

## 비선형 위상을 가지는 화염전달함수

윤명곤<sup>a</sup> · 김진아<sup>a</sup> · 김대식<sup>a,\*</sup>

## A Flame Transfer Function with Nonlinear Phase

Myung-Gon Yoon<sup>a</sup> · Jina Kim<sup>a</sup> · Deasik Kim<sup>a,\*</sup><sup>a</sup>School of Mechanical and Automotive Engineering, Gangneung-Wonju National University, Korea<sup>\*</sup>Corresponding author. E-mail: [dkim@gwnu.ac.kr](mailto:dkim@gwnu.ac.kr)

## ABSTRACT

In this paper we propose a new flame transfer function model describing the variations of a heat release rate in response to an external flow oscillation in gas turbine systems. A critical difference of our model compared to the so-called  $n-\tau$  model which has been widely used for a prediction of combustion instability (CI), is that our model is able to describe a nonlinear relation between phase and frequency. In contrast, the phase part of the  $n-\tau$  model is a pure time delay and thus the phase should be a linear function of frequency, which is inconsistent with many experimental results of real combustion systems. For an illustration, our new model is applied to experimental data and the effect of phase nonlinearity is investigated in the context of combustion instability.

## 초 록

본 논문은 가스터빈시스템에서 외부 유량의 섭동과 이에 따른 열발생의 섭동 사이의 관계를 표현하는 새로운 형태의 화염전달함수(flame transfer function)를 제안한다. 연소의 불안정성을 예측하기 위하여 그 동안 널리 이용되어 왔던  $n-\tau$  모델과 본 논문에서 제안하는 모델과의 가장 큰 차이점은 주파수 변화에 따른 위상의 비선형적인 관계를 표현 할 수 있다는 점에 있다. 기존의  $n-\tau$  모델의 경우 위상은 항상 주파수의 선형함수로 주어지는데 이는 실제 연소시스템의 실험에서 자주 관측되는 결과와 일치하지 않았다. 실험 결과를 바탕으로 새로운 화염전달함수 모델을 구성하였고 연소불안정성의 측면에서 위상의 비선형성이 미치는 영향에 관하여 분석하였다.

Key Words: Combustion Instability(연소불안정), Flame Transfer Function(화염전달함수), Phase delay(위상차), Thermoacoustic model(열음향 모델)

## Nomenclature

Received 11 March 2016 / Revised 21 April 2016 / Accepted 27 April 2016  
Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers  
pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

Alphabets  
 $F$  : Flame transfer function

$n$  : Gain of transfer function  
 $p$  : Pressure  
 $q, Q$  : Heat release  
 $R$  : Reflection coefficient  
 $S$  : Area  
 $u$  : Velocity

#### Greeks

$\gamma$  : Specific heat ratio  
 $\rho$  : Density  
 $\omega$  : Angular frequency

#### Subscripts

0 : Mean value  
 1 : Fluctuation amplitude

## 1. 서 론

연소불안정(combustion instability)은 항공용/산업용 가스터빈과 로켓 엔진 등 대부분의 연소 시스템에서 설계 및 개발 시 가장 중요하게 고려되어야 하는 인자로 여겨지고 있다. Rayleigh criterion에 따라, Eq. 1과 같이 연소불안정이 발생하는 조건이 정의될 수 있다. Eq. 1의 좌변에 해당하는 값이 양의 값을 가질 경우(즉, 압력파( $p'$ )와 열발생과( $q'$ )의 위상차가 90도 이내일 경우), 비정상 열발생에 의한 시스템 내부의 에너지(acoustic energy)가 증가하게 되고, 이 때, 좌변의 값이 시스템 에너지 손실( $L$ ) 과정을 나타내는 우변의 값보다 커지게 될 경우, 연소실은 불안정해지게 된다[1-6].

$$\int_V \int_T p'(x,t)q'(x,t)dt dV \geq \int_V \int_T \sum_i L_i(x,t)dt dV(1)$$

이러한 연소불안정이 발생할 경우, 터빈과 전체 시스템의 변형 및 파괴로까지 이어질 수 있다. 따라서 연소 시스템을 설계, 제작, 운전을 위해서는 연소 불안정현상에 대한 명확한 이해, 제어 알고리즘의 파악과 적절한 운전 영역의 선택

이 필수적이다.

저자들의 이전 연구들[2-5]을 포함하여, 전 세계 여러 관련 연구 그룹에서는 다양한 접근법을 통하여 연소불안정을 예측하고 해석하기 위한 기술 개발에 주력하고 있다.

LES(Large Eddy Simulation)를 통한 불안정 해석 방법[7,8]은 높은 해석 정확도에 있어서 장점을 보이고 있으나, 과도한 계산 시간과 비용이 소요되고, 자체 결과만으로는 예측된 연소불안정을 억제하고 제어 방법을 제시하기 위한 직접적인 해답을 제시하는 데는 여전히 한계가 있는 것으로 여겨지고 있다. 이에 대한 대안으로, 1D 열음향 네트워크 모델(1D thermoacoustic network model)[3-5,9,10], LEE(Linearized Euler Equation) 해석 방법[11,12], Helmholtz solver를 이용한 해석 방법[2,13]등이 제안되었다. 이들 방법에서는 화염섭동이 음향장의 속도와 압력에 미치는 영향을 모델링하고, 이와 반대로 유동 교란과 당량비 변동과 같은 유동 섭동인자들이 화염 섭동에 미치는 영향(즉, 화염전달함수)을 실험과 해석적인 방법을 통하여 모델링 한다. 이렇게 구해진 두 섭동 모델들이 서로 피드백되어 만들어지는 전체 섭동시스템의 안정성을 분석함으로써 연소불안정성을 예측 및 해석한다.

화염전달함수(flame transfer function)는 임의의 강제적인 유동 섭동 성분(혼합기 입구 속도 진동( $V'$ ) 또는 당량비 진동( $\phi'$ ))을 연소장에 공급하고, 이들의 결과물로 얻어지는 열발생율의 진동( $q'$ )을 주파수 영역에서 표현하는 것으로써, 완전 예혼합 시스템( $\phi' = 0$ )의 경우에 다음의 Eq. 2와 같이 정의하는데

$$F(s) = \frac{\dot{q}'(s)/\dot{q}'_{mean}}{u'(s)/u'_{mean}} \quad (2)$$

여기에서  $\dot{q}'(s), u'(s)$  는 시간 영역에서 측정된 열발생 및 속도 섭동(각각,  $\dot{q}'(t), u'(t)$ )의 라플라스 변환을 의미한다.

각진동수(angular frequency)를  $\omega$ 라 할 때 화염전달함수의 위상  $\angle F(j\omega)$ 은 속도와 열발생과 사이의 위상차를 나타내고, 크기  $|F(j\omega)|$ 는 반응

의 강도를 의미한다.

실험 또는 해석학적 방법과 CFD등을 통하여 얻어진 화염전달함수[14-18]를 열음향 모델에 적용하기 위해서는 일반적으로 근사식이 널리 사용되어 왔다.

$$|F(i\omega)| \simeq \left| \frac{K}{1 + i2\xi(\omega/\omega_c) - (\omega/\omega_c)^2} \right| := n(\omega) \quad (3)$$

$$\angle F(i\omega) \simeq -\omega\tau := \phi(\omega) \quad (4)$$

여기에서 변수  $\tau$ 는 시간 지연,  $\xi$ 는 시스템 댐핑 상수,  $K$ 는 정적 이득( $\omega=0$ 일 때의 이득) 및  $\omega_c$ 는  $\xi=0$  일 때 이득이 최대가 되는 주파수를 의미하며[18], 화염 전달 함수의 주파수 응답 실험 결과로부터 적절한 곡선 피팅(curve fitting)을 통하여 결정되었다.

특히, 위의 이득값(gain,  $n(\omega)$ )의 모델은 조화 진동(harmonic oscillation)에 노출된 화염 진동의 해석학적 연구에 흔히 사용되는 형태인 이차 진동 시스템(second order vibration) 모델식이 적용되고, 이를 통하여 이득값의 주파수 함수 형태가 연소 모델링의 정확도에 미치는 영향은 기존의 연구들[3,4,9,10]에 의하여 다양하게 분석된 바가 있다. 반면에 대부분의 연소불안정 예측에서 위상차( $\phi$ )에 대한 모델은 단순하게 각진동수와 시간지연( $\tau$ )의 선형 함수 형태로 가정한다. 그러나 실제 연소기에서는 시간지연과 위상차의 함수가 단순한 선형 함수가 아닌 비선형성이 내포된 형태의 결과들이 다수 보고되고 있다 [14-16]. 이러한 비선형 시간 지연 관계식에 대한 내용은 아직까지 자세하게 연구된 바가 없다.

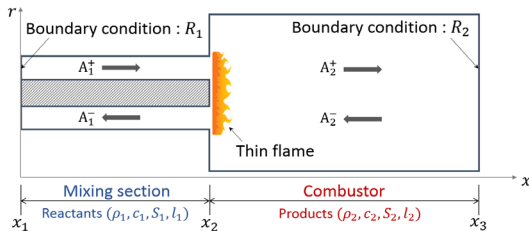


Fig. 1 Simplified model combustor for thermoacoustic analysis.

본 연구에서는 참고문헌[17,18]에서 제시된 화염전달함수의 측정값으로부터, 위상차와 시간지연 사이의 비선형성을 분석하고, 기존의 선형 가정시의 시간 지연 오차와 정량적인 비교를 시도하였다. 또한 이러한 비선형성의 물리적인 배경을 설명하고, 이로부터, 새로운 형태의 위상차와 시간지연 사이의 관계식을 제시하고자 한다. 마지막으로 최종적으로 제시된 새로운 관계식을 기존 저자들에 의하여 소개된 1D 열음향 모델 [3-5]에 도입하여, 예측 정확도에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

## 2. 열음향 해석 및 시간지연 모델

### 2.1 열음향 해석 모델

본 연구에서는 1D 네트워크 열음향 해석 모델을 사용하여, 새로운 시간 지연 모델의 영향을 분석하고자 한다. 이러한 1D 네트워크 모델은 주어진 연소시스템의 열음향 문제를 다루는데 있어서 매우 간단하면서도 효과적인 방법임이 입증된 바가 있다[3-5].

이 모델링 방법에서는 실제 연소시스템이 Fig. 1과 같이 노즐과 화염 및 연소기로 크게 3가지의 요소로 간소화된다.

선형 음향학 이론에 따라 음향파의 속도와 압력은 다음의 지배 방정식에 의하여 정의된다[3].

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{1}{\gamma p_0} \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{1}{S} \frac{\partial (Su')}{\partial x} = \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} \dot{q}_T' \quad (6)$$

여기서,  $S=S(x)$ 는 덕트 단면적,  $\dot{q}_T'$ 은 비정상 열발생율,  $u'$ 은 비정상 속도,  $p'$ 은 비정상 압력,  $\gamma$ 는 비열비를 각각 의미한다. 화염을 연소기 길이에 비하여 무한히 짧다고 가정하고, Eqs. 5와 6을  $x$ 방향으로 화염 바로 전후인  $x_2^-$ 부터  $x_2^+$ 까지 적분하고 한계값을 취하면 얇은 화염에 대한 음향 조건(acoustic jump condition)을 구하면

다음과 같다.

$$p'(x_2^+) = p'(x_2^-) \quad (7)$$

$$S(x_2^+)u'(x_2^+) - S(x_2^-)u'(x_2^-) = \frac{\gamma-1}{\gamma p_0} \dot{q}_T' \quad (8)$$

Eq. 8에서 열발생율의 변동( $\dot{q}_T'$ )은 앞 절에서 소개한 화염전달함수(Eqs. 2-4)의 값이 사용된다. 세부 열음향 모델에 대한 수식의 유도 및 모델 설명은 참고문헌[3-5]에 자세히 소개되었다.

## 2.2 시간지연 모델

Eq. 3에서 소개된 이득값(gain,  $n(w)$ ) 모델은 각주파수의 변화에 따른 화염전달함수의 이득을 이차시스템으로 모델링한 것이며 Eq. 4의 위상은  $\tau$ 만큼의 순수한 시간지연(time delay)을 의미하므로 결국 Eqs. 3과 4는 화염전달함수를 아래의 형태로 표현한 것이다.

$$F(s) = \left| \frac{K}{1 + 2\xi(s/\omega_c) + (s/\omega_c)^2} \right| e^{-\tau s} \quad (9)$$

그런데 Eq. 9의 전달함수는 절대값을 포함하고 있어서 물리적인 선형시스템의 전달함수가 될 수 없는데다가 위상은  $\angle F(i\omega) = -\tau\omega$  이므로 각주파수에 반드시 비례해야 한다. 하지만, 많은 화염전달함수의 실험 결과[14-16]에서는 각주파수와 위상차가 선형관계로 주어지지 않는다. 그럼에도 불구하고, 대부분의 열음향 모델링 연구에서는 Eq. 4와 같은 선형 관계식이 시간 지연 모델에 적용되고 있고, 이는 모델링의 예측 정확도에 영향을 미치게 된다.

이러한 시간 지연 모델에 있어서 근사식과 실제 결과와의 차이는 화염전달함수를 Eq. 9와 같은 물리적으로 오류를 내포하는 특별한 형태로 표현하였기 때문이다. 이에 본 논문에서는 화염전달함수를 아래의 형태로 모델링하는 것을 제안한다.

$$F(s) = \frac{K}{1 + 2\xi(s/\omega_c) + (s/\omega_c)^2} e^{-\tau s} \quad (10)$$

Eq. 10의 전달함수는 불감시간(dead time)을 포함하는 이차 시스템을 표현하는데 이러한 전달함수는 다양한 공정 제어 시스템(process control system)의 동적 모델링에 자주 등장한다 [19]. 이러한 시스템의 위상은 다음과 같이 주어지게 되어 Eq. 11과 같이 주파수의 변화에 따른 비선형적인 위상변화를 보인다.

$$\angle F(i\omega) = -\arctan\left(\frac{2\xi w \omega}{\omega_c^2 - \omega^2}\right) - \tau\omega \quad (11)$$

다시 말해서 Eq. 9의 전달함수는 Eq. 11에 주어진 비선형적인 위상의 변화를 선형으로 근사화한 것이며 그 결과 실제 시스템의 위상 정보가 전달함수 Eq. 9에서는 부정확하게 표현되었고, Eq. 11의 우변 첫 번째 항을 보상하기 위해 두 번째 항에 있는 시간지연의 크기( $\tau$ )를 크게 선택한 것으로 시간 지연의 크기를 실제보다 과대평가한 것이다. 이에 세부 해석 결과는 뒷 절에서 더 자세하게 소개된다.

## 3. 해석 대상 연소기 및 해석 조건

Fig. 2는 본 연구에서 해석 대상으로 선정된 연소기의 개략도이다. 본 연구에서는 Kim et al.[17,18]의 연구 그룹에서 설계되어 실험에 적용된 연소기를 해석 대상으로 선정하고, 실험 결과와의 비교를 통하여 모델 검증은 시도하였다.

그림에서 보이듯이, 본 연소기는 덤프면으로부터 석영 연소기와 762 mm부터 1,524 mm까지

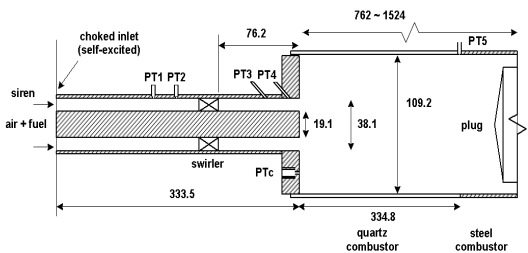


Fig. 2 Schematic of the model combustor, Dimensions in millimeters.

Table 1. Selected test conditions for model validation.

Inlet pressure	1 atm
Inlet temperature	200°C
Mixture velocity	60 m/s
Equivalence ratio	0.6
Fuel composition (in volume)	100% CH <sub>4</sub> , 85% CH <sub>4</sub> + 15% H <sub>2</sub>

Table 2. Key parameters used in the model.

	H <sub>2</sub> [%]	for nozzle	for combustor
Mean temp. [K]	0	473	1,858
	15	473	1,878
Speed of sound [m/s]	0	440	815
	15	442	818
Mixture density [kg/m <sup>3</sup> ]	0	0.727	0.190
	15	0.721	0.188

길이를 변화시킬 수 있는 연소기로 구성되었다.

연소기 및 노즐에서의 압력이 측정되고, 열발생 및 화염의 이미지 측정을 위하여 PMT 및 ICCD 카메라를 통하여 CH\* 화학 발광 기법이 적용되었다. 대상 연소기의 구조 및 측정 기법에 대한 더 많은 정보는 이전의 참고 문헌을 통하여 확인할 수 있다[17,18].

Table 1은 모델 개발 및 검증을 위하여 사용된 연소기의 운전 조건이며, 동일한 조건에서 해석이 진행되었다. 또한, 모델에 사용된 주요 상태량 값은 Table 2에 요약되었다.

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 시간지연 모델 분석

Fig. 3은 주파수 변화에 대한 이득값( $n$ )의 변화를 85% CH<sub>4</sub> + 15% H<sub>2</sub> 조건에서 측정값과 열음향 모델에 적용하기 위하여 Eq. 3과 같이 2차 진동 모델에 따른 보간식을 적용한 결과를 나타낸 것이다. 이는 기존 저자들의 열음향 모델 [3-5]에 적용하였던 모델과 동일한 방법으로,

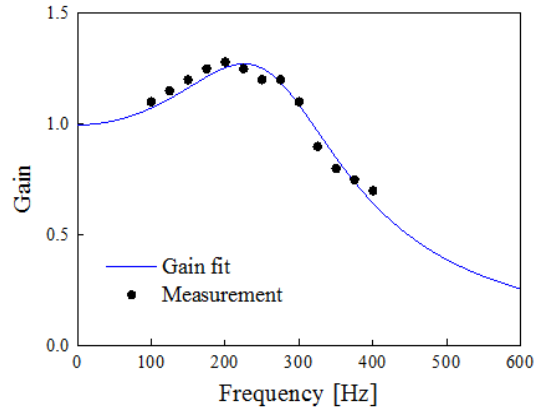
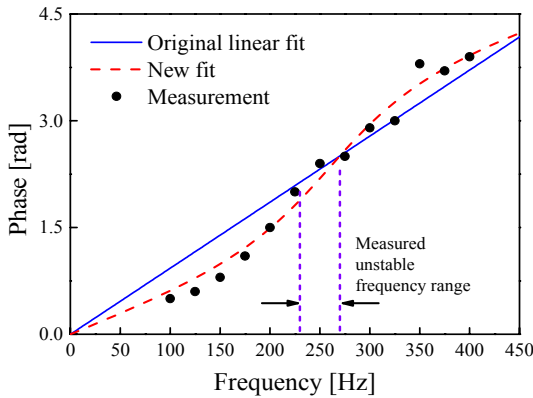


Fig. 3 Gain of the flame transfer function as a function of frequency for 85% CH<sub>4</sub> + 15% H<sub>2</sub> case.

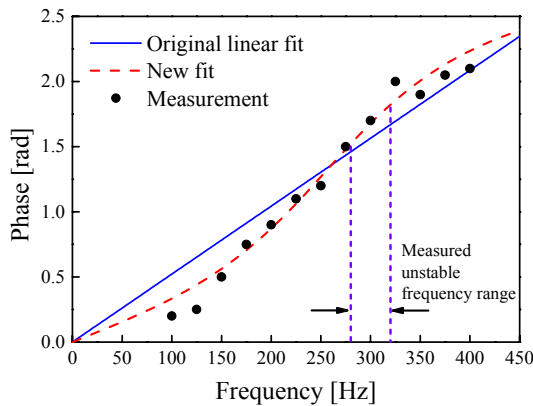
적용된 보간 모델이 측정값을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.

한편 Figs. 4와 5는 각각 100% CH<sub>4</sub>와 85% CH<sub>4</sub> + 15% H<sub>2</sub>에서 측정된 화염전달함수의 위상차를 나타낸 결과로서, 그림에서 도형은 각 조건에서 측정된 실험값의 위상차를 나타내고, 실선은 기존의 열음향 모델과 동일하게, Eq. 4에서 처럼 위상차와 주파수를 선형 관계라고 가정하고, 보간한 것이다. 여기서 편의상 위상차의 절대값( $|\angle F(i\omega)|$ )으로 결과를 나타내었다. 그림에서, 직선의 기울기는 Eq. 4에 따라, 시간지연( $\tau$ )을 의미한다. 반면에 점선은 본 연구에서 2차 시스템의 물리적 특성을 반영하여, 새롭게 제안한 Eq. 11의 시간 지연 모델을 적용한 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이, Eq. 11의 비선형 모델은 선형 시간 지연 모델 대비, 더 향상된 실험 결과의 추종성을 보이고 있다. 특히, 예로써 Fig. 4의 두 연료 조성에서 모두 100 Hz 근처의 낮은 주파수 영역에서는 기존의 선형 시간 지연 모델을 적용할 경우, 실험값 대비 최대 40% 정도의 오차를 보이고 있으나, 새로운 비선형 모델을 적용할 경우 이러한 시간 지연에 있어서의 오차는 10% 이내로 감소하게 됨을 알 수 있다.

또한 두 연료 조성의 실험 결과에서 모두 확인 가능하듯이, 위상은 주파수의 증가와 더불어 약 250 Hz에서 변곡점을 갖는 곡선 형태로서



(a) 100% CH4 case



(b) 85% CH4 + 15% H2 case

Fig. 4 Phase of the flame transfer function as a function of frequency.

Fig. 3에서 화염전달함수의 이득값이 최대인 주파수( $w = w_c$ )와 대략적으로 일치한다. 이는 Eq. 11에서 주어진 위상식이  $w = w_c$ 에서 변곡점을 가지는 것으로서 확인할 수 있다[19].

4.2 연소불안정 성장률 예측 결과 분석

Eqs. 5~8을 풀게 되면, 최종 해의 형태는 각 진동수  $w$ 의 함수로 표현되게 되고, 여기서  $w$ 는 복소 진동수로서, 다음과 같다[2-4].

$$w = w_R + iw_I \tag{12}$$

여기서,  $w_R$ 는 실수부로서 불안정 주파수를 결

정하고, 허수부  $w_I$ 는 성장률(growth rate)을 의미하고, 양의 성장률은 연소불안정이 발생하는 조건을 의미하고, 0보다 작은 음수의 성장률은 연소불안정이 발생하지 않는 조건을 의미한다.

Fig. 5는 두 연료 조성에서 연소기 길이 변화에 따른 연소 불안정 성장률의 예측 결과를 실험 결과와 비교한 것이다. 본 대상 실험 결과에서 불안정이 발생된 구간은 100% CH4 화염의 경우, 연소기 길이 1.32~1.55 m에서  $250 \pm 20$  Hz 주파수의 불안정이 발생하였으며, 85% CH4 화염에서는 연소기 길이 0.99~1.15 m에서  $300 \pm 20$  Hz의 불안정이 발생하였다[17,18]. 그림에서 실선은 Eq. 4의 선형 시간 지연 관계식을, 점선은 Eq. 11의 비선형 관계식을 각각 적용하여 예측한 결과이다. 그림에서 나타낸 실제 측정된 불안정 구간 대비 두 시간 지연 모델 모두 넓은 범위의 연소기 길이에서 연소불안정이 나타나는 것으로 예측하였다(예, 연소불안정 구간 : 1.32~1.55 m(실험) vs. 0.98~1.92 m(해석)).

이러한 연소불안정 구간의 과대 예측은 많은 열음향 모델링 연구[4,5,7,8]에서 보고된 공통된 현상으로, 이에 대한 주원인 중의 하나는 연소기에 걸쳐서 길게 분포하는 실제 화염면과, Fig. 1의 개략도에서 묘사된 것처럼 열음향 모델에서 가정하는 매우 얇은 화염면 사이의 오차로부터 기인한다. 이에 대한 세부 설명은 기존의 연구 [4,5,7,8]를 참고하기 바라며, 본 연구의 향후 계획 역시, 이에 대한 영향을 추가로 검토할 예정이다.

전술하였듯이, 이러한 열분포의 영향보다는 현재 연구의 목적은 물리적으로 의미 있는 새로운 시간 지연 모델을 제시하고, 이를 열음향 모델에 적용하여 그 영향을 파악하는 것이다.

그러나 Fig. 5의 결과에서 보이듯이, 두 연료 조건에서 모두 기존의 선형 시간 지연 모델과 본 연구의 비선형 모델을 적용한 연소불안정 예측 결과는 크게 다르지 않는 것으로 나타났다. 열음향 해석에서  $n-\tau$  모델의 시간 지연,  $\tau$ 는 모델의 예측 정확도에 매우 큰 영향을 미침에도 불구하고, 서로 다른 두 시간 지연 모델을 적용하였을 때 거의 동일한 연소불안정이 예측되는

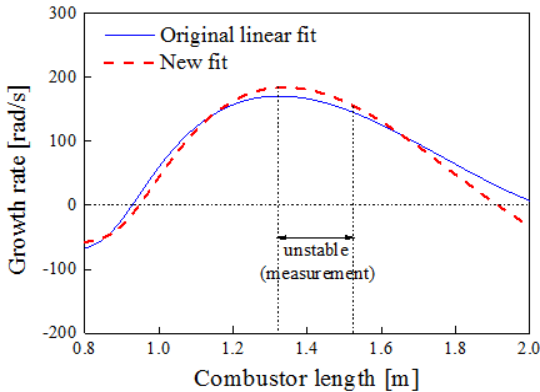
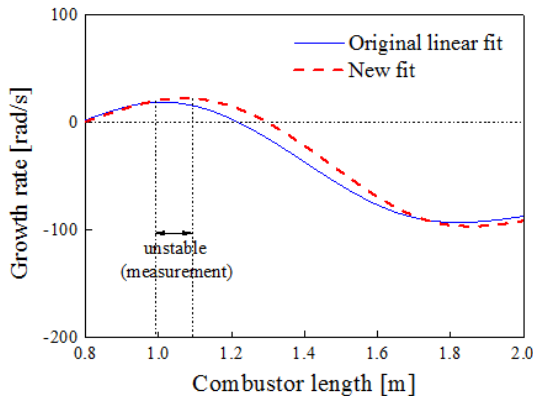
(a) 100% CH<sub>4</sub> case(b) 85% CH<sub>4</sub> + 15% H<sub>2</sub> case

Fig. 5 Growth rate prediction results with different time delay models.

것은 일반적인 현상은 아니다. 그러나 본 해석조건에서, 이러한 두 시간 지연 모델에 대한 유사한 불안정 해석 결과는 불안정이 발생하는 관심 주파수 영역으로 범위를 좁히면 쉽게 설명될 수 있다. 본 모델이 적용된 연소불안정 측정 결과 [17,18]를 살펴보면, 전술하였듯이 100% CH<sub>4</sub>와 85% CH<sub>4</sub> + 15% H<sub>2</sub> 두 연료 조성에서 각각 250 Hz와 300 Hz 주파수 근처에서 발생하는 것으로 예측되었다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이, 이러한 범위의 주파수 영역에서 선형 및 비선형 시간 지연 모델 사이의 위상 정보 차이(즉, 그림에서 실선과 점선의 차이)가 최대 5% 이내로 그 영향이 매우 작은 구간이다. 이로부터 이러한 범

위의 주파수에서 열음향 해석을 수행할 경우, 유사한 성장률 예측 결과가 얻어질 것이라 예상할 수 있다. 반면 본 해석 조건의 경우에 화염전달 함수 200 Hz 미만의 주파수에서 두 시간 지연 모델을 비교할 경우, 계산된 시간 지연 정보 차이는 30% 이상 벌어지게 되는 구간이 발생하게 된다. 그러나 아쉽게도 이 영역에서의 측정된 검증 데이터가 본 해석 연소기 결과상에서는 존재하지 않는 관계로, 연구가 추가적으로 확장되지는 못 하였다. 향후 연구에서는 더욱 다양한 연소 불안정 발생 주파수 범위가 보고된 연소기에서의 실험 결과를 토대로 추가 검증 및 해석 비교를 진행할 계획이다.

## 5. 결론 및 향후 계획

가스터빈의 연소불안정 현상을 모델링하기 위하여 다양한 열음향 해석 기법이 적용되고 있고, 이러한 불안정 연구에서 열발생 섭동을 정의하는 방법으로써,  $n-\tau$  모델이 보편적으로 적용된다. 기존의 열음향 연구에서 시간 지연( $\tau$ )은 주파수의 선형 비례 관계식으로부터 단순하게 정의되었다. 그러나 실제 많은 연소 시스템과 더불어 현재의 해석 대상 연소기 역시, 시간 지연이 단순한 1차 함수보다는 비선형성을 고려한 모델이 더욱 타당한 것으로 나타났다. 본 연구에서는 이를 위하여 비선형성이 고려된 시간 지연 모델을 제시하였다. 이를 이용하여 가스터빈 연소기에서의 열음향 불안정 현상을 모델링한 결과, 기존의 선형 모델과 큰 차이를 보이지 않는 것으로 나타났다. 이는 본 해석 대상 연소기의 불안정이 나타나는 관심 주파수에서 두 모델이 적용된 위상의 차이가 크지 않았기 때문으로, 향후 연구에서는 현재 내용의 추가 검증을 위하여 다양한 주파수에서 불안정이 예측된 결과를 사용하여 모델링 연구가 이루어질 계획이다. 또한 열음향 모델의 고유 한계인 화염 단순화로부터 기인한 예측 결과의 부정확성을 극복하기 위하여, 열분포를 고려한 열음향 모델과 현재의 새로운 비선형 시간 지연 모델을 결합할 예정이다.

## 후 기

이 논문은 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업(2015R1D1A1A01058410)의 지원을 받아 수행된 것임.

## References

- Lieuwen, T.C. and Yang, V., "Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines," AIAA, Reston, V.A., U.S.A., 2005.
- Lim, J., Kim, D., Kim, S.K. and Cha, D.J., "Effects of Acoustic Boundary Conditions on Combustion Instabilities in a Gas Turbine Combustor," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 19, No. 4, pp. 15-23, 2015.
- Kim, D. and Kim, K.T., "Improved Thermoacoustic Model Considering Heat Release Distribution," *Transaction of Korean Society of Mechanical Engineers B*, Vol. 38, No. 6, pp. 443-449, 2013.
- Kim, J. and Kim, D., "Combustion Instability Prediction Using 1D Thermoacoustic Model in a Gas Turbine Combustor," *Journal of ILASS-Korea*, Vol. 20, No. 4, pp. 241-246, 2005.
- Kim, D., "Linear Stability Analysis in a Gas Turbine Combustor Using Thermoacoustic Models," *Journal of Korean Society of Combustion*, Vol. 17, No. 2, pp. 17-23, 2012.
- Lee, M.C., Yoon, J., Joo, S., Kim, J., Hwang, J. and Yoon, Y., "Investigation into the Cause of High Multi-Mode Combustion Instability of H<sub>2</sub>/CO/CH<sub>4</sub> Syngas in a Partially Premixed Gas Turbine Model Combustor," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 35, No. 3, pp. 3263-3271, 2015.
- Franzelli, B., Riber, E., Gicquel, L.Y.M. and Poinso, T., "Large Eddy Simulation of Combustion Instabilities in a Lean Partially Premixed Swirled Flame," *Combustion and Flame*, Vol. 159, No. 2, pp. 621-637, 2012.
- Bauerheim, M., Staffelbach, G., Worth, N.A., Dawson, J.R., Gicquel, L.Y.M. and Poinso, T., "Sensitivity of LES-Based Harmonic Flame Response Model for Turbulent Swirled Flames and Impact on the Stability of Azimuthal Modes," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 35, pp. 3355-3363, 2015.
- Han, X., Li, J. and Morgans, A.S., "Prediction of Combustion Instability Limit Cycle Oscillations by Combining Flame Describing Function Simulations with a Thermoacoustic Network Model," *Combustion and Flame*, Vol. 162, No. 10, pp. 3632-3647, 2015.
- Cosic, B., Moeck, J.P. and Paschereit, C.O., "Nonlinear Instability Analysis for Partially Premixed Swirl Flames," *Combustion Science and Technology*, Vol. 186, pp. 713-736, 2014.
- Bogey, C., Bailly, C. and Juve, D., "Computation of Flow Noise Using Source Terms in Linearized Euler's Equations," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 2, pp. 235-243, 2002.
- Duran, I. and Moreau, S., "Solution of the Quasi-One-Dimensional Linearized Euler Equations Using Flow Invariants and the Magnus Expansion," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 723, pp. 190-231, 2013.
- Nicoud, F., Benoit, L., Sensiau, C. and Poinso, T., "Acoustic Modes in Combustors with Complex Impedances and Multidimensional Active Flames," *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 2, pp. 426-441, 2007.
- Balachandran, R., Ayoola, B.O., Kaminski, C.F., Dowling, A.P. and Mastorakos, E.,



- "Experimental Investigation of the Nonlinear Response of Turbulent Premixed Flames to Imposed Inlet Velocity Oscillations," *Combustion and Flame*, Vol. 143, pp. 37-55, 2005.
15. Schuller, T., Durox, D. and Candel, S., "A Unified Model for the Prediction of Laminar Flame Transfer Functions: Comparisons between Conical and V-Flame Dynamics," *Combustion and Flame*, Vol. 134, pp. 21-34, 2003.
16. Preetham, S.H. and Lieuwen, T., "Response of Turbulent Premixed Flames to Harmonic Acoustic Forcing," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 31, No. 1, pp. 1427-1434, 2007.
17. Kim, K.T., Lee, J.G., Lee, H.J., Quay, B.D. and Santavicca, D.A., "Characterization of Forced Flame Response of Swirl-Stabilized Turbulent Lean-Premixed Flames in a Gas Turbine Combustor," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 132, No. 4, pp. 0742-4795, 2010.
18. Kim, K.T., Lee, J.G., Quay, B.D. and Santavicca, D.A., "Spatially Distributed Flame Transfer Functions for Predicting Combustion Dynamics in Lean Premixed Gas Turbine Combustors," *Combustion and Flame*, Vol. 157, No. 9, pp. 1718-1730, 2010.
19. Ogata, K., "Modern Control Engineering," Prentice Hall, New Jersey, 1997.