

정수압에 의존하는 항복기준의 강도정수 비교연구

이승현¹, 한진태^{2*}

¹선문대학교 토목공학과, ²한국건설기술연구원

A Study on Comparison of Strength Parameters of Hydrostatic Pressure-Dependent Yield Criteria

Seung-Hyun Lee¹, Jin-Tae Han^{2*}

¹Department of Civil Engineering, Sunmoon University

²Korea Institute of Construction Technology

요약 이론적 연구를 통하여 정수압의 영향을 받는 항복기준인 Mohr-Coulomb 항복기준과 Drucker-Prager 항복기준의 강도정수를 π -평면에 대해 일치시킴으로써 강도정수간의 상관관계를 분석해 보았다. Drucker-Prager 강도정수 α 와 k 를 Mohr-Coulomb 강도정수인 c 와 ϕ 를 이용하여 표현하였는데 k 는 c , ϕ 의 함수로 표현되었고 α 는 ϕ 만의 함수로 표현되었다. Drucker-Prager 강도정수 α 값은 흙의 내부마찰각이 커짐에 따라 증가함을 알 수 있었는데 Drucker-Prager 항복기준을 나타내는 원이 Mohr-Coulomb 항복기준에 외접 및 내접하는 경우의 α 값을 나타내는 α_c 와 α_i 값에 대하여 평균값인 α_{av} 의 값은 내부마찰각에 비례하였는데 내부마찰각이 10° 인 경우 약 0.07이었으며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 0.29이었다. 또한, α_c/α_i 값은 내부마찰각에 비례하였는데 내부마찰각이 10° 인 경우 약 1.12이었으며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 1.62이었다. Mohr-Coulomb 강도정수가 Drucker-Prager 강도정수 k 에 미치는 영향을 살펴보았는데 본 연구에서 가정된 흙의 점착력 중 최소값이 10kPa인 경우를 제외하고 흙의 내부마찰각의 영향을 거의 받지 않고 전체적으로 흙의 점착력에 영향을 받음을 알 수 있었다. 일정한 점착력에 대하여 내부마찰각이 증가함에 따라 일축압축시 및 일축인장시의 Mohr-Coulomb 항복기준에 의한 축차응력인 s_{c0} 와 s_{t0} 그리고 두 값의 평균값인 $s_{0(ave)}$ 값은 감소하였다. 또한 내부마찰각이 증가할수록 Mohr-Coulomb 항복궤적을 나타내는 육각형이 더욱 불규칙해져 $s_{0(ave)}$ 로부터 s_{c0} 와 s_{t0} 사이의 편차가 내부마찰각이 증가함에 따라 커짐을 알 수 있었다.

Abstract In this theoretical study, the strength parameters of the Drucker-Prager yield criterion and Mohr-Coulomb yield criterion were set to equal values, in order to analyze the correlation among the parameters.

The Drucker-Prager strength parameters α and k were represented by the Mohr-Coulomb strength parameters c and ϕ . Specifically it can be seen that k is function of c , ϕ and α is function of ϕ alone. Drucker-Prager strength parameter α increases as the internal friction angle of soil increases. α_{av} which is the average of α_c and α_i was proportional to internal friction angle in which α_c and α_i are α values corresponding to the circles of the Drucker-Prager yield criteria circumscribes and inscribes the Mohr-Coulomb yield criterion respectively. The values of the α_{av} was 0.07 and 0.29 which correspond to the internal friction angle of 10° and 45° respectively. In addition, value of α_c/α_i was proportional to internal friction angle of soil and the values of α_c/α_i 1.12 and 1.62 which corresponds to internal friction angle of 10° and 45° respectively. The influence of the Mohr-Coulomb strength parameters on the Drucker-Prager strength parameter k was investigated and it was found that k was mainly influenced by the cohesion of the soil, except in the case of the minimum assumed value of c of 10kPa. The deviator stresses, s_{c0} and s_{t0} , which correspond to the cases of the Mohr-Coulomb yield criterion under uniaxial compression and uniaxial tension, respectively, and $s_{0(ave)}$, which is the average value of s_{c0} and s_{t0} , decrease as the internal friction angle increases. Furthermore, the hexagon, which represents the Mohr-Coulomb yield locus, becomes more irregular, and the deviations of s_{c0} and s_{t0} from $s_{0(ave)}$ also increase, as the internal friction angle increases.

Keywords : Drucker-Prager yield criterion, Mohr-Coulomb yield criterion, π -plane, Parameter α , Parameter k

*Corresponding Author : Jin-Tae Han(Korea Institute of Construction Technology)

Tel: +82-31-910-0259 email: jimmyhane@kict.re.kr

Received May 3, 2016

Revised July 6, 2016

Accepted July 7, 2016

Published July 31, 2016

1. 서론

등방 금속재료의 항복조건으로 일반적으로 가장 많이 쓰이는 항복기준은 Tresca 항복기준[1]과 von Mises 항복기준[2]으로서 Taylor and Quinney [3]는 일련의 시험을 통해 Tresca 항복조건과 von Mises 항복기준이 금속의 실제거동을 잘 모사함을 입증한 바 있다. Tresca 항복기준은 재료에 발생하는 최대 전단응력이 특정한 임계값에 도달할 때 항복이 일어난다는 것으로 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\max\left\{\frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2}|\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2}|\sigma_3 - \sigma_1|\right\} = k \quad (1)$$

Tresca 항복기준을 응력불변량으로 표현하는 경우는 표현식이 매우 까다롭게 나타나므로 잘 쓰이지는 않는다. von Mises 항복기준은 식 (2)과 같이 표현된다.

$$\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{6}} = k \quad (2)$$

식 (2)를 응력불변량을 이용하여 나타내면 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\sqrt{J_2} = k \quad (3)$$

식 (3)에서 J_2 는 축차응력 불변량(deviatoric stress invariants)을 의미한다[4]. 식 (1)로 표현되는 Tresca 항복기준과 식 (3)으로 표현되는 von Mises 항복기준은 정수압과 무관한 항복기준으로 이들은 각각 정수압에 의존적인 항복기준인 Mohr-Coulomb 항복기준과 Drucker-Prager 항복기준과 밀접한 관련이 있다. Tresca 항복기준을 π -평면에 나타내면 Fig. 1의 정육각형과 같게 된다. 이때 σ_1 방향으로의 일축압축 항복응력 σ_y 를 π -평면에 투영시킨 길이는 $\sqrt{2/3}\sigma_y$ 가 된다. 식 (2)의 좌변을 축차응력(\vec{s})을 이용하여 나타내고 우변의 k 를 $k = \sigma_y/\sqrt{3}$ 인 관계를 적용하여 나타내면 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_y \quad (4)$$

식 (4)를 통해 축차응력벡터의 크기는 일정함을 알 수 있으며 Fig. 1에 나타나 있는 바와 같이 von Mises 항복계적은 반지름이 $\sqrt{2/3}\sigma_y$ 인 원이 된다.

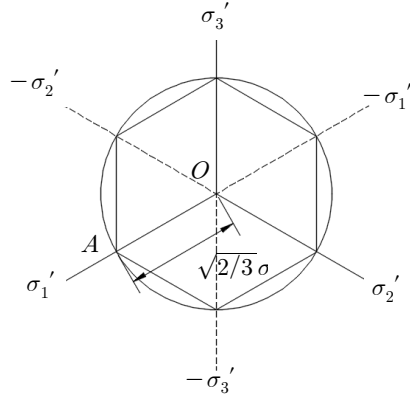


Fig. 1. Hydrostatic pressure-independent yield criteria in the π -plane

따라서 von Mises 항복계적은 Tresca 항복계적에 외접하는 원이 됨을 알 수 있다. Tresca 항복기준과 von Mises 항복기준은 정수압과 무관하므로 Tresca 항복면은 중심이 공간대각선상에 있는 공간대각선방향으로의 정육각형기둥이 되고 von Mises 항복면은 중심이 공간대각선상에 있는 공간대각선 방향으로는 원기둥이 된다. Mohr-Coulomb 항복기준과 Drucker-Prager 항복기준은 각각 Tresca 항복기준과 von Mises 항복기준의 확장형식이라 할 수 있는데 본 연구에서는 정수압응력에 의존하는 항복기준인 Mohr-Coulomb 항복기준과 Drucker-Prager 항복기준을 일치시키고자 할 때 Drucker-Prager 강도정수가 Mohr-Coulomb 강도정수에 어떻게 영향을 받는지를 매개변수연구를 통해 살펴보고자 하였다.

2. 정수압에 의존하는 항복기준

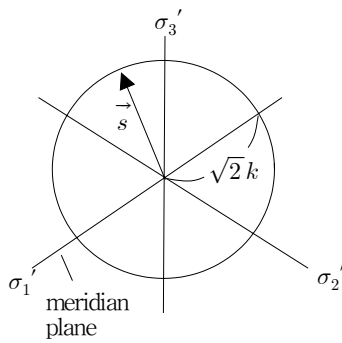
Tresca 항복기준과 von Mises 항복기준은 정수압의 영향을 받지 않는 것으로 금속의 소성모델에 적합하다. 암석과 흙 그리고 콘크리트와 같은 재료의 경우 항복은 정수압응력과 밀접한 관련이 있다. Drucker-Prager 항복기준[5]은 von Mises 항복기준을 간단히 수정한 것으로 식 (5)와 같이 정수압을 의미하는 응력불변량 I_1 을 von Mises 항복기준에 도입하고 있다.

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 - \sqrt{J_2} + k = 0 \quad (5)$$

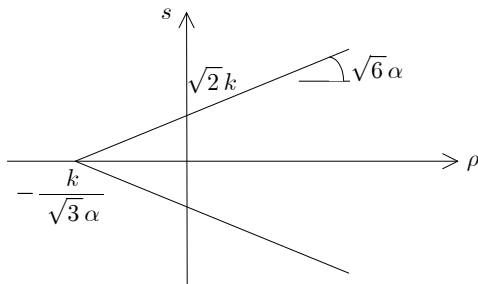
식 (5)에서 α 는 Drucker-Prager 강도정수이다. 식 (5)를 Haigh-Westergaard 좌표[6,7]를 이용하여 나타내기 위해 $s = \sqrt{2J_2}$, $\rho = I_1/\sqrt{3}$ 관계를 식 (5)에 적용하면 식 (6)과 같이 표현된다.

$$s = \sqrt{6}\alpha\rho + \sqrt{2}k \quad (6)$$

식 (6)은 $\rho=0$ 인 경우 von Mises 항복기준이 되며 Fig. 2 (a)에 나타나 있는 바와 같이 반지름 $\sqrt{2}k$ 의 원이 되며 식 (6)에서 정수압응력 ρ 를 수평축으로 하고 축차응력 s 를 연직축으로 하는 Haigh-Westergaard 좌표를 이용하여 나타내면 Fig. 2 (b)와 같다.



(a) π -plane



(b) Meridian plane

Fig. 2. Drucker-Prager Yield criterion

Fig. 2를 통해 알 수 있는 바와 같이 Drucker-Prager 항복기준의 3차원적 모양은 원뿔이 된다. Mohr-Coulomb 항복기준은 식 (7)에 나타난 Coulomb[8]의 식에 근거하

고 있다.

$$\tau_u = c + \sigma_n \tan \phi \quad (7)$$

식 (7)에서 c , ϕ 는 각각 점착력과 흙의 전단저항각을 의미한다. 그리고 τ_u 와 σ_n 은 각각 파괴면에 작용하는 전단응력과 수직응력을 의미한다. Mohr-Coulomb 항복기준이 의미하는 바는 압력 σ_n 이 커질수록 재료가 견딜 수 있는 전단응력도 커진다는 것이다. Mohr-Coulomb 항복기준은 Tresca 항복기준의 일반화된 버전이라 할 수 있는데 $\phi=0$ 이고 $c=k$ 인 경우 Tresca 항복기준이 되기 때문이다. 파괴시의 응력상태가 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 인 경우의 Mohr 응력원을 (σ_n , τ_u) 공간에 나타내면 Fig. 3과 같다.

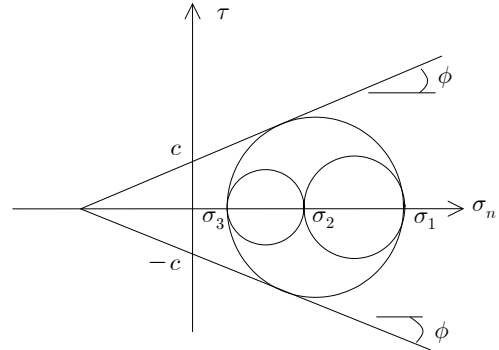


Fig. 3. Mohr-Coulomb yield criterion

Fig. 3의 기하학적 형태를 고려하여 Mohr-Coulomb 항복기준을 식 (8)과 같이 주응력을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = 2c \cos \phi + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi \quad (8)$$

3. 정수압에 의존하는 항복기준의 특성비교

Haigh-Westergaard 좌표계에 의한 Mohr-Coulomb 항복기준은 식 (9)와 같이 표현된다.

$$f(\rho, s, \theta) = \sqrt{2}\rho \sin \phi - \sqrt{3}s \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + s \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \sin \phi + \sqrt{6}c \cos \phi = 0 \quad (9)$$

식 (9)로부터 $\rho = 0, \theta = 0$ 를 대입하면 식 (10)과 같이 일축압축항복시의 축차응력, s_{c0} 를 구할 수 있다.

$$s_{c0} = \frac{2\sqrt{6}c\cos\phi}{3-\sin\phi} \quad (10)$$

또한, $\rho = 0, \theta = 60^\circ$ 를 식 (9)에 대입하면 식 (11)과 같이 일축인장항복시의 축차응력, s_{t0} 를 구할 수 있다.

$$s_{t0} = \frac{2\sqrt{6}c\cos\phi}{3+\sin\phi} \quad (11)$$

π -평면에 s_{c0} 와 s_{t0} 를 나타내고 대칭성을 고려하면 Fig. 4와 같이 불규칙한 육각형으로 표현되는 Mohr-Coulomb 항복기준을 얻을 수 있다.

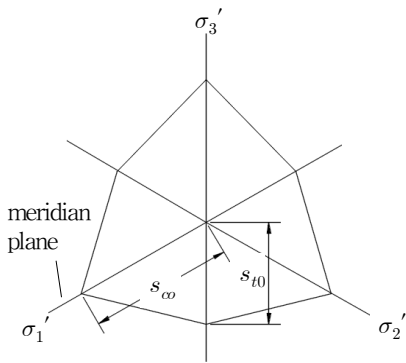


Fig. 4. Mohr-Coulomb yield criterion on the π -plane

Mohr-Coulomb 항복기준을 식 (9)를 참고하여 자오 평면(meridian plane)에 나타내면 Fig. 5와 같다.

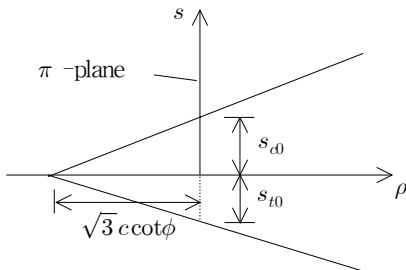


Fig. 5. Mohr-Coulomb yield criterion on the meridian plane

따라서 Mohr-Coulomb의 항복면을 3차원적으로 고려하면 불규칙한 육각뿔이 됨을 알 수 있다. Drucker-Prager 항복면과 Mohr-Coulomb 항복면을 일치시키기 위하여 먼저 Fig. 4의 장축의 꼭지점과 Fig. 2(a)에 나타난 원의 반지름을 일치시킨 경우를 고려하면 Drucker-Prager 재료정수 k 와 α 를 각각 식 (12) 및 식 (13)과 같이 구할 수 있다.

$$k = k_c = \frac{2\sqrt{3}c\cos\phi}{3-\sin\phi} \quad (12)$$

$$\alpha = \alpha_c = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3}(3-\sin\phi)} \quad (13)$$

다음으로 Fig. 4의 단축의 꼭지점과 Fig. 2(a)에 나타난 원의 반지름을 일치시킨 경우를 고려하면 Drucker-Prager 재료정수 k 와 α 를 각각 식 (14) 및 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$k = k_i = \frac{2\sqrt{3}c\cos\phi}{3+\sin\phi} \quad (14)$$

$$\alpha = \alpha_i = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3}(3+\sin\phi)} \quad (15)$$

식 (12)~(15)를 통해 알 수 있듯이 Drucker-Prager 재료정수 k 는 Mohr-Coulomb 재료정수 c 및 ϕ 와 관련이 있음을 알 수 있으며 α 는 Mohr-Coulomb 재료정수 ϕ 만의 함수임을 알 수 있다. 흙의 내부마찰각에 따른 α_c 와 α_i 그리고 그들의 평균값인 α_{av} 의 변화양상을 살펴보기 위해 내부마찰각을 5° 에서부터 45° 까지 5° 씩 증가된 값으로 가정하였는데 계산결과는 Fig. 6과 같다. 또한 α_c/α_i 의 변화양상을 흙의 내부마찰각에 대하여 나타내면 Fig. 7과 같다.

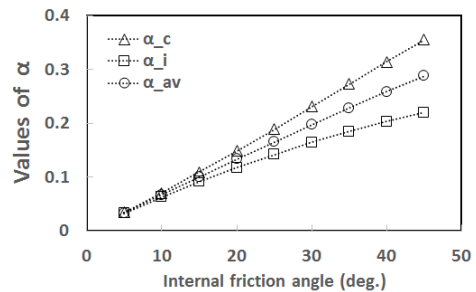


Fig. 6. Values of α vs internal friction angle

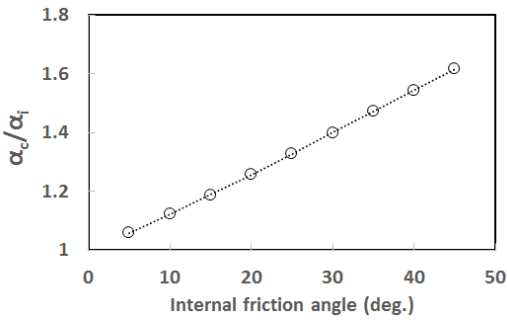
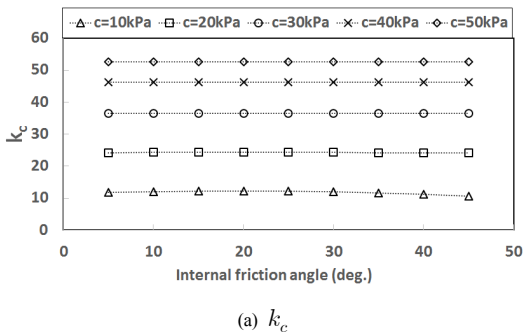
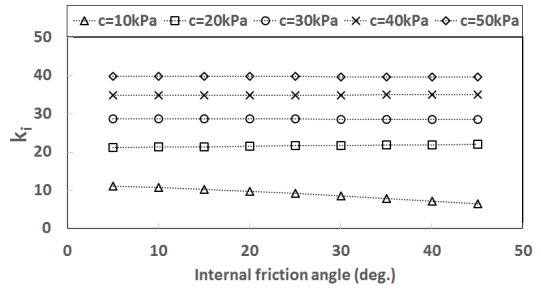


Fig. 7. α_c/α_i vs internal friction angle

Fig. 6을 통해 알 수 있듯이 α_c 의 값이 α_i 보다 큼을 알 수 있으며 α 값들은 모래의 내부마찰각이 커짐에 따라 증가함을 알 수 있는데 α_c 의 경우 내부마찰각이 10° 인 경우 약 0.07이며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 0.36이다. α_i 의 경우 내부마찰각이 10° 인 경우 약 0.06이며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 0.22이다. α_{av} 의 경우 내부마찰각이 10° 인 경우 약 0.07이며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 0.29이다. Fig. 7을 통해 알 수 있듯이 내부마찰각에 따른 α_c/α_i 의 값은 내부마찰각에 비례함을 알 수 있는데 내부마찰각이 10° 인 경우 약 1.12이며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 1.62이다. Mohr-Coulomb 강도정수 c 및 ϕ 에 따른 Drucker-Prager 강도정수 k 의 변화양상을 살펴보기 위해 흙의 내부마찰각은 5°에서부터 45°까지 5°씩 증가된 값을 가정하였고 점착력은 10kPa에서부터 50kPa까지 10kPa씩 증가된 값을 가정하였다. 가정한 점착력에 대하여 흙의 내부마찰각에 대한 k_c 와 k_i 를 나타내면 각각 Fig. 8(a) 및 Fig. 8(b)와 같다.



(a) k_c



(b) k_i

Fig. 8. k values vs internal friction angle

Fig. 8을 통해 알 수 있듯이 Drucker-Prager 강도정수 k 는 가정한 흙의 점착력 중 최소값인 10kPa인 경우를 제외하고 흙의 내부마찰각의 영향을 거의 받지 않고 흙의 점착력에 영향을 받음을 알 수 있다. π -평면에 Mohr-Coulomb 항복기준을 나타내보고자 s_{c0} 와 s_{t0} 그리고 이들 값의 평균값은 $s_{0(ave)}$ 를 계산해 보았는데 Table 1에 나타내었다. Table 1의 계산결과로부터 점착력(c)이 30kPa인 경우에 대하여 내부마찰각(ϕ)이 10°, 30° 그리고 45° 인 경우의 s_{c0} 와 s_{t0} 그리고 $s_{0(ave)}$ 를 반지름으로 하는 원을 π -평면에 나타내면 Fig. 9와 같다.

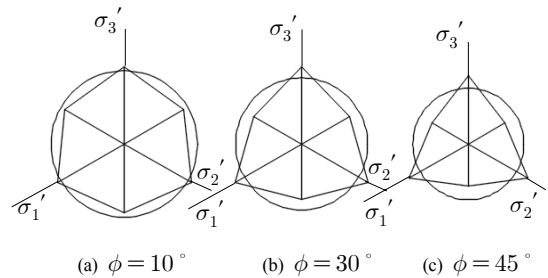


Fig. 9. Mohr-Coulomb yield criteria vs internal friction angle($c = 30kPa$)

Table 1과 Fig. 9를 통해 알 수 있듯이 s_{c0} 와 s_{t0} 그리고 $s_{0(ave)}$ 값은 내부마찰각이 증가할수록 감소함을 알 수 있다. 또한 Fig. 9를 통해 알 수 있듯이 내부마찰각이 증가할수록 Mohr-Coulomb 항복곡선을 나타내는 육각형이 더욱 불규칙해짐을 알 수 있어 $s_{0(ave)}$ 로부터 s_{c0} 와 s_{t0} 사이의 편차가 내부마찰각이 증가함에 따라 커짐을 알 수 있다. Table 1로부터 계산에 고려한 모든 점착력에 대하여 내부마찰각에 따른 편차(deviation)를 나타내

Table 1. s_{c0} , s_{t0} , $s_{0(ave)}$ vs strength parameters

ϕ (deg)		10	15	20	25	30	35	40	45
s_{c0} (kPa)	$c = 10kPa$	17.1	17.3	17.3	17.2	17.0	16.5	15.9	15.1
	$c = 20kPa$	34.1	34.5	34.6	34.5	33.9	33.1	31.8	30.2
	$c = 30kPa$	51.2	51.8	52.0	51.7	50.9	49.6	47.8	45.3
	$c = 40kPa$	68.3	69.1	69.3	68.9	67.9	66.2	63.7	60.4
	$c = 50kPa$	85.3	86.3	86.6	86.1	84.9	82.7	79.6	75.5
s_{t0} (kPa)	$c = 10kPa$	15.2	14.5	13.8	13.0	12.1	11.2	10.3	9.3
	$c = 20kPa$	30.4	29.0	27.5	25.9	24.2	22.5	20.6	18.7
	$c = 30kPa$	45.6	43.6	41.3	38.9	36.4	33.7	30.9	28.0
	$c = 40kPa$	60.8	58.1	55.1	51.9	48.5	44.9	41.2	37.4
	$c = 50kPa$	76.0	72.6	68.9	64.9	60.6	56.1	51.5	46.7
$s_{0(ave)}$ (kPa)	$c = 10kPa$	16.1	15.9	15.5	15.1	14.5	13.9	13.1	12.2
	$c = 20kPa$	32.3	31.8	31.1	30.2	29.1	27.8	26.2	24.5
	$c = 30kPa$	48.4	47.7	46.6	45.3	43.6	41.7	39.3	36.7
	$c = 40kPa$	64.5	63.6	62.2	60.4	58.2	55.5	52.4	48.9
	$c = 50kPa$	80.7	79.5	77.7	75.5	72.7	69.4	65.6	61.1

면 Fig. 10과 같다. 여기서 편차는 s_{c0} 와 $s_{0(ave)}$ 사이의 차를 의미한다.

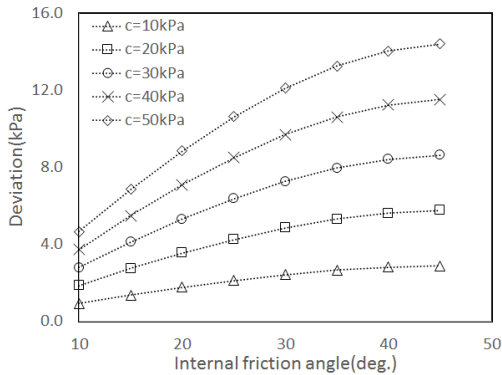


Fig. 10. Deviation vs internal friction angle

Fig. 10을 통해 알 수 있듯이 동일한 내부마찰각에 대하여 점착력이 커짐에 따라 편차도 커짐을 알 수 있으며 특정 점착력에 대하여 편차는 내부마찰각이 커짐에 따라 증가함을 알 수 있다. $c = 10kPa$ 이고 $\phi = 10^\circ$ 인 경우의 편차값은 $0.9kPa$ 이며 점착력 및 내부마찰각이 커짐에 따라 편차는 커져서 $c = 50kPa$ 이고 $\phi = 45^\circ$ 인 경우의 편차값은 $14.4kPa$ 이다. 이러한 결과는 Mohr-Coulomb 항복기준을 Drucker-Prager 항복기준으로 근사시킬 경우 두 가지의 항복기준을 신뢰성 있게 일치시켜 볼 수 있는 편차의 한계를 규정하는데 도움이 될 것으로 생각된다.

4. 결론

이론적 연구를 통하여 정수압에 영향을 받는 항복기준인 Mohr-Coulomb 항복기준과 Drucker-Prager 항복기준의 강도정수를 π -평면에 대해 일치시킴으로써 강도정수간의 상관관계를 분석해 보았다. 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 본 연구를 통해 Drucker-Prager 강도정수 α 와 k 를 Mohr-Coulomb 강도정수인 c 와 ϕ 를 이용하여 표현하였는데 k 는 c , ϕ 의 함수로 표현되었고 α 는 ϕ 만의 함수로 표현되었다.
- (2) 흙의 내부마찰각에 대한 Drucker-Prager 강도정수 α 의 변화양상을 살펴보았는데 α 값은 모래의 내부마찰각이 커짐에 따라 증가하였다. Drucker-Prager 항복기준을 나타내는 원이 Mohr-Coulomb 항복기준에 외접 및 내접하는 경우의 α 값을 나타내는 α_c 와 α_i 값들의 평균값인 α_{av} 의 경우 내부마찰각이 10° 인 경우 약 0.07 이었으며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 0.29 이었다. 또한 α_c/α_i 의 값은 내부마찰각에 비례하였는데 내부마찰각이 10° 인 경우 약 1.12 이었으며 내부마찰각이 45° 인 경우 약 1.62 이었다.
- (3) Mohr-Coulomb의 강도정수가 Drucker-Prager 강도정수 k 에 미치는 영향을 살펴보았는데 본 연구에서 가정한 흙의 점착력 중 최소값인 $10kPa$ 인

경우를 제외하고 흙의 내부마찰각의 영향을 거의 받지 않고 전체적으로 흙의 점착력에 영향을 받음을 알 수 있었다.

- (4) 일정한 점착력에 대하여 내부마찰각이 증가함에 따라 일축압축시 및 일축인장시의 Mohr-Coulomb 항복기준에 의한 축차응력인 s_{c0} 와 s_{t0} 그리고 두 값의 평균값인 $s_{0(ave)}$ 값은 감소하였다. 또한 내부마찰각이 증가할수록 Mohr-Coulomb 항복곡선을 나타내는 육각형이 더욱 불규칙해져 $s_{0(ave)}$ 로부터 s_{c0} 와 s_{t0} 사이의 편차가 내부마찰각이 증가함에 따라 커짐을 알 수 있었다.
- (5) 본 연구를 통하여 Mohr-Coulomb 항복기준을 Drucker-Prager 항복기준으로 근사시킬 경우 두 가지의 항복기준을 신뢰성 있게 일치시켜 볼 수 있는 편차의 한계를 규정하는데 도움이 될 것으로 생각된다.

References

[1] Tresca, H., Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions. C.R. Acad. Sci. Paris, vol. 59, p. 754, 1864.

[2] von Mises, R., Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand. Göttin. Nachr. Math. Phys., vol. 1, pp.582 - 592, 1913.

[3] Taylor, G. I. and Quinney, H., The latent energy remaining in a metal after cold working, P. Roy. Soc. Lond. A Mat. 143:849, p.307~326, 1934.

[4] Fung, Y.C., Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1965.

[5] Drucker, D. C. and Prager, W., Soil mechanics and plastic analysis for limit design. Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, no. 2, pp. 157 - 165, 1952.

[6] Haigh, Bernard Parker, "Strain-energy Function and the Elastic-limit". Report of the Eighty-Seventh Meeting of the British Association for the Advancement of Science, 9 - 13 September 1919, Bournemouth. London: John Murray. pp. 486 - 495, 1920.

[7] Westergaard HM, On the resistance of ductile materials to combined stresses. J Franklin Inst., 189, pp. 627-640, 1920.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0016-0032\(20\)90373-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0016-0032(20)90373-3)

[8] Coulomb, C. A., Mém. Math. et Phys., 7, p.343, 1773.

이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 건축사회환경학부 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학

한 진 태(Jin-Tae Han)

[정회원]



- 1999년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 2001년 2월 : 서울대학교 지구환경시스템공학부 (공학석사)
- 2006년 8월 : 서울대학교 지구환경시스템공학부 (공학박사)
- 2011년 12월 ~ 현재 : 한국건설기술연구원 Geo-인프라연구실 수석연구원

<관심분야>

지반내진공학, 기초공학