

밀도성층을 통과하는 수면파 및 내부파의 전파특성

이우동* · 허동수**

Lee, Woo-Dong*, Hur, Dong-Soo**

Characteristics of Surface and Internal Wave Propagation through Density Stratification

ABSTRACT

Hydrodynamic characteristics of wave propagation through density stratification have not been identified in details. So this study conducted a numerical simulation using LES-WASS-3D ver. 2.0 for analysis of density current due to water temperature and salinity in order to analyze hydraulic characteristics under wave action in a two-layer density stratified fluid. For the validity and effectiveness of numerical wave tank used, it was compared and analyzed with the experiment to show waveform based on 3rd-order Stoke wave theory at the internal of a density stratification. Using the results obtained from numerical simulation, the surface and internal wave heights are reduced as the wave propagates in a two-layer density stratified water. And the surface or internal wave attenuation became more serious as the vorticities were increased by the velocity difference of wave propagation due to the upper-lower density difference around the interface of a density stratification. As well, the surface and internal wave attenuations became more serious with higher density difference and depth ratio between upper and lower layers when the wave propagates through a density stratification.

Key words : Density stratification, Surface wave, Internal wave, Vorticity, Wave attenuation, LES-WASS-3D ver. 2.0

초 록

아직까지 밀도성층을 통과하는 파랑변형에 관한 동수학적 특성에 대해서 명확히 밝혀진 부분은 그다지 많지 않다. 따라서 본 연구에서는 2층 밀도성층을 통과하는 파랑의 수리특성을 수치적으로 해석하기 위하여 온도와 염분에 따른 밀도류를 해석할 수 있게 개량된 3차원 수치파동수조(LES-WASS-3D ver. 2.0)를 이용하여 수치시뮬레이션을 수행하였다. 그리고 이용하는 수치파동수조의 타당성 및 유효성을 확인하기 위하여 Stokes 3차 파랑이론에 근거한 내부파형을 비교·검토하였다. 수치시뮬레이션 결과로부터 밀도성층을 통과하는 수면파 및 내부파의 파고 감소하는 현상을 알 수 있었으며, 이것은 상·하층의 밀도차이에 기인한 전파속도 차이로 인하여 계면에서 강한 와도가 발생하기 때문으로 확인되었다. 또한 밀도성층의 밀도차이가 증가할수록, 상·하층의 수심비가 증가할수록(상층의 수심이 깊어질수록) 와도가 강하게 발생하여 수면파 및 내부파의 파고감소를 심화시키는 것을 확인할 수 있었다.

검색어 : 밀도성층, 수면파, 내부파, 와도, 파랑변형, 3차원 수치파동수조

1. 서론

밀도성층은 층이 뚜렷하게 구별되는 수직 밀도분포를 가지며, 하층의 밀도가 상층보다 크다. 이 성층은 여러 가지 원인에 의해서 나타나며, 가장 대표적인 것이 수온약층(thermocline)과 염분약층(halocline)이다. 이 둘의 계면은 수심 100 m 이상의 깊은 수심에서

* 중신회원·국립경상대학교 해양산업연구소 선임연구원 (Gyeongsang National University · leewoodong@gnu.ac.kr)

** 중신회원·교신저자·국립경상대학교 해양토목공학과 교수 (Corresponding Author · Gyeongsang National University · dshur@gnu.ac.kr)

Received April 14, 2016/ revised May 31, 2016/ accepted August 26, 2016

나타나고, 상·하층이 거의 혼합이 되지 않는 특징을 가진다. 이것은 일반적으로 해양에서는 표면은 지속적인 태양에너지가 흡수되는 고온저밀도의 상층, 그 밑에 저온고밀도의 하층이 존재함에 따라 중력 작용 하에서는 혼합되기 어려운 수평적 압력경사를 가지고 있기 때문이다. 또한 상층의 두께가 매우 얇고, 밀도가 담수에 가까운 밀도성층이 발생하기도 한다. 가장 대표적인 것이 지속적으로 담수가 유입되는 하구지역이다. 그리고 극지방에서는 하절기 용설수에 의해 넓은 지역에 걸쳐 나타난다. 이와 같이 밀도성층에서는 밀도차이에 의한 굴절현상으로 각종 계측기기의 측정오차 및 노이즈가 발생하기 때문에 주의가 요구된다.

한편 수면에서는 바람에 의한 공기마찰에 의해 풍파가 발생하게 된다. 그리고 일반적으로 유체밀도에 따라 에너지 전파속도가 다를 뿐만 아니라, 여러 가지의 외부요인들(해류, 조석, 상층의 밀도변화 등)에 의해서 밀도성층의 계면에서는 수면파와는 다른 진폭과 주파수를 가진 내부파가 발생하게 된다. 이 내부파 역시 잔향음(reverberation)에 의한 허위신호를 발생시킴으로 인하여 계측기기의 오작동을 유발하기도 하고, 하구지역 및 극지방에서는 운항하는 선박이 사수현상(dead water phenomenon)에 의해서 급작스러운 저항을 받아 선박의 추진력이 상실되기도 한다. 또한 밀도성층의 계면 부근을 운항하던 잠수함이 내부파에 의해 전복되는 사고가 보고되기도 하였다.

이와 같은 문제점들이 나타남에도 불구하고, 현재까지 밀도성층의 계면에서 발생하는 내부파에 대해 명확히 밝혀진 부분은 많지 않다. 근래에 들어 수리모형실험을 통해 내부파의 수리특성을 이해하려는 연구들이 수행되었다. 대표적인 예로서 Michallet and Barthelemy (1998)과 Grue et al. (2000)는 내부파의 쇄파, Umeyama (2008a, 2008b)는 내부파의 처오름 그리고 Constantin and Villari (2008)과 Umeyama and matsuki (2011)은 계면에서의 수립자 궤적운동에 관한 특성을 논의하였다. 그러나 실험적 연구들에서는 수면파와 내부파를 동시에 조파하는 것이 쉽지 않기 때문에 수면파와 내부파의 상호작용에 관한 논의가 거의 수행되지 못하였다. 한편 Lai (2009)는 수리모형실험을 통하여 수면파-내부파의 상호작용에 의한 파고감쇠현상을 확인하였으나, 현상규명에 대한 명확한 고찰을 수행하지 못하였다. 그리고 수치적인 연구들은 대부분 수면파 모델과 내부파 모델을 결합한 형태(Choi and Camassa, 1999; Dias and Il'ichev, 2001; Craig et al., 2010)가 대부분이며, 대표적인 예로서 Umeyama and matsuki (2011)는 포텐셜 이론에 근거한 비확산 결합모델을 개발하여 계면의 수면변위 및 유동장을 높은 정도로 재현하고 있다. 하지만 이 결합모델들은 밀도가 서로 다른 유체간의 이류-확산을 고려하지 않기 때문에 계면을 정확하게 추정하는 것이 어렵다. 또한 각 층의 모델에서 산정한 계면의 물리량을 각각의 경계조건으로 사용하기

때문에 수면파와 내부파의 비선형 상호간섭을 직접해석하기에는 무리가 있다. 한편 Nakayama and Imberger (2010)는 Boussinesq 모델을 적용하여 경사면에서 쇄파하는 내부파의 유동구조를 분석하기도 하였다.

국내에서는 내부파에 관한 연구가 부족한 실정이다. 많지 않은 최근의 국내 연구사례를 살펴보면, Kumar et al. (2008)은 선형파이론에 근거하여 밀도성층의 계면위치 및 밀도차이에 따른 해안구조물에 의한 반사특성을 논의하였다. Koo and Kim (2009)는 수면파와 내부파 영역을 구분한 경계요소법을 적용하여 내부파를 수치적으로 구현하였다. 이 연구들 역시 성층간의 밀도확산을 고려하고 있지 않을 뿐만 아니라, 수면파와 내부파의 비선형 상호간섭을 직접적으로 고려할 수 없다.

본 연구에서는 염분 및 수온의 차이에 의한 밀도류를 해석할 수 있는 3차원 수치파동수조(LES-WASS-3D ver. 2.0; Lee and Hur, 2014)를 이용하여 2층 밀도성층을 통과하는 수면파 및 내부파의 전파특성을 수치적으로 고찰한다. 이를 위하여 먼저 밀도성층에서 발생하는 내부파에 관한 수리모형실험결과와 비교·검토하여 LES-WASS-3D ver. 2.0의 유효성 및 타당성을 확인한다. 그리고 밀도성층의 상·하층의 밀도차이 그리고 수심비에 따른 수리특성을 고찰하여 수면파 및 내부파의 전파특성에 관하여 고찰한다.

2. 수치파동수조

본 연구에서는 밀도성층에서의 파랑변형 특성을 분석하기 위하여 수치해석을 수행한다. 수치해석에 이용하는 수치모델 LES-WASS-3D ver. 2.0 (Lee and Hur, 2014)은 염분 및 온도차에 의해 발생하는 밀도류를 해석하기 위하여 개발된 것이다. 이 LES-WASS-3D ver. 2.0은 파랑-구조물-해빈(해저지반)의 비선형 상호간섭을 직접 해석할 수 있는 3차원 파동장모델(Hur and Lee, 2007; Hur et al., 2012)을 토대로 개량되었다. 이 수치모델은 PBM (porous body model) 기초한 연속방정식, 운동량 방정식, VOF (volume of fluid)법의 이류방정식을 FDM (finite difference method) 기반으로 이산화한 수정된 3차원 N-S solver이다. 그리고 난류해석을 위하여 Germano et al. (1991)과 Lilly (1992)가 제안한 동적 와동점성모델 그리고 자유수면 및 계면의 표면장력을 고려하기 위하여 Brackbill et al. (1992)의 CSF (continuum surface force) 모델을 적용하고 있다. 또한 이 수치모델은 밀도류 해석을 위하여 수온과 염분에 따른 밀도 및 동점성계수를 추정할 수 있는 상태방정식 그리고 온도와 밀도에 관한 이류-확산방정식으로 구성되어 있다.

2.1 지배방정식

기초방정식은 3차원 비압축성·점성유체에서 파랑 및 흐름을 무반사로 발생시킬 수 있는 소스항이 포함된 연속방정식 Eq. (1)과 투과성 매체에 의한 에너지소산을 고려할 수 있게 수정된 Navier-Stokes 운동량 방정식 Eq. (2)로 구성되어 있다.

$$\frac{\partial(\gamma_i v_i)}{\partial x_i} = q^* \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\gamma_v v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\gamma_i v_i v_j)}{\partial x_j} - \frac{\gamma_v}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial(\gamma_i \nu_T D_{ij})}{\partial x_j} + S_i - Q_i - R_i - \gamma_v g_i - E_i \quad (2)$$

$$q^* = \begin{cases} q(y, z, t) / \Delta x_s & : x = x_s \\ 0 & : x \neq x_s \end{cases} \quad (3)$$

여기서, v_i 는 x, y, z 방향의 유속, q^* 는 Eq. (3)과 같이 소스의 유량밀도, γ_v 는 체적 공극률, γ_i 는 x, y, z 방향의 면적 공극률, t 는 시간, ρ_m 는 온도, 염분, 부유사농도를 고려한 물의 밀도, p 는 압력, ν_T 는 온도, 염분, 부유사농도를 고려한 물의 동점성계수(ν_m)와 와동점성계수(ν_i)의 합을 의미한다. D_{ij} 는 변형률속도텐서 ($= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$), S_i 는 CSF모델에 기초한 표면장력항, Q_i 는 파랑 또는 흐름의 소스항, R_i 는 투과성 매체에 의한 유체저항항, g_i 는 중력가속도항, E_i 는 에너지 감쇠항을 나타낸다.

VOF합수 F 는 각 격자에서 유체가 차지하고 있는 체적비율로써 연속방정식 Eq. (1)에 비압축성 유체에 대한 가정과 PBM에 기초한 VOF합수를 적용하여 유체의 보존형식으로 나타내면 Eq. (4)와 같다.

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \gamma_i v_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = F q^* \quad (4)$$

2.2 조파강도식

안정적인 조파를 위해 Brorsen and Larsen (1987)이 제안한 조파소스 강도식 Eq. (5)를 적용하여 표면파 및 내부파를 생성한다. 조파소스의 강도(q)는 Stokes파의 3차 근사이론에 의한 수평유속 (V_0)을 대입하며, 갑작스러운 조파에 의한 계산이 불안정을 방지하기 위해 t 가 $3T_i$ 가 될 때까지 $(1 - \exp(-\frac{2t}{T_i}))$ 를 대입하여 점진적으로 강도를 증가시킨다. 게다가 무반사 조파 및 목표파형을 정확하게 생성하기 위하여 Ohyama and Nadaoka (1991)의 강도조절항

($\frac{\eta_0 + h}{\eta + h}$)을 Eq. (5)에 도입한다.

$$q = \begin{cases} 2 V_0 \frac{\eta_0 + h}{\eta + h} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2t}{T_i}\right) \right\} & : t / T_i \leq 3 \\ 2 V_0 \frac{\eta_0 + h}{\eta + h} & : t / T_i > 3 \end{cases} \quad (5)$$

여기서 t 는 조파시점부터의 경과시간이고, T_i 는 입사주기, η_0 는 Stokes파의 3차 근사이론에 근거한 수면변위, η 는 조파소스 셀의 수면변위 그리고 h 는 수심이다.

2.3 상태방정식

운동량 방정식 Eq. (2)에서 밀도차이에 따른 유체의 운동량을 계산하기 위해서는 그 유체의 물성치(밀도, 동점성계수 등)를 정확하게 대입하여야 한다. 따라서 LES-WASS-3D ver. 2.0에서는 온도와 염분에 따른 물의 밀도 및 동점성계수를 추정할 수 있는 실험식을 도입하였다.

2.3.1 밀도에 관한 상태방정식

LES-WASS-3D ver. 2.0에서는 물의 밀도(ρ) 산정하기 위하여 Gill (1982)이 제안한 상태방정식 Eq. (6)을 도입하였다. 여기서 ρ_0 는 4°C 물의 밀도를 기준으로 한다. $\Delta\rho_T$ 는 수온변화 그리고 $\Delta\rho_S$ 는 염분변화에 따른 밀도의 변화량을 의미하며, Eqs. (7a) and (7b)에 각각 나타낸다. 그리고 밀도산정에 이용되는 경험상수 들은 Table 1과 같다.

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho_T + \Delta\rho_S \quad (6)$$

$$\Delta\rho_T = a_1 T - a_2 T^2 + a_3 T^3 - a_4 T^4 + a_5 T^5 \quad (7a)$$

$$\Delta\rho_S = (a_6 - a_7 T + a_8 T^2 - a_9 T^3 + a_{10} T^4) S + (-a_{11} + a_{12} T - a_{13} T^2) S^{3/2} + a_{14} S^2 \quad (7b)$$

여기서 T 는 수온, S 는 염분이며, 온도의 단위는 [°C]이고, 염분의 단위는 [psu]이다.

Table 1. The Coefficients for Density Estimation

$\rho_0 = 0.999842594 \text{g/cm}^3$	$a_5 = 6.536332 \times 10^{-12}$	$a_{10} = 5.38750 \times 10^{-12}$
$a_1 = 6.793952 \times 10^{-5}$	$a_6 = 0.824493 \times 10^{-3}$	$a_{11} = 5.72466 \times 10^{-6}$
$a_2 = 9.095290 \times 10^{-6}$	$a_7 = 4.089900 \times 10^{-6}$	$a_{12} = 1.02270 \times 10^{-7}$
$a_3 = 1.001685 \times 10^{-7}$	$a_8 = 7.643800 \times 10^{-8}$	$a_{13} = 1.65460 \times 10^{-9}$
$a_4 = 1.120083 \times 10^{-9}$	$a_9 = 8.246700 \times 10^{-10}$	$a_{14} = 4.83140 \times 10^{-7}$

2.3.2 동점성계수에 관한 상태방정식

물의 동점성계수(ν)는 Eq. (8)을 이용하여 추정할 수 있으며, 밀도(ρ)는 Eq. (6)에서 추정된 값을 대입한다. 그리고 물의 점성계수(μ)는 Riley and Skirrow (1965)이 제안한 염분과 온도를 고려할 수 있는 상태방정식 Eq. (9)을 이용하고 있다.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{8}$$

$$\mu = \mu_0 + \Delta\mu_T + \Delta\mu_S \tag{9}$$

$$\Delta\mu_T = -b_1 T + b_2 T^2 - b_3 T^3 \tag{10a}$$

$$\Delta\mu_S = b_4 S + b_5 S^2 \tag{10b}$$

여기서 μ_0 는 4°C 물의 점성계수이다. $\Delta\mu_T$ 과 $\Delta\mu_S$ 는 수온 및 염분변화에 따른 점성계수의 변화량으로서 Eqs. (10a) and Eq. (10b)과 같다. 그리고 점성계수 추정을 위한 경험상수들은 Table 2에 나타낸다.

Table 2. The Coefficients for Viscosity Estimation

$\mu_0 = 1.802863 \times 10^{-2} \text{ g/cm s}$	$b_2 = 1.31419 \times 10^{-5}$	$b_4 = 2.15123 \times 10^{-5}$
$b_1 = 6.108600 \times 10^{-4}$	$b_3 = 1.35576 \times 10^{-7}$	$b_5 = 3.59406 \times 10^{-10}$

2.4 이류-확산방정식

전술한 것과 같이 밀도류의 해석을 위하여 지배방정식에 대입되

는 유체의 밀도(ρ)와 동점성계수(ν)를 고정도로 추정하여야 한다. 그러기 위해서는 ρ 와 ν 에 절대적인 영향을 미치는 온도(T)와 염분(S)의 정량적인 산정이 무엇보다 중요하다. 따라서 LES-WASS-3D ver. 2.0 (Lee and Hur, 2014)에서는 온도와 염분에 관한 3차원 이류-확산 방정식 Eq. (11)을 도입하였다.

$$\gamma_v \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (C_i^A - C_i^D) = 0 \tag{11}$$

여기서 C 는 온도(T) 또는 염분(S), C_i^A 는 이류항($= \gamma_i u C$), C_i^D 는 확산항($= \gamma_i \epsilon_i \frac{\partial C}{\partial v_i}$)이다. 그리고 ϵ_i 는 확산계수이고, 수평방향은 동적 난류모델로부터 산정된 동점성계수(ν_t), 수직방향은 ν_t / σ_c 를 적용한다. σ_c 는 Prandtl/Schmidt수이며, 본 연구에서는 연구실의 실험결과(Mellor and Yamada, 1982) 및 해양 관측결과(Gregg et al., 1986; Peters et al., 1988)에서 추정된 1.0을 적용한다.

나머지 상세한 수치해석조건 및 방법들에 대해서는 Hur and Lee (2007)과 Hur et al. (2012) 그리고 밀도류 해석에 관해서는 Lee and Hur (2014)를 참고할 수 있다.

2.5 수치해석방법의 검증

본 연구의 수치모의를 수행하는 과정에서 적용하는 LES-WASS-3D ver. 2.0 (Lee and Hur, 2014)의 타당성 및 유효성을 확인하기 위하여 Fig. 1과 같은 수리모형실험(Umeyama and Shinomiya, 2009)에 근거한 3차원 수치파동수조를 구성하였다. Umeyama and Shinomiya (2009)는 길이 600 cm, 폭 15 cm 그리고 높이 35 cm의 수조에 하층에는 밀도 1.04g/cm³의 염수 15 cm 그리고

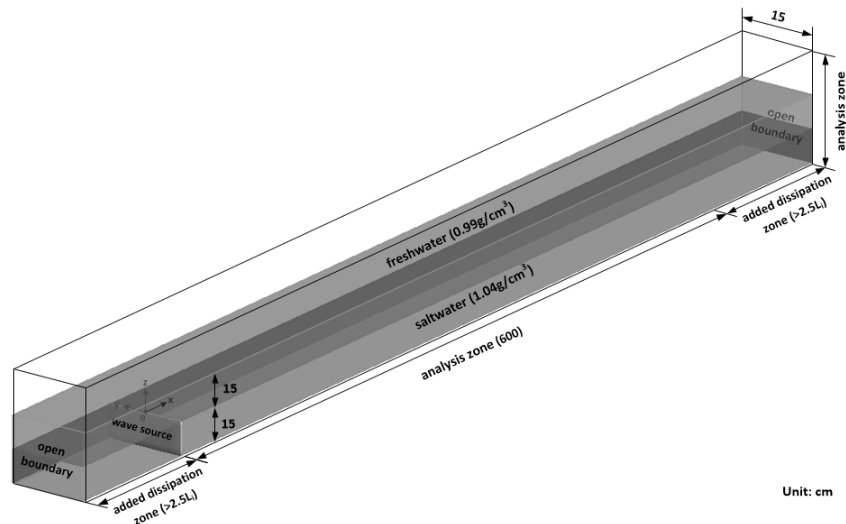


Fig. 1. Definition Sketch of a Numerical Wave Tank based on Umeyama and Shinomiya(2009)'s Experimental Conditions

상층에는 순수한 담수를 15 cm 채웠다. 그리고 내부파는 D형 slide-type 조파기를 이용하여 Stokes 3차 파랑이론에 근거하여 생성하였다. 여기서 D형 slide-type 조파기란 D형상의 패들을 계면에서 상하로 움직여 내부파를 생성하는 장치이다. 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 내부파를 생성시키기 위하여 하층에 조파소스를 배치하여 Stokes 3차를 생성한다. 또한 수치파동수조의 경계에서 발생할 수 있는 파랑반사를 제어하기 위하여 에너지 흡수층(부가감쇠영역)을 구성한다. 그리고 수치파동수조의 측면경계조건으로는 양쪽 x 방향은 방사조건, 양쪽 y 방향 slip조건, z 방향의 바닥은 non-slip조건 그리고 z 방향의 천장은 slip조건을 설정한다. 검증에 위한 시뮬레이션은 수치파동수조의 해석영역(600×15×35 cm)을 수평방향($\Delta x, \Delta y$)으로는 1 cm, 수직방향(Δz)으로는 0.5 cm로 분할하여 총 격자수 6.3×10^5 (600×15×70)로 구성하고, 1/1000 sec 시간간격(Δt)으로 수행한다.

Fig. 2는 조파기로부터 150 cm 떨어진 지점에서 취득한 내부파의 시간파형을 입사파고로 무차원화 한 것이다. (a)는 $H_i=3.3$ cm, $T_i=5$ s 그리고 (b)는 $H_i=4$ cm, $T_i=6$ s의 경우이다. 여기서 빨간색 동그라미(○)는 Umeyama and Shinomiya (2009)가 수조에서 염분센서 파고계로부터 47Hz로 측정된 값이고, 검은색 실선(—)은 수치파동수조에서 계산된 값이다.

Fig. 2로부터 본 연구의 수치파동수조에서 계산된 내부파의 시간파형이 Umeyama and Shinomiya (2009)의 실험결과를 잘 재현하고 있는 것을 확인할 수 있다. 여기서 실험수조에서 기계적인 조파보다 수치파동수조에서의 생성되는 내부파의 파형이 조금 더 매끄럽게 나타난다. 이것은 아무래도 slide-type 조파기가 상층의 담수층 통과하여 계면을 진동시키기 때문에 조파기 근처에서 매끄러운 파형이 측정되지 않은 것으로 판단되며, 내부파가 진행할수록

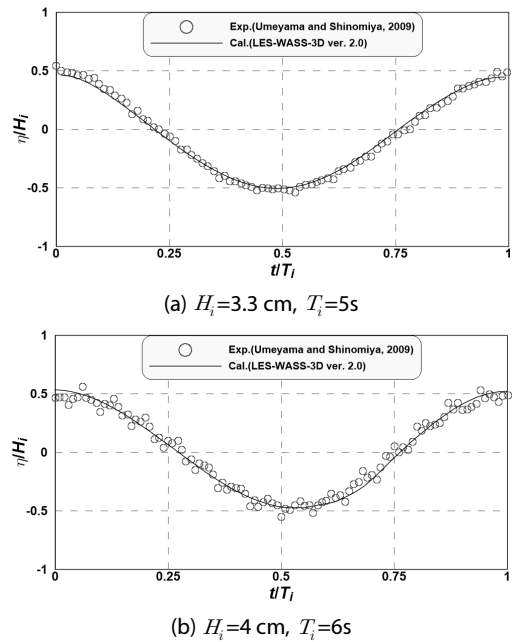


Fig. 2. Comparison between Measured(Umeyama and Shinomiya, 2009) and Calculated Interface Waveforms

보다 안정적인 파동장이 나타날 것으로 보인다.

이상에 따라 밀도성층에서 수면파와 내부파의 전파특성을 분석하기 위하여 본 연구에서 이용하는 수치파동수조(LES-WASS-3D ver. 2.0)의 타당성 및 유효성을 확인할 수 있다.

2.6 수치파동수조의 구성 및 입사조건

Fig. 3은 밀도성층에서 수면파 및 내부파의 전파특성을 수치적으로 분석하기 위하여 구성한 수치파동수조이다. 무반사로 수면파

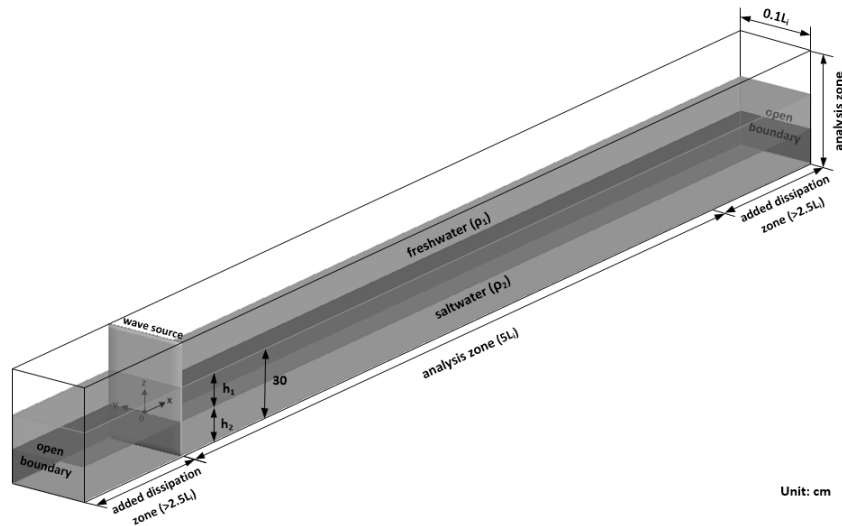


Fig. 3. Definition Sketch of A Numerical Wave Tank Considering Two-Layer Density Stratified Water

또는 내부파를 생성시키기 위하여 해석영역의 끝에는 조파소스를 배치하고, 해석영역의 배후에는 부가적인 에너지 감쇠영역을 설치한다. 여기서 해석영역은 길이는 $5 L_i$, 폭은 $0.1 L_i$, 수심은 30 cm 이고, 파랑의 재반사를 방지하기 위한 감쇠영역의 길이는 각각 $2.5 L_i$ 이상으로 설정하여 진행파의 파랑에너지를 점진적으로 흡수할 수 있도록 하였다(L_i 는 수면파의 입사파장). 수치모의에 적용되는 입사파랑조건은 수면파($H_0=5 \text{ cm}$, $T_0=1.5\text{s}$)를 기준으로 하며, 수면파와 내부파를 동일한 위상으로 생성한다. 그리고 Table 3에 나타낸 것과 같이 수치파동수조의 밀도성층은 2층으로 구성하며, 층간의 밀도차이($\Delta\rho$)는 $0\sim 0.04 \text{ g/cm}^3$ 그리고 수심비(h_1/h_2)는 $0.2\sim 5$ 이다. 이 수치실험은 단일층 조건(CASE0)을 포함하여 총 9경우에 대하여 수행하며, 계산격자는 $\Delta x=2 \text{ cm}$, $\Delta y=2 \text{ cm}$, $\Delta z=1 \text{ cm}$ 그리고 계산시간간격(Δt)은 $1/1000\text{s}$ 로 하였다. 그리고 모든 시뮬레이션에서 파동장 및 유동장 해석은 정상상태 이후의 계산결과를 이용한다.

3. 수치해석결과

3.1 시간파형

Fig. 4는 수치파동수조에서 측정한 수면파형 및 내부파형을 비교하여 나타내며, 측정지점은 조파소스로부터 x 방향으로 10 cm 떨어진 곳이다. 여기서 빨간색 원(\circ)은 CASE0의 단일층에서의 수면파형 그리고 검은색 실선(—)과 파란색 실선(—)은 CASE4 ($h_1/h_2=1$, $g'=39.6 \text{ cm/s}^2$)의 경우에서 수면파형과 내부파형을 각각 나타낸다.

Fig. 4로부터 단일층(CASE0)과 밀도성층(CASE4)의 수면파형을 비교해 보면, 조파소스 부근에서는 조파조건으로 입력한 Stoke 3차 파형을 잘 재현하고 있으며, 이 둘은 거의 동일한 값을 가지고 있는 것을 알 수 있다. 그리고 밀도성층의 수면파형과 내부파

형을 비교해보면, 수면파고는 입사파고(H_i) 5 cm 를 그대로 나타내고, 내부파고 2.67 cm 로 수면파고에 0.53 배의 값을 가지는 것을 알 수 있다. 또한 상·하층의 밀도차이에 따른 조파소스 부근의 수면파형 및 내부파형은 매우 유사한 특성을 나타낸다.

Fig. 5는 밀도성층에서 상층과 하층의 수심비(h_1/h_2)에 따른 내부파형으로 조파소스로부터 x 방향으로 5 cm 떨어진 지점에서 나타낸다. 여기서 원(\circ)은 CASE5, 사각형(\square)는 CASE6, 마름모(\diamond)는 CASE3, 삼각형(\triangle)는 CASE7, 역삼각형(∇)는 CASE8의 경우이고, h_1/h_2 는 각각 $0.2, 0.5, 1, 2, 5$ 이다. 그리고 상·하층의 밀도차이는 0.03 g/cm^3 , 환원중력(g')은 29.7 cm/s^2 이다.

Fig. 5로부터 h_1/h_2 가 작아질수록(계면이 수면에 가까울수록) 내부파형의 진폭이 커지는 것을 알 수 있다. 그리고 수면파고는 5 cm 에 비해 CASE5($h_1/h_2=0.2$)는 4.13 cm , CASE6($h_1/h_2=0.5$)은 3.45 cm , CASE3($h_1/h_2=1$)은 2.63 cm , CASE7($h_1/h_2=2$)은 1.7 cm , CASE8($h_1/h_2=5$)은 1.07 cm 를 각각 나타낸다. 이것은 입사파고 $H_i=5 \text{ cm}$ 대비 각각 $0.83, 0.69, 0.53, 0.34, 0.21$ 배에 해당한다.

이상으로부터 수면파와 내부파가 동시에 진행함으로 인한 비선형 상호간섭이 파동/유동/외동장의 형성에 영향을 미칠 것으로 생각되며, 이에 대해서는 다음 단락에서 논의한다.

3.2 파동장, 유동장, 외동장의 특성

Fig. 6에서는 수치파동수조에서 밀도성층의 존재 유무에 따른 3차원 파동장 및 외동장을 비교하여 나타내며, 이때의 파랑은 좌에서 우로 진행하고 있다. 여기서 와도는 y 축을 기준으로 회전하며, $x-z$ 단면에 표현되는 ω_{xz} 를 Raffel et al. (1998, 2007)이 제안한 Eqs. (12) and (13)을 이용하여 산정한다. 그리고 (b)의 계면에 나타나는 빨간색 계열 와도는 음(-)의 값으로 반시계 방향 그리고 파란색 계열 와도는 양(+)의 값으로 시계방향의 와도를 각각 나타낸다.

Table 3. Initial Conditions of Density Stratification

CASE	Wave		Upper Layer		Lower Layer		Depth Ratio h_1/h_2	Reduced Gravity (g') $\Delta\rho g/\rho_1 [\text{cm/s}^2]$
	Height	Period	Depth	Density	Depth	Density		
	$H_i [\text{cm}]$	$T_i [\text{s}]$	$h_1 [\text{cm}]$	$\rho_1 [\text{g/cm}^3]$	$h_2 [\text{cm}]$	$\rho_2 [\text{g/cm}^3]$		
1	5	1.5	15	0.99	15	1.01	1	9.9
1.02						19.8		
1.03						29.7		
1.04						39.6		
5	5	1.5	5	0.99	25	1.03	0.2	29.7
10			20		0.5			
20			10		2			
25			5		5			

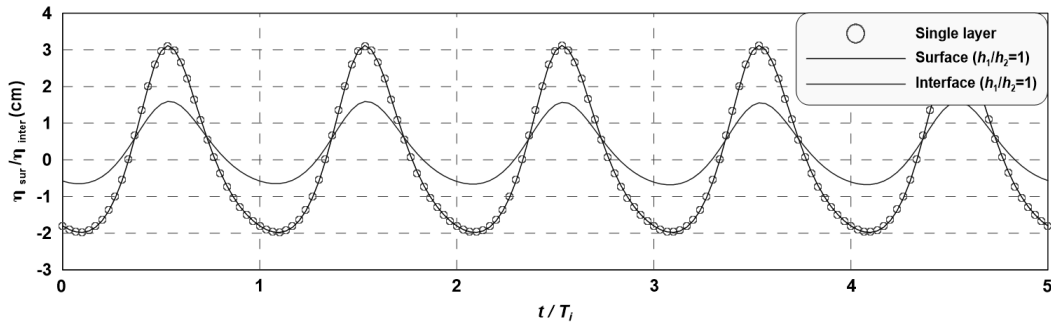


Fig. 4. Comparison between Surface and Interface Elevations Close by Wave Source ($x=5$ cm)

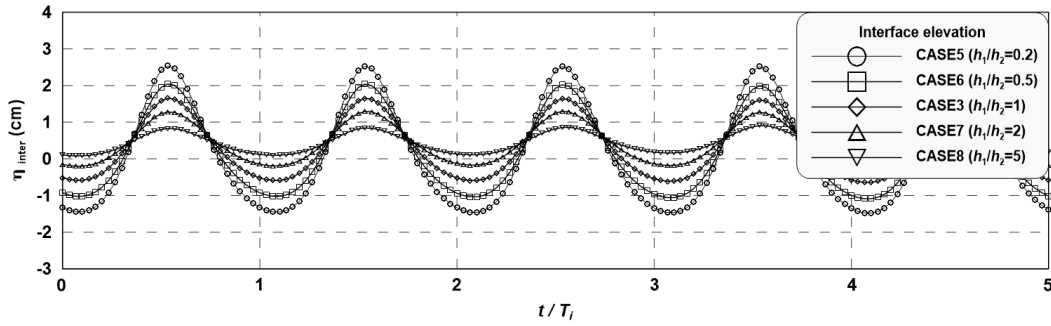


Fig. 5. Comparison of Interface Elevations due to Upper-Lower Depth Ratios

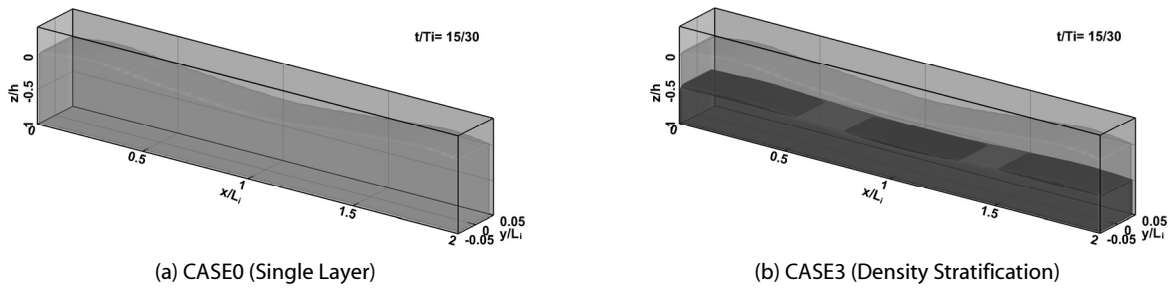


Fig. 6. 3-D Distribution of Wave and Vorticity Fields

Fig. 6으로부터 예상한 대로이지만 (a)의 단일밀도에서는 나타나지 않는 계면이 밀도성층이 존재하는 (b)에서는 잘 나타날 뿐만 아니라, 수면파가 진행함에 더불어 내부파가 진행되는 현상을 확인할 수 있다. 그리고 계면에서는 강한와도가 발생하며, 파봉 하에서는 음(-)의 와도 그리고 파곡 하에서는 양(+)의 와도가 발생하고 있다. 이것은 밀도가 서로 다른 두 수층의 파랑전파속도의 차이에 의해 발생하는 것으로 판단되며, 후술하는 Fig. 7의 단면 와동장, 유동장, 파동장분포에서 자세히 검토한다.

$$\omega_{xz} = \frac{(\Omega_A + \Omega_B - \Omega_C - \Omega_D)}{4\Delta x \Delta z} \quad (12)$$

$$\Omega_A = \frac{1}{2} \Delta x (u_{i-1,k-1} + 2u_{i,k-1} + u_{i+1,k-1}) \quad (13a)$$

$$\Omega_B = \frac{1}{2} \Delta z (w_{i+1,k-1} + 2w_{i+1,k} + w_{i+1,k+1}) \quad (13b)$$

$$\Omega_C = \frac{1}{2} \Delta x (u_{i+1,k+1} + 2u_{i,k+1} + u_{i-1,k+1}) \quad (13c)$$

$$\Omega_D = \frac{1}{2} \Delta z (w_{i-1,k+1} + 2w_{i-1,k} + w_{i-1,k-1}) \quad (13d)$$

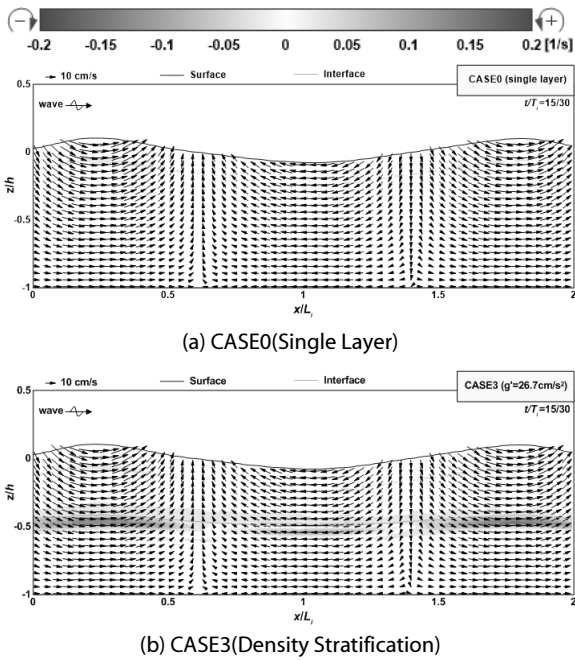


Fig. 7. Spatial Distributions of Wave, Velocity and Vorticity Fields in X-Z Plane

Fig. 7은 수치파동수조의 중앙단면($y/L_i=0$)에서 파동, 유동 그리고 와동의 공간분포를 함께 나타낸 것으로 (a)는 단일 밀도층의 경우, (b)는 밀도성층이 존재하는 경우이다. 여기서 화살표는 x 방향의 유속성분 u 와 z 방향의 유속성분 w 의 합벡터, 파란색 실선(-)은 자유수면, 옥색 실선(—)은 계면을 각각 의미한다. 그리고 음(-)의 와도와 양(+)의 와도는 파란색 계열과 빨간색 계열로 각각 표현된다.

전술에서 논의한 것과 같이 밀도성층의 계면 부근에서 강한 와도를 나타내는 것을 Fig. 7 (b)로부터 확인할 수 있다. 이것은 밀도가 서로 다른 두 수괴의 파랑전파속도 차이에 의한 위상차가 발생하기 때문에 나타나는 현상으로 이해될 수 있다. 이와 같은 계면의 와동특성은 수면파 및 내부파의 전파에 상당부분 영향을 미칠 것으로 판단된다.

3.3 와도의 연직분포

Fig. 8은 밀도성층의 상·하층 수심비(h_1/h_2)가 1인 경우, 상·하층의 밀도차이에 따른 와도(ω_{xz})의 연직분포를 나타낸 것이다. (a)-(d)는 각각 CASE1 ($\Delta\rho=0.01 \text{ g/cm}^3, g'=9.9 \text{ cm/s}^2$), CASE2 ($\Delta\rho=0.02 \text{ g/cm}^3, g'=19.8 \text{ cm/s}^2$), CASE3 ($\Delta\rho=0.03 \text{ g/cm}^3, g'=29.7 \text{ cm/s}^2$), CASE4 ($\Delta\rho=0.04 \text{ g/cm}^3, g'=39.6 \text{ cm/s}^2$)

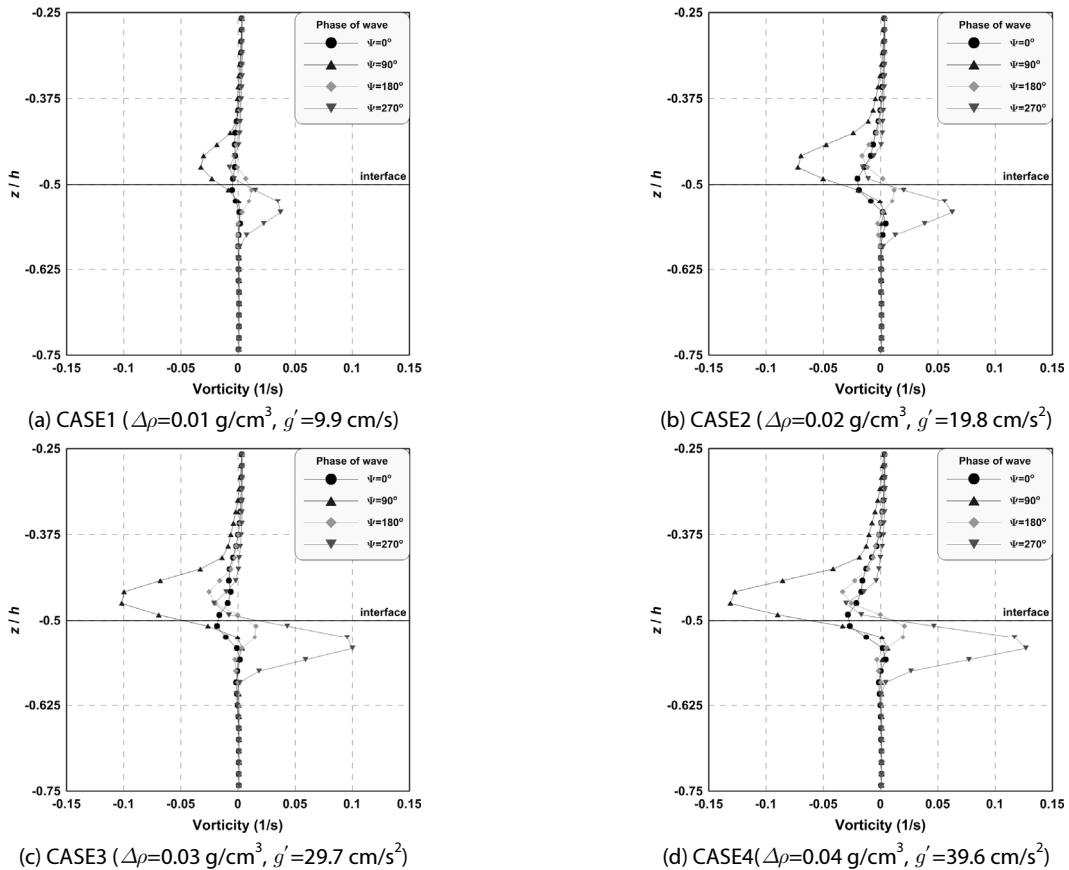


Fig. 8. Vertical Distributions of Vorticity with Various Wave Phases due to Upper-Lower Density Differences

$=29.7 \text{ cm/s}^2$ 그리고 CASE4 ($\Delta\rho=0.04 \text{ g/cm}^3, g'=39.6 \text{ cm/s}^2$)의 경우이다. 여기서 그래프들에 도시된 검정색 원(\bullet), 파란색 삼각형(\blacktriangle), 연두색 마름모(\blacklozenge), 빨간색 역삼각형(\blacktriangledown)은 파랑의 위상(ψ)이 각각 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 일 때의 결과이다.

Fig. 8에서는 밀도성층의 상·하층의 밀도차이에 기인한 환원중력(g')이 증가할수록(a)→(b)→(c)→(d) 계면에서는 파랑의 모든 위상에서 와도가 증가하는 경향을 나타내고 있다. 특히 파봉($\psi=90^\circ$)이 작용할 때에는 계면 부근의 (-)와도가 크게 증가하고, 파곡($\psi=270^\circ$)이 작용할 때에는 (+)와도가 크게 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 와동현상은 유체내부 마찰을 증가시키고, 즉 와동점성이 증가하여 파랑에너지를 감쇠시킬 것으로 판단된다.

Fig. 9는 밀도성층의 상·층 밀도차이($\Delta\rho$)와 환원중력(g')이 $0.03 \text{ g/cm}^3, 29.7 \text{ cm/s}^2$ 인 경우들에서 상·하층의 수심비(h_1/h_2)에 따른 와도(ω_{xz})의 연직분포를 나타낸 것이다. 여기서 (a), (b), (c), (d)는 CASE5 ($h_1/h_2=0.2$), CASE6 ($h_1/h_2=0.5$), CASE7 ($h_1/h_2=2$), CASE8 ($h_1/h_2=5$)을 각각 나타낸다. 그리고 검정색 원(\bullet), 파란색 삼각형(\blacktriangle), 연두색 마름모(\blacklozenge), 빨간색 역삼각형(\blacktriangledown)은 파

랑의 위상(ψ)이 각각 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 의 경우이다.

Fig. 9로부터 밀도성층의 상·하층 수심비(h_1/h_2)가 증가할수록, 계면이 수조바닥과 가까울수록(a)→(b)→(c)→(d) 상·하층의 전과유속 차이가 증가하여 모든 파랑위상 하에서 계면부근의 와도가 강해지는 경향을 나타낸다. 특히 수평유속이 크게 발생하는 파봉($\psi=90^\circ$)과 파곡($\psi=270^\circ$)에서 두드러지는 특징을 보인다.

이상의 결과에 근거하여 밀도성층의 상·하층 밀도차이 및 수심비에 따라 계면에서 발생하는 와도특성이 달리 나타남을 알 수 있었다. 이와 같은 와동현상에 의한 유체내부의 와동점성을 증가시켜, 진행되는 수면파 및 내부파의 에너지를 감쇠시킬 것으로 판단되며, 이는 다음 단락에서 논의한다.

3.4 파랑변형 특성

Fig. 10은 수치과동수조의 중앙단면($y/L_i=0$)에서 상·하층의 밀도차이에 의한 환원중력(g')별 무차원 파고의 공간분포이며, (a)는 수면파고의 공간분포 그리고 (b)는 내부파고의 공간분포를 각각 나타낸다. 그리고 이 모든 결과들은 상·하층의 수심비(h_1/h_2)

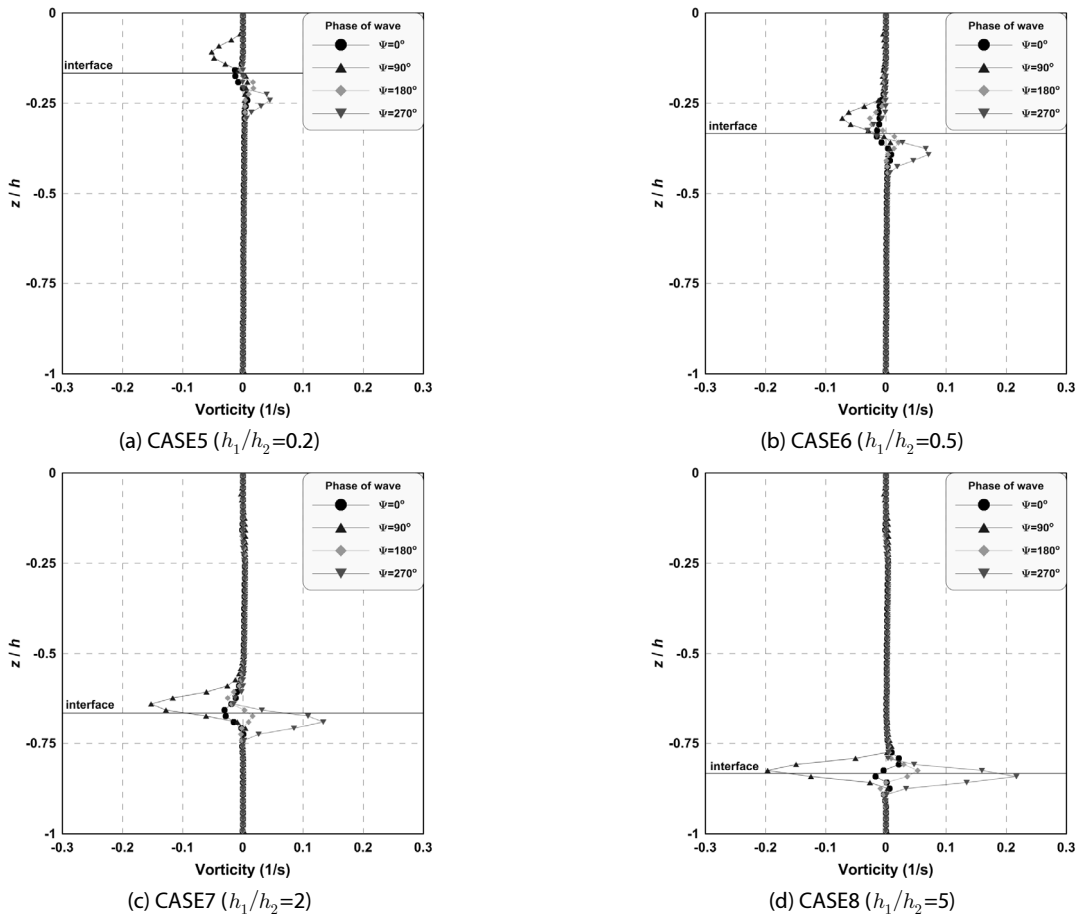
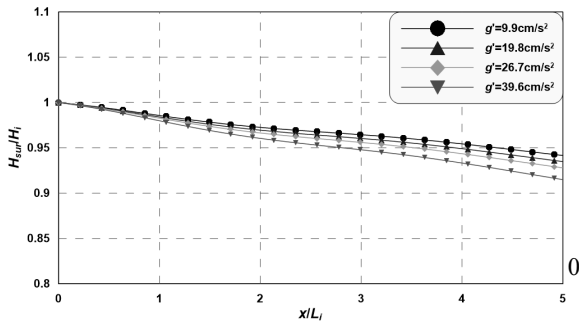
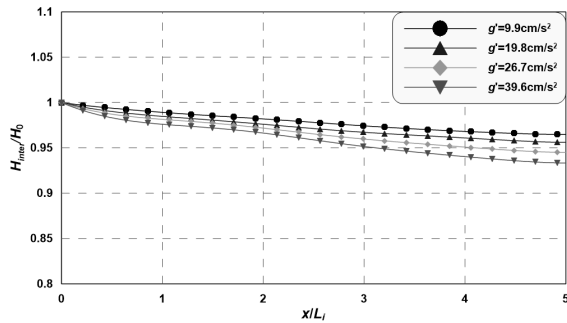


Fig. 9. Vertical Distributions of Vorticity with Various Wave Phases due to Upper-Lower Depth Ratios



(a) Surface Wave Heights



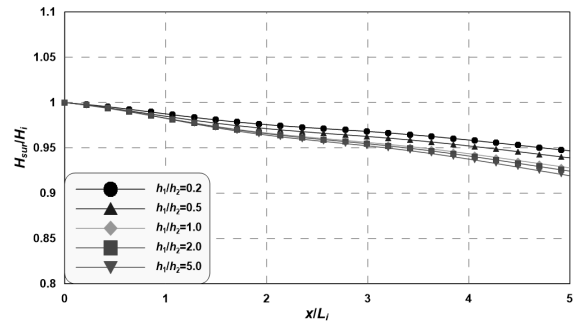
(b) Interface Wave Heights

Fig. 10. Spatial Distributions of Surface and Interface Wave Heights due to Upper-Lower Density Differences

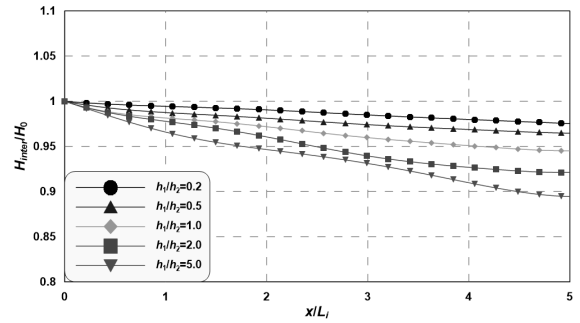
가 1인 경우이고, 파랑이 생성되는 지점($x/L_i=0$)으로부터 입사파장(L_i)의 5배의 거리에 대해 나타나고 있다. 또한 무차원 파고는 수면파에 대해서는 입사파고(H_i) 그리고 내부파에 대해서는 $x/L_i=0$ 에서 측정된 내부파고(H_0)를 고려한다. 여기서 검정색 원(\bullet), 파란색 삼각형(\blacktriangle), 연두색 마름모(\blacklozenge), 빨간색 역삼각형(\blacktriangledown)은 CASE1 ($\Delta\rho=0.001 \text{ g/cm}^3$, $g'=9.9 \text{ cm/s}^2$), CASE2 ($\Delta\rho=0.002 \text{ g/cm}^3$, $g'=19.8 \text{ cm/s}^2$), CASE3 ($\Delta\rho=0.003 \text{ g/cm}^3$, $g'=29.7 \text{ cm/s}^2$), CASE4 ($\Delta\rho=0.004 \text{ g/cm}^3$, $g'=39.6 \text{ cm/s}^2$)의 경우를 각각 나타내고 있다.

Fig. 10에서는 앞서 논의한 계면에서의 와동현상에 의한 유체내부의 와동점성 증가로 인하여 모든 경우에서 수면파고 및 내부파고의 감쇠현상이 발생한다. 특히 계면의 와도가 증가할수록($\Delta\rho$ 과 g' 가 클수록) 수면파고와 내부파고의 파고감쇠율은 증가하는 경향을 나타내고 있다.

Fig. 11은 수직파동수조의 중앙단면($y/L_i=0$)에서 상·하층의 수심비(h_1/h_2)에 따른 무차원 공간파고분포를 나타내고 있으며, (a)는 수면파고의 경우 그리고 (b)는 내부파의 경우이다. 그리고 이 모든 결과들은 상·하층의 밀도차이($\Delta\rho$)와 환원중력(g')이 0.03 g/cm^3 , 29.7 cm/s^2 의 조건이며, 파랑이 생성되는 지점($x/L_i=0$)으로부터 입사파장(L_i)의 5배의 거리에 대해 나타나고 있다. 또한 파고의 무차원은 전술한 Fig. 10의 경우와 동일하다. 여기서



(a) Surface Wave Heights



(b) Interface Wave Heights

Fig. 11. Spatial Distributions of Surface and Interface Wave Heights due to Upper-Lower Depth Ratios

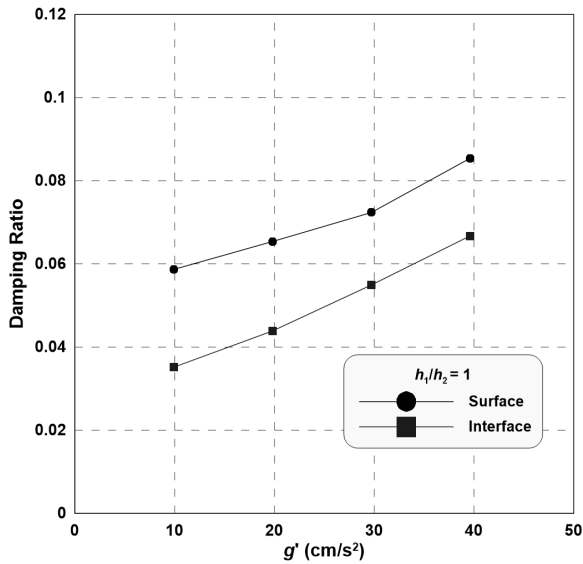
검정색 원(\bullet), 파란색 삼각형(\blacktriangle), 연두색 마름모(\blacklozenge), 보라색 역삼각형(\blacktriangledown), 빨간색 역삼각형(\blacktriangledown)은 CASE5 ($h_1/h_2=0.2$), CASE6 ($h_1/h_2=0.5$), CASE3 ($h_1/h_2=1$), CASE7 ($h_1/h_2=2$), CASE8 ($h_1/h_2=5$)의 경우를 각각 나타내고 있다.

Fig. 11에서는 앞선 논의에서 h_1/h_2 가 커질수록(수면과 계면의 거리가 멀수록) 계면에서 강한와도가 생성되는 것을 확인하였다. 그 결과 와동현상에 의한 유체내부의 와동점성을 증가하여 파랑에 너지가 감소하기 때문에 h_1/h_2 가 클수록 수면파고 및 내부파고의 감쇠현상이 두드러지게 나타나고 있다.

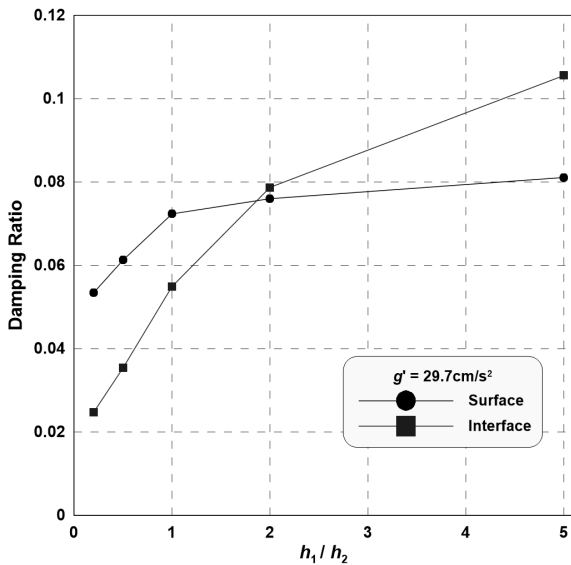
3.5 파고감쇠 특성

Fig. 12는 $x/L_i=5$ 길이의 밀도성층을 전파한 파고감쇠율을 나타낸 것으로 (a)는 g' , (b)는 h_1/h_2 변화에 따른 값을 나타낸다. 검정색 원(\bullet)은 수면파, 파란색 사각형(\blacksquare)은 내부파의 경우를 각각 보여준다.

Fig. 12 (a)로부터 g' 가 증가할수록 파고감쇠율이 증가하는 경향을 나타내고, 내부파보다 표면파가 높은 감쇠율을 나타낸다. 앞서 논의한 것과 같이 상·하층의 전파속도 차이에 의한 와동현상에 기인한 에너지가 소산때문에 발생하는 현상으로 이해된다. Fig. 12 (b)로부터 h_1/h_2 가 클수록 높은 파고 감쇠율을 가진다. 수면파의 경우에서는 h_1/h_2 가 증가할수록 상층 수심이 커지기 때문에 단일층



(a) According to Reduced Gravity (Density Difference)



(b) According to Upper-Lower Depth Ratio

Fig. 12. Damping Ratios of Surface and Interface Wave Heights Passed through Density Stratification

에 가까운 파동장이 형성됨으로 인하여 파고감쇠율의 변화가 둔화된다. 하지만 내부파의 경우에는 h_1/h_2 가 커질수록 하층 수심이 작아지기 때문에 상층의 표면파의 영향이 줄어들지 않아 여전히 큰 파고감쇠율이 유지되고 있다. 이것들은 제한된 조건 하에서의 수치해석결과이기 때문에 조금 더 면밀한 검토가 필요할 것으로 판단된다.

이상의 수치해석결과들에 근거하면 밀도성층에서 같은 위상으로 생성된 수면파와 내부파가 전파됨으로 인하여 계면에서는 밀도차이에 의한 전파속도의 차이에 기인한 와도가 발생하였다. 이

와도는 유체내부의 와동점성을 증가시켜 파랑에너지를 감쇠시키게 되고, 이것이 파고감쇠현상으로 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 밀도성층 지역을 전파하는 파랑을 고정도로 해석하기 위해서는 본 연구와 같은 밀도성층을 고려할 수 있을 뿐만 아니라, 수면파와 내부파의 상호간섭을 직접 해석할 수 있는 수치모델의 도입이 필요하다고 판단된다.

4. 결론 및 고찰

아직까지 밀도성층을 통과하는 파랑의 전파특성에 관해 명확히 밝혀진 부분이 그다지 많지 않다. 그리고 과거의 수치적인 연구들은 대부분 수면파 영역과 내부파 영역을 구분하여 계산하는 결합모델을 사용하고 있다. 또한 수치모형실험은 밀도성층 그리고 표면파와 내부파를 구현하는 것이 사실상 어렵다. 따라서 본 연구에서는 2층 밀도성층을 통과하는 표면파 및 내부파의 파랑변형특성을 고찰하기 위하여 밀도류 해석이 가능한 LES-WASS-3D ver. 2.0 (Lee and Hur, 2014)를 활용하여 수치모의를 수행하였다. 본 수치모의를 통하여 밝혀진 주요한 사항들을 아래와 같이 기술한다.

- (1) 내부파 생성에 관한 Umeyama and Shinomiya (2009)의 실험 결과와 비교하여 수치파동수조에서 생성되는 내부파의 타당성 및 유효성을 확인할 수 있었다.
- (2) 시간과형으로부터 수면파 및 내부파의 조파 유효성을 확인하였고, 밀도성층에서 계면의 위치에 따른 내부파의 파고 및 파형분포특성을 알 수 있었다.
- (3) 파동/유동/와동장분포로부터 밀도성층의 계면에서는 상·하층의 밀도차이에 의한 파랑전파속도의 차이로 인하여 계면 부근에 강한와도가 발생하였다. 이 와도는 상·하층의 밀도차이에 의한 환원중력(g')이 증가할수록, 상·하층의 수심비(h_1/h_2)가 커질수록 증가하는 경향을 나타내었다.
- (4) 이 와동현상은 유체내부의 와동점성을 증가시켜 파랑에너지를 감쇠시키고, 그 영향으로 인하여 수면파 및 내부파가 진행할수록 파고가 감소하는 현상을 나타내었다. 이 현상은 g' 과 h_1/h_2 가 커질수록 두드러진다.

이상의 결과들로부터 본 연구에서 적용한 수면파와 내부파는 실제 관측되고 있는 것과 달리 동일한 위상으로 두 파랑을 생성하였지만, 수면파와 내부파의 상호작용에 의한 파랑변형특성을 수치적으로 분석할 수 있었다. 향후에는 단주기의 수면파와 장주기의 내부파의 상호간섭에 의한 파랑의 전파특성을 분석할 예정이다. 그리고 본 논문에서 명확하게 결론 짓지 못한 부분에 대한 논의를 이어간다.

감사의 글

이 논문은 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(NRF-2015R1D1A4A 01020046).

References

- Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C. (1992). "A continuum model for modeling surface tension." *J. Comp. Phys.*, Vol. 100, pp. 335-354.
- Brorsen, M. and Larsen, J. (1987). "Source generation of nonlinear gravity waves with boundary integral equation method." *Coastal Eng.*, Vol. 11, pp. 93-113.
- Choi, W. and Camassa, R. (1999). "Fully nonlinear internal waves in a two-fluid system." *J. Fluid Mech.*, Vol. 396, pp. 1-36.
- Constantin, A. and Villari, G. (2008). "Particle trajectories in linear water waves." *J. Math. Fluid Mech.*, Vol. 244, pp. 1888-1909.
- Craig, W., Guyenne, P. and Sulem, C. (2011). "Coupling between internal and surface waves." *Natural Hazards*, Vol. 57, pp. 617-642.
- Dias, F. and Il'ichev, A. (2001). "Interfacial waves with free-surface boundary conditions: an approach via a model equation." *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 150, pp. 278-300.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H. (1991). "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model." *Physics of Fluids*, Vol. 3, pp. 1760-1765.
- Gill, A. E. (1982). "Atmosphere-ocean dynamics." New York, Academic Press.
- Grue, J., Jensen, A., Rusan, P. O. and Sveen, J. K. (2000). "Breaking and broadening of internal solitary waves." *J. Fluid Mech.*, Vol. 413, pp. 181-217.
- Hur, D. S. and Lee, W. D. (2012). "Three-dimensional flow characteristics and wave height distribution around permeable submerged breakwaters; part I- without beach." *J. Korean Society of Civil Eng., KSCE*, Vol. 27, No. 6B, pp. 689-701 (in Korean).
- Hur, D. S., Lee, W. D. and Cho, W. C. (2012). "Three-dimensional flow characteristics around permeable submerged breakwaters with open inlet." *Ocean Eng.*, Vol. 44, pp. 100-116.
- Koo, W. C. and Kim, M. G. (2009). "Numerical analysis of internal waves in two-layer fluids by a two-domain boundary element method." *J. ocean eng. and tech., KSOE*, Vol. 23, No. 4, pp. 6-11 (In Korean).
- Kumar, P. S., Oh, Y. M. and Cho, W. C. (2008). "Surface and internal waves scattering by partial barriers in a two-layer fluid." *J. Korean Society of Coastal and Ocean Eng., KSCOE*, Vol. 20, No. 1, pp. 25-33.
- Lai, K. C. (2009). "Experimental study on the interaction between surface wave and internal wave." Master's thesis, Nat'l Sun Yat-sen Univ., Taiwan, p. 112 (In Chinese).
- Lee, W. D. and Hur, D. S. (2014). "Development of 3-d hydrodynamical model for understanding numerical analysis of density current due to salinity and temperature and its verification." *J. Korean Society of Civil Eng., KSCE*, Vol. 34, No. 3, pp. 859-871 (in Korean).
- Lilly, D. K. (1991). "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method." *Phy. Fluids*, Vol. 4, pp. 633-635.
- Michallet, H. and Barthelemy, E. (2008). "Experimental study of interfacial solitary waves." *J. Fluid Mech.*, Vol. 366, pp. 159-177.
- Nakayama, K. and Imberger, J. (2010) "Residual circulation due to internal waves shoaling on a slope." *Limnol. Oceanogr.*, Vol. 55, No. 3, pp. 1009-1023.
- Ohyama, T. and Nadaoka, K. (1991). "Development of a numerical wave tank for analysis of non-linear and irregular wave field." *Fluid Dyn. Res.*, Vol. 8, pp. 231-251.
- Raffel, M., Willert, C. E. and Kompenhans, J. (1998). "*Particle image velocimetry: a practical guide.*" Springer Verlag, Berlin, p. 253.
- Raffel, M., Willert, C. E., Wereley, S. T. and Kompenhans, J. (2007). "Particle image velocimetry." Springer Verlag, Berlin, p. 448.
- Riley, J. P. and Skirrow, G. (1965). "Chemical oceanography." Vol. 3, Academic Press.
- Umeyama, M. (2008a). "Mechanics of internal waves propagating over a varying bottom slope." *J. Water Resources and Environmental Eng.*, No. 23, pp. 1-11.
- Umeyama, M. (2008b). "PIV techniques for velocity fields of internal waves over a slowly varying bottom topography." *J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng.*, Vol. 134, pp. 286-298.
- Umeyama, M. and Matsuki, S. (2011). "Measurements of velocity and trajectory of water particle for internal waves in two density layers." *Geophysical Research Letters*, Vol. 38, L03612, doi:10.1029/2010GL046419.
- Umeyama, M. and Shinimiya, H. (2009). "Particle image velocimetry measurements for Stokes progressive internal waves." *Geophysical Research Letters*, Vol. 36, L06603, doi:10.1029/2008GL036821.