

기초강좌

모델의 불확실성을 고려한 공탄성 해석 방법

배재성

(한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부)

1. 머리말

대기 중을 고속으로 비행하는 운행체의 경우, 발생하는 공기력과 운행체의 구조 특성이 서로 상호 작용을 일으켜 공력탄성학적 현상이 발생하게 된다(그림 1). 공력탄성학적 불안정 현상에는 정적 불안정 현상인 다이버전스(divergence), 동적 불안정 현상인 플러터(flutter), 버펫(buffet), 제한주기진동(LCO, limit cycle oscillation) 등이 있다. 플러터는 특정한 유동 조건에서 갑작스럽

게 유체 유발 진동의 크기가 커지는 현상으로 수 초 내에 항공기 구조물이 파괴되는 결과를 가져올 수 있다. 버펫과 제한주기진동은 지속적인 항공기 구조물의 진동에 의하여 구조물의 피로를 누적시켜 결국에는 구조물의 파괴를 유발하게 된다⁽¹⁾.

이러한 공력탄성학적 현상들은 구조물에 치명적인 손상을 주거나 구조물의 안정성을 저하시키기 때문에 비행 구조물의 설계 시 공력탄성학적 특성 파악이 필요하며, 전체 구조물의 특성

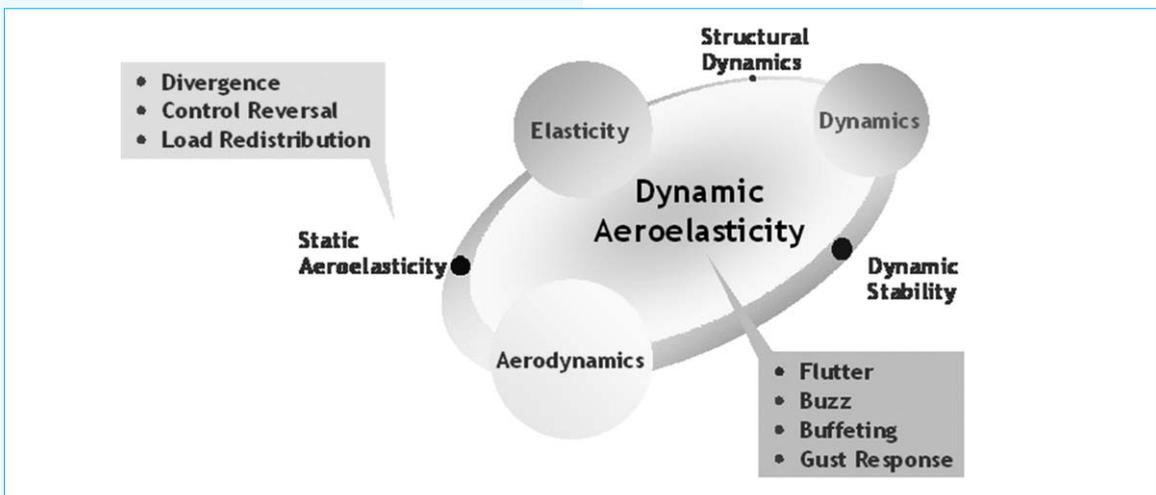


그림 1 공력탄성학(aeroelasticity)

* E-mail : jsbae@kau.ac.kr

을 저하시키지 않는 범위 내에서 이러한 현상들이 발생하지 않도록 구조 설계를 수행하도록 해야 한다. 최근에 비강성이 높은 물질이 많이 개발되고 있고, 경량화가 중요한 항공 산업에 적용이 넓어짐에 따라, 구조물의 공력탄성학적 안정성에 대한 연구의 중요성이 커지고 있다. 공력탄성학적 현상이 발생하면 구조물이 파괴에 이르기 때문에 비행 중에 공력탄성학적 현상이 발생하지 않도록 하는데 연구에 초점을 두며, 다양한 비행 상태에서 구조물과 공기력의 상호 작용을 이해함으로써 그 성능을 높이는데도 목적이 있다.

항공력탄성학적 안정성 해석에 있어서 모델링 오차 및 불확실성에 의해 결과의 정확도는 떨어질 수 있다. 따라서, 이러한 모델링 오차 및 불확실성을 고려한 공탄성 안정성 경계를 예측할 필요가 있다. 최근 들어, 모델링의 불확실성을 고려하기 위해 강건 제어(robust control) 이론을 도입한 플러터 해석 방법이 제안되었는데^(2,3), 그 중에서도 μ 해석 기법을 이용한 항공기의 가장 보수적인 안정성 영역을 해석하는 방법들이 많이 소개되고 있다. 이번 강좌에서는 모델링 오차 및 불확실성을 고려한 강건(robust) 공탄성 안정성 해석기법에 관해 소개하고자 한다.

2. 이론 전개

2.1 공탄성 상태방정식

상태 공간 공탄성 모델을 만들기 위한, 선형공탄성 방정식은 식 (1)과 같다. \bar{Q}_{ij} 는 공기력 상관계수로 일반적으로 \bar{Q}_{ij} 는 환산진동수의 함수이다.

$$[M]\{\ddot{\eta}\} + [C]\{\dot{\eta}\} + [K]\{\eta\} + \bar{q}\bar{Q}(k)\{\eta\} = 0 \quad (1)$$

식 (1)의 주파수 영역의 공기력을 라플라스 영

역으로 근사화하기 위해 공기력 근사방법이 필요하며, 이 연구에서는 Karpel의 최소상태변수 (MS, minimum-state) 근사법⁽⁴⁾을 이용하였다. MS 방법을 사용하여 공기력 상관계수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} [\bar{Q}(k)] = & [P_1] \left(\frac{b}{U_\infty} \right)^2 s^2 + [P_2] \left(\frac{b}{U_\infty} \right) s \\ & + [P_3] + [\bar{D}] \left(s[I] - [\bar{R}] \right)^{-1} [\bar{E}] s \end{aligned} \quad (2)$$

식 (1)을 라플라스 변환하고 식 (2)를 이용하여 정리하면 다음과 같다⁽⁴⁾.

$$\begin{aligned} ([\bar{M}]s^2 + [\bar{C}]s + [\bar{K}])\{X(s)\} \\ = [\bar{D}]\{X_a(s)\} + \{F(s)\} \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 불확실성 모델링과 μ 해석 기법

공탄성 시스템의 일반화된 운동방정식은 플러터 마진(flutter margin)을 계산하기 위해 μ 해석기법을 이용하여 표현된다. 플러터 마진은 불안정의 원인이 되는 Δ 중 가장 작은 교란으로 정의되는 μ 에 따라 달라진다. μ 해석기법을 이용한 플러터 해석은 비행 조건 파라미터에 교란을 도입하고, 불안정을 발생시키는 가장 작은 교란값을 찾는 것이다. 식 (1)에서 동압은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\bar{q} = \bar{q}_0 + \delta_{\bar{q}} \quad (4)$$

$\delta_{\bar{q}}$ 는 μ 해석기법을 이용하기 위해 첨가된 교란이고, \bar{q}_0 는 시스템의 정격 동압을 의미하며 두 요소의 합으로 비행체에 가해지는 동압은 식 (4)와 같이 표현된다. $\delta_{\bar{q}}$ 를 포함하여 식 (3)을 다시 표현하면 다음과 같다⁽⁴⁾.

기초강좌

$$0 = \{\ddot{x}\} + \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}]^{-1}[\bar{C}]\{\dot{x}\} \\ + [\bar{M}]^{-1}([K] + \bar{q}_0[P_3])\{x\} \\ + \bar{q}_0[\bar{M}]^{-1}[D]\{x_a\} \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$+ \delta_{\bar{q}} \{ [\bar{M}]^{-1}[P_3]\{x\} + [\bar{M}]^{-1}[D]\{x_a\} \}$$

여기서, 교란에 의한 항은 다음과 같으며 z 와 w 는 피드백 방식으로 동압에 교란을 대입하는 방식으로 사용된다. 이 상태들은 선형조합으로 z 는 플랜트(P , plant)에서 생성된 출력 신호를 의미한다. 또한 w 는 동압 교란과 z 의 조합으로 표현된다.

$$z = [\bar{M}]^{-1}[P_3]\{x\} + [\bar{M}]^{-1}[D]\{x_a\} \quad (6)$$

$$w = \delta_{\bar{q}} z \quad (7)$$

모델의 불확도를 가정하기 위해 다음과 같이 구조의 강성에 대한 매개변수를 정의하였다.

$$K = K_0 + W_K \Delta_K \quad (8)$$

여기서, K_0 는 정격 강성 행렬이고, Δ_K 는 강성 행렬의 불확도를 의미한다. 공탄성 시스템의 상태 벡터 $x \in R^n$ 일 때, Δ_K 는 $R^{n \times n}$ 인 가중치 행렬 W_K 에 대하여 $\|\Delta_K\| \leq 1$ 인 모든 값에서 정의한다. 구조 불확도를 포함하여 식 (5)를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$0 = \{\ddot{x}\} + \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}]^{-1}[\bar{C}]\{\dot{x}\} \\ + [\bar{M}]^{-1}([K_o] + \bar{q}_0[P_3])\{x\} \\ + \bar{q}_0[\bar{M}]^{-1}[D]\{x_a\} \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$+ w_{\bar{q}} + w_K$$

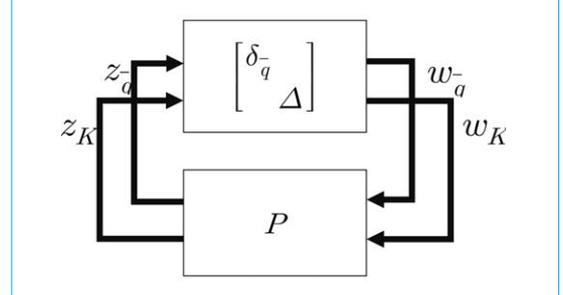


그림 2 강건 안정성 해석을 위한 LFT 시스템(linear fractional transformation(LFT) system for robust stability analysis in the μ framework)⁽⁴⁾

여기서, 교란에 의한 항은 다음과 같으며 z 와 w 는 Fig. 2와 같이 피드백 방식으로 동압에 교란을 대입하는 방식으로 사용된다.

$$z_{\bar{q}} = [\bar{M}]^{-1}[P_3]\{x\} + [\bar{M}]^{-1}[D]\{x_a\}$$

$$z_K = [\bar{M}]^{-1} W_K \{x\} \quad (10)$$

$$w_{\bar{q}} = \delta_{\bar{q}} z_{\bar{q}}$$

$$w_K = \Delta_K z_K$$

3. 수치해석 결과 및 토의

이번 강좌에서 소개한 강건 공탄성 해석 기법의 검증을 위하여, MSC.Nastran을 이용한 조종날개의 플러터 해석 결과, 저자가 보유하고 있는 V-g, Root-Locus 및 P-k방법을 이용한 플러터 해석 결과와 비교검증하였다. 표 1은 조종날개 플러터 해석 결과를 보여주고 있다. LFT nominal은 불확도를 고려하지 않은 상태로 해석기법을 이용하여 플러터 해석을 수행한 결과이며, LFT robust는 1차 모드 고유 진동수의 제곱값의 불확도를 10%로 가정한 모델의 강건 공탄성 해석결과이다. 불확도를 고려하지 않은 경우는 이 강좌에서 소개한 μ 해석기법이 다른 해석방법의 결과와 잘 일

표 1 미사일 조종날개의 플러터 해석 결과

		플러터 해석 결과	
		속도(m/s)	주파수(Hz)
MSC.Nastran		2681.5	608.77
V-g		2659.6	603.39
Root-Locus		2662.6	601.97
P-k		2660.2	603.18
LFT	Nominal	2660.6	602.77
	Robust	2639.8	596.52

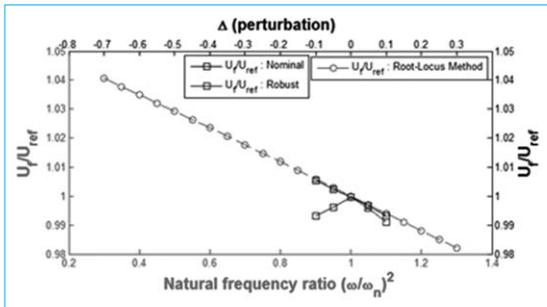


그림 3 강건 플러터 속도

치함을 알 수 있다. 불확도를 고려된 경우는 불확도가 고려되지 않은 다른 방법들에 비해 더 낮은 플러터 속도를 보여주고 있다. 그림 3은 첫 번째 모드의 주파수 변화가 플러터 속도에 미치는 영향을 보여주고 있으며, 이로부터 불확도에 의해 낮아지는 플러터 속도의 이유를 설명할 수 있다. 불확도가 10%인 경우, 1차 모드 주파수 제곱의 최솟값은 주파수 제곱의 90%, 최댓값은 110%이다. 그림 3으로부터 이 범위의 최소 플러터 속도는 1차 모드 주파수의 제곱이 100%일 때 이므로, 불확도를 고려하여 플러터 속도를 구하는 경우 더 낮은 값을 예측하게 되며, Table 1의 결과는 타당하다고 할 수 있다. 따라서, 이 강좌에서 소개한 강건 공탄성 해석 기법인 μ 해석 기법은 모델링의 불확실성을 고려한 최소 플러터 속도 구간 예측이 가능함을 알 수 있다.

3. 맺음말

이번 강좌에서는 모델링 오차 및 불확실성을 고려한 공탄성 안정성 경계를 예측하기 위한 강건 공탄성 해석 기법을 소개하였다. 모델의 불확실성을 고려한 강건 공탄성 해석을 통해 불확도를 고려한 공탄성 안정성 경계를 예측할 수 있었으며, 해석 결과는 불확도 범위 내에서의 최소 플러터 속도를 나타내었다. 이를 통해 모델의 불확실성이 고려된 강건 공탄성 해석 모델은 불확실 범위 내에서 최대 공탄성 안정성 확보가 가능한 지점을 예측할 수 있다. [KSNVE](#)

참고문헌

- (1) 배재성, 2002, 구조비선형성을 고려한 공탄성 특성 및 플러터 억제, 박사학위논문, 한국과학기술원
- (2) Lind, R., 2002, Match-point Solutions for Robust Flutter Analysis, Journal of Aircraft, Vol. 39, No. 1, pp. 91~99.
- (3) Lind, R. and Bernner, M., 1999, Robust Aeroelastic Stability Analysis, Springer, New York.
- (4) Karple, M., 1982, Design for Active Flutter Suppression and Gust Alleviation Using State-space Aeroelastic Modeling, Journal of Aircraft, Vol. 19, No. 3, pp. 221~227.
- (5) 배재성, 황재혁, 고승희, 변관화, 2015, 구조 불확도를 고려한 강건 공탄성 해석, 한국항공우주학회 논문집, 제 43권, 제 9호, pp. 781~786.