Journal of the Korean Data & Information Science Society
2016, **27**(5), 1263–1272
http://dx.doi.org/10.7465/jkdi.2016.27.5.1263
한국데이터정보과학회지

통합배열에서 기대함수를 이용한 파라미터설계 대체방안†

권용만[1]

[1]조선대학교 컴퓨터통계학과

접수 2016년 7월 18일, 수정 2016년 8월 16일, 게재확정 2016년 8월 26일

요 약

다구찌가 제안한 파라미터설계에서 사용되는 교차배열은 제어인자뿐만 아니라 잡음인자를 동시에 고려한 획기적인 방법으로 많은 장점이 있다. 반면 단점으로는 지나치게 많은 실험수를 필요로 하는 점이다. 실험수를 줄이기 위한 방안으로 통합배열 방법론이 제시되었다. 또 다른 단점으로 다구찌는 최적조건을 찾는데 있어서 신호대 잡음비를 사용하였는데 신호대 잡음비를 사용함에 따라 여러 가지 문제가 발생하였다. 본 논문에서는 파라미터설계에서의 단점을 개선하고자 신호대 잡음비에 의존하지 않으면서도 실험수를 줄이기 위한 대체방안을 제안하고자 한다. 아울러 파라미터설계에서 사용되는 교차배열과 실험수를 줄인 통합배열 두 가지 사례를 들어 비교 연구하고자 한다.

주요용어: 교차배열, 신호대 잡음비, 통합배열 방법론, 파라미터설계.

1. 서론

Taguchi (1987)의 파라미터설계는 제품설계 단계에서 품질을 개선하는데 있어서 큰 기여를 하였다. 기존의 실험설계는 주로 품질특성치의 평균를 개선하는데 초점을 두고 최적조건을 찾는 경향이 있었으나 파라미터 설계는 품질특성의 평균뿐만 아니라 변동을 가능한 줄이는 것을 목적으로 한다는 점에서 큰 차이가 있다. 파라미터 설계에서 직교배열표를 이용한 교차배열 (product array)은 내측배열 (inner array)에 제어인자 (control factor)를 외측배열 (outer array)에 잡음인자 (noise factor)를 실험배치 하여 제어인자와 잡음인자의 모든 교호작용을 고려한 실험배치를 하였으며 신호대 잡음 (signal-to-noise ; SN)비를 이용한 자료 분석을 하였다. 교차배열에서 잡음인자는 품질특성치의 품질변동을 유발시키는 역할을 함으로써 변동에 둔감하면서 동시에 품질특성치의 평균을 목표치에 접근하는 제어인자의 최적조건을 찾는 것을 가능하게 한다.

파라미터설계에서 교차배열은 제어인자와 잡음인자의 모든 교호작용을 고려함으로써 실험수가 지나치게 많을 뿐 아니라 축차실험을 고려하지 않는 등 많은 단점을 가지고 있다. 실험수를 줄이고 기존의 잘 정립된 실험계획법 이론을 이용한 대체방안이 연구되고 있다. 그 중에서 통합배열접근법 (combined array approach)이 Welch 등 (1990)에 의해 처음으로 제안되었다. 통합배열이란 종래의 실험배치처럼 잡음인자를 제어인자와 같이 하나의 실험배열에 배치하는 실험방법이다.

파라미터설계는 품질을 개선하는데 큰 기여를 하였으나 자료 분석하는데 망목특성에서의 SN비의 사용은 많은 문제점이 지적되었고 여러 학자들에 의하여 대체방안 연구되었다. SN비는 자료를 분석하는데 평균과 변동을 하나로 묶은 수행측도를 사용함에 따라 문제가 발생하였다. 따라서 본 논문에서

† 본 논문은 2013년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.
1 (501-759) 광주광역시 동구 서석동 375, 조선대학교 컴퓨터통계학과, 부교수.
E-mail: ymkwon@chosun.ac.kr

는 SN비를 사용하는 대신에 반복 측정된 자료로부터 회귀분석을 통하여 적합된 평균모형과 표준편차 모형을 분리해서 품질특성의 최적조건을 구하는 대체방안을 이용하기로 한다. 이러한 방안은 Vining과 Myers (1990)가 처음으로 시도하였다.

Derringer와 Suich (1980)는 품질특성이 여러 개인 경우 즉, 다특성 (multiple quality characteristics)인 경우 기대함수를 이용한 다특성 동시 최적화 방안을 제시하였다. 여기서 제시된 방안은 품질변동을 고려하지 않은 최적화 방안이다.

본 논문에서는 파라미터설계에서 지적된 문제점을 줄이기 위한 대체방안으로 실험배치는 교차배열 대신에 통합배열을 사용하고 자료분석에 대한 성능측도로서 SN비 대신에 분리된 평균모형식과 표준편차 모형식을 사용하고 품질평균과 품질변동을 동시에 최적화하기 위하여 기대함수를 응용하여 사용한다. 본 논문의 목적은 파라미터 설계를 대체할 수 있는 새로운 최적화 방안을 찾는 것이며 아울러 본 논문에서 제안한 새로운 최적화 방안을 이용하여 앞서 지적한 파라미터 설계에서 문제점을 개선한 대체방안에 적용할 수 있음을 보이는데 있다.

2. 최적화 대체방안

2.1. 평균모형과 분산모형

품질특성 y는 제어인자들 ($\underline{x}$)과 잡음인자들 ($\underline{z}$)에 의해 값이 정해진다고 가정하자. 제어인자들과 잡음인자들을 각 각 $\underline{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_l)'$와 $\underline{z} = (z_1, z_2, \cdots, z_m)'$로 나타내기로 하자. 품질특성 y의 이차 회귀모형은 다음과 같다.

$$y(\underline{x}, \underline{z}) = \beta_0 + \underline{x}'\underline{\beta} + \underline{x}'B\underline{x} + \underline{z}'R\underline{z} + \underline{z}'\underline{\gamma} + \underline{z}'D\underline{x} + \epsilon$$

여기서 $\underline{\beta}$는 $l \times 1$, $\underline{\gamma}$는 $m \times 1$, $B' = B$는 $l \times l$, $R' = R$는 $m \times m$, D는 $m \times l$인 모집단의 회귀계수들의 벡터 혹은 행렬이다.

Box와 Jones (1992)는 제어인자 ($\underline{x}$)와 잡음인자 ($\underline{z}$)를 동시에 하나로 된 실험배열 즉, 통합배열에 배치하였다. 또한 통합배열 실험에서 추정된 반응함수 $\widehat{y}(\underline{x}, \underline{z})$에서 추정된 평균모형 $m(\underline{x})$와 추정된 분산모형 $v^2(\underline{x})$으로 분리하였다. 적합된 2차회귀모형식은 다음과 같다.

$$\widehat{y}(\underline{x}, \underline{z}) = b_0 + \underline{x}'\underline{b} + \underline{x}'\widehat{B}\underline{x} + \underline{z}'\underline{\gamma} + \underline{z}'\widehat{R}\underline{z} + \underline{z}'\widehat{D}\underline{x}$$

잡음인자는 실험할 때는 제어할 수 있으나 실제로는 제어할 수 없는 확률변수이다. 잡음인자에 관한 지식이 없는 경우 흥미영역에서 균일분포 (uniform distribution) 한다고 가정하자. 어떤 $\underline{x}$에서 반응함수의 평균모형 $\widehat{m}(\underline{x})$는 다음과 같다.

$$\widehat{m}(\underline{x}) = \int_{R_z} \widehat{y}(\underline{x},\ \underline{z}) p(\underline{z}) d\underline{z}$$

여기서 $p(\underline{z})$는 $\underline{z}$의 확률밀도함수이고 $\underline{z}$는 잡음인자의 흥미영역 R_z에서 균일분포를 한다. 따라서 평균모형은 다음과 같다.

$$\widehat{m}(\underline{x}) = b_0 + \underline{x}'\underline{b} + \underline{x}'\widehat{B}\underline{x} + tr(\widehat{R})/3 \tag{2.1}$$

여기서 $tr(\widehat{R})$는 행렬 $\widehat{R}$의 대각선 원소들의 합이다. 어떤 $\underline{x}$에서 추정된 평균모형에 대한 평균제곱변동 즉, 품질변동 $\widehat{v^2}(\underline{x})$는 다음과 같다.

$$\widehat{v}^2(\underline{x}) = \int_{R_z} (\widehat{y}(\underline{x}, \underline{z}) - \widehat{m}(\underline{x}))^2 p(\underline{z}) d\underline{z}$$

따라서 분산모형은 다음과 같다.

$$\widehat{v}^2(\underline{x}) \ = (\underline{r} + \widehat{D}\underline{x})'(\underline{r} + \widehat{D}\underline{x})/3 + \widehat{A} \tag{2.2}$$

여기서 $\widehat{A} = [4\Sigma_{j=1}^{m}(\gamma_{jj})^2 \ + \ 5\Sigma_{j=1}^{m-1}\Sigma_{k=j+1}^{m}(\gamma_{jk})^2]/45$ 이고 γ_{jk}는 $\widehat{R}$의 j번째 행과 k번째 열의 원소이다.

2.2. 평균모형과 분산모형의 기대함수

Derringer와 Suich (1980)는 세 가지 종류의 기대함수를 제시하여 품질특성이 여러 개인 경우에 동시에 최적화하는 방법을 제시한 바 있다. Taguchi (1987)는 파라미터설계에서 모든 품질특성을 크게 망목특성, 망소특성 그리고 망대특성과 같이 세 가지 종류로 분류하였다. 우리는 파라미터설계에서 세 종류의 품질특성을 세 종류의 기대함수에 응용해서 적용할 수 있을 것 이다. 따라서 우리는 평균모형에 대한 세 가지 종류의 기대함수를 다음과 같이 제안하고자 한다. 품질의 평균모형을 망목특성, 망소특성 그리고 망대특성으로 변환하여 새로운 최적화 방안을 제안하고자 한다.

품질특성이 망대특성인 경우 추정된 평균모형 $\widehat{m}(\underline{x})$의 값도 또한 클수록 좋은 망대특성이 된다. 따라서 평균모형 $\widehat{m}(\underline{x})$가 클수록 기대함수 $d_m(\underline{x})$값 d_m도 커진다. $\widehat{m}(\underline{x})$를 최대로 하여야 할 경우에는 $d_m(\underline{x})$를 다음과 같이 단측변환 할 수 있다.

$$d_{m(\underline{x})} = \begin{cases} 0, & \widehat{m}(\underline{x}) \le m_* \\ \left[\dfrac{\widehat{m}(\underline{x}) - m_*}{m^* - m_*}\right]^q, & m_* < \widehat{m}(\underline{x}) \le m^* \\ 1, & m^* \le \widehat{m}(\underline{x}) \end{cases} \tag{2.3}$$

여기서 m_*는 $\min_{\underline{x}\in R_x} \widehat{m}(\underline{x})$, $m*$는 $\max_{\underline{x}\in R_x} \widehat{m}(\underline{x})$그리고 q는 임의의 실수값을 나타낸다. 망대특성에서 $\widehat{m}(\underline{x})$가 $m*$일 때 $d(\underline{x})$값이 1로 최대로 바람직한 상태가 된다. 목표치 $\widehat{m}(\underline{x})$가 m_*에서 급속하게 증가하는 것이 바람직하다면 q에 큰 가중치를 주고 그렇지 않으면 q에 작은 가중치를 준다.

품질특성이 망소특성인 경우 품질특성의 추정된 평균모형의 값도 또한 작을수록 좋은 망소특성이 된다. $\widehat{m}(\underline{x})$의 값이 작을수록 d_m가 커질 경우, 즉 $\widehat{m}(\underline{x})$을 최소로 하여야 할 경우에는 $d_m(\underline{x})$를 다음과 같이 단측변환 한다.

$$d_m(\underline{x}) = \begin{cases} 0, & m^* \le \widehat{m}(\underline{x}) \\ \left[\dfrac{m^* - \widehat{m}(\underline{x})}{m^* - m_*}\right]^p, & m_* < \widehat{m}(\underline{x}) \le m^* \\ 1, & \widehat{m}(\underline{x}) \le m_* \end{cases} \tag{2.4}$$

여기서 p는 임의의 실수값를 나타낸다. 망소특성에서 $\widehat{m}(\underline{x})$가 m_*일 때 $d(\underline{x})$값이 1로 최대로 바람직한 상태가 된다. $\widehat{m}(\underline{x})$가 m_*에서 급속하게 증가하는 것이 바람직하다면 p에 큰 가중치를 주고 그렇지 않으면 p에 작은 가중치를 부여하면 된다.

품질특성이 망목특성인 경우 품질특성의 추정된 평균모형 $\widehat{m}(\underline{x})$의 값도 또한 특정한 값 즉, 목표치 τ가 좋은 망목특성이 된다. $\widehat{m}(\underline{x})$는 목표치 τ에서 d_m가 커질 경우 다음과 같이 $d_m(\underline{x})$를 양측변환 한다.

$$d_m(\underline{x}) = \begin{cases} \left[\dfrac{\widehat{m}(\underline{x}) - m_*}{\tau - m_*}\right]^s, & m_* \le \widehat{m}(\underline{x}) \le \tau \\ \left[\dfrac{m^* - \widehat{m}(\underline{x})}{m^* - \tau}\right]^t, & \tau < \widehat{m}(\underline{x}) \le m^* \\ 0, & \widehat{m}(\underline{x}) \le m_* \;\; \widehat{m}(\underline{x}) \ge m^* \end{cases} \tag{2.5}$$

여기서 s와 t는 임의의 실수이다. 망목특성에서 s는 망대특성에서의 q와 망목특성에서 t는 망소특성에서 p의 값과 같은 성질을 가지고 있다, $\widehat{m}(\underline{x})$의 값이 τ에서 아주 가까워야 좋을 경우에는 s와 t에 큰 가중치를 주고 그렇지 않아도 좋을 경우에는 s와 t를 작은 가중치를 준다. 특별한 요구가 없을 경우에는 $s = t = 1$로 하여 분석하는 것이 좋을 것이다.

품질변동은 작으면 작을수록 좋기 때문에 망소특성의 성질을 가지고 있다고 할 수 있다. 따라서 반응함수의 추정된 표준편차모형 $\widehat{v}(\underline{x})$의 값도 또한 작을수록 좋은 망소특성이 된다. 품질변동은 망소특성이므로 $\widehat{v}(\underline{x})$의 값이 작을수록 $d_v(\underline{x})$의 값이 커질 경우, 즉 $\widehat{v}(\underline{x})$를 최소로 하여야 할 경우에는 다음과 같이 단측변환 한다.

$$d_v(\underline{x}) = \begin{cases} 0, & v^* \le \widehat{v}(\underline{x}) \\ \left[\dfrac{v^* - \widehat{v}(\underline{x})}{v^* - v_*}\right]^w, & v_* < \widehat{v}(\underline{x}) \le v^* \\ 1, & \widehat{v}(\underline{x}) \le v* \end{cases} \tag{2.6}$$

여기서 v_*는 $\min_{\underline{x}\in R_x} \widehat{v}(\underline{x})$, v^*는 $\max_{\underline{x}\in R_x} \widehat{v}(\underline{x})$그리고 w는 임의의 실수값을 나타낸다. 망소특성에서 $\widehat{v}(\underline{x})$가 v_*일 때 $d(\underline{x})$값이 1로 최대로 바람직한 상태가 된다. $\widehat{v}(\underline{x})$가 v^*에서 급속하게 증가하는 것이 바람직하다면 w에 큰 가중치를 주고 그렇지 않으면 w에 작은 가중치를 부여하면 된다. 우리는 제어인자 $\underline{x}$의 값들이 주어질 때 v는 $\widehat{v}(\underline{x})$의 값을 나타내고 d_v는 $d_v(\underline{x})$값을 나타내기로 하자.

2.3. 파라미터 설계를 위한 최적화 방안

파라미터 설계를 하기 위한 최적화 방안으로 앞서 우리가 제안한 품질평균에 대한 기대함수 $d_m(\underline{x})$와 품질변동에 대한 기대함수 $d_v(\underline{x})$를 동시에 고려한 최적화 방안을 생각해 볼 수 있을 것이다. 파라미터 설계를 위한 최적화 방안을 다음과 같이 제안하고자 한다.

$$P_d = \max_{\underline{x}\in R_x} P_d(\underline{x}) = \max_{\underline{x}\in R_x} [\lambda d_m(\underline{x}) + (1 - \lambda) d_v(\underline{x})] \tag{2.7}$$

여기서 λ는 0과 1사이의 실수이다. λ는 품질평균에 대한 기대함수 $d_m(\underline{x})$과 품질변동에 대한 기대함수 $d_v(\underline{x})$에 대한 가중치이다. λ가 클수록 품질평균에 대한 중요성이 커지는 것이며 λ가 작을수록 품질변동에 대한 중요성이 커지는 것이다.

본 논문에서 제안한 최적화 공식에 의한 제어인자들의 최적해를 찾는 방법으로 MATLAB의 최적화 도구상자 (optimization toolbox)에서 유전자 알고리즘 (genetic algorithm)을 이용하였다. 자세한 최적화 과정은 다음 장에서 살펴보도록 하자 (Hong, 2014; Lee와 Kwon, 2015).

3. 비교 연구

이 장에서는 각각 파라미터 설계에서 사용한 교차배열과 실험수를 줄인 통합배열에서 새로이 제안한 최적화 공식과 최적화 방안을 이용하여 최적화 과정을 소개하고자 한다.

3.1. 교차배열

Box와 Draper (1987, p.247)는 인쇄공정에 관한 실험을 하였다. Table 3.1은 3^3요인실험을 각기 다른 위치에서 세 번 반복 실험한 자료이다. 이 실험은 엄밀하게 파라미터 설계를 하기 위하여 설계된 것은 아니나 각기 다른 위치에서 세 번 반복 실험한 것을 세 수준의 잡음인자 즉, n_1, n_2 그리고 n_3에 의한 반복측정으로 보아서 교차배열에 의한 자료로 볼 수 있다.

Table 3.1 Product array

Run	x_1	x_2	x_3	y_{n_1}	y_{n_2}	y_{n_3}	$\bar{x}$	s^2
1	-1	-1	-1	34	10	28	24.0	12.49
2	0	-1	-1	115	116	130	120.3	8.39
3	1	-1	-1	192	186	263	213.7	42.80
4	-1	0	-1	82	88	88	86.0	3.46
5	0	0	-1	44	178	188	136.7	80.41
6	1	0	-1	322	350	350	340.7	16.17
7	-1	1	-1	141	110	86	112.3	27.57
8	0	1	-1	259	251	259	256.3	4.62
9	1	1	-1	290	280	245	271.7	23.63
10	-1	-1	0	81	81	81	81.0	0.00
11	0	-1	0	90	122	93	101.7	17.67
12	1	-1	0	319	376	376	357.0	32.91
13	-1	0	0	180	180	154	171.3	15.01
14	0	0	0	372	372	372	372.0	0.00
15	1	0	0	541	568	396	501.7	92.50
16	-1	1	0	288	192	312	264.0	63.50
17	0	1	0	432	336	513	427.0	88.61
18	1	1	0	713	725	754	730.7	21.08
19	-1	-1	1	364	99	199	220.7	133.80
20	0	-1	1	232	221	266	239.7	23.46
21	1	-1	1	408	415	443	422.0	18.52
22	-1	0	1	182	233	182	199.0	29.45
23	0	0	1	507	515	434	485.3	44.64
24	1	0	1	846	535	640	673.7	158.20
25	-1	1	1	236	126	168	176.7	55.51
26	0	1	1	660	440	403	501.0	138.90
27	1	1	1	878	991	1161	1010.0	142.50

인쇄공정에 관한 실험자료로부터 품질특성치의 표본평균 $(\bar{x})$에 대하여 최소제곱법에 의하여 추정된 평균모형식은

$$\begin{aligned}\widehat{m}(\underset{\sim}{x}) =&327.6 + 117.0x_1 + 109.4x_2 + 131.5x_3 + 32.0x_1^2 \\ &- 22.4x_2^2 - 29.1x_3^2 + 66.0x_1x_2 + 75.5x_1x_3 + 43.6x_2x_3\end{aligned} \tag{3.1}$$

이고 품질특성치의 표본표준편차 (s)에 대한 추정된 표준편차모형식은

$$\begin{aligned}\widehat{v}(\underset{\sim}{x}) =&34.9 + 11.5x_1 + 15.3x_2 + 29.2x_3 + 4.2x_1^2 \\ &- 1.3x_2^2 + 16.8x_3^2 + 7.7x_1x_2 + 5.1x_1x_3 + 14.1x_2x_3\end{aligned} \tag{3.2}$$

이다. 한편 세 개의 제어인자들의 흥미영역은 $-1 \le x_1, x_2, x_3 \le 1$으로 한다.

우리는 앞서 제안한 기대함수를 이용한 최적화 공식인 식 (2.7)에 적용해 보기로 하자. 또한 앞서 제안한 기대함수의 식 (2.3), 식 (2.4), 식 (2.5)와 식 (2.6)에서 가중치인 q, p, s, t와 w는 필요에 따라서 다양하게 이용할 수 있으나 여기서는 모든 기대함수를 선형함수로 보고 모두 1로 두기로 하자.

Table 3.2에서 품질특성이 망대특성 (Larger-the-better)인 경우, 추정된 평균모형 식 (3.1)은 망대특성으로 보고 기대함수 식 (2.3)를 사용하고 망소특성 (Smaller-the-better)인 경우, 추정된 평균모형 식 (3.1)은 망소특성으로 보고 기대함수 식 (2.4)를 사용하고 망목특성 (Nominal-is-best)인 경우, 추정된 평균모형 식 (3.1)은 망목특성으로 보고 기대함수 식 (2.4)를 사용한다. 추정된 표준편차모형 식 (3.2)는 모두 기대함수 식 (2.6)를 사용한다. 추정된 평균모형 식 (3.1)에서 최소값 m_*는 74.11, 최대값 m^*는 851.10이다. 또한 추정된 표준편차모형 식 (3.2)에서 최소값 v_*는 12.50, 최대값 v^*는 137.50이다. 망목특성인 경우 목표치 τ는 550.00으로 한다.

Table 3.2 Results of optimization in the product array

Quality Characteristics	λ	m	v	x_1	x_2	x_3	P_d	d_m	d_v
Larger-the-better	0.2	161.61	14.96	-0.19	-1.00	-0.31	0.81	0.11	0.98
	0.4	181.63	15.63	-1.00	0.98	-0.69	0.64	0.14	0.97
	0.6	691.44	85.69	1.00	1.00	0.25	0.64	0.79	0.41
	0.8	851.10	137.50	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	0.00
Smaller-the-better	0.2	134.91	12.50	-1.00	1.00	-1.00	0.98	0.92	1.00
	0.4	74.63	19.94	0.26	-1.00	-1.00	0.96	1.00	0.94
	0.6	74.34	19.99	0.30	-1.00	-1.00	0.98	1.00	0.94
	0.8	74.17	20.05	0.34	-1.00	-1.00	0.99	1.00	0.94
Nominal-is-best	0.2	169.25	15.37	-0.10	-1.00	-0.25	0.82	0.20	0.98
	0.4	550.00	59.08	1.00	0.94	-0.28	0.78	1.00	0.63
	0.6	550.00	59.62	0.98	0.72	-0.15	0.85	1.00	0.62
	0.8	550.00	61.34	0.85	0.70	-0.03	0.92	1.00	0.61

Table 3.2에서 품질특성이 망대특성인 경우를 살펴보면 가중치 λ가 0.2인 경우 최적화 공식인 식 (2.7)를 적용한 결과 제어인자의 최적점은 x_1=-0.19, x_2=-1.00 그리고 x_3=-0.31이다. 이 때 추정된 평균모형 식 (3.1)의 값 m은 161.61, 추정된 표준편차 식 (3.1)의 값 v는 14.96, 최적화 공식인 식 (2.7)의 값 P_d는 0.81, 망대특성에서 평균모형의 기대함수 식 (2.3) 값 d_m은 0.11 그리고 표준편차의 기대함수 식 (2.6) 값 d_v는 0.98이다. 계속해서 가중치 λ의 값이 증가할수록 품질평균의 중요도가 커짐에 따라서 평균모형식의 값 m은 증가하고 품질변동의 중요도가 줄어듦에 따라서 표준편차식의 값 v는 증가하는 경향을 볼 수 있다. 품질특성이 망소특성인 경우를 살펴보면 가중치 λ의 값이 증가할수록 품질평균의 중요도가 커짐에 따라서 평균모형식의 값 m은 감소하고 품질변동의 중요도가 줄어듦에 따라서 표준편차식의 값 v는 증가하는 경향을 볼 수 있다. 품질특성이 망목특성인 경우를 살펴보면 가중치 λ의 값이 증가할수록 품질평균의 중요도가 커짐에 따라서 평균모형식의 값 m은 목표치 τ=550.00에 가까워지고 품질변동의 중요도가 줄어듦에 따라서 표준편차식의 값 v는 증가하는 경향을 볼 수 있다.

3.2. 통합배열

Box와 Jones (1992)가 제시한 통합배열접근법을 이용하여 본 논문에서 제안한 최적화 방안을 적용해 보도록 하자. Table 3.3은 통합배열에서 잡음인자 z를 세 개의 제어인자 x_1, x_2그리고 x_3와 똑같이 하나의 직교배열 $L_{27}(3^{13})$에 실험배치한 경우이며 잡음인자의 주효과만을 고려한 실험배치를 위하여 세 개의 제어인자와 교호작용을 거의 무시할 수 있는 9열, 10열, 12열 그리고 13열에 배치를 할 수 있다. 여기에서는 잡음인자와 제어인자의 교호작용 효과가 제일 적을 것으로 예상되는 10열에 잡음인자를 배치하였다. 자료는 Table 3.1의 교차배열 실험자료에서 1/3만의 자료를 사용하였다. 교차배열과 통합배열을 공정한 조건에서 비교하기 위하여 Table 3.3에서 3개의 제어인자와 1개의 잡음인자의 수준이 일치하는 조건에서 Table 3.1로부터 실험자료를 가져다 쓰기로 하자.

Table 3.3에서 품질특성치에 대한 추정된 회귀모형식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\widehat{y}(\underline{x}, z) =&182.0x_1 + 119.3x_2 + 122.1x_3 + 7.2x_1^2 + 4.1x_2^2 - 19.8x_3^2 + 59.9x_1x_2 \\ &+77.0x_1x_3 + 68.1x_2x_3 + 21.5z + 5.8zx_1 + 1.0zx_2 + 14.7zx_3 + 49.4z^2 + 283.2 \qquad (3.3)\end{aligned}$$

평균모형 식 (2.1)과 분산모형 식 (2.2)를 이용하여 식 (3.3)을 평균모형식과 분산모형식으로 분리하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\widehat{m}(\underline{x}) =&182.0x_1 + 119.3x_2 + 122.1x_3 + 7.2x_1^2 + 4.1x_2^2 \\ &-19.8x_3^2 + 59.9x_1x_2 + 77.0x_1x_3 + 68.1x_2x_3 + 299.7 \qquad (3.4)\\ \widehat{v}^2(\underline{x}) =&(5.8x_1 + 1.0x_2 + 14.7x_3 + 21.5)^2/3 + 216.9 \qquad (3.5)\end{aligned}$$

Table 3.3 Results of optimization in the combined array

Run	Experimental arrangement													Data
	x_3	x_2			x_1					z				
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	34
2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	116
3	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	263
4	-1	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1	88
5	-1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	188
6	-1	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	322
7	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	0	86
8	-1	1	1	1	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	259
9	-1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	-1	-1	-1	280
10	0	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1	81
11	0	-1	0	1	0	1	-1	0	1	-1	0	1	-1	90
12	0	-1	0	1	1	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	376
13	0	0	1	-1	-1	0	1	0	1	-1	1	-1	0	180
14	0	0	1	-1	0	1	-1	1	-1	0	-1	0	1	372
15	0	0	1	-1	1	-1	0	-1	0	1	0	1	-1	396
16	0	1	-1	0	-1	0	1	1	-1	0	0	1	-1	192
17	0	1	-1	0	0	1	-1	-1	0	1	1	-1	0	513
18	0	1	-1	0	1	-1	0	0	1	-1	-1	0	1	713
19	1	-1	1	0	-1	1	0	-1	1	0	-1	1	0	99
20	1	-1	1	0	0	-1	1	0	-1	1	0	-1	1	266
21	1	-1	1	0	1	0	-1	1	0	-1	1	0	-1	408
22	1	0	-1	1	-1	1	0	0	-1	1	1	0	-1	182
23	1	0	-1	1	0	-1	1	1	0	-1	-1	1	0	507
24	1	0	-1	1	1	0	-1	-1	1	0	0	-1	1	535
25	1	1	0	-1	-1	1	0	1	0	-1	0	-1	1	236
26	1	1	0	-1	0	-1	1	-1	1	0	1	0	-1	440
27	1	1	0	-1	1	0	-1	0	-1	1	-1	1	0	1161

통합배열에서 최적화 과정은 분산모형식 $\widehat{v}^2(\underline{x})$를 표준편차모형식 $\widehat{v}(\underline{x}) = \sqrt{\widehat{v}^2(\underline{x})}$으로 대체한다면 이미 3.1절에서 소개한 교차배열에서 최적화 과정과 동일하다. 추정된 평균모형 식 (3.4)에서 최소값 m_*는 26.80이고 최대값 m^*는 919.60이다. 또한 추정된 표준편차모형 식 (3.5)에서 최소값 v_*는 14.73이고 최대값 v^*는 28.87이다. 통합배열에서도 망목특성인 경우 목표치 τ는 550.00으로 한다.

Table 3.4에서 망대특성인 경우, 최적화 방안 식 (2.7)에서 가중치 λ가 클수록 평균모형에 비중이 커짐으로서 최적점에서 $\widehat{m}(\underline{x})$의 최대값 919.60에 가까워지고 표준편차모형식은 비중이 작아짐으로서 $\widehat{v}(\underline{x})$의 최소값 14.73에서 멀어짐을 알 수 있다. 망소특성인 경우도 가중치 λ가 클수록 평균모형에 비중

이 커짐으로서 최적점에서 $\widehat{m}(\underline{x})$의 최소값 26.80에 가까워지고 표준편차모형식은 비중이 작아짐으로서 $\widehat{v}(\underline{x})$의 최소값 14.73에서 멀어짐을 알 수 있으나 통합배열에서서는 변화 폭이 크지 않는 것을 알 수 있다. 망목특성인 경우 가중치 λ가 클수록 평균모형에 비중이 커짐으로써 목표값 550.00에 가까워지고 표준편차모형식은 비중이 작아짐으로서 $\widehat{v}(\underline{x})$의 최소값 14.73에서 멀어짐을 알 수 있다.

Table 3.4 Results of optimization in the combined array

Quality Characteristics	λ	m	v	x_1	x_2	x_3	P_d	d_m	d_v
Larger-the-better	0.2	78.32	14.74	-0.83	-1.00	-1.00	0.81	0.06	1.00
	0.4	385.30	16.69	1.00	1.00	-1.00	0.68	0.40	0.86
	0.6	677.08	22.11	1.00	1.00	0.02	0.63	0.73	0.48
	0.8	919.60	28.87	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	0.00
Smaller-the-better	0.2	58.39	14.74	-1.00	0.21	-1.00	0.99	0.96	1.00
	0.4	56.15	14.76	-1.00	0.84	-1.00	0.98	0.97	1.00
	0.6	55.60	14.77	-1.00	0.85	-1.00	0.98	0.97	1.00
	0.8	55.44	14.77	-1.00	0.97	-1.00	0.97	0.97	1.00
Nominal-is-best	0.2	253.71	15.66	0.24	1.00	-1.00	0.83	0.43	0.93
	0.4	513.28	18.68	1.00	1.00	-0.57	0.80	0.93	0.72
	0.6	550.02	19.38	1.00	1.00	-0.44	0.87	1.00	0.67
	0.8	549.99	19.71	0.87	0.99	-0.33	0.93	1.00	0.65

4. 결론

통합배열에서 Table 3.3의 자료는 교차배열 Table 3.1에 의한 실험자료에서 1/3만의 자료를 사용하였다. 즉, 파라미터설계에서 사용한 교차배열보다 통합배열을 사용함으로써 실험횟수를 1/3로 줄일 수 있다. 교차배열과 통합배열을 공정한 조건에서 비교하기 위하여 Table 3.3에서 3개의 제어인자와 1개의 잡음인자의 수준이 일치하는 조건에서 Table 3.1로부터 실험 자료를 가져다 사용하였다. 교차배열을 최적화한 결과 Table 3.2와 통합배열을 최적화한 결과 Table 3.4를 비교해보면 제어인자의 최적조건이 크게 다르지는 않으나 일치하지 않음을 알 수 있다. 원인으로 교차배열과 통합배열에서 평균모형식 $\widehat{m}(\underline{x})$와 표준편차모형식 ($\widehat{v}(\underline{x})$의 추정 방법의 차이에서 오는 추정된 모형식이 일치하지 않기 때문이다. 교차배열에서는 반복된 자료로부터 얻은 표본평균 ($\bar{x}$)과 표본표준오차 (s)를 가지고 각각 평균모형식 (3.1)과 표준편차모형식 (3.2)를 추정하였으나 통합배열은 추정된 회귀모형식 (3.3)으로부터 잡음인자는 균일분포라는 가정하에서 평균모형식 (3.4)와 표준편차모형식 (3.5)를 분리하였다. 파라미터설계에서 교차배열과 통합배열에 의한 결과가 반드시 일치하지는 않으나 통합배열을 이용함으로써 실험횟수를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 기존의 잘 정립된 실험계획법 이론을 활용할 수 있어서 파라미터 설계에서 문제점으로 지적된 것들을 해결할 수 있는 좋은 대체방안이 될 수 있을 것이다. 다구찌의 파라미터 설계에서 사용되는 교차배열은 SN비을 사용하여 최적수준을 구한다면 본 논문에서 제안한 최적화 방안은 회귀모형식을 이용함으로써 흥미영역 범위 내에서 최적조건을 구할 수 있다는 큰 장점이 있다. 물론 본 논문에서 문제점은 회귀모형에 의존함으로써 회귀분석에 의한 회귀적합이 잘 이루어져야 한다는 전제 조건이 따른다.

References

Box, G. E. P. and Draper, N. R. (1987). *Empirical model-building and response surfaces*, John Wiley & Sons, New York.

Box, G. E. P. and Jones, S. P. (1992). Designing products that are robust to the environment. *Total Quality Management*, **3**, 265-282.

Derringer, G. and Suich, R. (1980). Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of Quality Technology*, **12**, 214-219.

Hong, H. W. (2014). A study on the invigorating strategies for open government data. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **25**, 769-777.

Lee, K. H. and Kwon, Y. M. (2015). Influence of sociopsychological aspects, smoking habit, exercise habit on the intentions of drink-driving. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **26**, 21-29.

Taguchi, G. (1987). *System of experimental design: Engineering methods to optimize quality and minimize cost*, White Plains, UNIPUB / Kraus International, NY.

Vining, G. G. and Myers, R. H. (1990). Combining Taguchi and response surface philosophies : A dual response approach. *Journal of Quality Technology*, **22**, 38-45.

Welch, W. J., Yu, T. K., Kang, S. M. and Sacks, J. (1990). Computer experiments for quality control by parameter design. *Journal of Quality Technology*, **22**, 15-22.

Journal of the Korean Data & Information Science Society
2016, **27**(5), 1263–1272

http://dx.doi.org/10.7465/jkdi.2016.27.5.1263
한국데이터정보과학회지

An alternative procedure for parameter design using desirability function in combined array†

Yong Man Kwon[1]

[1]Department of Computer Science and Statistics, Chosun University

Received 18 July 2016, revised 16 August 2016, accepted 26 August 2016

Abstract

Product array approach which is used in the Taguchi parameter design has a number of advantages by considering the noise factor. However, a disadvantage of this method is that it requires an excessively large number of experiments. So combined array approach have been proposed to reduce the number of experiments. Taguchi has used the signal-to-noise ratio to find the optimum conditions in the Taguchi parameter design. In analyzing the data from the parameter design various problems tends occur by using an SN. In this paper, we propose an alternative solution for reducing the number of experiments without depending on the signal-to-noise ratio to overcome the shortcomings of the parameter design. Two examples illustrate this procedure in the two different experimental design (product array, combined array) approaches.

Keywords: Combined array, product array approach, signal-to-noise ratio, Taguchi parameter design.

† This research was supported by Chosun University Research funds, 2013.

[1] Associate professor, Department of Computer Science and Statistics, Chosun University, Gwangju 501-759, Korea. E-mail: ymkwon@chosun.ac.kr.