

<응용논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2016.40.10.907>

ISSN 1226-4873(Print)  
2288-5226(Online)

## 회귀분석법에 의한 복합재료 적층판의 압축파손강도 개발<sup>§</sup>

이명건\* · 이정원\*\* · 윤동현\*\* · 김재훈\*\*†

\* 국방과학연구소, \*\* 충남대학교 기계설계공학과

### Development of Compressive Failure Strength for Composite Laminate Using Regression Analysis Method

Myoung Keon Lee\*, Jeong Won Lee\*\*, Dong Hyun Yoon\*\* and Jae Hoon Kim\*\*†

\* Agency for Defense Development,

\*\* Mechanical Design Engineering, Chungnam Nat'l Univ.

(Received May 13, 2016 ; Revised July 25, 2016 ; Accepted August 8, 2016)

**Key Words:** Composite(복합재료), Laminate(적층판), Compressive Failure Strength(압축파손강도), Regression Analysis Method(회귀분석법)

**초록:** 본 논문에서는 회귀분석법(regression analysis method)을 사용하여 개발된 복합재 적층판의 압축 파손강도값을 수록하였다. 본 논문에 사용된 복합재료는 350°F(177°C)에서 경화되는 Carbon/Epoxy UD Tape 프리프레그(Cycom G40-800/5276-1)이며 운용온도 범위는 -60°F~+200°F(-55°C~+95°C)이다. 시편은 0°, +45°, -45° 및 90°층으로 적층된 8종류의 노치없는 적층판으로 총 56개 시편으로 구성하였다. 시험방법은 ASTM-D-6484 규정을 사용하였다. 적층판의 압축 파손강도값은 적층판 내 0°와 ±45°층의 적층비율을 변수로 하는 회귀 분석법(regression analysis method)을 사용하여 획득하였다.

**Abstract:** This paper provides the compressive failure strength value of composite laminate developed by using regression analysis method. Composite material in this document is a Carbon/Epoxy unidirection(UD) tape prepreg(Cycom G40-800/5276-1) cured at 350°F(177°C). The operating temperature is -60°F~+200°F(-55°C~+95°C). A total of 56 compression tests were conducted on specimens from eight (8) distinct laminates that were laid up by standard angle layers (0°, +45°, -45° and 90°). The ASTM-D-6484 standard was used for test method. The regression analysis was performed with the response variable being the laminate ultimate fracture strength and the regressor variables being two ply orientations (0° and ±45°).

#### 1. 서 론

본 논문에서는 MIL-HDBK-17<sup>(1)</sup>의 Building Block Approach에 따라 수행한 적층판 압축 파손특성 시험결과를 사용하여 회귀분석법(regression analysis method, RAM)에 의한 복합재료 적층판의 압축 파손강도값을 개발한 결과를 수록하였다. 논문에 사용된 복합재료는 T800급으로 350°F(177°C)에서 경

화되는 Carbon/Epoxy Unidirectional Tape 프리프레그(prepreg)이다. 복합재료는 미국 Cytec사에서 제작한 Cycom G40-800/5276-1이다.

적층판은 항공기 복합재 구조물에 주로 사용되는 표준 적층각(0°, +45°, -45° 및 90°)으로 적층하였다. 시험 시편은 8종류의 노치없는 적층판으로 구성하였다. 시편개수는 적층판 당 7개 시편으로 총 56개이다. 시험방법은 ASTM-D-6484<sup>(2)</sup>를 사용하였다. 적층판의 압축 파손강도값은 적층판 내 0°와 ±45°층의 적층비율을 변수로 하는 회귀 분석법(regression analysis method)을 사용하여 개발하였다.

§ 이 논문은 2016년도 대한기계학회 재료 및 파괴부문 춘계 학술대회(2016. 4. 7.- 8., 서귀포 KAL호텔) 발표 논문임.

† Corresponding Author, kimjhoon@cnu.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

**Table 1** Cured lamina mechanical properties

Item	Unit	Value (70°F @ AMB)	
Laminal thickness	in	0.00741	
Elastic modulus	E <sub>1</sub> *	Msi	21.18
	E <sub>2</sub>	Msi	1.31
	G <sub>12</sub>	Msi	0.49
Poisson's ratio	ν <sub>12</sub>	---	0.33

\* 축방향 인장 탄성계수와 압축 탄성계수 값의 평균

**Table 2** Test matrix

(0/±45/90%)	No. of specimen	(0/±45/90%)	No. of specimen
10/60/30	7	30/50/20	7
20/60/20	7	30/60/10	7
25/50/25	7	50/40/10	7
30/40/30	7	60/20/20	7

**Table 3** Stacking sequence of specimens

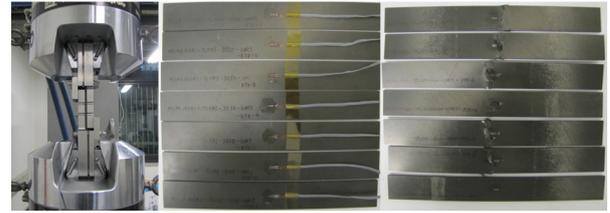
(0/±45/90%)	Plies	Stacking sequence
10/60/30	20	[45/90/-45/0/-45/45/90/90/45/-45]s
20/60/20	20	[45/90/-45/0/-45/45/90/0/45/-45]s
25/50/25	16	[45/90/-45/0/90/0/-45/45]s
30/40/30	20	[45/90/-45/0/90/0/-45/90/45/0]s
30/50/20	20	[45/90/-45/0/-45/45/0/90/-45/0]s
30/60/10	20	[45/90/-45/0/-45/45/0/45/-45/0]s
50/40/10	20	[45/90/-45/0/0/0/-45/0/45/0]s
60/20/20	20	[45/90/0/-45/0/0/0/90/0/0]s

## 2. 복합재료 및 시험방법

### 2.1 복합재료

본 논문에서 사용한 복합재료는 350°F(177°C)에서 경화되는 Carbon/Epoxy UD Tape 프리프레그(Cycom G40-800/5276-1)이며 운용온도 범위는 -60°F~+200°F(-55°C~+95°C)이다. 경화된 복합재료 단층의 기계적 특성값은 Table 1과 같다.

시편은 0°, +45°, -45° 및 90°층으로 적층된 8 종류의 노치없는 적층판으로 총 56개 시편으로 구성하였다. 시편 상세 정보는 Table 2와 Table 3과 같다.



(a) Test set-up (b) before Test (c) after Test

**Fig. 1** Test set-up configuration and specimens for unnotched laminate compression test

### 2.2 시험방법

시험은 ASTM-D-6484에 따라 수행하였으며, 시편 단면이 완전 파손될 때의 최대하중과 축방향 변형률을 측정하여 노치없는 적층판의 압축강도를 구한다. 시험은 상온 환경(70°F/Amb.)하에서 수행하였다. 축방향 변형률은 시편 중앙에 부착된 스트레인게이지로 측정하였다. Fig. 1은 시험 형상과 압축시편 파손형상을 보여주고 있다.

## 3. 압축 파손강도값 계산

### 3.1 시험데이터 이용 압축파손강도값 계산

복합재료 적층판의 거동은 파손까지 선형탄성으로 가정한다. 적층판의 응력-변형도 거동의 모든 비선형성은 무시된다. 노치없는 적층판의 압축 변형도 파손특성 값은 기본시편의 파손응력을 예상되는 공칭 적층판의 탄성계수(nominal laminate modulus)로 나눔으로써 계산한다. 공칭 적층판 탄성계수는 공칭 축방향 변형도 수준(4000 μ in/in)에서 상온의 단층 탄성계수를 이용하여 고전적 적층판 이론(classical laminate theory)<sup>(3)</sup>으로 계산한다. 기본시편의 압축 파손응력은 시편이 파손 될 때의 최대하중을 공칭 시편의 단면적으로 나누어 계산한다.

$$F_c = \frac{P_{max}}{A_{nom}} \tag{1}$$

여기서,

$F_c$  = 시편 압축 파손응력(psi)

$P_{max}$  = 시편 파손 최대 압축하중(lb)

$A_{nom}$  = 공칭 시편 단면적(in<sup>2</sup>),

(공칭 두께\*측정된 시편 폭)

압축변형도 파손특성값은 압축 파손응력을 공칭

**Table 4** Compressive failure strength(30% of 0° ply)

Specimen No.	Compressive fracture strain (in/in)		
	30/40/30%	30/50/20%	30/60/10%
1	0.011781	0.011296	0.011231
2	---*	0.011039	0.012223
3	0.012962	0.011852	0.012315
4	0.012732	0.011653	0.011266
5	0.010324	0.011677	0.012117
6	0.012674	0.011562	0.011513
7	0.012892	0.011315	0.012379
Average	0.012228	0.011485	0.011863

\* 아웃라이어로 계산에서 제거된 시편

축방향 적층판 탄성계수로 나누어 계산한다.

$$\epsilon_c = \frac{F_c}{E_{nom}} \quad (2)$$

여기서,

$\epsilon_c$  = 변형도 기반 압축 파손특성값(in/in)

$E_{nom}$  = 공칭 축방향 적층판 탄성계수(psi)

총 56개 시편시험 중 아웃라이어(outlier)<sup>(1)</sup>로 제거된 시험개수 3개를 제외한 53개 시험결과를 파손강도 계산에 사용하였다. 아웃라이어 판정기준으로는 MNR(Maximum Normed Residual)<sup>(1)</sup> 방법을 적용하였다.

Table 4은 8개 적층판 중 0°층 적층률이 30%인 적층판의 시험결과로부터 계산된 적층판 압축 파손강도 값을 보여주고 있다.

### 3.2 회귀분석

복합재료 적층판의 극한 파손강도가 응답변수이고 적층판 내 0°층과 ±45°층의 적층 비율이 회귀변수가 되는 회귀분석 방정식은 식 (3)과 같다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_1^2 + \beta_3 x_2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 + \epsilon \quad (3)$$

여기서,

$y$  = laminate ultimate strain data

$\beta_i$  = unknown regression coefficients

$x_1$  = percentage of 0° plies

$x_2$  = percentage of ±45° plies

$\epsilon$  = residual or error term

n개의 데이터에서 j-번째 데이터에 대하여 식 (4)와 같이 쓸 수 있다

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{1j}^2 + \beta_3 x_{2j} + \beta_4 x_{2j}^2 + \beta_5 x_{1j} x_{2j} + \epsilon_j = x_j^T \beta + \epsilon_j \quad (4)$$

여기서,

$$x_j = \begin{Bmatrix} 1 \\ x_{1j} \\ x_{1j}^2 \\ x_{2j} \\ x_{2j}^2 \\ x_{1j} x_{2j} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ (\%0^\circ)_j \\ (\%0^\circ)_j^2 \\ (\% \pm 45^\circ)_j \\ (\% \pm 45^\circ)_j^2 \\ (\%0^\circ)_j (\% \pm 45^\circ)_j \end{Bmatrix}, \quad \beta = \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{Bmatrix}$$

$x_{1j}$ 와  $x_{2j}$ 는 각각 j-번째 데이터의 0°층과 ±45°층의 적층 비율이다. 모든 데이터를 벡터와 행렬 식으로 표현하면 식 (5)와 같다.

$$y = X\beta + \epsilon \quad (5)$$

여기서,

$$y = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{11}^2 & x_{21} & x_{21}^2 & x_{11}x_{21} \\ 1 & x_{12} & x_{12}^2 & x_{22} & x_{22}^2 & x_{12}x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{1n}^2 & x_{2n} & x_{2n}^2 & x_{1n}x_{2n} \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{Bmatrix}$$

오차 최소화를 위하여 최소자승법을 적용한다.

$$\epsilon^T \epsilon = (y - X\beta)^T (y - X\beta) \quad (6)$$

오차가  $\beta$ 에 대하여 최소가 되는  $\beta$ 값을  $b$ 라 하면 식 (7)과 같다.

$$b = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (7)$$

따라서 j-번째 적층판의 평균 압축파손강도( $\hat{y}_j$ )를 나타내는 회귀분석식은 식 (8)과 같이 주어진다.

$$\hat{y}_j = b_0 + b_1 x_{1j} + b_2 x_{1j}^2 + b_3 x_{2j} + b_4 x_{2j}^2 + b_5 x_{1j} x_{2j} = x_j^T b \quad (8)$$

회귀예측 표준오차는 잔차제곱합(SSE, sum of squares due to residual error)으로 정의되며 회귀에

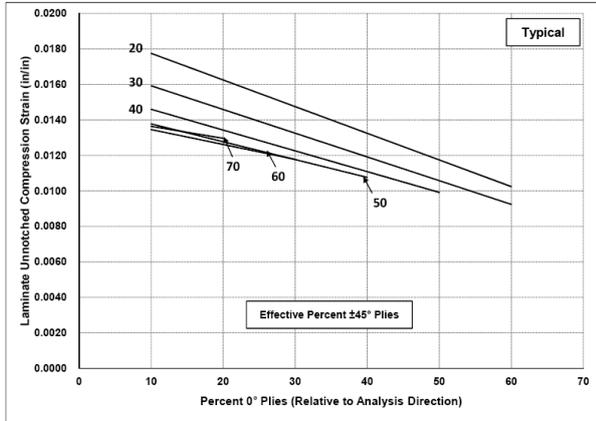


Fig. 2 Compressive failure strength for unnotched compression laminate

측 표준오차식은 식 (9)와 식 (10)과 같다.

$$SSE = \sum (y_j - \hat{y}_j)^2 = (y - \hat{y})^T (y - \hat{y}) \quad (9)$$

$$= y^T y - b^T X^T y$$

$$s_y = \sqrt{\frac{SSE}{(n-k)}} = \sqrt{\frac{y^T y - b^T X^T y}{(n-k)}} \quad (10)$$

여기서, n-k(k는 상수항을 포함한  $x_j$ 의 총 항수, 즉 k=6) 자유도이다.

### 3.2 회귀분석이용 압축파손 강도 계산

복합재료 시험으로 획득한 기본 적층판의 압축 파손강도값을 회귀분석법에 적용하여 복합재료 모든 적층영역에 대한 압축파손 강도값을 계산하였다. 8개 기본 적층판에 대한 총 53개 압축 시험데이터를 회귀분석 절차에 따라 계산한 압축파손 강도값은 다음식과 같다.

$$\epsilon_{UNC}^{typical} = 2.476E^{-2} - 1.835E^{-4}(\%0^\circ) - 3.253E^{-4}(\%\pm 45^\circ) + 2.516E^{-6}(\%\pm 45^\circ)^2 + 1.658E^{-6}(\%0^\circ)(\%\pm 45^\circ)$$

회귀분석 절차로 획득한 적층판 압축 변형도 파손강도값을 적층판의 0°층과 ±45°층의 적층 비율에 대한 그래프로 표시하면 Fig. 2와 같다.

8개 적층판에 대한 시편시험 결과와 회귀분석으로 획득한 압축 변형도 파손강도값을 비교한 데이터는 Table 5에서 보여주고 있다. 적층판별 압축 변형도 파손강도는 각 시편에 대한 평균값이다.

회귀 분석절차를 적용하여 개발한 적층판 압축

Table 5 Comparison of regression values for test values

Specimen (0/±45/90%)	Compressive fracture strain (in/in)		Error(%) (Test/RAM-1)
	Test	RAM	
10/60/30	0.013478	0.013455	+0.17
20/60/20	0.012517	0.012615	-0.78
25/50/25	0.012632	0.012267	2.98
30/40/30	0.012228	0.012256	-0.23
30/50/20	0.011485	0.011764	-2.37
30/60/10	0.011863	0.011776	+0.74
50/40/10	0.009954	0.009913	+0.41
60/20/20	0.010237	0.010240	-0.03

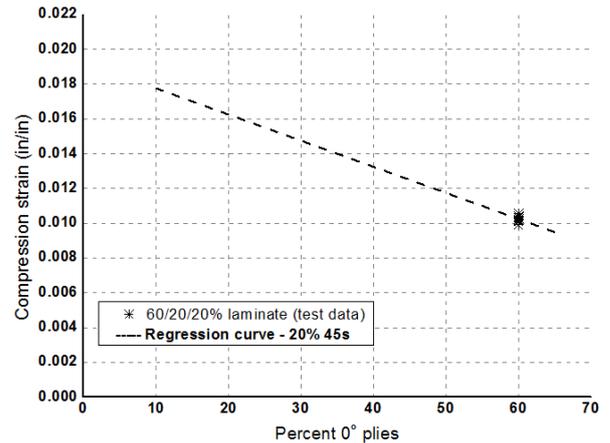


Fig. 3 Comparison of UNC laminate test data for regression curve (20% of ±45° plies)

변형도 파손강도값은 시험결과 대비 3% 내외의 오차범위에서 계산되었다.

## 4. 결과 및 고찰

본 논문에서는 항공기 복합재 구조에 사용되는 대표적인 적층판의 시편시험 결과를 사용하여 회귀분석법에 의한 적층판 압축 파손강도값을 계산하는 절차를 설명하였다.

대표적인 7개 종류 적층판에서 총 56개 시편을 제작하여 압축 특성 시험을 수행하였다. 총 56개 시험결과 중 아웃라이어로 제거된 3개 시험결과를 제외하고 53개 시험결과를 회귀분석 절차에 사용하였다. Fig. 3~Fig. 6은 노치없는 압축 적층판(UNC Laminate, Unnotched Compression Laminate)의 시험결과와 회귀분석 결과를 같이 표현한 그

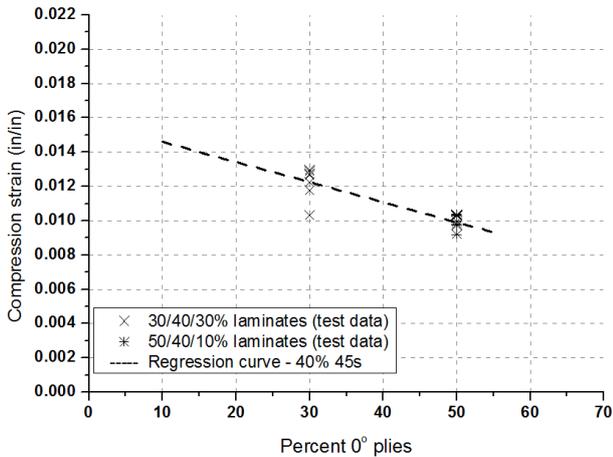


Fig. 4 Comparison of UNC laminate test data for regression curve (40% of  $\pm 45^\circ$  plies)

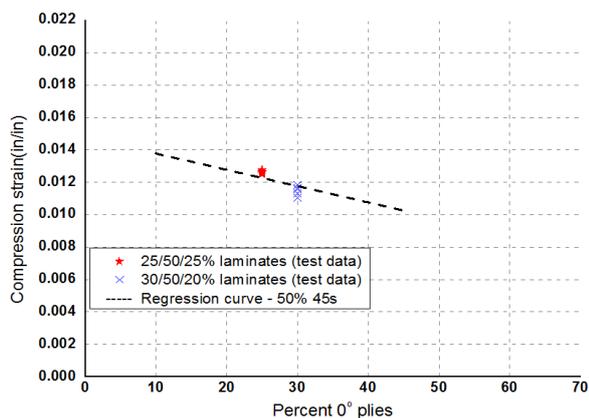


Fig. 5 Comparison of UNC laminate test data for regression curve (50% of  $\pm 45^\circ$  plies)

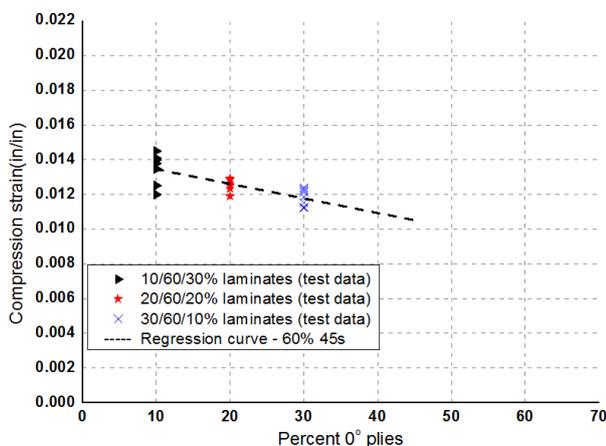


Fig. 6 Comparison of UNC laminate test data for regression curve (60% of  $\pm 45^\circ$  plies)

래프이다.

Table 5에서 볼 수 있듯이 시험 값과 회귀분석 값의 비율이  $\pm 3\%$  범위의 오차를 나타내고 있다. 본 논문에는 포함되어 있지 않지만 회귀분석 절차로 계산된 B-Basis 압축 파손강도값을 고려하면 3% 내외 오차는 항공기 복합재 구조 개발에서 수용가능한 범위이다.

25/50/25% 비율의 적층판이 가장 큰 오차를 가지고 있으나, 설계에 적용되는 회귀분석 값이 시험값 보다 작게 계산된 것으로 일부 영역에 한하여 보수적인 복합재 구조설계가 될 수 있으나 전체적인 설계에는 영향이 없을 것으로 판단된다.

## 5. 결론

본 논문은 T800급 Carbon/Epoxy UD 테이프 프리프레그로 적층한 적층판의 압축 파손강도값 획득 절차 및 분석결과를 포함하였다. 회귀분석 절차를 사용하여 적층판 파손이론에 사용되는 적층판 압축 변형도 파손강도값을 개발하였다. 적층판 내  $0^\circ$ 층과  $\pm 45^\circ$ 층의 적층 비율을 회귀분석 방정식에 대입하여 적층판의 압축 변형도 파손강도값을 구한다. 본 논문에서 계산된 회귀분석 방정식은  $10 \leq \%0^\circ \text{plies} \leq 60$ ,  $20 \leq \% \pm 45^\circ \text{plies} \leq 60$ ,  $10 \leq \%90^\circ \text{plies} \leq 30$  적층판 영역에 대해서만 사용이 가능하다. 적층판 영역 확장을 위해서는 해당되는 적층판 시편시험을 추가로 수행하여 회귀분석 방정식을 다시 구해야 한다.

회귀분석으로 계산된 압축 파손강도값은 시험 결과 대비  $\pm 3\%$  범위 이내의 오차를 가지고 있으나 항공기 복합재 구조 강도해석에서 수용가능한 범위로 판단된다.

## 참고문헌 (References)

- (1) MIL-HDBK-17, 2002, "Composite Materials Handbook," Volume 1, Revision F.
- (2) ASTM D 6484/D 6484M-04, 2004, "Standard Test Method for Open Hole Compressive Strength of Polymer Matrix Composite Materials".
- (3) Jones, R. M., 1975, "Mechanics of Composite Materials," McGraw-Hill, New York.