韓國數學教育學會誌 시리즈 E <數學教育 論文集>
http://dx.doi.org/10.7468/jksmee.2016.30.3.263
제 30집 제 3호, 2016. 9. 263-280

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 30, No. 3, Sep. 2016. 263-280

루브릭(RUBRIC) 쓰기에 나타난 수학적 모델링 연구

김 혜 영 (이화여자대학교 대학원)
김 래 영 (이화여자대학교)†

본 연구에서는 Mason 외(2010)가 제시한 루브릭(RUBRIC) 쓰기를 교수-학습에 적용하였을때 학생들의 수학적 모델링을 분석함으로써 새로운 교수-학습 및 평가 방안으로서의 루브릭 쓰기의 가능성을 탐구해 보고자 한다. 고등학교 1학년 23명의 학생을 루브릭 쓰기를 실시한 그룹과 그렇지 않은 그룹으로 나누어 10회에 걸쳐 18문항을 해결하도록 하였고 이 중 수학적 모델링과 관련된 7문항에 대한 학생 답안을 분석하였다. 그 결과 루브릭 쓰기를 사용한 학생들이 그렇지 않은 학생들에 비해 문항의 정답률이 높았을 뿐 아니라 질적으로도 보다 더 다양한 표현과 모델을 사용하고 실재와 수학간의 원활한 번역과 해석을 할 수 있는 등 수학적 모델링 과정에 차이를 보였다. 더 나아가 학생들의 문제해결과 수학적 사고의 확장으로도 나타남을 알 수 있어 본 연구 결과는 루브릭 쓰기가 효과적인 교수-학습 및 평가 방안이 될 수 있음을 시사하고 있다.

Ⅰ. 서 론

수학교육의 현안을 언급할 때 자주 등장하는 ‘수포자’는 ‘수학을 포기한 사람’이라는 뜻의 약어로서 Osborne 외(1997)는 수포자의 발생 원인으로 학생들이 수학을 어렵고, 지루하고, 쓸모가 없다고 여기기 때문이라고 밝힌 바 있다. 특히 학생들은 수학이 현실과 매우 동떨어진 학문이라고 생각함으로써 수학을 왜 배워야 하는지 알지 못한 채 학습을 하는 경우가 많다(노선숙 외, 2001; 남윤정・송영무, 2008). 그 이유 중 하나는 수학 수업 자체가 실생활과의 연결성 없이 진행되거나 연결 짓는다 하더라도 그 관계가 명확하지 않다는 것이다(Cornell, 1999).

National Council of Teachers of Mathematics(이하 NCTM)(2000)는 학생들이 실생활과 밀접한 과제를 해결하는 경험을 통해 문제해결 과정에서 수학의 유용성을 체험하고 깨닫는 것이 필요하다고 강조하고 있다. 실생활과 밀접한 과제를 해결하는 경험을 통해, 학생들은 문제해결 과정에서 수학적 지식을 습득하고 사고하는 힘을 기를 수 있을 뿐만 아니라 문제를 해결하기 위한 다양한 전략들을 개발하고 적용할 수 있게 된다(NCTM, 2000). 이러한 문제해결 과정은 여러 현상들이 수학을 통해 조직되고 그 안에서 수학의 본질을 찾는 수학화(mathematization)와도 연결된다(Freudenthal, 1973). 따라서 교수-학습 및 평가에서도 이러한 경험을 할 수 있는 문제와 과제 개발이 필요하다. 실제 OECD에서 주관하는 Programme for International Student Assessment(이하 PISA)에서도 실생활에서 접할 수 있는 상황을 수학적 맥락에서 이해하고 이를 통해 문제를 해결하며 다시 실생활 맥락에 적용하여 해석하도록 하는 문항을 개발하여 제시하고 있다(이미경 외, 2004). 또한 이러한 활동들은 실제 상황과 수학적 맥락을 연결하는 수학적 모델링과도 밀접한 관계가 있다.

수학적 모델링은 분야에 따라 다양한 의미로 해석되고 사용되고 있으나, 일반적으로 실제 상황으로부터 수학적 모델을 성립하는 과정을 의미하거나 실생활과 수학을 연결하는 방식으로서 이해되고 있으며 그 의미가 이들

---

* 접수일(2016년 4월 14일), 심사(수정)일(1차: 2016년 6월 27일, 2차: 2016년 9월 1일), 게재확정일(2016년 9월 12일)
* ZDM분류 : C33, C73, D33
* MSC2000분류 : 97D40, 97D50
* 주제어 : 수학적 모델링, 루브릭 쓰기, 문제 해결
† 교신저자 : kimrae@ewha.ac.kr

간의 다양한 상호관계, 적용까지 확장되기도 한다(Blum, 1993). 수학적 모델링 과정은 실제 상황과 수학적 상황이 반복적으로 순환되면서(Lesh & Lehrer, 2003) 실재와 수학 사이의 관계를 번역하고 해석하고 이해하는 것까지 모두 포함하는 것이다(Blum, 2011). 이 과정에서 학생들은 수학의 유용성을 인식하고, 문제해결력을 기를 수 있다(Lesh & Doerr, 2003).

최근 발표된 2015 개정 수학과 교육과정에서도 수학을 "수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 숙달하여 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하며 논리적으로 사고하고 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과"(교육부, 2015, p. 2)로 정의하며 실생활과 타 교과의 문제들을 수학적 추론, 수학적 문제해결, 수학적 의사소통 등 수학적 과정을 통하여 창의적으로 해결하는 것을 강조하고 있다. 그러나 교육과정에서는 이를 교수-학습에 어떻게 적용해야 하는지에 대한 구체적인 가이드라인이나 방법을 제시하지 않고 있으며(방정숙 외, 2015) 학생들 역시 현실 상황이 포함된 문제를 해결할 때 수학 내용을 어떻게 적용해야하는지, 어떤 수학적 모델을 구축하고 사용해야 하는지 등 수학적 문제해결과 수학적 모델링에 어려움을 겪는 경우가 많다(김영국, 2008; 박석순, 김구연, 2013). 따라서 학생들이 수학의 의미와 유용성을 인지하고 수학적 모델링을 통한 창의적인 문제해결을 할 수 있도록 하는 구체적인 교수-학습 및 평가 방안의 마련이 필요하다.

따라서 본 연구에서는 이를 위한 교수-학습 및 평가 방안으로 '루브릭(RUBRIC)' 쓰기를 제안하고자 한다. 루브릭은 Mason, Stacey & Burton(2010)이 소개한 문제해결을 위한 방법 중 하나로 문제해결을 위한 핵심 용어들을 하나의 틀로 제시하였다. 그들은 이 방법을 이용하면 학생들이 문제를 보다 쉽게 해결할 수 있고, '특수화-일반화'의 교대 작용을 통해 수학적 사고가 향상될 수 있다고 하였다. 문제해결을 통한 수학적 사고의 향상은 수학 교수-학습에 긍정적인 영향을 줄 수 있을 뿐만 아니라, 학생들에게 수학이 현실에서 어떻게 적용될 수 있는지를 느낄 수 있게 도와줄 수 있다(Stacey, 2006). 그러나 이를 뒷받침하는 실증적인 연구가 부족하고 특히 우리나라의 수학교육 맥락에서 적용된 사례는 아직 밝혀진 바가 없으므로 본 연구에서는 실제 고등학교 1학년 학생들에게 '루브릭 쓰기'를 실시하여 문제해결 과정에서 루브릭 쓰기가 수학적 모델링 과정에 어떤 영향을 주는지 분석하고, 이를 통해 새로운 교수-학습 및 평가 방안으로서 루브릭 쓰기의 가능성을 탐색해 보고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 루브릭(RUBRIC)

가. Mason, Stacey & Burton의 루브릭의 의미

루브릭(rubric)이란 용어는 15세기에 처음 사용되었다. 이 시대 수도사들은 종교와 관련된 책을 복제하고, 복제된 책의 중요한 부분을 붉은 글씨로 나타내었는데 이를 루브릭이라고 불렀다(Popham, 1997). Mason, Stacey & Burton(2010)은 수도사들이 중요한 단어를 붉은 색으로 표기했던 것처럼 문제해결을 위한 핵심 용어들을 루브릭(RUBRIC)으로 제시하였다. 그들은 문제를 해결하기 위한 '진입-공격-검토'의 3단계 과정을 핵심 용어로 제시하였고, 이 단계에 따라 학생들이 문제를 해결하도록 하였다.

하지만 현재 일반적으로 사용되는 루브릭(Rubrics)이란 용어는 학생들의 활동을 질적으로 평가하기 위한 틀이란 의미로 사용되고 있다. 루브릭은 주로 프로젝트 학습이나 수행평가 등과 같은 여러 번의 과정을 통해 학생들을 평가해야할 때 사용된다. 학생들은 루브릭을 통해 평가 내용에 대한 상세한 정보뿐만 아니라 자신의 수행 과정 전반에 대한 피드백을 제공받을 수 있으며 교사들은 학생들의 학습 시작 단계에서부터 결과를 도출하기까지의 모든 과정을 평가할 수 있다(Andrade, 2000; Montgomery, 2000). 하지만 우리나라에서는 학생들의 활동 전반을 확인할 수 있는 루브릭은 거의 사용하고 있지 않으며, 대부분은 서술형 평가나 수행평가를 위한 채점 기준

표로서의 제한된 의미에서 루브릭을 사용하고 있다.

그러나, 본 연구에서의 루브릭은 일반적으로 알고 있는 평가 채점 기준표로서의 루브릭이 아닌 문제 해결 과정에 사용되는 루브릭으로 그 의미가 다르다. Mason, Stacey & Burton(2010)의 연구를 바탕으로 본 연구에서의 '루브릭(RUBRIC)'은 학생들이 문제를 해결하기 위해 머릿속에서 일어나는 과정을 표현해봄으로써 자신의 문제해결 과정을 정교화하고, 반성할 수 있는 기회를 제공하는 것을 의미한다. 이는 '진입-공격-검토'의 과정에 따라 문제를 해결하는 것이지만, '진입-공격-검토'의 과정은 선형적인 순서로 이루어지지 않으며 각 단계의 교대 작용을 통해 문제해결 과정을 견고하게 만들어가는 것을 의미한다. 그리고 이 과정에 따라 자신의 문제해결 과정을 종이에 기록하는 것을 '루브릭 쓰기'로 정의하고자 한다.

나. 루브릭과 문제해결

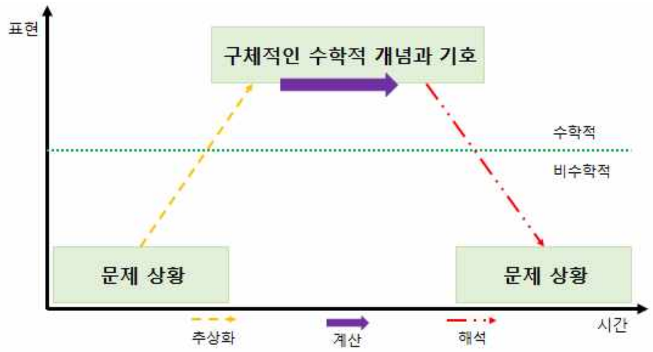
Mason, Stacey & Burton(2010)는 학생들이 스스로 문제를 해결하고, 이러한 문제해결을 통해 수학적 사고가 향상될 수 있는 방안으로 루브릭을 제시하였다. 루브릭은 문제와 관련된 수학적인 내용을 모두 쓰면서 자신의 생각을 구성하고 정리하는데 중심적인 역할을 한다고 하면서, '진입-공격-검토'의 단계에 따라 문제를 해결할 것을 제안하였다. 진입(Entry)은 문제의 의미를 파악하고, 파악한 내용을 바탕으로 문제를 어떻게 해결할 것인지에 대해 생각해보는 것을 말한다. 이 단계에서는 문제를 자신의 방식으로 이해하고, 이를 스스로 재구성하는 과정이 중요하다. 공격(Attack)은 '암초(STUCK)'와 '아하!(AHA!)'의 과정을 통해 문제를 완벽히 이해되었다고 판단되었을 때, 직접 문제를 해결하는 단계를 의미한다. 이때 암초는 문제를 해결하는 도중 발생하는 문제가 풀리지 않는 부분을 말하고, 아하!는 해결되지 않았던 부분을 해결하였을 때를 말한다. 문제를 해결하는 도중 암초가 발생하였을 때 학생들은 문제를 처음부터 다시 생각해보는 과정이 필요하다. 이때 학생들은 다시 진입 단계로 돌아가 문제를 확인하고, 자신이 생략하거나 놓친 내용이 없는지 확인해야한다. 이에 대한 과정을 반복하다보면 학생들은 문제를 해결하기 위한 방법을 찾을 수 있다. 이처럼 '암초'와 '아하!'는 문제를 이해하는 진입 단계와 문제를 해결하는 공격 단계를 연결해주는 역할을 하게 된다. 검토(Review)는 문제를 다 해결하고 난 후 문제를 변형해보거나 다른 풀이 방법을 생각해보는 등의 활동을 통해 수학적 사고를 향상시키는데 도움을 줄 수 있는 단계이다. 이 단계에서는 문제를 해결하든, 해결하지 못하든 간에 문제해결 과정을 검토해봄으로써 실제 자신이 문제를 해결하기 위해 사고한 과정들을 반성해볼 수 있다. 특히 이 단계에서 학생들은 자신의 풀이 방법에 대한 일반적인 방법을 찾아낼 수 있다면, 학생들의 수학적 사고 향상에 큰 도움이 될 수 있다.

이처럼 문제해결로서의 루브릭은 Mason, Stacey & Burton(2010)의 연구를 기반으로 이루어지고 있는데 이들은 '진입-공격-검토'의 문제해결 단계를 통해 학생들의 수학적 사고가 향상될 수 있을 것이라고 하였다. 문제해결 과정을 통해 학생들은 문제 상황을 구체화하여 다양한 시도를 할 수 있으며 여러 구체적 상황들을 살펴본 후에는 어느 순간 수학적 규칙을 찾아낼 수 있게 된다. 그리고 찾아낸 규칙을 수학적인 기호나 그림으로 표현함으로써 이를 일반화할 수 있게 되는 것이다. 이를 간단하게 설명하면 특수화에서 일반화로의 과정으로 볼 수 있는데 이러한 특수화와 일반화의 교대작용은 학생들의 수학적 사고 향상에 긍정적인 영향을 줄 수 있다. 학생들의 수학적 사고가 향상된다면, 학생들은 수학을 통해 자신과 자신이 살고 있는 세상을 이해할 수 있게 된다. 이는 루브릭 쓰기를 통해 수학적 사고가 향상된다면 실세계 맥락에 대한 이해도 높아질 수 있다는 것을 의미한다(Burton, 1984; Stacey, 2006). 따라서 본 연구에서는 Mason, Stacey & Burton(2010)이 제시한 문제해결 과정을 토대로 루브릭 쓰기 틀을 구성하고, 이를 통해 실제 생활과 밀접한 과제를 해결하였을 때 학생들의 수학적 모델링에 어떤 영향을 미치는지 살펴보고자 한다.

2. 수학적 모델링

수학 교육에서 현실의 여러 현상들을 수학을 이용하여 조직하고 그 안에서 수학의 본질을 찾도록 하는 수학화를 구현하는 수학 교수-학습 방법이 필요한데, 수학적 모델링은 수학화가 효과적으로 이루어지는데 도움을 주는 한 가지 방법으로 제시될 수 있다(Lesh & Doerr, 2003). 수학적 모델링은 우리 주변에서 쉽게 일어날 수 있는 실제 상황을 수학적 내용과 표현을 사용하여 해결하는 과정을 말한다(Lesh & Lehrer, 2003). 이때 학생들은 실세계 상황으로부터 직관적으로 정보를 추출하고 자신의 경험을 통해 문제해결에 필요한 정보를 중심으로 자세히 살펴본 후 이를 바탕으로 수학적 모델을 활용하여 문제를 해결하게 된다. 이처럼 수학적 모델링 과정은 실제 상황을 수학적으로 만드는 것, 즉 수학화와 매우 밀접한 관계에 있다는 것을 알 수 있다(Murata, Kattubadi, 2012). Freudenthal의 연구에서와 마찬가지로 학생들은 수학적 모델링 활동을 통해 자신이 나름대로 이해하고 추측한 문제 상황을 일반화하고 형식화할 수 있게 되는 것이다(English, 2003).

한편, 학생들이 이해하고 추측한 상황을 일반화, 형식화 하는데 수학적 표현은 중요한 요소가 될 수 있다. 이와 관련하여 Kehle & Lester(2003)는 문제에서 주어진 실제적 맥락과 수학적 맥락 사이의 수학적 표현이 어떻게 다른지에 대해 연구하였다. 그들은 Maki & Thompson(1973)이 제시한 수학적 모델링 과정을 수학적 표현과 연결하여 [그림 Ⅱ-1]과 같이 나타내었다. 이 연구에서는 한 문항을 해결하는 동안 학생들의 수학적 모델링 과정에 어떤 변화가 발생하는지 구체적으로 살펴본 결과 학생들의 수학적 모델링 과정이 선형적으로 이루어지는 것이 아니라 실제적 맥락과 수학적 맥락의 교대 작용을 통해 이루어진다는 것을 발견하였다.



[그림 Ⅱ-1] 비수학적 상황에서 수학적 상황으로의 전환(Kehle & Lester, 2003, p. 99)

수학적 모델링은 학생들의 수학화 활동에 도움을 줄 수 있고, 수학이 우리 생활과 밀접하다는 것을 통해 수학의 유용성을 느끼게 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 루브릭 쓰기가 수학적 모델링에 어떤 영향을 미치는지 살펴보고, 이를 통해 새로운 교수-학습 및 평가 방안으로서 루브릭 쓰기의 가능성을 탐색해보고자 한다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구대상

본 연구는 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 선정하였는데 그 이유는 고등학교 1학년 학생들은 초등학생, 중학생들보다 다양한 수학적 개념과 원리를 배웠고, 고등학교 2, 3학년 학생들보다 입시에 대한 부담감이 적고 상대적으로 고등학생 대상의 기존 평가 유형의 숙련도가 낮기 때문이다. 연구에 참여한 학생들은 경기도 소재의 일반 인문계 고등학교인 A 학교 학생 10명(남학생 8명, 여학생 2명)과 자립형 공립 고등학교인 B 학교 학생 20

명(남학생 14명, 여학생 6명)이다. A 학교 학생들의 수학 수준은 모두 중상정도이고, B 학교 학생들의 수학 수준은 학생 16명이 중상수준, 학생 4명이 상수준이였다. 연구에 참여한 30명 학생 중 남학생 5명과 여학생 2명은 본 연구와 학업을 병행하기 힘들다는 이유로 중도 포기하여 최종적으로 23명 학생의 결과물을 연구 대상으로 선정하였다. 연구에 참여하는 학생들에게 연구 참여 동의 및 연구에 대한 설명을 30분 동안 하였고, 그 중 루브릭 쓰기 틀을 사용하는 학생들에게는 30분 동안 루브릭 쓰기에 대한 추가적인 설명을 하였다.

2. 연구절차

본 연구는 사전 검사, 연구 처치, 사후 검사 순으로 연구를 진행하였으며, 각 단계에서 사용한 문항들과 그에 대한 학생 응답은 김혜영(2015)의 연구에서 사용한 문항과 학생 응답 중 일부이다. 사전 검사는 기하, 확률, 함수, 문자와 식 영역에서 각각 1개의 문항씩 총 4개의 논술형 문항을 제시하였다. 사전 검사를 실시한 후에 루브릭 쓰기 틀을 사용할 학생들과 그렇지 않은 학생들을 무작위로 분류하였다. 두 집단의 동질성 여부를 판단한 결과, 두 집단의 문제해결 과정에서 나타나는 수학적 모델링 과정에는 차이가 없는 것으로 나타났다. 연구 대상인 23명의 학생 중 10명은 루브릭 쓰기 틀을 사용하였고, 13명의 학생들은 루브릭 쓰기 틀을 사용하지 않고 문제를 해결하였다. 연구 처치 단계에서는 두 집단 모두 총 10회에 걸쳐 18 문항을 개별적으로 해결하였다. 이 중 수학적 모델링과 관련 있는 문항은 총 7 문항으로 본 논문에서는 이 문항에서 나타난 학생들의 수학적 모델링 과정을 비교해보고자 한다. 사후 검사는 사전 검사와 동형인 문항들을 제시하여 실시하였다.

3. 검사도구

가. 검사문항

본 연구에서 사용한 연구 처치 문항은 위에서 설명한 대로 총 18문항 중 수학적 모델링과 관련된 7문항이었다. 학생들은 이 문항들을 통해 문제의 조건에 맞는 수학적 모델을 구성하고, 이를 수학적으로 해결한 뒤 문제 상황에 맞게 결과를 해석할 수 있었다. 연구 처치 문항에 대한 상세한 문항 정보는 아래의 <표 Ⅲ-1>과 같다. 본 연구에서는 수학적 모델링과 관련된 문항을 ‘가~사’로 표기하였다.

<표 Ⅲ-1> 연구 처치 문항 정보

회	문항	수학적 모델링	내용 영역	평가 내용
2	도매상	가	문자와 식	문제의 조건에 맞는 일반화된 식으로 나타내어 문제를 해결할 수 있다.
	진우와 승민	나	문자와 식	문제의 조건에 맞는 일반화된 식으로 나타내어 문제를 해결할 수 있다.
3	31	다	증명	게임의 승리조건을 수학적으로 나타낼 수 있다.
4	회문숫자	라	증명	일반화된 식을 이용하여 증명할 수 있다.
5	반평생	마	문자와 식	그림 또는 수식을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.
6	합이 1	바	문자와 식	문제의 조건에 맞는 문자식을 나타내어 문제를 해결할 수 있다.
7	공평하게 나눠먹기	사	추론	문제의 내용을 수학적으로 표현하여 문제를 해결할 수 있다.

나. 루브릭 쓰기 틀

본 연구에서는 루브릭 쓰기 틀을 사용하는 학생들에게 <표 Ⅲ-2>와 같은 루브릭 쓰기 틀을 제공하였다.

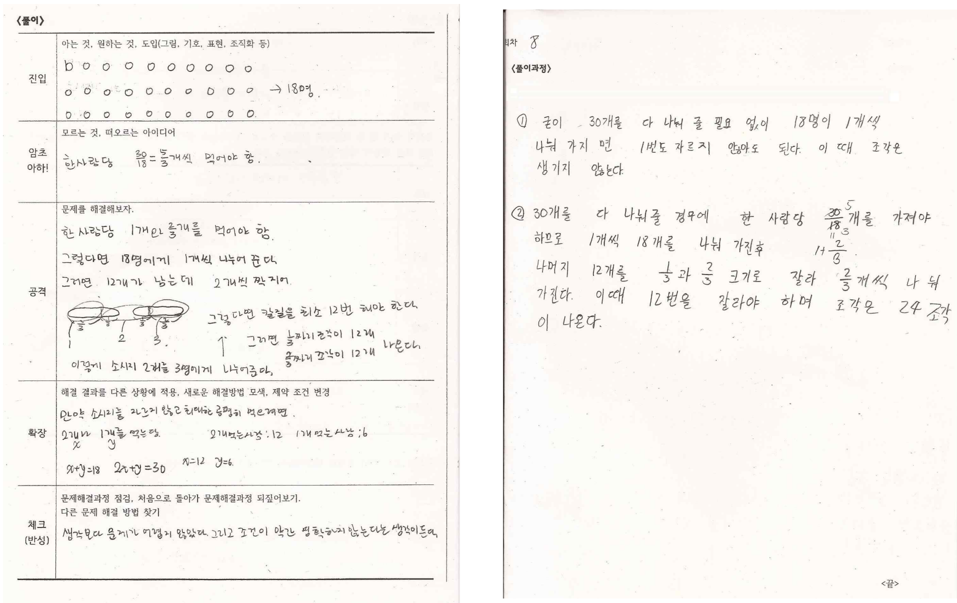
Mason, Stacey & Burton(2010)는 루브릭 쓰기 틀을 구체적으로 제시하지 않았기 때문에 본 연구자는 그들이 제시한 내용을 바탕으로 루브릭 쓰기 틀을 제작하여 사용하였다.

<표 Ⅲ-2> 루브릭 쓰기 틀

단 계	내 용
암초 아하!	모르는 것, 떠오르는 아이디어
진입	아는 것, 원하는 것, 도입(그림, 기호, 표현, 조직화 등)
공격	문제를 해결해보자.
확장	해결 결과를 다른 상황에 적용, 새로운 해결방법 모색, 제약 조건 변경.
체크 (반성)	문제해결 과정 점검, 처음으로 돌아가 문제해결 과정 되짚어보기. 다른 문제해결 방법 찾기.

루브릭 쓰기는 크게 '진입-공격-검토'의 3단계로 구성된다. 이 때 루브릭 쓰기 틀에서의 진입 단계와 공격 단계를 연결해주기 위해 '암초/아하!' 단계를 따로 구성하여 제시하였다. 그리고 검토 단계를 '확장'과 '체크(반성)'으로 나누어 학생들이 다양한 수학적 사고를 할 수 있도록 하였다.

진입 단계에서는 학생들이 문제를 통해 '알 수 있는 것, 문제에서 구하고자 하는 것'들을 표현할 수 있도록 하였다. 또한 문제를 통해 파악한 내용을 그림이나 기호를 이용하여 나타낼 수 있도록 하였다. 암초/아하! 단계에서는 자신이 모르는 것에 대해 구체적으로 나열하고, 학생들이 문제를 해결하기 위한 아이디어에 대해 자세히 서술할 수 있도록 하였다. 공격 단계에서는 실질적인 문제 해결 과정이 이루어지도록 구성하였다. 학생들이 문제를 해결한 후에는 확장 단계를 통해 문제에서 구한 결과를 다른 상황에 적용할 수 있는지 생각해보고, 새로운 해결방법을 모색하거나 문제의 조건을 바꾸어 새롭게 문제를 해결해볼 수 있도록 하였다. 그리고 체크(반성) 단계에서 문제해결 과정을 검토하도록 하였고, 또 다른 해결 방법이 없는지 찾아볼 수 있도록 하였다. [그림 Ⅲ-1]은 루브릭 쓰기 틀을 제공받은 학생들과 그렇지 않은 학생들의 문제 해결 예시이다.

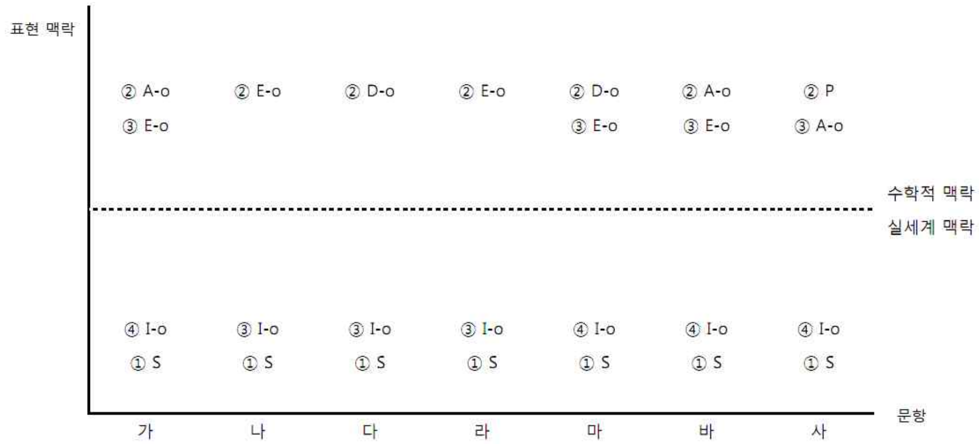


[그림 Ⅲ-1] 루브릭 쓰기 틀을 사용한 학생(왼쪽)과 그렇지 않은 학생(오른쪽)의 예

4. 분석방법

본 연구에서는 Kehle & Lester(2003)가 학생들의 수학적 모델링 과정을 수학적 표현과 연결하여 분석한 방법과 유사하게 학생들의 수학적 모델링 과정을 살펴보았다. 하지만 본 연구에서는 연구 기간 동안 연구에 참여하는 학생들이 학교 사정상 같은 시간, 같은 장소에 모여서 문제를 해결할 수 없었기 때문에 학생들의 문제해결 과정을 직접적으로 관찰하지는 못하였다. 따라서 본 연구에서는 [그림 Ⅲ-2]과 같이 문항별로 학생들의 답안에 나타난 수학적 모델링 과정을 살펴보았다. 또한 문제해결 과정 내에서도 실세계 맥락에서 수학적 맥락으로 변화하는지 살펴보기 위해 학생들이 문제를 해결하는데 사용한 수학적 모델의 순서를 숫자로 표기하여 수학적 표현이 어떻게 변화하는지 구체적으로 나타내었다. 이 때 점선을 중심으로 점선 아래에 언급된 내용들은 실세계 맥락에서 다뤄지는 것들이고, 점선의 윗부분에 언급된 내용들은 수학적 맥락에서 다뤄지는 요소들이다.

[그림 Ⅲ-2]에서 나타낸 각각의 알파벳 문자들이 의미하는 내용은 <표 Ⅲ-3>과 같다. 문제의 내용을 이해하는 과정은 'S'로 표기하였고, 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 각각의 모델들을 크게 식과 이미지로 나누어 분류하였다. 그리고 문제를 해결한 후, 다시 실세계 맥락에서 자신의 풀이 과정을 해석하였으면 'I'로 표기하여 나타내었다. 그리고 학생들이 사용한 수학적 표현이나 내용이 정확하고 올바르게 표현되었으면 '-○'으로, 부정확하고 올바르게 표현되지 못하였으면 '-×'로 나타내었다. 알파벳의 앞에 붙여진 숫자들(예, ①, ② 등)은 문제를 해결한 순서를 의미하는 것으로 어떤 순서로 문제를 해결하였는지, 어떤 수학적 모델을 먼저 도입하여 문제를 해결하였는지 알 수 있도록 표현하였다.



[그림 III-2] 문항별 수학적 모델링 과정 분석 방법 예시

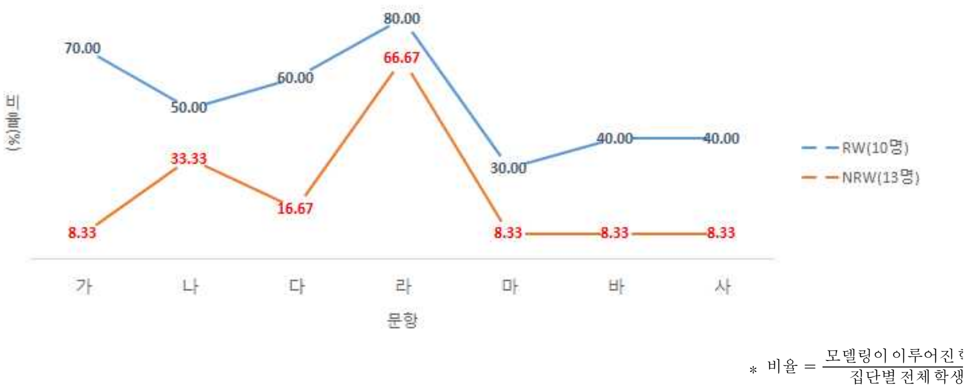
<표 III-3> 수학적 모델링 과정 분석에서 기호의 의미

시작	식		이미지			해석	무응답
	산술식	문자식	그래프	다이어그램	그림		
S	A	E	G	D	P	I	Z

Ⅳ. 연구결과

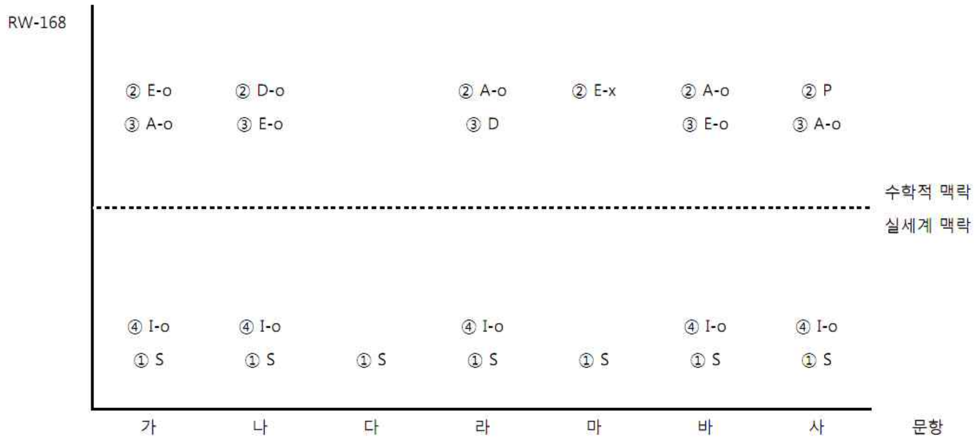
본 연구에서는 루브릭 쓰기 틀을 사용한 학생들(이하 RW집단)과 그렇지 않은 학생들(이하 NRW집단)의 수학적 모델링 과정에서 차이가 있는지 살펴보았다. [그림 Ⅳ-1]에서와 같이 RW 학생들은 절반 이상의 문항에서 문제를 이해하고, 모델을 설정하여 해결하고 그 결과를 해석하여 적용하는 수학적 모델링의 전 과정에 걸쳐 문제를 해결하였음을 알 수 있었다. 10명의 RW 학생들 가운데 가 문항에서 7명, 나 문항에서 5명, 다 문항에서 6명, 라 문항에서 8명의 학생들이 수학적 모델링의 전 과정을 통해 문제를 해결하였다. 반면, 13명의 NRW 학생들 중 가 문항에서 1명, 나 문항에서 4명, 다 문항에서 2명, 라 문항에서 8명의 학생들만이 수학적 모델링의 전 과정을 통해 문제를 해결하였음을 알 수 있었다.

마, 바, 사 문항에서는 대부분의 RW 학생들과 NRW 학생들은 수학적 모델링 과정이 제대로 이루어지지 못하였다. 하지만 RW 학생들은 마 문항에서 3명, 바 문항에서 4명, 사 문항에서 4명인데 비해, NRW 학생들은 마, 바, 사 문항에서 1명만이 수학적 모델링 과정이 문제 상황에 맞게 적합하게 이루어진 것을 알 수 있었다. 비록 마, 바, 사 문항에서 많은 수의 학생들이 적합한 수학적 모델링 과정을 통해 문제를 해결하지 못하였지만, NRW 학생들보다 RW 학생들이 적합한 수학적 모델링 과정을 통해 문제를 해결하였다는 것을 알 수 있었다. 이는 수학적 모델링 과정에서 루브릭 쓰기 틀이 긍정적인 요소로 작용했을 것으로 추리할 수 있다.



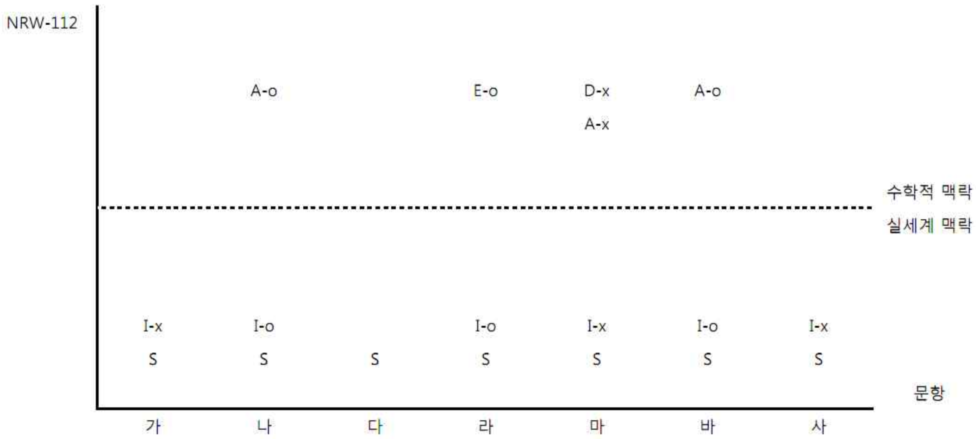
[그림 Ⅳ-1] 문항별 수학적 모델링 과정이 이루어진 RW 학생들과 NRW 학생들의 비율

RW 학생과 NRW 학생의 문제해결 과정에서 나타난 수학적 모델링 과정을 비교해 보면, RW-168 학생은 [그림 Ⅳ-2]에서와 같이 7개의 문항 중 5개의 문항에서 수학적 모델링 전 과정이 나타났음을 알 수 있었다. 비록 다 문항과 마 문항에서 수학적 모델링 과정이 이루어지지 못했지만, 그 이후 문항에서는 적합한 수학적 모델링 과정을 통해 문제를 해결하였음을 알 수 있었다. 반면 NRW-112 학생은 [그림 Ⅳ-3]에서와 같이 7개의 문항 중 3개의 문항에서만 수학적 모델링 전 과정을 거쳐 적합하게 이루어졌음을 알 수 있었다. 특히 NRW-112 학생은 RW-168 학생과는 다르게 회가 거듭되어도 수학적 모델링 능력이 변화하지 않음을 알 수 있었다.



[그림 Ⅳ-2] RW-168 학생의 문항별 수학적 모델링 과정

두 학생이 수학적 모델링 과정에서 사용한 수학적 모델을 면밀히 살펴보면, RW-168 학생은 대부분의 문항에서 두 가지 이상의 수학적 모델을 사용하여 문제를 해결하였음을 알 수 있었다. 특히, RW-168 학생은 대부분의 문항에서 산술식(A)과 문자식(D)을 사용하여 문제를 해결하였다. 하지만 NRW-112 학생은 대부분의 문항에서 한 가지 수학적 모델만을 사용하거나 수학적 모델을 전혀 사용하지 않고 문제를 해결하였다. 특히 수학적 모델을 사용하지 않은 문항에서는 실세계 맥락으로 해석을 하지 못하거나 문제에서 요구하는 결과와는 다른 방향으로 해석하였음을 알 수 있었다.



[그림 Ⅳ-3] NRW-112 학생의 문항별 수학적 모델링 과정

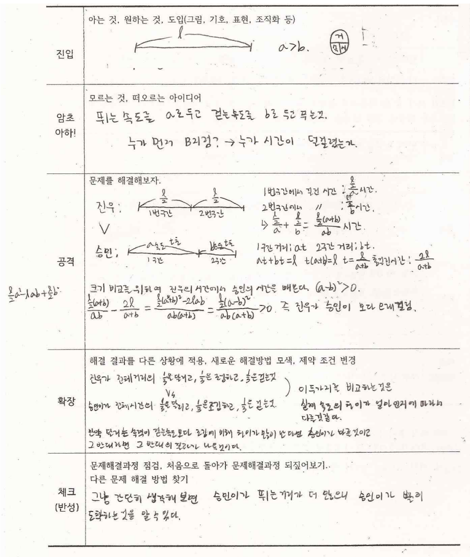
이 학생들의 문제해결 과정에서 수학적 모델링이 어떻게 이루어졌는지 자세히 살펴보고자 한다. 나 문항([그림 Ⅳ-4])을 살펴보면, RW-168 학생은 문제 상황이 거리, 속도, 시간과 관련된 것임을 파악하고 진입 단계에서 자신이 알고 있는 거리-속도-시간과 관련된 의미를 파악하였다. 그리고 공격 단계에서 거리와 속도(달리는 속도

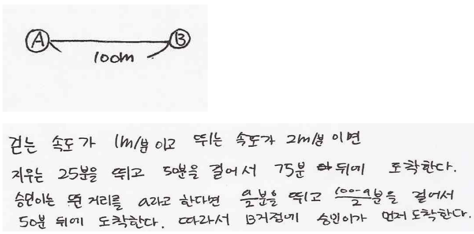
와 걷는 속도)를 각각 문자로 표현하였고, 진우와 승민이가 이동한 거리에 대한 의미를 파악하기 위해 다이어그램도 활용하였다. RW-168 학생은 이를 파악하여 식으로 나타내었고, 두 식의 차를 이용하여 문제를 해결하였다. RW-168 학생은 루브릭 쓰기 틀의 확장 단계에서 수학적 사고의 확장을 보여주었다. RW-168 학생은 문제에서 제시한 상황보다 좀 더 복잡한 상황으로 확장하면서 어떻게 결론이 도출될지 추측하였다. 반면, NRW-112 학생은 RW-168 학생이 진입 단계에서 그린 다이어그램과 비슷한 표현을 사용하였지만, 일반화된 표현을 사용하지 않았다. 또한 식을 세워 문제를 해결한 것이 아니라 임의로 숫자를 대입하여 문제를 해결하였다. NRW-112 학생은 문제를 잘 해결하였지만, 풀이과정에 대한 설명이 충분하지 못하여 어떻게 문제 해결 전략을 설정하고 해결하였는지 판단하기 어려웠다.

사 문항([그림 Ⅳ-5])에서의 학생들의 수학적 모델링 과정을 살펴보면, RW-168 학생은 진입 단계에서 그림을 그려봄으로써 문제를 이해하고자 하였다. 그리고 암초/아하! 단계에서 한 사람당 소시지를 몇 개를 먹어야 하는지 수학적으로 표현하였다. 문제에서 구하고자 한 것은 칼질의 수와 한 사람이 가지게 되는 소시지의 개수였기 때문에 학생은 분수로 표현되는 부분을 어떻게 구할 수 있을지를 그림을 통해 표현하였고, 이를 수학적으로 해결한 후 문제 상황에 맞게 해석하여 문제를 해결하고 있음을 알 수 있었다. 그리고 확장 단계에서 문제 상황과는 다른 새로운 문제 상황을 제시하여 문제를 해결해보기도 하였다. 반면, NRW-112 학생은 문제에서 제시한 '최소한'이란 단어를 생각하지 않고 문제를 해결하고 있음을 알 수 있다. 단순하게 30개를 몇 번을 잘라야 18의 배수가 되는지를 생각하여 문제를 해결한 것으로 나타났다. 이 문항에서도 NRW-112 학생이 어떤 방법을 이용하여 문제를 해결하였는지는 정확하게 제시되어 있지 않았다.

나 문항 - <진우와 승민>

진우와 승민이가 A 지점에서 B 지점까지 달리고 있다. 진우는 전체 거리의 절반을 달리고 나머지 절반은 걷는다. 승민이는 전체 걸린 시간의 절반을 달리고 나머지는 걷는다. 두 사람의 뛰는 속도와 걷는 속도가 같다면 누가 먼저 B 지점에 도착하겠는가?



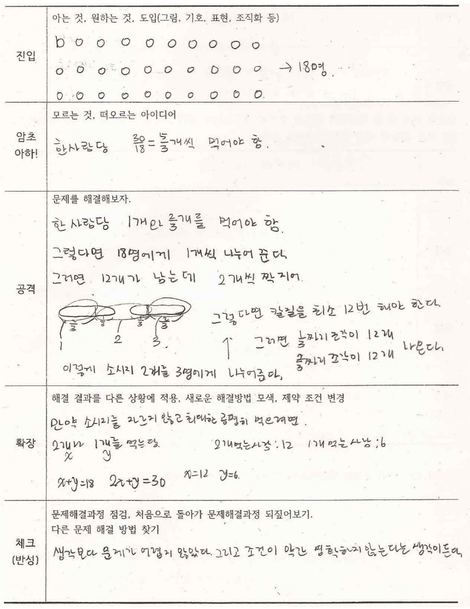


[그림 Ⅳ-4] 나 문항과 RW-168(왼쪽)과 NRW-112(오른쪽) 학생의 문제해결 과정

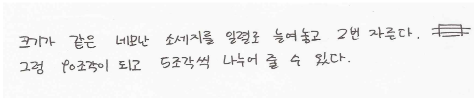
RW-168 학생처럼 10명 중 6명의 RW 학생들은 7문항 중 5문항에서 수학적 모델링 과정을 통해 문제를 정확하게 해결하였다. 진입 단계와 암초/아하! 단계를 통해 문제 상황을 이해하고, 문제 상황을 수학적 맥락으로 변환하는 과정이 이루어졌다. 그리고 공격 단계에서 수학적으로 문제를 해결하고 이를 문제 상황에 맞게 다시 변환하였다. 확장 단계에서는 문제 상황을 더 복잡하게 바꾸거나 새로운 상황으로 제시하는 등 학생들의 수학적 사고를 확장시켜주었다. 반면 NRW-112 학생처럼 13명의 학생 중 10명의 NRW 학생들은 7문항 중 5문항에서 수학적 모델링 과정이 이루어지지 않거나 부분적으로만 수학적 모델링 과정이 이루어지는 것을 확인할 수 있었다. 학생들은 문제 상황 자체만을 이용하여 문제를 해결하려고 하거나, 문제 상황을 수학적으로 변환할 때 수학적 모델을 정확하게 사용하지 못했기 때문에 수학적 모델링 과정이 제대로 이루어지지 못하는 것으로 나타났다. 또한 학생들의 문제해결 과정이 생략된 부분이 많아 학생들의 오류가 어떻게 나타나게 되었는지 파악하기 어려웠다. 이를 통해, 루브릭 쓰기가 학생들의 수학적 모델링 과정에 도움이 되는 것을 알 수 있다. 또한 루브릭 쓰기는 학생들의 문제해결 과정을 상세히 살펴볼 수 있기 때문에, 교사가 학생들의 오류를 파악하는데 많은 정보를 얻을 수 있을 것으로 보인다.

사 문항 - <공평하게 나눠먹기>

소시지 30개를 18명에게 똑같이 나눠주고 싶다. 그러기 위해서는 최소한 몇 번을 잘라야 하는가? 또한 이 때 필요한 소시지 조각의 개수는 최소한 몇 개가 되어야 하는가?



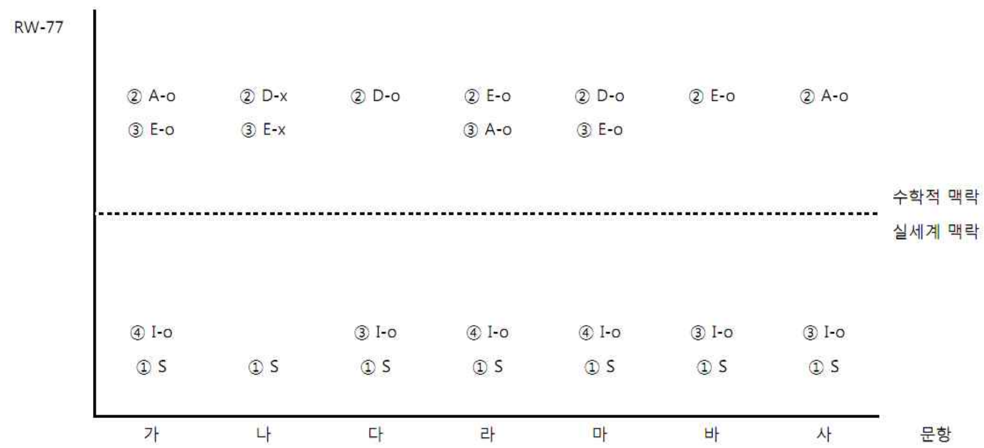
진입	아는 것, 원하는 것, 도입(그림, 기호, 표현, 조직화 등) o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o → 18명. o o o o o o o o o o.
암초 아하!	모르는 것, 떠오르는 아이디어 한사람당 $\frac{30}{18}=\frac{5}{3}$개씩 먹어야 함.
공격	문제를 해결해보자. 한 사람당 1개와 $\frac{2}{3}$개를 먹어야 함. 그렇다면 18명에게 1개씩 나누어 준다 그러면 12개가 남는데 2개씩 짝지어 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 1 2 3. 이렇게 소시지 2개를 3명에게 나누어준다, 그렇다면 칼질을 최소 12번 해야 한다 그러면 $\frac{1}{3}$짜리 조각이 12개 $\frac{2}{3}$짜리 조각이 12개 나온다
확장	해결 결과를 다른 상황에 적용, 새로운 해결방법 모색, 제약 조건 변경 만약 소시지를 자르지 않고 최대한 공평히 먹으려면. 2개나 1개를 먹는 당. 2개먹는사람: 12 1개 먹는 사람 ;6 x y $x+y=18$ $2x+y=30$ $x=12$ $y=6$.
체크 (반성)	문제해결과정 점검, 처음으로 돌아가 문제해결과정 되짚어보기. 다른 문제 해결 방법 찾기 생각보다 문제가 어렵지 않았다. 그리고 조건이 약간 명확하지 않는다는 생각이든다.



크기가 같은 네모난 소세지를 일렬로 늘여놓고 2번 자른다.

그럼 90조각이 되고 5조각씩 나누어 줄 수 있다.

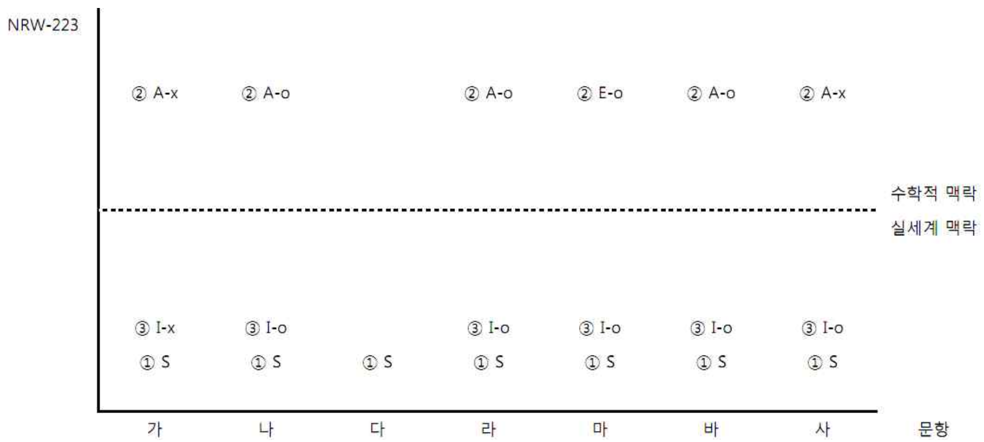
[그림 Ⅳ-5] 사 문항과 RW-168(왼쪽)과 NRW-112(오른쪽) 학생의 문제해결 과정



[그림 Ⅳ-6] RW-77 학생의 문항별 수학적 모델의 사용

다음으로 학생들이 수학적 모델링 과정에서 사용한 수학적 모델에 대해 자세히 살펴보고자 한다. 연구에 참여한 대부분의 학생들은 크게 식과 그림 등의 수학적 모델을 이용하여 문제를 해결하였다. 하지만 RW 학생들과 NRW 학생들이 사용한 수학적 모델에서 질적으로 몇 가지 차이가 나타났는데, 그 차이를 RW-77 학생과 NRW-223 학생의 문제해결 과정을 통해 비교해보고자 한다.

RW-77 학생은 [그림 Ⅳ-6]과 같이 절반 이상의 문항에서 두 개 이상의 수학적 모델을 사용하여 문제를 해결하였다. 하지만 NRW-223 학생은 [그림 Ⅳ-7]과 같이 모든 문항에서 한 개의 수학적 모델만을 사용하여 문제를 해결하였다. RW-77 학생은 가, 라 문항에서 산술식(A)과 문자식(E) 모두를 사용하여 문제를 해결하였지만, NRW-223 학생은 산술식(A)만을 사용하여 문제를 해결하였음을 알 수 있었다. 연구에 참여한 학생들 중 산술식만 사용하여 문제를 해결하였을 경우, 학생들은 수학적 상황을 문제 상황으로 해석하는 과정에서 오류를 보이는 경우가 많았다. 하지만 산술식과 문자식 또는 문자식을 사용하여 문제를 해결하였을 경우, 학생들은 수학적 상황을 문제 상황으로 정확하게 해석하여 문제를 해결하는 경우가 많았다.



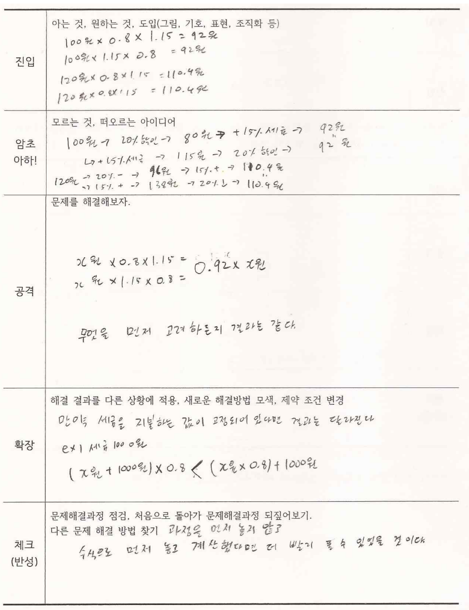
[그림 Ⅳ-7] NRW-223 학생의 문항별 수학적 모델의 사용

RW-77 학생과 NRW-223 학생이 수학적 모델링 과정에서 사용한 수학적 모델을 가 문항의 문제 해결 상황을 통해 살펴보면, RW-77 학생은 [그림 Ⅳ-8]에서와 같이 진입 단계와 암초/아하! 단계에서 산술식을 이용하여 문제 상황을 구체적으로 나타내었다. RW-77 학생은 구체적인 상황을 다양하게 표현하였고, 표현한 산술식들을 통해 수학적 규칙이 있음을 발견하였다. 이후 RW-77 학생은 공격 단계에서 문자를 사용하여 문제 상황을 일반화된 식으로 나타내었고, 이를 통해 문제에서 제시한 두 상황이 결국 같은 상황이라는 것을 확인하였다. 그리고 자신이 알아낸 수학적 결과를 문제 상황에 맞게 해석하였다. 반면 NRW-223 학생은 RW-77 학생처럼 문제 상황을 구체적인 예로 표현하였으나, 문제 상황을 제대로 이해하지 못했기 때문에 구체적인 상황을 나타낸 산술식의 풀이도 틀리게 되었다.

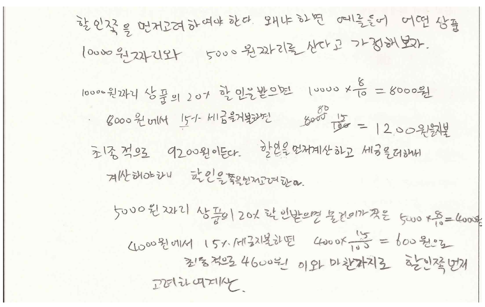
RW-77 학생은 식이라는 한 가지 수학적 모델을 사용하였지만, 이를 산술식과 문자식으로 나누어 나타내었다. 이를 통해 문제 상황을 다양한 관점으로 살펴볼 수 있었고, 문제 상황에 맞는 정확한 수학적 모델을 구성하여 문제를 해결할 수 있었다. 반면 NRW-223 학생은 RW-77 학생과 마찬가지로 한 가지 수학적 모델만을 사용하였지만, 문제 상황을 제대로 이해하지 못해 수학적 모델인 식을 문제 상황에 맞게 사용하지 못하였다. 실제로 13명 중 10명의 NRW 학생들은 4개 이상의 문항에서 수학적 모델을 구성할 때 오류를 보이는 경우가 많았다. 이러한 오류들을 통해 NRW 학생들은 문제 상황을 수학적 맥락으로 변환하지 못하는 것을 알 수 있었다.

가 문항 - <도매상>

도매상에서 어떤 물건을 사면 20%의 할인을 받을 수 있지만, 그와 동시에 15%의 세금을 지불해야 한다. 최종적인 물건 대금을 지불할 때 할인과 세금 중에서 어느 쪽을 먼저 고려해야 하는가?



진입	아는 것, 원하는 것, 도입(그림, 기호, 표현, 조직화 등) 100원 × 0.8 × 1.15 = 92원 100원 × 1.15 × 0.8 = 92원 120원 × 0.8 × 1.15 = 110.4원 120원 × 0.8 × 1.15 = 110.4원
암초 아하!	모르는 것, 떠오르는 아이디어 100원 → 20% 할인 → 80원 → +15% 세금 → 92원 ↳ +15% 세금 → 115원 → 20% 할인 → 92원 120원 → 20% - → 96원 → 15% + → 110.4원 → 15% + → 138원 → 20% - → 110.4원
공격	문제를 해결해보자. x원 × 0.8 × 1.15 = 0.92 × x원 x원 × 1.15 × 0.8 = 무엇을 먼저 고려하든지 결과는 같다.
확장	해결 결과를 다른 상황에 적용, 새로운 해결방법 모색, 제약 조건 변경 만약 세금을 지불하는 값이 고정되어 있다면 결과는 달라진다 ex) 세금 1000원 (x원 + 1000원) × 0.8 < (x원 × 0.8) + 1000원
체크 (반성)	문제해결과정 점검, 처음으로 돌아가 문제해결과정 되짚어보기. 다른 문제 해결 방법 찾기 과정을 먼저 놓지 않고 수식으로 먼저 놓고 계산했다면 더 빨리 풀 수 있었을 것이다



할인쪽을 먼저고려하여야 한다. 왜냐하면 예를들어 어떤 상품 10000원짜리와 5000원짜리를 산다고 가정해보자.

10000원짜리 상품의 20% 할인을받으면 $10000 \times \frac{8}{10} = 8000$원

8000원에서 15% 세금을지불하면 $\cancel{8000}^{80} \frac{15}{\cancel{100}} = 1200$원을지불

최종적으로 9200원이된다. 할인을 먼저계산하고 세금을더해서 계산해야하니 할인을쪽을먼저고려한다.

5000원짜리 상품의 20% 할인받으면 물건의가격은 $5000 \times \frac{8}{10} = 4000$원

4000원에서 15% 세금지불하면 $4000 \times \frac{15}{100} = 600$원으로

최종적으로 4600원 이와 마찬가지로 할인쪽먼저 고려하여계산.

[그림 Ⅳ-8] 가 문항과 RW-77(왼쪽)과 NRW-223(오른쪽) 학생의 문제해결 과정

본 연구를 통해 루브릭 쓰기가 RW 학생들과 NRW 학생들의 문제해결 과정에서 수학적 모델링 과정에 어떤

영향을 미치는지 살펴본 결과, NRW 학생들보다 더 많은 수의 RW 학생들이 모든 문항에서 수학적 모델링 과정이 이루어졌음을 알 수 있었다. 이는 단순히 RW 학생들이 실질적으로 문제를 해결하는 공격 단계와 NRW 학생들의 문제해결 과정만을 비교해보아도 더 많은 수의 RW 학생들이 NRW 학생들보다 수학적 모델링 과정이 이루어진 것으로 나타났다. 또한 RW 학생들이 NRW 학생들보다 문제 상황을 수학적 맥락으로 변환할 때 오류가 적었으며, 수학적 맥락에서 사용한 수학적 모델이 다양한 것으로 나타났다. 그리고 RW 학생들의 문제해결 과정이 더 자세하게 서술되었기 때문에 학생들이 어떤 방법으로 문제를 해결하는지 확인할 수 있었으며, 확장 단계에서 학생들의 수학적 사고가 확장될 수 있음을 확인할 수 있었다.

따라서 본 연구의 결과, 루브릭 쓰기는 학생들의 수학적 모델링 과정에 도움을 제공할 뿐만 아니라 학생들의 수학적 모델 사용 능력과 문제해결 능력, 더 나아가 수학적 사고의 향상에도 긍정적인 영향을 준 것으로 볼 수 있다. 이러한 결과는 루브릭 쓰기가 학생들의 수학적 사고 향상에 긍정적인 영향을 준다는 선행연구의 결과와도 일치하는 것으로 볼 수 있다(Mason, Stacey & Burton, 2010). 또한 루브릭 쓰기를 사용한 학생들의 수학적 표현이 다양해지고 문제 해결 과정이 보다 상세하게 제시된다는 본 연구 결과에 비추어 보면 루브릭 쓰기가 2015 개정 수학과 교육과정에서 강조하고 있는 수학적 추론, 수학적 문제 해결, 수학적 의사소통 등에도 도움이 될 수 있을 것이다. 또한 교사들은 학생들의 문제해결 과정에서 나타나는 수학에 대한 이해 정도와 오류들을 파악할 수 있고, 학생들은 자신의 문제해결 과정을 한 눈에 파악할 수 있기 때문에 루브릭 쓰기가 수학 교수-학습 및 평가의 새로운 방안으로 사용될 수 있는 가능성을 시사한다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구 결과를 통해 루브릭 쓰기가 학생들의 수학적 모델링에 영향을 미치고 있음을 알 수 있었다. 루브릭 쓰기 틀을 사용한 학생들이 그렇지 않은 학생들보다 모든 문항에서 수학적 모델링 과정이 잘 이루어져 문제를 올바르게 해결한 경우가 많았다. 루브릭 쓰기의 진입과 암초/아하! 단계는 문제 상황을 이해하고, 문제 상황을 수학적 맥락으로 변환하는데 도움이 되는 것으로 나타났다. 또한 루브릭 쓰기 틀을 사용한 학생들은 사용하지 않은 학생들에 비해 대부분의 문항에서 다양한 수학적 모델을 정확하게 사용하여 문제를 해결하였고 문제 상황을 수학적 상황으로 변환할 때 일반화된 식을 더 많이 사용하는 것으로 나타났다. 학생들은 다양한 수학적 모델을 사용함으로써 문제를 이해하는데 도움을 받기도 하고, 수학적 모델을 통해 문제를 해결하는 실마리를 제공받기도 한다(Mason, Stacey & Burton, 2010). 루브릭 쓰기 틀을 사용한 대부분의 학생들은 진입 단계에서 구체적인 예를 나타내는 산술식을 사용하였고, 공격 단계 또는 확장 단계에서 일반화된 문자식을 사용하여 문제를 해결하는 것으로 나타났다. 이처럼 문제해결 과정 내에서 구체적인 예를 나타내는 특수화와 일반화된 경우를 나타내는 일반화의 교대 작용은 학생들의 수학적 사고를 향상시키는데 긍정적인 영향을 줄 수 있다(Burton, 1984; Stacey, 2006).

수학적 모델링에 대한 긍정적 영향은 학생들의 문제 해결에도 나타나고 있었다. 루브릭 쓰기 틀을 사용한 학생들의 정답률이 그렇지 않은 학생들의 정답률보다 더 높았고, 더 많은 문제해결전략을 사용하여 문제를 해결한 것으로 나타났다(김혜영, 2015). 학생들의 수학적 모델링 능력의 향상은 학생들의 수학적 문제해결 능력 향상에도 도움이 된다는 선행 연구에 비추어 볼 때(김선희, 2005; 신은주, 이종희, 2005) 루브릭 쓰기가 수학적 모델링뿐만 아니라 문제해결에도 영향을 끼쳤을 가능성이 있다고 볼 수 있다.

종합적으로, 루브릭 쓰기는 학생들의 수학적 모델링 과정뿐만 아니라 문제해결과 수학적 사고에 영향을 줄 수 있음을 알 수 있었다. 더 나아가 루브릭 쓰기는 단계별로 각 단계에서 무엇을 해야 하는지 구체적으로 제시하고 있기 때문에, 교사와 학생 모두에게 문제 해결과 학습에 관련된 유용한 정보를 제공한다. 교사들은 학생들

의 개념과 문제 이해 정도, 문제 해결과정에서 겪는 어려움, 고비에 봉착했을 때의 해결 전략 수립과 실행 등 어떠한 문제 해결 전략을 수립하고 해결해 나갔는지, 그 과정에서 오개념이나 오류가 어디에서 발생하고 있는 지 등 학습자의 수학 학습에 대한 구체적인 정보를 파악할 수 있기 때문에 추후 효과적인 교수학습 계획 수립과 유용한 피드백을 제공해 주는 데 도움을 받을 수 있다. 학생들 역시 자신의 문제해결 과정을 한눈에 파악하고 교사의 적재적소의 피드백을 받을 수 있어 메타인지적 문제 해결과 habits of mind의 형성을 통해 효과적인 수학 학습을 이룰 수 있게 된다. 이는 수학적 과정을 강조하는 현재의 교육과정에도 부합하여 루브릭 쓰기가 교수-학습 및 평가의 새로운 방안으로 제시될 수 있음을 의미한다.

본 연구 결과를 시작으로 앞으로 루브릭 쓰기 틀을 학교 현장에 적극 활용하기 위해서는 학생들의 특성과 학습 요인들을 고려한 다양한 실증 연구들이 필요하다. 본 연구에 참여한 학생들은 중상 수준 이상인 소수 학생들이었으므로 향후 다양한 학교급, 학업 성취 수준의 학생들을 대상으로 연구를 진행한다면 이에 대한 보다 풍부하고 상세한 연구 결과를 얻을 수 있을 것으로 기대된다. 또한 새로운 교수 학습 평가 방안으로서 정착하기 위해서는 정교화, 체계화를 통한 학문적 탐구뿐만 아니라 정책적, 교육적 노력과 지원도 병행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호.

The Ministry of Education (2015). *Curriculum of mathematics department,* The Ministry of Education Guidelines, 2015-74.

김선희 (2005). 문제 중심 학습의 방법으로서 수학적 모델링에 관한 고찰, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 7(3), 303-318.

Kim, S. H. (2005). Consideration of mathematical modeling as a problem-based learning method. *School Mathematics,* 7(3), 303-318.

김영국 (2008). 수학적 표현의 교수학적 의의, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 47(2), 155-168.

Kim, Y. K. (2008). On the pedagogical significance of mathematical representations. *Mathematical Education,* 47(2), 155-168.

김혜영 (2015). 학생들의 문제해결 과정의 변화를 통한 루브릭 쓰기의 효과 분석: 고등학교 1학년 학생을 중심으로. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

Kim, H. Y. (2015). *An analysis of RUBRIC writing effects on students' changes of problem solving process: Focusing on 1st grade high school students.* Ewha Womans University, Graduate School of Education. Master's thesis.

남윤정 · 송영무 (2008). 고등학교 학생들의 수학 본질과 수학 학습에 대한 신념 연구, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 10(4), 649-669.

Nam, Y. J., & Song, Y. M. (2008). An analytic study of beliefs about mathematics and mathematics education of high school students'. *School Mathematics,* 10(4), 649-669.

노선숙 · 김민경 · 우현주 · 차인숙 (2001). 창조적 지식기반사회의 수학교육과정 개발을 위한 기초조사연구: 수학교육목표에 대한 교사, 학생의 인식, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 40(2), 161-177.

Noh, S. S., Kim, M. K., Yu, H. J. & Cha, I. S. (2001), Students and teachers' perceptions on the goals of mathematics education: A foundational research for the development of mathematics curriculum model for a creative knowledge-based society. *Mathematical Education,* 40(2), 161-177.

방정숙 · 이지영 · 이상미 · 박영은 · 김수경 · 최인영 · 선우진 (2015). 한국, 중국, 일본, 미국 초등 수학과 교육과정에서 강조하는 수학과 과정 요소에 대한 분석. 대한수학교육학회지 <학교수학>, 17(2), 289-308.

Pang, J. S., Lee, J. Y., Lee, S. M., Park, Y. E., Kim,, S. K., Choi, I. Y. & Sunwoo, J. (2015). An analysis of mathematical processes in elementary mathematics curricula of Korea, China, Japan, and the US. *School Mathematics*, 17(2), 289-308.

박석순 · 김구연 (2013). 수학 · 논술형 문항에 대한 중학생들의 인식 및 수학적 숙련도, 한국학교수학회논문집, 16(1), 63-86.

Park, S. S. & Kim, G. Y. (2013). Middle school students' perceptions about and mathematical proficiency in constructed-response items. *Journal of the Korean School Mathematics*, 16(1), 63-86.

신은주 · 이종희 (2005). 구체와 추상을 연결하는 모델의 중재기능 분석, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, 15(1), 1-19.

Shin, E. J. & Lee, C. H. (2005). An analysis of mediation function between concrete and abstract of the model. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 15(1). 1-19.

이미경 · 곽영순 · 민경석 · 채선희 · 최성연 · 최미숙 · 나귀수 (2004). PISA 2003 결과 분석 연구. 연구보고 RRE 2004-2-1. 서울: 한국교육과정평가원.

Lee, M. K., Kwak, Y. S., Min, K. S., Chae, S. H., Choi, S. Y., Choi, M. S. & Na, G. S. (2004). *The results from PISA 2003*. Research report, RRE 2004-2-1. Seoul, Korea: Korea Institute for Curriculum and Education.

Andrade, H. G. (2000). Using rubrics to promote thinking and learning. *Educational Leadership, 57*(5), 13-18.

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley, & G. Kaiser-messmer (Eds.), *Teaching and learning mathematics in context* (pp. 3 – 14). Chichester, UK: Ellis Horwood.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*(pp. 15-30). Dordrecht, the Netherlands: Springer.

Burton, L. (1984). Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning. J*ournal for Research in Mathematics Education,* 15(1), .35-49.

Cornell, C. (1999). "I hate math! I couldn't learn it, and I can't teach it!" *Childhood Education,* 75(4), 225-231.

English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics,* 54(2/3), 225-248.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer.

Kehle, P. E., & Lester, F. K. (2003). A semiotic look at modeling behavior. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 97-122). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-34). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning,* 5(2), 109-129.

Mason, J., Stacey, K., & Burton, L. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Harlow, UK: Prentice Hall.

Maki, D. P., & Thompson, M. (1973). Mathematical models and applications. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Montgomery, K. (2000). Classroom rubrics: Systemizing what teachers do naturally. *Clearing House,* 73(6), 324-328.

Murata, A., & Kattubadi, S. (2012). Grade 3 students' mathematization through modeling: Situation models and solution models with mutli-digit subtraction problem solving. *Journal of Mathematical Behavior,* 31(1), 15-28.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Osborne, J., Black, P., Boaler, J., Brown, M., Driver, R., & Murray, R. (1997). *Attitudes to science, mathematics and technology: A review of research.* London, UK: King's College, University of London.

Popham, J. W. (1997). What's wrong-and what's right-with rubrics. *Educational Leadership,* 55(2), 72-75.

Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it important. *Progress report of the APEC project: Collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures(II): Lesson study focusing on mathematical thinking.*

An Analysis of Students' Mathematical Modeling in the RUBRIC Writing

Kim, Hye Young
Graduate School, Ewha Womans University
E-mail: 531mae@daum.net

Kim, Rae Young[†]
Ewha Womans University
E-mail: kimrae@ewha.ac.kr

This study aims to examine the impact of RUBRIC writing on students' mathematical modeling. By analyzing 23 tenth grade students' responses to seven problems related to mathematical modeling, we found that the students who used RUBRIC writing could not only get more correct answers but also could use more various representations and mathematical models than the students who did not use it. The students with RUBRIC writing also could translate between reality and mathematics more appropriately, and better explain the process to solve the problem than the counterpart. It implies that RUBRIC writing can help improve students' mathematical modeling and problem solving as an alternative instruction and assessment.

* ZDM Classification: C33, C73, D33
* 2000 Mathematic Classification: 97D40, 97D50
* Keyword: Mathematical modeling, RUBRIC writing, Problem solving
† corresponding author