서의 함수 관련 내용, 즉 총 34개 과제의 316개 문항을 대상으로 수학적 의사소통의 유형 및 요소를 분석하고자 하였다. 그 결과, 각 Unit에 대한 담화, 표현, 조작 유형의 비율은 [그림 VI-1]과 같다. 즉, 3개의 Unit, 즉 ‘Ups and Downs’, ‘Graphing Equations’, ‘Algebra Rules!’ 모두 표현 유형의 비율이 가장 높고(각각 76.3%, 68.3%, 68.6%), 조작 유형의 비율이 가장 낮은 것(각각 1.5%, 7.2%, 0%)으로 나타났다. 본 연구에서 표현 유형에 관한 비율이 조작 유형에 비해 높게 나타난 것은 함수 내용 자체가 그래프를 그리거나 다루는 활동이 구체물을 조작하는 활동에 비해 많기 때문인 것으로 여겨진다.

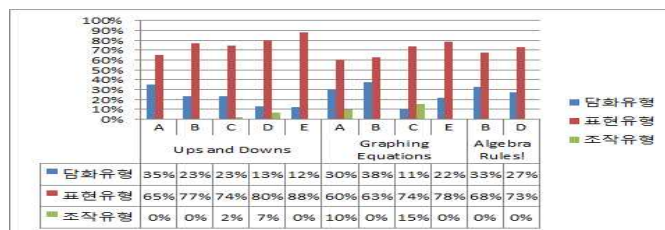


[그림 VI-1] Unit별 의사소통의 유형에 관한 분포

이제 [그림 VI-2]를 통해 각 Unit의 Section에 대한 의사소통의 유형에 관한 분포를 살펴보고자 한다. 우선, 표현 유형에 관해 살펴보면, ‘Ups and Downs’의 Section E의 표현 유형이 88%로 가장 높고, ‘Graphing Equations’의 Section A의 표현이 60%로 가장 낮게 나타났다. ‘Ups and Downs’의 Section E의 경우, 표현 유형의 비율이 높게 나타난 것은 Section E의 과제의 상당수가 자료의 수치가 들어있는 표의 정보를 이용하여 그래프를 그리고 해석하는 ‘표현’에 해당하기 때문인 것으로 보인다. 반면, ‘Graphing Equations’의 Section A의 경우, 순서쌍, 방향쌍, 축, 원점과 같은 용어를 글로 쓰는 과제의 문항들이 표현 유형에 속하긴 하지만, 다른 Unit의 Section에 비해 담화와 조작 유형에 해당하는 비율(각각 30%, 10%)이 상대적으로 비교적 높게 나타났기 때문인 것으로 볼 수 있다.

또, 담화 유형의 경우, 가장 높고 낮은 비율을 차지한 Unit 모두 ‘Graphing Equations’인데, Section B의 ‘Direction as pairs of Numbers’는 가장 높은 비율(38%)을 보였고 Section C의 ‘An Equation of Line’은 가장 낮은 비율(11%)을 보였다. Section B는 방향쌍을 통해 기울기에 대한 정의를 유추하고 이해하여 설명하도록 하는 문항들로 구성되어 있는데, 이는 담화에 해당하므로 높은 비율을 나타낸 것으로 보인다. 그에 반해, Section B의 경우, 조작 유형에 해당하는 과제는 존재하지 않으나, Section C의 경우에는 조작 유형에 해당하는 과제의 비율(15%)이 상대적으로 높게 나타났다. 이 때문에 ‘Graphing Equations’의 Section C는 Section B에 비해 담화 유형이 낮은 것으로 보인다.

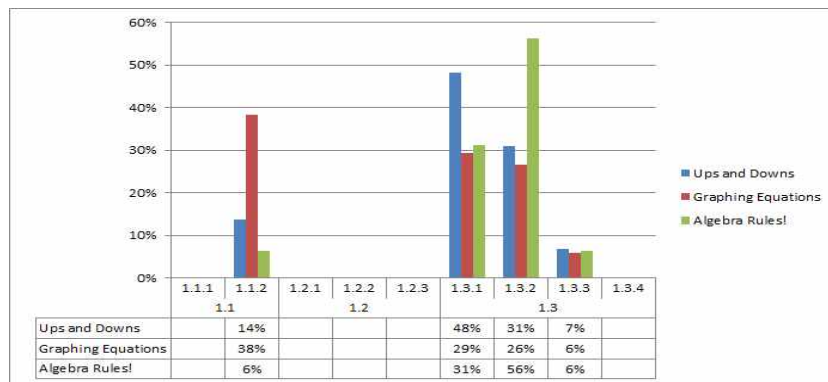
한편, 조작 유형에 대해 살펴보면, ‘Algebra Rules!’ Unit에는 조작 유형이 전혀 포함되어 있지 않다. 반면, ‘Ups and Downs’ Unit의 경우에는 조작 유형이 Section C와 D에만 존재하고(각각 2%, 7%), 또 ‘Graphing Equations’ Unit의 경우에는 Section A와 Section C에만 조작 유형(각각 10%, 15%)이 포함되어 있다. 이 4개 Section의 경우, 각도기를 이용하여 직선의 기울기 구하기, 색연필로 그래프의 주기를 나타내기 등과 같이 구체물을 이용하여 함수 관련 내용을 다루는 과제가 제시되어 있긴 하지만, 함수 내용의 특성상 구체물이나 몸짓 등을 이용하여 활동하는 조작에 해당하는 과제가 많지는 않은 것으로 사료된다.



[그림 VI-2] Section별 의사소통의 유형에 관한 분포

나. 의사소통의 요소에 관한 분포

이제 의사소통의 요소에 대한 분포를 살펴보고자 하는데, 우선 [그림 VI-3]을 통해 각 Unit에 대한 담화 유형에 따른 요소별 분포는 다음과 같다. ‘Ups and Downs’ Unit은 다양한 그래프들을 접하고 그 그래프를 해석하여 말하는 문항들이 많고, ‘Graphing Equations’ Unit에서는 함수식(직선의 방정식)에서의 방향쌍, 순서쌍, 기울기와 절편들을 그래프를 통해 계산 절차 없이 쉽게 대답할 수 있는 문항들이 주를 이루고 있다. 또, ‘Algebra Rules!’ Unit에서는 ‘Graphing Equations’ Unit와 비슷한 유형의 문항들로 구성되어 있지만 상대적으로 해결 과정에 대한 본인의 생각을 말하는 문항들이 많은 편이다. 이때, 각 Unit가 중점적으로 다루고 있는 의사소통의 요소에 관한 비율을 살펴보면, ‘Ups and Downs’ Unit의 경우 ‘1.3.1 질문에 대한 내 생각 발표하기’ 요소의 비율이 48%, ‘Graphing Equations’ Unit의 경우 ‘1.1.2 단답형으로 답하기’ 요소의 비율이 38%, ‘Algebra Rules!’ Unit의 경우에는 ‘1.3.2 내가 해결한 풀이과정 설명하기’ 요소의 비율이 56%로, 각각 가장 높은 비율을 나타냈다. 반면, 함수 내용의 특성상, 구체물 조작을 다루는 과제가 드물기 때문에 ‘1.3.4 구체물 조작을 보여주며 설명하기’는 없는 것으로 여겨진다. 또한, MiC 교과서에는 ‘1.2.1. 문제가 이해되지 않을 때 질문하기’, ‘1.2.2 조건을 확인하려고 질문하기’, 그리고 ‘1.2.3 다른 사람의 의견에 대한 이유 묻기’ 요소가 전혀 반영되지 않았는데, 이처럼 수업 상황에서 질문하도록 하는 행위를 요구하는 문항을 고려하지 않았다는 점은 다소 의외로 여겨진다.

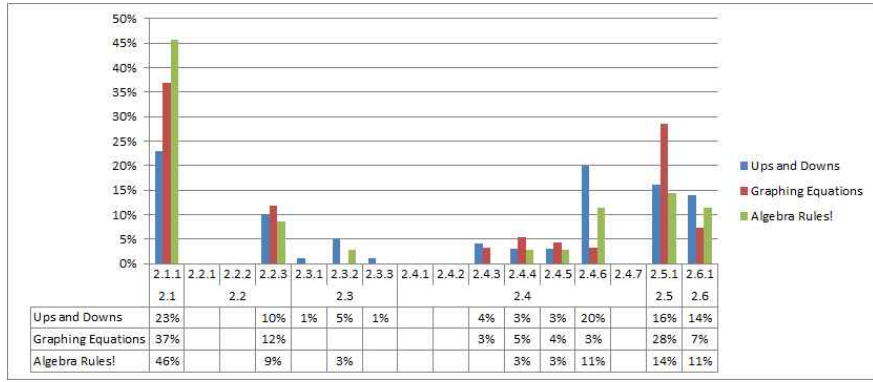


[그림 VI-3] Unit별 담화 유형의 요소에 관한 분포

다음으로, [그림 VI-4]를 통해 각 Unit에 대한 표현 유형에 따른 요소별 분포를 살펴보면, 3개의 Unit 모두 ‘2.1.1 단답형 답 쓰기’ 요소의 비율이 ‘Ups and Downs’의 경우 23%, ‘Graphing Equations’의 경우 37%, ‘Algebra Rules!’의 경우 46%를 나타냈는데, 이는 상대적으로 다른 의사소통 요소에 비해 높은 비율을 보인 것이다. 부연 설명하면, 표현 유형에 해당하는 과제들이 계산 절차를 통해 단답형의 답을 쓰는 문항들이 많았는데, 함수식을 이용한 계산 절차를 통해 상황을 예측하거나 규칙을 발견하는 활동이 함수에서의 핵심적인 학습 내용이기 때문에 그 부분을 단답형으로 묻는 문항들이 많았던 것으로 여겨진다. 또, ‘Graphing Equations’ Unit의 경우, ‘2.5.1 제시된 자료를 보고 그래프 그리기’의 비율이 28%로, 다른 Unit(즉, ‘Ups and Downs’이 16%, ‘Algebra Rules!’이 14%)에 비해 상대적으로 비교적 높게 나타났다. 이는 ‘Graphing Equations’ Unit의 경우 해당 Unit의 특징상 그래프에 대한 용어(순서쌍, 축, 원점)를 습득하고 기울기의 의미를 이해하여 그래프를 직접 그려보는 문항들이 많기 때문인 것으로 보인다.

한편, 특이한 점은 ‘2.2.1 알고리즘 쓰기’, ‘2.2.2 사칙연산 기호 사용하여 식이나 글쓰기’, ‘2.4.1 교사의 말이나

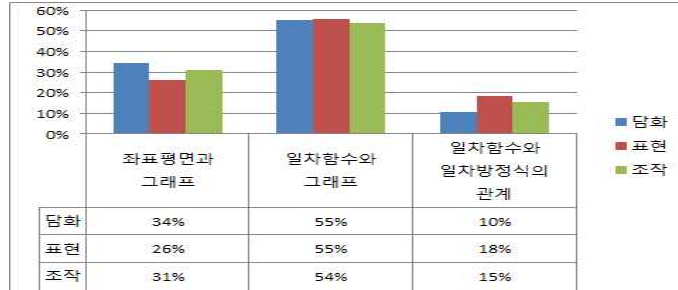
설명을 글로 쓰기(요약하기), '2.4.2 들은 문제나 읽은 문제를 글로 쓰기', '2.4.7 수학 일지, 편지, 수학 일기, 수필, 소설을 쓰거나 문제, 보고서, 프로젝트를 만들기' 요소들이 어떤 Unit에도 존재하지 않는다는 것이다. MiC 교과서의 경우, 전반적으로 학생들의 생각과 판단을 요구하고 그에 대한 합당한 결과를 이끌어내는 활동을 수반하고 있긴 하지만, 이를 글로 직접 쓰거나 보고서를 작성하도록 하는 것에 대해서는 요구하지 않는 것으로 볼 수 있다. 끝으로, 각 Unit에 대한 조작의 요소별 분포를 보면(그림 생략), '3.2.1 구체물을 가지고 수학적 내용을 표현하기' 요소가 포함되어 있는데 'Ups and Downs'에서는 2개 문항, 'Graphing Equations'는 10개 문항만이 존재하였다. 이는 MiC 교과서에서 구체물을 활용하여 함수 내용을 다루는 과제가 적은 탓에 기인한 것이며, 특정 과제에서 각도기를 이용하여 직선의 기울기를 구하거나 색연필로 그래프의 주기를 나타내기 정도와 같은 조작 활동을 하는 정도에 그쳤다.



[그림 VI-4] Unit별 표현 유형의 요소에 관한 분포

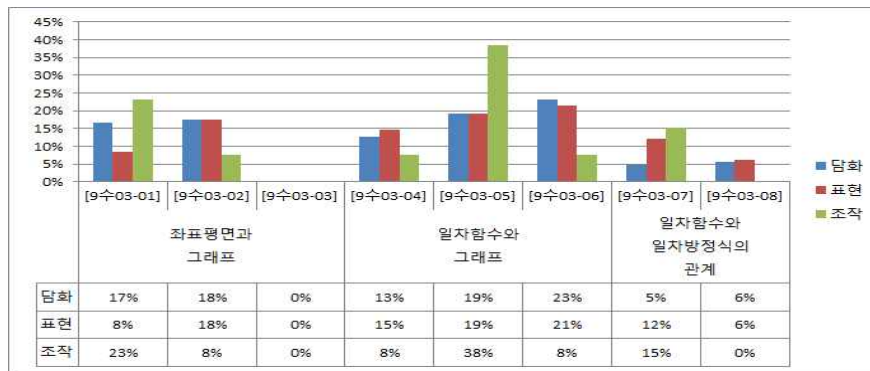
2. 우리나라 교육과정 내용을 중심으로 MiC 교과서의 과제 분석

이 절에서는 MiC 교과서 과제에 대한 의사소통의 유형별 요소에 관한 분포를 우리나라 2015 개정 교육과정의 내용을 중심으로 살펴보고자 한다. 우선, [그림 VI-5]에서와 같이 담화, 표현, 조작 유형 모두 '② 일차함수와 그래프' 중영역에서 가장 높은 비율(각각 55%, 55%, 43%)이 나타났고, 반면에 '③ 일차함수와 일차방정식의 관계' 영역에서 가장 낮은 비율(각각 10%, 18%, 15%)이 나타났다. 결국, MiC 교과서의 경우, 의사소통 유형과 관련하여 실생활에서의 함수를 그래프로 나타내고 해석하는 문항의 구성 비율이 높은 반면, 함수와 방정식의 관계는 상대적으로 낮게 다뤄지고 있는 것으로 볼 수 있다.



[그림 VI-5] 2015 개정 교육과정 함수의 중영역별 의사소통의 유형에 관한 분포

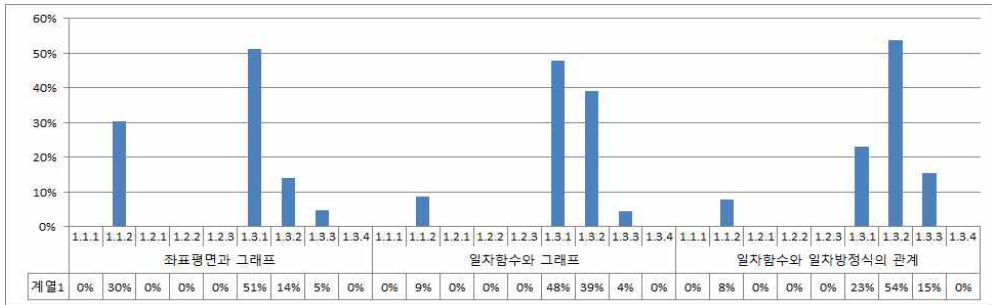
우리나라 2015 개정 교육과정에서 함수 영역의 성취기준에 따라 의사소통의 유형에 관한 분포를 살펴보면, [그림 VI-6]에서 알 수 있는 바와 같이, ‘[9수03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다’에 해당하는 의사소통 유형은 존재하지 않는데, 이는 MiC 교과서에서는 정비례나 반비례 그래프는 다루지 않고, 선형이나 비선형 성장, 주기 등의 그래프를 주로 다루고 있기 때문이다. 또, ‘[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.’에 해당하는 조작의 비율이 38%로 이는 다른 성취기준의 것에 비해 높게 나타난 것이다. 이는 각도기와 같은 교구를 이용하여 그래프를 그리는 문항들이 많기 때문인 것으로 판단된다. 한 마디로, 우리나라 교육과정 내용, 즉 성취기준에 비취볼 때 MiC 교과서에서의 의사소통의 유형에 관한 분포가 고르게 나타나지는 않았지만, 대부분의 성취기준에서 의사소통의 유형들이 나타나고 있음을 알 수 있다.



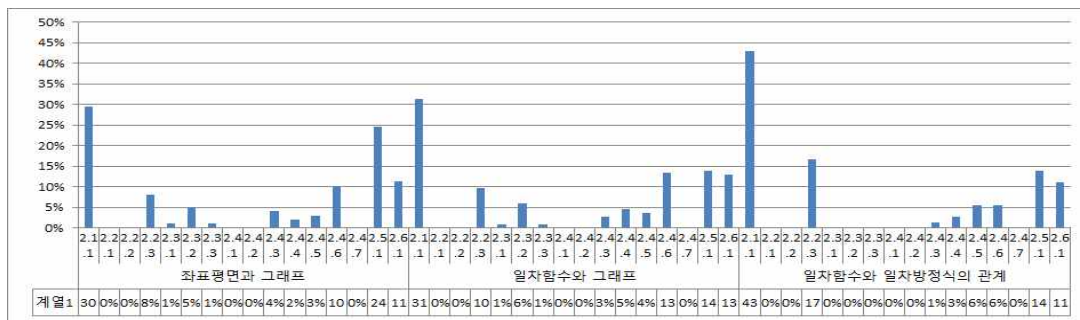
[그림 VI-6] 2015 개정 교육과정 함수 영역의 성취기준별 의사소통의 유형에 관한 분포

MiC 교과서 과제에서 담화 유형에 속하는 요소에 관해 살펴보면, [그림 VI-7]과 같이, ‘1.3.1 질문에 대한 내 생각 발표하기’ 요소와 ‘1.3.2 내가 해결한 풀이과정 설명하기’ 요소의 비율이 세 중영역 모두에서 높게 나타났다. 즉, ‘[1] 좌표평면과 그래프’와 ‘[2] 일차함수와 그래프’에서는 1.3.1 요소의 비율이 각각 51%, 48%로 가장 높으며, ‘[3] 일차함수와 일차방정식의 관계’의 경우에는 1.3.2 요소의 비율이 54%로 가장 높았다. 이는 MiC 교과서의 경우 다양한 상황으로 구성된 그래프를 해석하는 부분에서 학습자의 생각을 말하거나 설명해 보게 하는 문항들이 많기 때문인 것으로 판단된다.

또, MiC 교과서 과제에서 표현 유형에 속하는 요소에 관해 살펴보면, [그림 VI-7]과 같이, '2.1.1 단답형 답 쓰기' 요소가 3개 중영역 모두에서 가장 높은 비율(각각 30%, 31%, 43%)을 차지하였다. 이는 MiC 교과서 과제에는 규칙을 발견하여 식을 쓰거나 계산 절차를 통해 함수식을 쓰는 등의 문항들이 많고, 결국 이러한 문항들은 단답형으로 묻는 것이 용이하므로 해당 요소의 비율이 높게 나타난 것으로 보인다. 또, '2.5.1 제시된 자료를 보고 그래프 그리기' 요소의 비율이 세 중영역 모두에서 상대적으로 높게 나타났고(각각 24%, 14%, 14%), '2.4.6 그래프나 다이어그램을 보고 해석해서 글로 쓰기' 요소가 비교적 높게 나타났다(각각 10%, 13%, 6%). 이는 우리나라 2015 개정 교육과정에 새롭게 추가된 '9수03-02' 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.'는 성취기준(교육부, 2015)과 관련 있는 것으로 볼 수 있는데, MiC 교과서에서도 이러한 성취기준에 부합하는 과제를 다루고 있는 것으로 볼 수 있다. 그 다음으로, '2.6.1. 표현 유형(단답형 답, 기호, 식, 표, 그림, 글, 그래프)을 2가지 이상 사용해서 나타내기' 요소의 비율도 세 영역 모두에서 높게 나타났는데(각각 11%, 13%, 11%), 함수에서 표, 그래프, 식 등 두 가지 이상의 표현 유형을 동시에 요구하는 것은 적절하며, MiC 교과서의 과제에서도 이러한 조건을 충족시키는 문항을 다루는 것으로 판단된다.



[그림 VI-7] 2015 개정 교육과정 함수의 중영역별 답화 유형에 속하는 요소에 관한 분포



[그림 VI-8] 2015 개정 교육과정 함수의 중영역별 표현 유형에 속하는 요소에 관한 분포

한편, MiC 교과서 과제에서 조작 유형에 속하는 요소에 관해 살펴보면(해당 그래프는 본고에 제시하지 않음), '3.2.1 구체물을 가지고 수학적 내용을 표현하기' 요소만이 나타났는데⁴⁾, 이 요소는 'I 좌표평면과 그래프' 중영

4) 즉, '3.1.1 말의 의도에 맞게 몸짓이나 표정 짓기'와 '3.1.2 수학적 내용을 행동으로 보여주기' 요소는 없음을 뜻함.

역에 4개 문항, '② 일차함수와 그래프'에 7개 문항, '③ 일차함수와 일차방정식의 관계'에 2개 문항, 즉 총 13개 문항이 존재하였다. 13개 문항은 본 연구의 모든 문항 수에 비해 상대적으로 매우 적은 편이지만, 이는 함수 내용의 특성상 구체물을 이용한 조작 활동이 미진한 데에서 기인한 것으로 볼 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 김상화·방정숙(2010)의 D.R.O.C라는 의사소통의 유형을 기준으로 Griffiths & Clyne(1994), 이종희·김선희(2002), Hardy(2001), Thompson & Chappell(2007)의 선행연구를 참조하여 수학적 의사소통의 유형별 요소를 마련하였으며, 그 결과 28개 의사소통의 요소를 도출하였다. 결국, 본 연구에서는 MiC Level 3 교과서의 3개 Unit 중 11개 Section의 34개 과제에 속하는 총 316개 문항을 대상으로, 수학적 의사소통의 유형별 요소에 관한 분포를 살펴보았다. 이 연구 결과를 토대로 얻은 결론 및 제언은 다음과 같다.

첫째, 본 연구에서는 수학적 의사소통의 유형 및 요소를 함수 내용과 관련된 과제를 중심으로 분석하였는데, 의사소통의 세 가지 유형, 즉 담화, 표현, 조작에 대해 살펴보면, 표현 유형의 비율(71.7%)이 담화 유형(24.6%)과 조작 유형(3.7%)의 것에 비해 높게 나타났다. 이는 함수 내용의 특성상, 다양한 상황을 그래프로 나타내기, 그래프의 성질을 이해하거나 해석하여 글로 나타내기와 같은 표현에 해당하는 활동이 자신의 생각을 설명하거나 질문에 답하는 것에 관한 담화 그리고 구체물을 다루는 조작에 비해 많은 문항을 다루고 있기 때문이라 할 수 있다. 이와 같이 MiC 교과서에서처럼 그래프로 나타내거나 해석하는 등의 표현 활동(유형)을 수반하는 문항들을 충분히 다룸으로써 학생들로 하여금 해당 내용을 보다 견고히 이해하는데 도움이 되도록 함이 바람직할 것이다.

반면에, 조작 유형의 비율(4%)이 비록 다른 유형들의 것에 비해 상대적으로 낮게 나타났지만, 조작을 통해서도 학습자로 하여금 처음 접하는 함수 관련 내용을 익히는데 도움을 줄 수 있을 것으로 예측된다. 한편, 함수에 관한 내용을 역사 발생적 원리에 따른 수학적 과정에 대한 경험은 생략된 채 추상적으로 다룸으로써 학습자는 진정한 함수적 안목과 함수적 사고의 발달이 어려워지고, 결국 학습자는 함수를 재미없고 어려운 내용으로 생각하여 많은 어려움을 겪는다고 한다(우정호, 2011; 윤양안, 2013). 그런데, MiC 교과서의 경우, 함수의 기술기의 용어를 다루기 전에 학습자에게 함수의 그래프에서 직선과 축이 이루는 각도를 재어보는 조작 활동(유형)에 속하는 문항들을 여러 번 제시하고 있는데, 이는 학습자가 구체물을 이용하는 문항들을 반복적으로 다루게 함에 따라 기술기에 대해 보다 친숙하게 직관적으로 접근하도록 이끌고 있는 것으로 보인다. 따라서 MiC 교과서와 같이, 조작을 통해 함수와 관련하여 처음 접하는 용어나 개념에 관한 보다 견고한 이해를 도모할 필요가 있겠다.

둘째, 담화 유형의 요소에 대해 살펴보면, MiC 교과서의 'Ups and Downs', 'Graphing Equations', 'Algebra Rules'의 세 개 Unit에 대하여, 담화 유형의 요소의 평균 비율은 '1.3.1 질문에 대한 내 생각 발표하기'의 경우 36%, '1.3.2 내가 해결한 풀이 과정 설명하기'는 37.6%, '1.1.2 단답형으로 답하기'는 19.3%, '1.3.3 표현한 것을 보여주며 설명하기'는 6.3%이다. 이처럼 '1.3.1 질문에 대한 내 생각 발표하기'와 '1.3.2 내가 해결한 풀이 과정 설명하기'는 다른 담화 요소에 비해 상대적으로 비율이 높은 편인데, 이는 MiC 교과서가 학습자 자신의 생각을 발표하거나 설명하도록 하는 여러 문항들을 통해 학습자에게 자신의 생각을 자유롭게 나타내는 기회를 주고 있음을 엿볼 수 있다. 우리나라의 경우에도 이처럼 교육과정 문서의 '4. 교수 학습 및 평가의 방향'에 수학적 아이디어 또는 수학 학습 과정과 결과를 말, 그림, 기호 등을 사용하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통하고, 다른 사람의 생각을 이해하고 토론하는 것을 강조하여 제시하고 있다(교육부, 2015).

한편, 학생들은 함수 학습을 하는데 있어서 추상적인 접근으로 인하여 함수 내용을 어려워하며, 이는 곧 함수 학습에 대한 불안감의 유발로 이어질 수 있다(김연식 허혜자, 1995). 그런데, 이미연과 오영열(2007)에 따르면, "수학적 의사소통은 수학적 언어와 사고를 연결시켜 수학에 대한 학습자의 이해를 높여주고, 언어를 통해 동료

들과 서로의 아이디어를 토론하고 공유하게 함으로써 ... 학습자에게 자신의 생각을 자유롭게 표현하는 기회를 줌으로써 수학에 대한 학습자의 불안을 감소시킨다.”(p. 395)고 하였다. 이처럼, MiC 교과서나 우리나라 교육과정 문서에서 강조하는 것처럼, 자신이 접한 내용, 문제 풀이 과정, 또는 자신의 판단이나 생각들을 언어를 통해 말하고, 동료들과 서로 설명해 보게 하는 담화 활동을 통해 학습자가 평소 가지고 있는 함수 학습에 대한 불안을 감소시킬 필요가 있다.

셋째, MiC 교과서의 경우, 표현 유형의 ‘2.4.7 수학 일지, 편지, 수학 일기, 수필, 소설을 쓰거나 문제, 보고서, 프로젝트를 만들기’ 요소가 전혀 없는 것으로 나타났다. 즉, MiC 교과서가 전반적으로 학습자의 생각과 판단을 요구하고 그에 대한 합당한 결과를 이끌어내는 것을 강조하는 특징을 보이기는 하지만, 이를 일기나 수필, 보고서 형태 등으로 작성하는 것에 대해서는 다루지 않는 것으로 나타났다. 최근 들어 수학교육에서 학습자 자신의 자기평가를 위한 일기 쓰기, 수행과제 활동이나 수행평가의 일환으로 보고서 작성하기 등이 강조되고 있는데 (Brown & Harris, 2012; 정운우, 2016), MiC 교과서에서 이러한 부분의 미비함은 다소 의외로 여겨진다. 우리나라 교육과정 문서의 ‘4. 교수 학습 및 평가의 방향’ 부문에는 다양한 평가 방법을 사용하여 양적, 질적으로 평가하는 것을 강조하며 프로젝트 평가, 자기 평가 등이 제시되어 있다(교육부, 2015). 이에 따르면, 앞으로 학습자 자신의 풀이 과정이나 의견 등을 발표하는 것뿐만 아니라 일기 쓰기, 간단한 보고서 작성 등의 활동이 학교 수업 안팎에서 보다 적극 실현되어야 할 것이다. 이를 위하여 교과서에 자기평가, 일기쓰기 등의 코너를 마련하거나 교사용 지도서에 교사가 손쉽게 활용할 수 있도록 학습지 형태로 제시하여 안내해 줄 필요가 있다.

또한, MiC 교과서의 경우, ‘1.2.1. 문제가 이해되지 않을 때 질문하기’, ‘1.2.2 조건을 확인하려고 질문하기’, 그리고 ‘1.2.3 다른 사람의 의견에 대한 이유 묻기’의 의사소통 요소가 전혀 나타나지 않았다. 이는 본 연구가 수업 상황에서 실제로 발생하는 어떤 구체적인 현상을 다루기보다는 MiC 교과서라는 서책에 수록된 수학적 내용을 대상으로 삼아 의사소통의 유형별 요소를 분석한 것에 기인한 것으로 여겨진다. 하지만, MiC 교과서에서 수업 상황에서 질문하도록 하는 행위를 요구하는 문항을 전혀 고려하지 않았다는 점은 다소 의외로 여겨진다. 어찌되었든 간에, 우리나라 교육과정 문서의 ‘4. 교수 학습 및 평가의 방향’의 의사소통 부문에는 다양한 관점을 존중하면서 다른 사람의 생각을 이해하고 수학적 아이디어를 표현하며 토론해 보는 경험을 강조하고 있다(교육부, 2015). 결국, 질문하거나 다른 사람의 의견에 대한 이유를 묻는 등의 의사소통 활동은 수학 수업에서 간과되어서는 안 될 중요한 사안인 만큼, 이러한 활동이 실제 수업 상황에서 교사의 주도 하에 보다 적극적으로 개진되도록 교과서 및 교사용 지도서 등의 교과용 도서에 반영되기를 기대한다.

넷째, 표현 유형의 요소에 대해 좀 더 살펴보면, ‘2.6.1. 표현 유형(단답형 답, 기호, 식, 표, 그림, 글, 그래프)을 두 가지 이상 사용해서 나타내기’ 요소의 경우, MiC 교과서의 세 개 Unit에서의 평균 비율이 약 10.6%로 나타났다. 우리나라 교육과정의 경우, 표, 식, 그래프로 변형하여 나타낼 수 있음을 강조하고 있으며, 이를 정비례와 반비례 관계를 통해 다루도록 되어 있다.⁵⁾ 반면에 MiC 교과서의 경우에는 정비례와 반비례를 다루지 않고 있으며, 비록 표, 그래프, 식 등의 두 가지 이상의 표현 유형을 동시에 다루도록 하는 의사소통 요소의 비율이 낮은 편이긴 하지만, 이에 관한 우리나라 교육과정의 성취기준 내용과 MiC 교과서의 실제 구현이 일맥상통함을 알 수 있다.

한편, 우리나라 2015 개정 교육과정에 ‘[9수03-02] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.’는 성취기준이 새롭게 추가되었다(교육부, 2015). 이는 의사소통 요소인 ‘2.5.1 제시된 자료를 보고 그래프 그리기’와 ‘2.4.6 그래프나 다이어그램을 보고 해석해서 글로 쓰기’에 해당하는 것으로, MiC 교과서에는 이 요소들에 해당하는 문항이 각각 48개와 27개(즉, 230개의 표현 유형 문항 중 75개)가 제시되었다. 이렇듯, MiC 교

5) 우리나라 성취기준의 경우, ‘[9수03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.’로 제시되어 있음.

과서에서도 비교적 적지 않은 문항을 다루고 있다는 것은 우리나라에서 새롭게 추가된 해당 성취기준의 적절성과 중요성을 시사하고 있는 것으로 여겨진다.

끝으로, MiC 교과서는 의사소통 활동을 요구하는 과제를 통해 함수 내용을 다루고 있는데, 이를 우리나라 교육과정 문서에 근거하여 살펴보면, '[9수03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다'를 제외한 다른 모든 성취기준은 다루고 있는 것으로 나타났다. MiC 교과서의 특징이 과제 중심이라는 점을 감안해 볼 때, 이러한 과제 중심의 수업 전개 및 활동을 통해서도 함수와 관련된 내용을 충분히 다룰 수 있으며, 이는 반대로 각 성취기준마다 적절한 의사소통 유형 및 요소의 과제들을 통해 학습자로 하여금 함수 영역의 성취기준에 도달하도록 이끌 수 있다고 볼 수 있다. 따라서 주요 함수 내용에 관하여 담화, 표현, 조작 등의 여러 유형의 의사소통을 수반하는 과제 중심의 실제적 수업 활동을 보다 활발히 수행하는 것뿐만 아니라 이를 구체적으로, 효율적으로 안내할 수 있는 교과용 도서를 개발하는 일도 중요한 것으로 판단된다. 한편, 최근 들어, 수학적 의사소통의 중요성을 인식함에도 불구하고 이의 수행을 어려워하는 교사들을 위하여 '효과적인 수학적 논의를 위해 교사가 알아야 할 5가지 관행'⁶⁾이 소개되었다(방정숙 역, 2013). 교사들은 이러한 관행을 숙지한 후 이에 부합하는 수업목표를 선정하고 인지적으로 도전적인 과제를 준비하기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2015). 수학과 교육과정 (교육부 고시 제 2015-74호 별책8). 세종: 교육부.
- Ministry of Education(2015). Curriculum of Mathematics Department. Sejong: Ministry of Education.
- 김상화·방정숙 (2010). 초등학교에서의 수학적 의사소통 목표와 성취요소 설정. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **24(2)**, 385-413.
- Kim, S. H. & Pang, J. S. (2010). Standards for Promoting Mathematical Communication in Elementary Classrooms. *Communications of Mathematical Education*, **24(2)**, 385-413.
- 김상화(2010). 초등학교 수업에서 수학적 의사소통의 목표 설정 및 지도의 실제. 한국교원대학교 대학원 박사학위논문.
- Kim, S. H.(2010). *Standards and Practices for Promoting Mathematical Communication in Elementary Classrooms*. Doctoral Dissertation, Korea National University of Education.
- 김연식 · 허혜자 (1995). 수학불안 요인에 관한 연구. 수학교육학연구, **5(2)**, 111-128.
- Kim, Y. S. & Heo, H. J. (1995). A Study on antecedents of mathematics anxiety in high school students. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **5(2)**, 111-128.
- 김향숙 · 이성에 (2010). 수학적 의사소통에 대한 고찰과 '고등학교 수학'의 의사소통 코너 분석. 한국수학사학회지, **23(3)**, 141-168.
- Kim, H. S. & Lee, S. A. (2010). Note on mathematical communication and the Analysis of communication-corner in 'high school Mathematics' textbook. *The Korean Journal for History of Mathematics*, **23(3)**, 141-168.
- 우정호 (2011). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교출판문화원.
- Woo, J. H (2011). *Educational Foundation in School Mathematics*. Seoul: Seoul National University Press.
- 윤양안 (2013). 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 학습 연구 : 중학교 「함수와그래프」 단원을 중심으로. 중앙대

6) 이때, 5가지 관행은 인지적으로 높은 수준의 수학적 과제에 대한 학생들의 다양한 반응을 예상하기, 학생들의 과제를 해결하는 동안 학생들의 실질적인 반응을 점검하기, 전체 논의 때 발표할 학생들을 선정하기, 학습목표와 학생들의 전반적인 반응을 고려하여 발표할 학생들을 순서 짓기, 그리고 다양한 해결 방법과 핵심적인 수학적 아이디어를 연결하기임.

학교 대학원 석사학위논문.

- Yun Yang-An (2013). *On the effective teaching methods for the 2009-revised mathematical curricula focused on 'Functions and Graphs' of the Middle School*. Master's Dissertation, Chung-Ang University.
- 이다희 (2014). 중학교 1 학년 수학교과서에 나타난 수학적 의사소통 관련 부분에 대한 분석. *교과교육연구*, **7(1)**, 63-82.
- Lee, Da-Hee (2014). An Analysis of 7th grade mathematics textbooks on the relevant parts of mathematical communication. *The Journal of Curriculum and Instruction Studies*, **7(1)**, 63-82.
- 이미연 · 오영열 (2007). 수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향. *수학교육학연구*, **17(4)**, 395-418.
- Lee, M. Y. & Oh, Y. Y. (2007). The Influence of Mathematical Tasks on Mathematical Communication. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **17(4)**, 395-418.
- 이종희 · 김선희 (1998). 수학 교수 학습에서의 의사소통에 관한 연구. *수학교육학연구*, **8(2)**, 691-708.
- Lee, C. H. & Kim, S. H. (1998). A study of communication in teaching and learning of mathematics. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **8(2)**, 691-708.
- 이종희 · 김선희 (2002). 수학적 의사소통. 서울: 교우사.
- Lee, C. H. & Kim, S. H. (2002). *Mathematical Communication*. Seoul: Kyowoo.
- 정윤우 (2016). *수학일지쓰기를 통한 초등학교 6학년 수학 학습부진아의 정의적 특성 변화*. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.
- Jung, Y. W. (2016). *The Changes in Affective Characteristic of 6th Grade Student with Underachievement in Mathematics after Writing Mathematics Journal*. Master's Dissertation, Gyeongin National University of Education.
- 홍창준 · 김구연 (2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석. *학교수학*, **14(2)**, 213-232.
- Hong, C. J. & Kim, G. Y. (2012). Functions in the Middle School Mathematics: The Cognitive Demand of the Mathematical Tasks. *School Mathematics*, **14(2)**, 213-232.
- Abels, M., de Jong, J. A., Dekker, T., Meyer, M. R., Shew, J. A., Burrill, G., & Simon, A.N. (2006). *Up and Downs*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute(Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Brown, G. T. L. & Harris, L. R. (2012, October, in press). *Student self-assessment*. In J. H. McMillan (Ed.). *The SAGE handbook of research on classroom assessment*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Common Core state Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Retrieved from <http://www.corestandards.org/Math>
- Griffiths, R. & Clyne, M. (1994). *Language in the mathematics classroom: Talking, representing, recording*. Heinemann Educational Publishers.
- Hardy, I. (2001). The Relationship between the Use of Representations and Instructional Discourse in Mathematics Tasks. *Paper presented at the Annual Meeting of American Educational Research Association (AERA) 2001*, Seattle, Washington, 1-30.
- Kaya, D. & Aydın, H. (2016). Elementary Mathematics Teachers' Perceptions and Lived Experiences on Mathematical Communication. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, **12(6)**, 1619-1629.
- Kindt, M., Dekker, T., & Burrill, G. (2006). *Algebra rules*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Kindt, M., Wijers, M., Spence, M.S., Brinker, L. J., Pligge, M. A., Burrill, J., & Burrill, G. (2006). *Graphing Equations*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute(Eds.), *Mathematics in*

Context. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

- Kosko, K. W., & Wilkins, J. L. (2010). Mathematical communication and its relation to the frequency of manipulative use. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, **5**(2), 79-90.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). 5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions. 방정숙 역(2013). 효과적인 수학적 논의를 위해 교사가 알아야 할 5가지 관행. 서울: 경문사.
- Thompson, D. R., & Chappell, M. F. (2007). Communication and representation as elements in mathematical literacy. *Reading & Writing Quarterly*, **23**(2), 179-196.
- Tinungki, G. M. (2015). The Role of Cooperative Learning Type Team Assisted Individualization to Improve the Students' Mathematics Communication Ability in the Subject of Probability Theory. *Journal of Education and Practice*, **6**(32), 27-31.

A study on the Elements of Communication in the Tasks of Function of Mathematics in Context Textbook

Hwang, Hye Jeang

Chosun University
E-mail : sh0502@chosun.ac.kr

Choe Seon A[†]

The Graduate School, Chosun University
E-mail : csouna@naver.com

Communication is one of 6 core competencies suggested newly in mathematics curriculum revised in 2015 in Korea. Also, its importance has been emphasized through NCTM and CCSSI. By the subject of Mathematics in Context(MiC) textbook, this study planned to explore the communication elements according to the types of communication such as discourse, representation, operation. Namely, this study dealt with 316 questions in a total of 34 tasks relevant to function content in the MiC textbook, and this study explored the communication elements on the questions of each task. To accomplish this, this study first of all was to reconstruct and establish an analytic framework, on the basis of 'D.R.O.C type' of communication developed by Kim & Pang in 2010. In addition, based on the achievement standards of function domain in mathematics curriculum revised in 2015 in Korea, this study basically compared with the function content included in MiC textbook and Korean mathematics curriculum document. Also, it tried to explore the distribution of communication elements according to the types of communication.

* This study was supported by research fund from Chosun University, 2016

* ZDM Classification : C53

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : Mathematical communication, Mathematics in Context, mathematical tasks, functions, mathematics curriculum revised in 2015

† corresponding author

<부록 1> 본 연구 수행을 위한 의사소통의 요소 마련 과정 (표현, 조작 유형)

김상화·방정숙(2010)			Griffiths & Clyne (1994)	이종희 김선희 (2002)	Hardy (2001)	Thompson & Chappell (2007)	본 연구
의사소통의 유형	Output의 유형	Output의 세부 유형					의사소통의 요소
<표현> 쓰기 중심의 문어적 의사소통	단답형 답 쓰기	O, X 답 쓰기	✓	✓			→ 단답형 답 쓰기
		□에 답 쓰기	✓	✓			
		계산결과 쓰기	✓	✓			
		문장제 답 쓰기	✓	✓			
		답과 단위 쓰기	✓	✓			
	기호 및 식 쓰기	알고리즘 쓰기	✓	✓			→ 알고리즘 쓰기
		풀이를 위한 식 쓰기					
		사칙연산 기호 사용하여 식이나 글 쓰기	✓	✓			→ 사칙연산 기호 사용하여 식이나 글 쓰기
		문자와 연산기호를 사용하여 식 쓰기	✓	✓			→ 문자와 연산기호를 사용하여 식 쓰기
	표나 그림 그리기	크기비교나 분수 및 소수, 측정 단위나 비율을 수학적으로 표현하기				✓	
		문제 해결을 위한 방법으로 표나 그림 그리기	✓		✓		→ 문제해결을 위한 방법으로 표나 그림 그리기
		답을 쓰기 위해 표나 그림 그리기	✓		✓		→ 답을 쓰기 위해 표나 그림 그리기
	글로 나타내기	개념 이해를 위해 표나 그림 그리기	✓		✓		→ 개념 이해를 위해 표나 그림 그리기
		교사의 말이나 설명을 글로 쓰기(요약하기)	✓	✓		✓	→ 교사의 말이나 설명을 글로 쓰기(요약하기)
		들은 문제나 읽은 문제를 글로 쓰기	✓	✓	✓	✓	→ 들은 문제나 읽은 문제를 글로 쓰기
		수학적 지식, 용어나 개념을 글로 쓰기	✓	✓	✓	✓	→ 수학적 지식, 용어나 개념을 글로 쓰기
		풀이 과정을 글로 쓰기	✓	✓	✓	✓	→ 풀이 과정을 글로 쓰기
		자신의 풀이 방법에 대한 이유를 글로 쓰기	✓	✓	✓	✓	
		기호나 대수식으로 표현된 내용을 글로 풀어쓰기	✓	✓	✓	✓	→ 기호나 대수식으로 표현된 내용을 글로 풀어쓰기
		그래프나 다이어그램을 보고 해석해서 글로 쓰기	✓	✓	✓	✓	→ 그래프나 다이어그램을 보고 해석해서 글로 쓰기
		문제 만들기, 수학 일지, 편지, 수학 일기, 수필, 소설, 보고서, 프로젝트	✓	✓	✓	✓	→ 수학일지, 편지, 수학일기, 수필, 소설을 쓰거나 문제, 보고서, 프로젝트를 만들기
		그래프 그리기	교사가 그린 그래프 혹은 교과서나 신문 등에 제시된 것을 따라 그려보기		✓		
	제시된 자료를 보고 그래프 그리기		✓	✓			→ 제시된 자료를 보고 그래프 그리기
자료를 스스로 수집하고, 그 자료를 바탕으로 그래프나	✓						

	2가지 이상으로 나타내기	다이어그램 그리기							
		식과 글쓰기				✓			
		그림이나 표와 글쓰기				✓			
		그래프나 다이어그램과 글쓰기				✓			
		표나 그림그리기와 식 쓰기				✓			
		그래프나 다이어그램과 식 쓰기 ...	✓			✓		→	표현 유형(단답형 답, 기호, 식, 표, 그림, 글, 그래프)을 2가지 이상 사용해서 나타내기
<p><조작></p> <p>신체활동, 조작활동, 놀이, 게임활동 등의 방법으로 수학에 관한 자신의 생각이나 의견을 나타내는 것</p>	<p>몸짓, 표정, 신체표현</p>	말의 의도에 맞게 몸짓이나 표정 짓기	✓	✓				→	말의 의도에 맞게 몸짓이나 표정 짓기
		수학적 내용을 행동으로 보여주기	✓	✓				→	수학적 내용을 행동으로 보여주기
	구체물 조작활동	구체물을 가지고 수학적 내용을 표현하기	✓	✓				→	구체물을 가지고 수학적 내용을 표현하기
	게임 및 놀이 활동	수학과 관련된 게임이나 놀이에 자신의 생각에 따라 참여하기		✓					
<p><복합></p> <p>담화, 표현, 조작 유형 중 2가지 이상이 같은 비중으로 중요한 경우</p>	<p>동영상 및 컴퓨터 시뮬레이션 만들기</p>	수학학습과 관련된 동영상 만들기							
		동영상 안의 인물 되어 수학 관련 동영상 만들기							
		동영상에 들어가는 장면 및 촬영 도구 연출하기							
		수학학습과 관련된 컴퓨터 시뮬레이션 만들기							
	<p>채팅하기, 화상 채팅하기</p>	컴퓨터상에서 교사나 다른 동료와 수학적 내용에 대한 의견을 교환을 위해 글을 읽고 쓰기							
		컴퓨터상에서 교사나 다른 동료와 수학적 내용을 듣고 말하기							
		컴퓨터상에서 다른 사람에게 조작활동을 보여 주거나, 조작활동 보이기							
	<p>수학학습 관련 사진 자료 만들기</p>	실세계에서 수학 관련 자료를 사진으로 찍어 제시하기							
	<p>담화·표현·조작 중 2가지 이상 복합된 활동하기</p>	문제해결을 위해 자신의 방법대로 표현한 것을 보여주며 설명하기							
		구체물 조작 결과를 보여주며 어떤 의도로 나타낸 것인지 발표하기							