J. Korean Soc. Combust. 21(3) (2016) 24-31

〈학술논문〉 DOI: http://dx.doi.org/10.15231/jksc.2016.21.3.024 ISSN 1226-0959
eISSN 2466-2089

피드백 전달함수를 이용한 연소 안정성 해석

김진아* · 윤명곤* · 김대식*†

*강릉원주대학교 기계자동차공학부

Combustion Stability Analysis using Feedback Transfer Function

Jina Kim*, Myunggon Yoon* and Daesik Kim*†

*School of Mechanical and Automotive Engineering, Gangneung-Wonju National University

(Received 05 June 2016, Received in revised form 14 July 2016, Accepted 14 July 2016)

ABSTRACT

In this paper we propose a new approach for an analysis and a prediction of combustion instability of lean premixed gas turbines. Our approach is based on the Nyquist stability criterion in control theory and a transfer function representation of a one-dimensional (1D) thermoacoustic system. A key advantage of the proposed approach is that one can systematically characterize the effects of various parameters of a combustor system on combustion instability. Our analysis method was applied to a real combustion system and the analysis results were consistent with experimental data.

Key Words : Combustion instability, Thermoacoustic model, Acoustic transfer function, Nyquist stability theorem

기 호 설 명

Alphabets

A : Complex amplitude of pressure
c : Speed of sound
M : Mach number
n : Gain of transfer function
p : Pressure
q : Heat release
R : Reflection coefficient
S : Area
s : Laplace variable
u : Velocity

Greeks

β : Area ratio
γ : Specific heat ratio
ξ : Damping coefficient
τ, δ : Time delay
ρ : Density
ϕ : Phase
ω : Angular frequency

1. 서 론

희박 예혼합 가스터빈 연소기는 연소불안정(combustion instability)이 발생할 가능성이 높다는 취약점을 가지고 있으며 이는 연소기의 안정적인 운용에 많은 영향을 미치는 요소이다. 연소불안정은 연소기 내부의 압력/유속 섭동과 연소 중에 발생하는 열섭동이 상호간에 “양적 피드백 루프(positive feedback loop)”를 형성함으로서 연소실 내의 압력이 점차 증가하는 현상을 말한다.

연소불안정이 발생하면 연소기 내부에서는 높은 압력과 진동이 유발되어 연소기 부품의 수명을 단축시킬 뿐만 아니라 최악의 경우 연소기 시스템 전체의 파괴로도 이어질 수도 있다.

이처럼 연소불안정이 초래하는 중대한 시간적, 경제적 손실을 회피하기 위하여 많은 연구기관과 관련 산업체에서는 연소불안정의 발생을 예측 및 회피할 수 있는 다양한 모델링 기술 개발에 주력하고 있다.

연소불안정성을 예측하기 위한 여러 기법 중에서

† Corresponding Author, dkim@gwnu.ac.kr

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licences/by-nc/4.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

LES(Large Eddy Simulation), RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) 등[1-3]의 경우는 질량, 운동량, 에너지 보존 관계식으로부터 연소장(combustion field)과 음향장(acoustic field)을 연립하여 분포계(distributed parameter system)의 해를 찾아야 하는데 이는 많은 계산비용을 필요로 한다. 이에 대한 대안으로 열음향 해석 모델(thermoacoustic analysis model)등[4-7]이 제안되었다. 이 접근법의 경우 음향장을 집중질량계(lumped system)로 근사화(approximation)하고 연소장의 열섭동은 실험이나 CFD와 같은 해석 기법을 통하여 얻어진 시간지연모델 즉 화염전달함수(flame transfer function, FTF)로 나타낸다.

본 연구에서는 열음향 해석기법을 적용하는데 열-음향장의 동적 특성은 음향전달함수(acoustic transfer function, ATF)로, 그리고 동적인 연소특성은 화염전달함수로 모델링 하였다. 여기에서 전달함수란 어떤 동적시스템의 고유한 특성을 표현하는 것으로 미분방정식으로 표현되는 그 시스템의 입력-출력 관계식에 라플라스 변환(Laplace transform)을 적용하여 얻어진다. 또한 연소기 전체시스템을 두 개의 전달함수(화염전달함수와 음향전달함수)가 양적 피드백 루프를 구성한 폐회로시스템(closed loop system)으로 모델링하였다. 이러한 폐회로시스템의 안정성을 예측 및 분석하기 위한 다양한 기법들이 자동제어, 시스템 이론의 분야에서 널리 개발되었는데 본 연구에서는 이 기법을 적용하여 연소불안정성을 예측하는 새로운 분석방법을 제시하였다.

2. 배경 이론

2.1. 나이퀴스트 안정성 정리(Nyquist Stability Theorem)

Fig. 1은 가스터빈 연소기 시스템을 블록선도(block diagram)를 이용하여 폐회로 시스템으로 표현한 것이다. 여기서 $G_f(s), G_a(s)$는 각각 화염전달함수와 음향전달함수를 의미한다.

이 시스템의 전체 전달함수는 입력과 출력의 비로 정의되며 다음과 같다.

$$\frac{Output}{Input} = \frac{G_f(s)}{1 - G_f(s)G_a(s)} \tag{1}$$

본 논문에서는 Fig. 1을 구성하는 두 개의 전달함수 $G_f(s), G_a(s)$는 각각 안정한 것으로 가정한다. 여기서 화염전달함수 $G_f(s)$가 안정하다는 의미는 유한한 크기의 속도/압력섭동 $u'(\text{or}\,p')$에 의하여 발생하는 열섭동 $\dot{q}'$의 크기가 유한함을 의미한다. 마찬가지로 음향전달함수 $G_a(s)$의 경우 유한한 크기의 열섭동 $\dot{q}'$이 무한한 크기의 압력/속도 섭동 $u'(\text{or}\,p')$을 만들어내지 않음을 의미한다. 여기에서 우리가 언급하고 있는 안정성은 각 전달함수(음향 혹은 화염)의 개별적인 안정성을 의미하며 두 전달함수로 구성되는 전체 연소기의 안정성을 의미하지 않는다.

사실 전달함수 $G_f(s), G_a(s)$가 각각 안정하다고 하더라도 두 전달함수의 루프로 구성된 Fig. 1의 폐회로시스템은 안정할 수도, 반대로 불안정할 수도 있다. 이와 같은 폐회로시스템의 안정성을 판정하기 위해서는 아래에 설명할 "나이퀴스트 안정성 정리(Nyquist Stability Theorem)"을 적용할 수 있다[8,9].

복소수 s가 복소수 평면에서 허수축을 따라서 $s=-i\infty\,(i^2=-1)$ 에서 $s=+i\infty$까지 움직인다고 가정하자. 이제 각각의 $-\infty<w<\infty$에 대하여 복소수 $-G_f(iw)\,G_a(iw)$을 구하여 또 다른 복소평면에 점으로 표시하면 하나의 폐곡선(closed curve)을 얻게 된다. 이 곡선을 나이퀴스트선도(Nyquist plot) 라고 한다. 만약 나이퀴스트 선도 가 복소수 평면의 특별한 한 점 $s=-1+i0$을 한 번이라도 둘러싸면(즉, 점 $s=-1+i0$가 폐곡선의 내부에 있으면) 폐회로시스템은 불안정하다. 만약 한 번도 둘러싸지 않으면 (즉, 점 $s=-1+i0$가 폐곡선의 외부에 있으면) 폐회로시스템은 안정하다. 또한, 특수한 형태로 $s=-1+i0$을 통과하여 지날 경우 폐회로 시스템은 일정한 크기의 진동을 지속하는데 이를 준안정(marginally stable) 상태라고 부른다.

2.2. 보드선도(Bode Plot)

앞에서 언급한 폐곡선은 $-\infty<w<\infty$에 대응하는 $-G_f(iw)\,G_a(iw)$의 궤적이다. 만일 궤적을 복소수 평면에 나타내는 대신에 가로축으로 실수 $0\leq w<\infty$를 선택하고 두 개의 세로축으로 크기(Magnitude)부분 $|G_f(iw)\,G_a(iw)|$과 위상(Phase)부분 $\angle[-G_f(iw)\,G_a(iw)]$을 그리면 일반적인 주파수 응답곡선(frequency res-

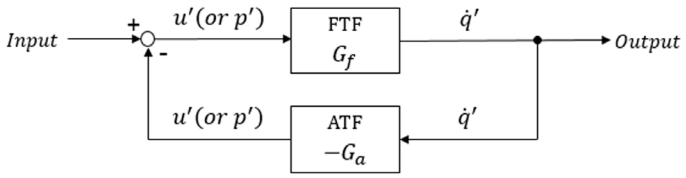


Fig. 1. Block diagram of a combustor system.

ponse plot)을 얻게 된다. 하지만 크기 부분의 수직축은 데시벨(decibel) 단위(dB)인 $20\log_{10}|G_f(iw)\,G_a(iw)|$로 보통 사용하는데 이렇게 수정된 주파수응답곡선을 보드선도(Bode plot)라고 한다[8]. 앞에서 폐회로 시스템의 안정성을 따지기 위하여 나이퀴스트선도가 점 $s=-1+i0$을 둘러싸는지를 판정하였는데 이를 보드선도로 바꾸어 말하면 다음과 같다.

만약 위상이 $\angle[-G_f(iw)\,G_a(iw)]=\pm 180^\circ$ 이면서 동시에 크기가 0 dB 보다 큰 주파수 w 가 존재하면 Fig. 1의 폐회로 연소기시스템은 불안정하고, 그러한 주파수가 존재하지 않으면 폐회로시스템은 안정하다.

3. 연소기 시스템 모델링

3.1. 음향전달함수

음향전달함수는 연소기 내에서 발생하는 비정상 열발생 섭동이 시스템내의 유동 속도와 압력에 미치는 영향을 정량적으로 전달함수의 형태로 표현한 것이다.

해석 대상으로 선정된 가스터빈 연소기 시스템의 속도, 압력, 열발생율 사이의 관계식을 정의하기 위하여, Fig. 2를 제시하였다. 본 논문에서 고려하는 연소기의 경우 Fig. 2에서와 같이 화염면을 전후로 하여 연소기의 단면적이 증가하기 때문에, Dowling 등[10]이 논문에서 언급한 바와 같이 운동량(momentum)이 증가함을 고려하여 다음과 같은 지배방정식을 표현하였다.

$$[\rho u A]_1^2=0$$

$$[p]_1^2 A_2+[\rho u^2 A]_1^2=0$$

$$[(\eta p u+\rho u^3/2)A]_1^2=\dot{q},\quad \eta=\frac{\gamma}{\gamma-1} \tag{2}$$

압축성, 비정상(unsteady), 비점성 유동, 그리고 1차원 파장만을 고려한다는 가정 하에 작은 섭동이 노즐부에서 유도된다고 할 때, 음향파의 압력과 속도는 평균값과 섭동의 합의 형태로 Eq. (3)과 같이 표현될 수 있다[4-7].

$$u_k(x,t)=$$

$$\overline{u_k}+\frac{1}{\overline{\rho_k}\,\overline{c_k}}\left[A_k^+\left(t-\frac{x-x_{k-1}}{\overline{c_k}+\overline{u_k}}\right)-A_k^-\left(t-\frac{x_k-x}{\overline{c_k}-\overline{u_k}}\right)\right]$$

$$p_k(x,t)=\overline{p_k}+A_k^+\left(t-\frac{x-x_{k-1}}{\overline{c_k}+\overline{u_k}}\right)+A_1^-\left(t-\frac{x_k-x}{\overline{c_k}-\overline{u_k}}\right)$$

$$(k=1,2) \tag{3}$$

여기서 아래첨자 k는 연소기 내에서 얇은 화염(thin flame)으로 가정된 화염이 연소실 입구에 존재한다고 할 때, 그 화염을 기준으로 노즐은 1로, 연소기는 2로 나타낸다. 그리고 A_k^+, A_k^- 는 전파되는 음향파를 나타내는 함수들이며 상첨자 $+,-$는 상류방향, 하류방향을 의미한다.

Eq. (2)의 섭동형(perturbed form)에 Eq. (3)을 대입하면 두 개의 독립적인 조건식을 얻을 수 있고 또한 Fig. 2의 연소기 입출력면의 경계조건을 적용하면 추가로 2개의 조건식을 얻게 되어서 4개 미지함수 $A_k^{\pm}\,(k=1,2)$을 종속변수로 열섭동 $\dot{q}'$ 을 독립변수로 둔 관계식을 얻는다. 이 결과에 라플라스 변환을 적용하면 열섭동을 입력으로, 속도섭동을 출력으로 하는 음향전달함수를 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{u'(s)}{\dot{q}'(s)}=$$

$$-\frac{1}{\overline{\rho_1}\,\overline{c_1}\,S_1}\frac{(X_{34}R_2e^{-\delta_2^- s}+X_{33})(R_1e^{-\delta_1^+ s}-1)}{\triangle(s)} \tag{4}$$

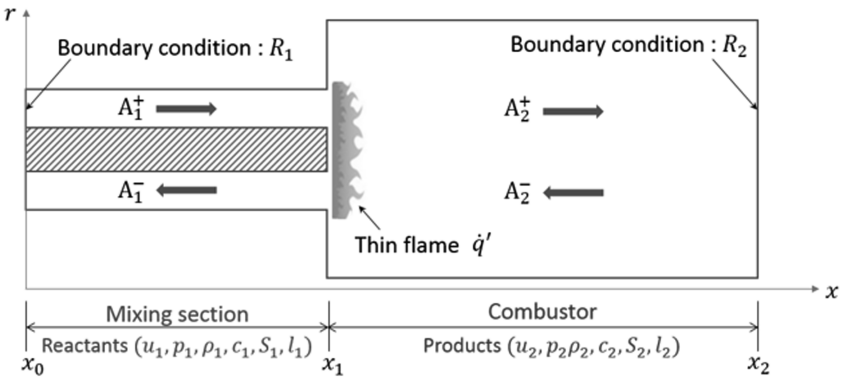


Fig. 2. Schematic diagram of combustor for thermoacoustic analysis.

$$\triangle(s) \equiv (X_{31}R_1e^{-\delta_1^+ s} + X_{32})(Y_{44}R_1e^{-\delta_1^+ s} + Y_{43}) - (X_{34}R_2e^{-\delta_2^- s} + X_{33})(Y_{41}R_1e^{-\delta_1^+ s} + Y_{42}) \quad (5)$$

$$X_{3k} \equiv -\beta \pm M_1\left(\frac{\overline{u_2}}{\overline{u_1}} - 2\right) + M_1^2\left(\frac{\overline{u_2}}{\overline{u_1}} - 1\right)$$

$$X_{3j} \equiv \beta \pm M_2$$

$$Y_{4k} \equiv \overline{c_1}\left[-\frac{\gamma_1 M_1 \pm 1}{\gamma_1 - 1} \mp M_1^2 \pm \frac{1}{2}M_1^2(1 \pm M_1)\left(\frac{\overline{u_2^2}}{\overline{u_1^2}} - 1\right)\right]$$

$$Y_{4j} \equiv \beta\overline{c_2}\left(\frac{\gamma_2 M_2 \pm 1}{\gamma_2 - 1} \pm M_2^2\right) \quad (k=1,2\ ,j=3,4) \quad (6)$$

여기서 $\dot{q}'(s), u'(s)$ 는 열섭동과 속도 섭동을 라플라스 변환한 것이며 Eq. (7)에 정의된 상수

$$\delta_k \equiv (x_k - x_{k-1})\left(\frac{1}{\overline{c_k} + \overline{u_k}} + \frac{1}{\overline{c_k} - \overline{u_k}}\right) \quad (7)$$

는 화염면에서 출발한 음향파가 연소기 입구와 출구에 반사되어 다시 돌아올 때까지 소요되는 시간이다. 또한 반사계수(reflection coefficients) R_1, R_2는 아래와 같이 노즐과 연소기에서의 압력섭동 진폭비로 정의된다[6,7].

$$R_k \equiv \frac{A_k^{\pm}(s)}{A_k^{\mp}(s)e^{-\tau_k^{\mp}}} \qquad (k=1,2) \quad (8)$$

3.2 화염전달함수

연소기 내부의 속도섭동 $u'(s)$과 이로 인하여 야기되는 열섭동 $\dot{q}'$(s) 사이의 동적인 관계는 화염전달함수로 표현된다.

화염전달함수는 주어진 유동 섭동 성분 중 혼합기 입구 속도 섭동($u'(s)$) 또는 당량비 섭동($\phi'(s)$)에 대한 화염의 동특성을 정량화 하여 주파수 영역에서 표현하는 것으로 일반적으로 화염전달함수는 주파수 응답실험[11-13]이나 CFD 해석[14] 등을 통하여 얻을 수 있다.

본 연구에서 고려하는 완전 예혼합 화염($\phi'(s)=0$)인 경우 화염전달함수는

$$G_f(s) = \frac{\dot{q}'(s)/\overline{\dot{q}}(s)}{u'(s)/\overline{u}(s)} \quad (9)$$

로 나타낼 수 있고, 이를 시스템 모델링에 반영하기 위하여 시간지연이 존재하는 이차시스템(second-order system with a time delay)에서 일반적으로 적용되는 Eq. (10)이 사용되었다[15].

$$FTF(s) = \frac{K}{(s/w_c)^2 + 2\xi(s/\omega_c) + 1}e^{-\tau s} \quad (10)$$

여기서 K는 $\omega=0$일 때의 이득 값인 정적 이득(DC gain), ξ는 댐핑(damping) 상수, ω_c는 공진주파수, τ는 시간 지연을 의미한다.

4. 결과 및 고찰

4.1. 해석 조건

본 논문에서 제안한 안정성해석기법을 Kim 등의 연구 결과[4,16]와 비교하기 위하여 Table 1에 주어진 작동 조건을 채택하였다.

Table 2는 본 연구에서 모델 검증을 위해 적용된 연소기에서 연소불안정 실험 결과를 요약한 것이다. Case 1과 Case 2는 동일한 연소기 길이(즉, 동일한 음향전달함수)에서 서로 다른 연료 조성(즉, 서로 다른 화염전달함수)이 연소불안정 발생 여부에 미치는 영향을 분석하기 위하여 선택된 조건이고, 반면에, Case 3과 Case 4는 동일한 연료 조성에서 서로 다른 연소기 길이가 연소불안정 발생에 미치는 영향을 분석하기 위하여 선택되었다.

4.2. 화염전달함수가 안정성에 미치는 영향

Fig. 3은 연소기 길이가 0.9 m로 일정할 때(즉, 음향전달함수가 고정되어 있을 때) 연료 조건 변화에

Table 1. Common analysis conditions[4,16]

Inlet pressure	1 atm
Inlet temperature	200℃
Mixture velocity	60 m/s
Equivalence ratio	0.6

Table 2. Summary on selected cases for model validations[4,16]

	Fuel composition	Combustor length	Experimental results
Case 1	100% CH_4	0.9 m	Stable
Case 2	55%CH_4 + 45%H_2	0.9 m	Unstable
Case 3	100% CH_4	0.8 m	Stable
Case 4	100% CH_4	1.4 m	Unstable

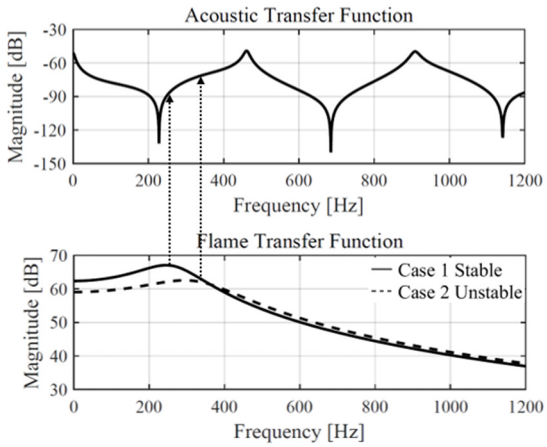
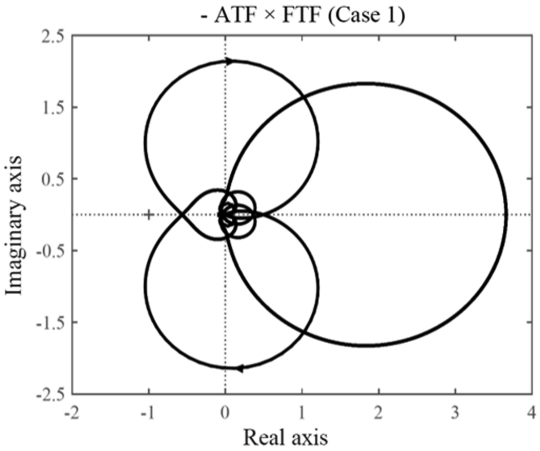


Fig. 3. Bode plots of a common ATF and two different FTFs.

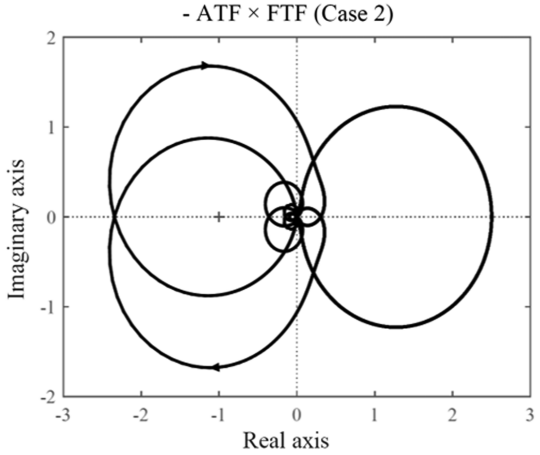
따라 달라지는 두 화염전달함수(이를 $G_{f,1}(s), G_{f,2}(s)$라 하자)의 보드 선도를 나타낸 것이다. 참고 논문 [4,16]에 의하면 실선으로 표시된 Case 1은 전체 연소기 시스템이 안정한 상태, 점선으로 표시된 Case 2는 불안정한 상태이다.

그림에서 보면 Case 1에서는 화염전달함수의 크기 $|G_{f,1}(i\omega)|$가 최댓값을 가지는 주파수 부근에서 음향전달함수의 크기가 매우 작음을 알 수 있다. Case2의 경우 화염전달함수 크기 $|G_{f,2}(i\omega)|$의 최댓값은 Case 1에 비하여 약간 작지만(약 5 dB) 최댓값을 가지는 주파수 영역에서 음향전달함수의 크기가 Case 1에 비하여 훨씬 더 크다는(약 20dB) 것을 알 수 있다.

이제 두 가지 경우를 나이퀴스트 선도에서 살펴보자. Fig. 4는 두 개의 다른 화염전달함수에 대응하는 두 전달함수 $-G_{f,j}(s)G_a(s)\ (j=1,2)$의 나이퀴스트 선도를 보여준다. Fig. 4의 (a)를 보면 Case 1의 경우

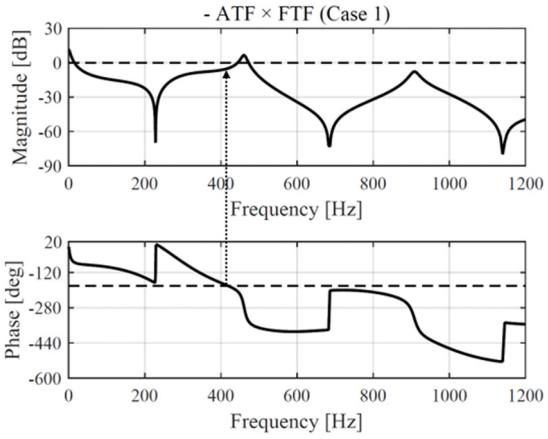


(a) Nyquist plot of - $G_{f,1}(s)G_a(s)$

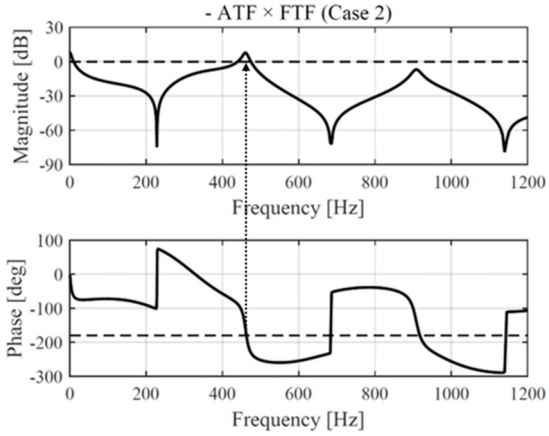


(b) Nyquist plot of - $G_{f,2}(s)G_a(s)$

Fig. 4. Nyquist plot of - $G_{f,j}(s)G_a(s)(j = 1,2)$.



(a) Bode plot of - $G_{f,1}(s)G_a(s)$



(b) Bode plot of - $G_{f,2}(s)G_a(s)$

Fig. 5. Bode plot of - $G_{f,j}(s)G_a(s)(j = 1,2)$.

나이퀴스트 선도가 점 $-1+i0$ (십자모양 +)를 둘러싸지 않고 있지만 (b)의 경우는 분명하게 점 $-1+i0$을 둘러싸고 있다. 따라서 나이퀴스트 안정성 이론에 따라서 Case 2의 경우만 불안정함을 Fig. 4로부터 알 수 있는데 이는 실험 결과와 일치한다[4,16].

사실 이 결과는 Fig. 5에서 보인 두 전달함수 $-G_{f,j}(s)G_a(s)$의 보드 선도를 통해서도 얻을 수 있다. 그림에서 점선은 보드 선도의 크기 $20\log_{10}|G_{f,j}(iw)G_a(iw)|$가 0 dB인 경우와 위상이 $\angle[-G_{f,j}(iw)G_a(iw)]$ = -180 DEG 인 경우를 표현하고 있다. Fig. 5를 보면 위상이 -180°인 주파수 부근에서 (a)의 경우 보드 선도의 크기가 0 dB 이하이지만 (b)의 경우 0 dB 이상임을 볼 수 있다. 따라서 (a)의 경우 연소시스템이 안정하고 (b)의 경우는 불안정하다는 결론을 얻는다.

4.3. 음향전달함수가 안정성에 미치는 영향

본 장에서는 앞 4.2장과는 반대로 화염전달함수 $G_f(s)$가 고정되어 있는 상태에서 연소기 길이에 따라 달라지는 두 개의 음향전달함수 $G_{a,j}(s)$ $(j=3,4)$을 고려한다. 이를 Case 3 (연소기 길이 0.8 m), Case 4 (연소기 길이 1.4 m)라 부르자. 기존의 연구결과[4,16]에 따르면 이 조건하에서 Case 3은 안정하며 Case 4는 불안정하다.

Fig. 6은 화염전달함수 $G_f(s)$와 두 음향전달함수 $G_{a,j}(s)$ $(j=3,4)$의 보드 선도를 보여 준다. Case 3의 크기 선도 $20\log_{10}|G_{a,3}(iw)|$는 실선으로, Case 4의 크기 선도 $20\log_{10}|G_{a,4}(iw)|$는 점선으로 표시되어 있다. 두 음향전달함수의 첨두값(peak)의 크기는 유사하지만 Case 4(실선)의 첨두값에 대응하는 주파수 영역에서 화염전달함수의 크기는 Case 3(점선)의 그것에 비하여 매우(약 10 dB≈3.16 배 이상) 크다는 것을 알 수 있다. 이러한 차이에 의하여 Fig. 7에 주어진 것처럼 Case 3과 Case 4에 해당하는 전달함수 $-G_f(s)G_{a,j}(s)$의 나이퀴스트 선도는 매우 다른 형태를 보이며 특히 Case 4의 경우만 점 $-1+i0$을 둘러싸게 된다. 그 결과 Case 3은 안정하지만 Case 4는 연소불안정하다는 결과를 얻게 된다.

이 결과를 보드선도에서도 확인하기 위하여 Case 3에 해당하는 Fig. 7(a)을 보면 위상이 -180°일 때 크기는 항상 0 dB 이하임을 볼 수 있다. 하지만 Fig. 7 (b)에 주어진 Case4 전달함수 $-G_f(s)G_{a,4}(s)$의 보드 선도를 보면 위상이 -180°인 주파수 부근에서 크기 선도가 0dB 보다 큰 것을 볼 수 있다. 즉, Case 3 조건에서 가스터빈 연소기 시스템은 안정한 상태라고 할 수 있고, Case 4의 경우에만 불안정하다는 것을 확인할 수 있다.

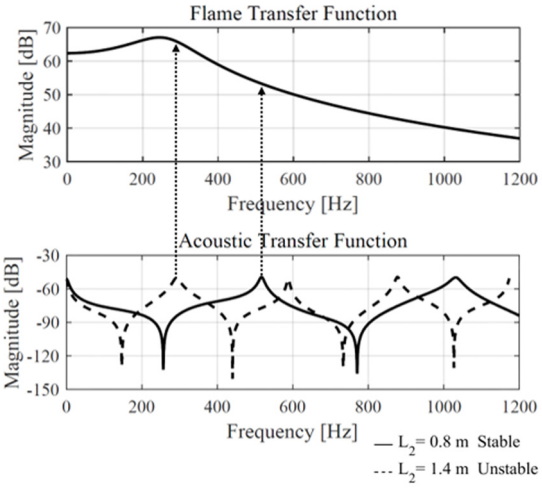
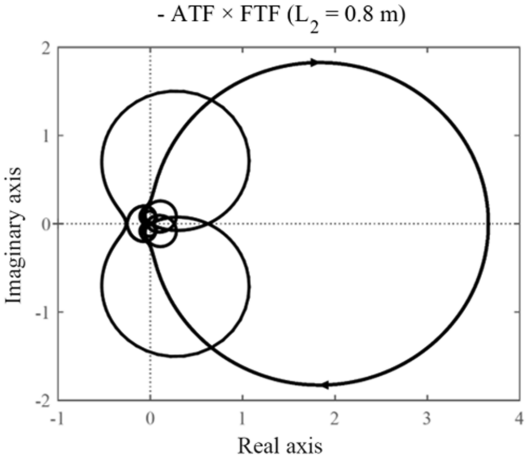
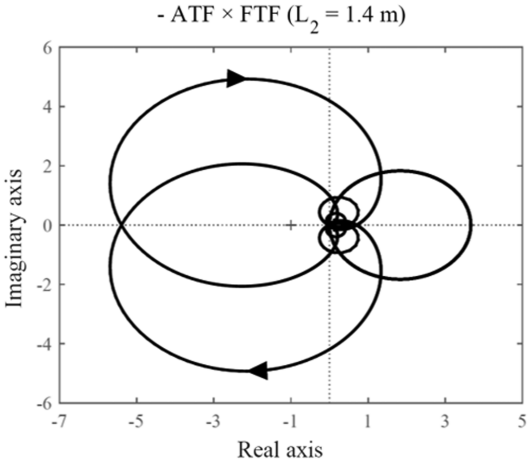


Fig. 6. Bode plots of a common FTF and two different ATFs.

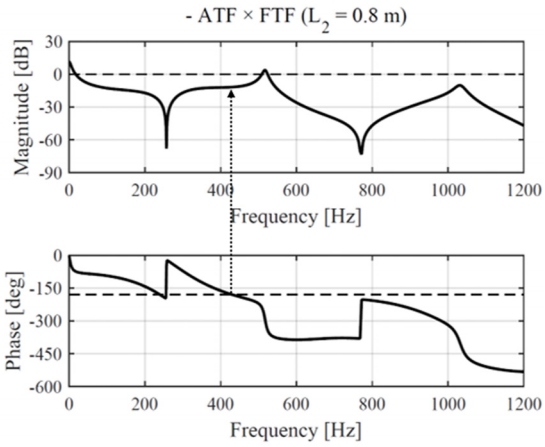


(a) Nyquist plot of - $G_f(s)G_{a,3}(s)$

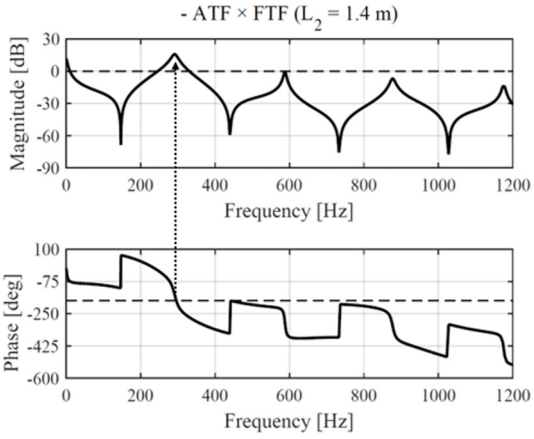


(b) Nyquist plot of - $G_f(s)G_{a,4}(s)$

Fig. 7. Nyquist plot of - $G_f(s)G_{a,j}(s)$ (j = 3,4).



(a) Bode plot of - $G_f(s)G_{a,3}(s)$



(b) Bode plot of - $G_f(s)G_{a,4}(s)$

Fig. 8. Bode plot of - $G_f(s)G_{a,j}(s)$ (j = 3,4).

5. 결 론

본 연구에서는 희박 예혼합 가스터빈 연소기에서 발생하는 연소 불안정을 예측하기 위하여 열음향 해석 방법을 적용하였다. 연소기 시스템의 주요 변수들 상호간의 동적관계를 전달함수로 표현하고 연소기에서 이루어지는 연소장과 음향장의 상호결합을 음향전달함수와 화염전달함수의 피드백 결합으로 모델링하였다. 피드백 시스템의 안정성 분석 기법을 적용한 결과, 동일한 음향(화염)전달함수라고 하더라도 화염(음향)전달함수에 따라 전체 연소기시스템의 안정성이 현저하게 달라질 수 있음을 확인하였다. 추후 전달함수의 각 인자들에 따른 안정성의 변화를 파악하기 위하여 평균 유동 속도변화, 다양한 연료 조건에 따른 해석 등을 진행할 계획이다.

후 기

이 논문은 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2015R1D1A1A01058410)의 연구 결과임.

References

[1] B. Franzelli, E. Riber, L. Gicquel and T. Poinsot, Large Eddy Simulation of Combustion Instabilities in a Lean Partially Premixed Swirled Flame, Combustion and Flame, 159(2) (2012) 621-637.

[2] B. Wegner, A. Maltsev, C. Schneider, A. Sadiki, A. Dreizler and J. Janicka, Assessment of unsteady RANS in prediction swirl flow instability based on LES and experiments, International Journal of Heat and Fluid Flow, 25(3) (2004) 528-536.

[3] M. Boger, D. Veynante, H. Boughanem, A. Trouvé, Direct Numerical Simulation Analysis of Flame Surface Density Concept for Eddy Simulation of Turbulent Premixed Combustion, The 27th Symposium (International) on Combustion, 1998, 917-925.

[4] K. Kim and D. Santavicca, Linear Stability Analysis of Acoustically Driven Pressure Oscillations in a Lean Premixed Gas Turbine Combustor, Journal of Mechanical Science and Technology 23(12) (2009) 3436-3447.

[5] D. Kim, Linear stability analysis in a gas turbine combustor using thermoacoustic models, J. Korean Soc. Combust., 17(2) (2012) 17-23.

[6] D. Kim, S. Kim and K. Kim, Thermoacoustic analysis considering flame location in a gas turbine combustor, J. Korean Soc. Combust., 18(1) (2013) 1-6.

[7] J. Kim and D. Kim, Combustion instability prediction using 1D thermoacoustic model in a gas turbine combustor, Journal of ILASS-Korea, 20(4) (2015) 241-246.

[8] F. Golnaraghi and B. Kuo, Automatic Control Systems, Wiley-Interscience Publication, Hoboken, 2009, 476-510

[9] J. Kopitz, W. Polifke, CFD-Based Application of the Nyquist Criterion to Thermo-Acoustic Instability, Journal of Computational Physics, 227(14) (2008) 6754-6678.

[10] T. Lieuwen and V. Yang, Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines, AIAA, 210 (2005).

[11] T. Schuller. D. Durox and S. Candel, A Unified Model for the Prediction of Laminar Flame Transfer Functions: Comparisons Between Conical and V-Flame Dynamics, Combustion and Flame, 134 (1-2) (2003) 21-34.

[12] S. Preetham and T. Lieuwen, Response of Turbulent Premixed Flames to Harmonic Acoustic Forcing, Proceedings of the Combustion Institute, 31(1) (2007) 1427-1434.

[13] R. Balachandran, B. Ayoola, C. Kaminski, A. Dowling and E. Mastorakos, Experimental Investigation of the Nonlinear Response of Turbulent Premixed Flames to Imposed Inlet Velocity Oscillations, Combustion and Flame, 134(1-2) (2003) 37-55.

[14] J. Kim, J. Kim, J. Lee and D. Kim, Effects of fuel composition on flame transfer function in lean premixed combustor, Journal of ILASS-Korea, 20 (3) (2015) 135-140.

[15] M. Yoon, J. Kim and D. Kim, A flame transfer function with nonlinear phase, Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers, 20(3) (2016) 78-86.

[16] K. Kim, J. Lee, D. Quay and D. Santavicca, Spatially Distributed Flame Transfer Functions for Predicting Combustion Dynamics in Lean Premixed Gas Turbine Combustor, Combustion and Flame, 157(9) (2010) 1718-1730.