

## 판재성형해석을 위한 항복함수 개발 동향

노우람<sup>1</sup> · 이명규<sup>1</sup>

1. 고려대학교 신소재공학부

### Yield Functions for Sheet Metal Forming Applications

W. Noh, M. G. Lee

1. Department of Materials Science and Engineering, Korea University, Seoul, Republic of Korea

#### 1. 개 요

소재 및 가공품의 형태 및 성질, 최종 가공품의 목적에 따라 압출, 인발, 프레스 성형 등의 다양한 금속가공 기술이 사용되고 있다. 가공품의 치수정밀도를 향상시키고 적합한 기계적 성질을 확보하기 위해서는 금속가공 기술의 공정 최적화가 필수적이다. 최근, 금속가공기술의 개발 및 공정최적화에 소모되는 시간과 비용을 절약하고 효율성을 높이기 위하여 전산모사 방법을 활용한 수치해석기술의 적용이 늘어나고 있다[1-3]. 여러가지 수치해석 기술들 중 유한요소 해석은 금속가공 분야에서 가장 널리 활용되고 있는 방법이다. 정확하고 효율적인 유한요소 전산모사 해석 결과를 얻기 위해서는 요소 유형 및 크기, 경계조건 등의 적절한 수치해석 인자들의 선택뿐만 아니라 가공하고자 하는 금속의 기계적 물성을 정확히 기술할 수 있는 재료 모델을 선정 혹은 개발하여 적용하여야 한다.

금속가공 공정은 소재에 비가역적인 영구변형, 즉 소성변형을 유도하여 가공품으로 성형한다. 금속의 소성변형을 일으키는 메커니즘으로는 결정방위에 따른 슬립(slip), 쌍정(twin) 현상과 크리프 및 확산 현상 등이 있다. 소성변형 거동은 소재의 미시적 특징과 메커니즘에 의해 결정되므로, 이를 소성변형 예측에 적용하고자 멀티스케일 모델을 개발 적용하기도 하였다[4]. 멀티스케일모델은 재료의 미시적 특

징에 기반하여 거시적 거동을 표현하는 것으로 그 해석 결과가 물리야금학적 관점에서의 소성거동 메커니즘을 설명할 수 있는 장점이 있다. 하지만, 이러한 멀티스케일 모델은 많은 수의 단결정의 집합체로 표현되는 다결정 금속재료의 복잡한 소성변형을 모사하는데 있어 계산속도의 비효율성 등의 단점을 지닌다.

반면, 연속체역학에 기반한 금속 재료모델은 빠른 계산속도와 신뢰성 있는 예측이 가능하기 때문에 실제 산업현장의 공정 최적화에 널리 적용되어 오고 있다. 연속체 역학에 기반한 금속재료의 소성변형을 기술하기 위해서는 대표적으로 항복조건(yield condition), 소성유동법칙(plastic flow rule), 경화거동(work hardening) 이 적절히 정의되어야 한다[5]. 항복조건은 재료의 응력상태가 탄성영역인지 혹은 소성영역인지를 결정하는 기준이 된다. 즉, 재료의 응력상태가 항복조건을 충족하면 재료가 소성변형을 시작하며, 이 때 재료의 변형은 탄성변형과 소성변형으로 구분된다. 재료의 응력상태가 항복조건을 만족하면 재료의 소성변형율이 변화하기 시작하는데, 이 때 소성유동법칙은 응력상태에 따라 소성변형 증분(incremental plastic strain)의 방향을 결정한다. 또한, 소성변형이 진행되면 소산에너지(plastic dissipation work) 혹은 소성변형율의 누적량에 따라 재료의 유동응력(flow stress)이 변화하는데 이 때 유동응력은 재료의 경화거동이 결정한다.

그러므로, 금속재료의 소성변형을 연속체역학에 기반하여 정확하게 기술하고 재료모델에 적용하여 신뢰성 높은 공정해석결과를 얻기 위해서는 정확한 항복조건 예측이 선행되어야 한다. 본 논고에서는 금속재료의 항복조건을 등방성 조건과 이방성 조건으로 분류하여 소개하고자 하며 이들 항복함수가 실제 성형해석에 적용된 사례를 간략히 소개하고자 한다

## 2. 등방성 재료의 항복조건

외력에 의해 결정되는 재료의 응력상태는 항복조건에 의해 탄성 혹은 소성으로 구분된다. 일반적인 항복조건은 Eq. (1)로 기술될 수 있다.

$$\Phi = \phi(\sigma_{ij}) - \phi_0 = 0 \quad (1)$$

여기서  $\phi_0$  는 특정 상수이며  $\phi$  는 코시응력텐서  $\sigma_{ij}$  (Cauchy stress tensor)에 작용하여 스칼라 값으로 나타내는 항복함수(yield function)이다.

등방성 재료는 특정 응력상태에서 좌표축의 선택과 상관없이 항복함수의 값  $\phi(\sigma_{ij})$ 이 일정하게 유지된다. 즉, 등방성 재료의 항복함수는 오로지 응력텐서의 불변량(invariants)을 인자로 한 함수로 표현이 가능하다. 응력텐서의 독립적인 세 가지 주요 불변량은  $I_1, I_2, I_3$  로 Eq. (2) 에 나타내었다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= \left\| \begin{array}{cc} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} \sigma_{33} & \sigma_{31} \\ \sigma_{13} & \sigma_{11} \end{array} \right\| \\ &= \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \\ I_3 &= \left\| \underline{\underline{\sigma}} \right\| = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{aligned} \quad (2)$$

특히, 소성변형에 의해 체적이 변하지 않는 비압축성 재료(incompressible material)는 평균응력(mean stress)이 소성거동에 영향을 주지 않기 때문에 편차응력(stress deviator)의 불변량으로 항복함수 기술이 가능하다. 편차응력과 편차응력의 세 가지 주요 불변량  $J_1, J_2, J_3$ 을 Eq. (3) 과 Eq. (4) 에 각각 나타내었다. 특히,  $J_1 = 0$  이기 때문에 독립적인 두 가지 주요 불변량  $J_2, J_3$ 만이 고려대상이 된다.

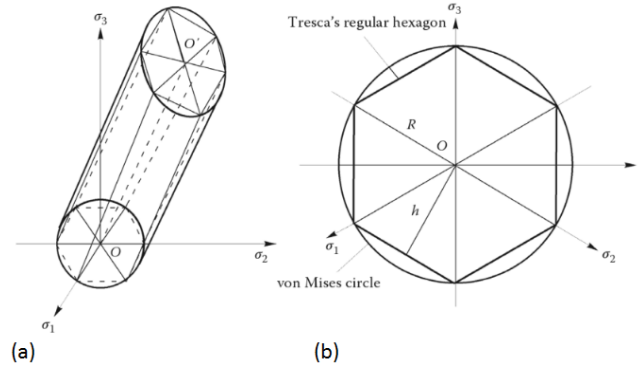


Fig. 1 Comparison of the Tresca and the von Mises yield criterion; (a) yield surfaces on the principal stress space, (b) yield loci on the  $\pi$  plane[7]

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} J_1 &= s_{11} + s_{22} + s_{33} = s_1 + s_2 + s_3 = 0 \\ J_2 &= \left\| \begin{array}{cc} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} s_{22} & s_{23} \\ s_{32} & s_{33} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} s_{33} & s_{31} \\ s_{13} & s_{11} \end{array} \right\| \\ &= \frac{s_{ij}s_{ij}}{2} = \frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}{2} \\ J_3 &= \left\| \underline{\underline{s}} \right\| = s_1s_2s_3 \end{aligned} \quad (4)$$

또한, 응력텐서의 고유값 문제(eigenvalue problem)로부터 특성 방정식(characteristic equation)을 산출하고 특성 방정식의 해인 고유값(eigenvalue)을 구하여 응력텐서의 주응력(principal stresses)이라 부르는데, 이것 역시 좌표축의 선택에 무관한 불변량으로 등방성 재료의 항복함수 표현에 사용할 수 있다. 코시주응력과 편차주응력은 각각  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 와  $s_1, s_2, s_3$ 로 표현한다.

비압축성 등방성 재료의 항복조건으로 가장 오래된 Tresca[6] 항복조건은 재료의 최대 전단응력이 임계값  $\sigma_s$ 에 도달하면 항복이 일어나는 것을 의미한다.

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{s_1 - s_3}{2} = \sigma_s \quad (5)$$

Tresca 항복조건의 항복면(yield surface)은 주응력공간에서 Fig. 1과 같이 육각프리즘을 나타내며 평균응력에 영향을 받지 않는다.

금속가공 공정 전산해석에 가장 일반적이고 널리 사용되는 von Mises[8]항복조건은 편차응력의 두 번째 불변량  $J_2$ 를 이용하여 Eq. (5)로 정의 된다.

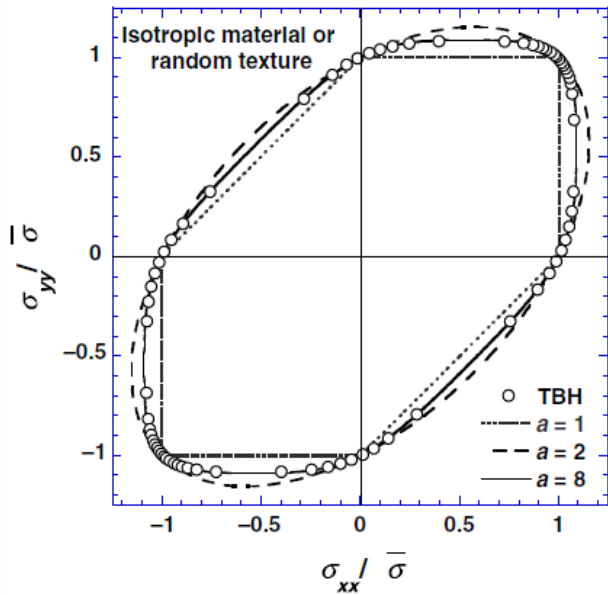


Fig. 2 Plane stress yield surface for isotropic material with a full-constraint crystal plasticity and Hershey's yield function[11]

$$J_2 = \sigma_u^2 / 3 \quad (5)$$

여기서  $\sigma_u$  는 일축인장 항복응력을 나타내며 Eq. (5)를 주응력 성분으로 표현하면 Eq. (6)과 같다.

$$\begin{aligned} (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 &= 2\sigma_u^2 \\ \Leftrightarrow (s_2 - s_3)^2 + (s_3 - s_1)^2 + (s_1 - s_2)^2 &= 2\sigma_u^2 \end{aligned} \quad (6)$$

von Mises 항복조건 of 항복면을 주응력 공간에서 Fig. 1에 도시하였다. 항복면은 원기둥 모양이며 평균 응력에 영향을 받지 않는다.

Hershey[9]와 Hosford[10]는 Eq.(7)에 나타난 비이차 등방성 항복함수를 제시했다.

$$\begin{aligned} \phi &= |\sigma_2 - \sigma_3|^a + |\sigma_3 - \sigma_1|^a + |\sigma_1 - \sigma_2|^a = 2\sigma_u^a \\ \Leftrightarrow \phi &= |s_2 - s_3|^a + |s_3 - s_1|^a + |s_1 - s_2|^a = 2\sigma_u^a \end{aligned} \quad (7)$$

위의 항복함수는 특정 지수의 값에서 von Mises 와 Tresca 항복면을 정확하게 표현 할 수 있다. 지수  $a=2$  혹은  $a=4$  이면 항복면이 von Mises 항복면과 같고  $a \rightarrow \infty$  인 경우, Tresca 항복면에 근사한다. 또한  $1 < a < 2$  또는  $a > 4$  인 경우 항복면은 von Mises 항복면과 Tresca 항복면 사이에 존재하게 된다. 마지막

으로,  $a < 1$  또는  $2 < a < 4$  인 경우 항복면은 von Mises 항복면 밖에 존재하게 된다.

특히, 이 항복함수는 결정소성(crystal plasticity)으로 계산된 체심입방(BCC)과 면심입방(FCC) 구조의 등방성 재료 항복면을 Fig. 2처럼 각각  $a=6$  과  $a=8$  의 지수를 이용하여 정확하게 예측할 수 있다.

앞서 소개된 Tresca, von Mises, Hershey 의 항복함수는 응력 성분의 부호(압축, 인장)에 따라 다른 크기의 항복강도(SD 효과 또는 strength differential 효과)를 나타내는 재료의 항복현상을 정확히 예측할 수 없다. 조밀 육방 격자(HCP) 구조의 금속 재료의 경우 슬립계(slip system)가 충분하지 못해 소성변형의 초기에 쌍정에 의한 변형이 주요 변형 미커니즘의 하나로서 작동하는데 쌍정은 인장과 압축에서 서로 다른 항복강도를 나타낸다고 알려져 있다[12]. 이에, 쌍정에 의한 SD 효과를 정확히 기술하기 위해서는 편차응력의 주응력 부호를 항복 조건에 도입하기 위하여 Eq. (8)처럼 등방 비대칭 항복조건을 구성하기도 하였다[12].

$$\phi = \left( |s_1| - ks_1 \right)^a + \left( |s_2| - ks_2 \right)^a + \left( |s_3| - ks_3 \right)^a = 2\sigma_s^a \quad (8)$$

이 때 일축 인장과 압축 시 항복강도의 비는 Eq. (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_t} = \left( \frac{2^{a-1} |1-k|^a + |1+k|^a}{2^{a-1} |1+k|^a + |1-k|^a} \right)^{1/a} \quad (9)$$

### 3. 이방성 재료의 항복 조건

이방성(anisotropic) 재료가 등방성 재료로부터 구분되는 가장 주요한 차이점은 외력에 의한 소성변형이 재료의 방향에 따라 다르다는 것이다. 즉, 등방성 재료에서 사용했던 응력텐서의 불변량만으로는 이방성 재료의 항복 조건을 기술하는 것이 불가능하다. 따라서 특정한 좌표축에서 재료의 거동을 기술하는 것이 중요한데, 보통 압연된 판재의 경우 압연방향(Rolling Direction, RD), 측면방향(Transverse Direction, TD), 압연 면에 수직방향(Normal Direction, ND)으로 재료의 좌표축을 고정시키고 재료의 물성을 기술한다.

이방성 재료의 항복조건 기술 방법은 크게 두 가

지로 분류할 수 있다. 하나는 응력 텐서와 재료의 물성을 기술하는 텐서의 공통 불변량으로 표시하는 방법이 있다[13]. 다른 하나는 선형 변환된(linear transformed) 응력텐서를 등방 항복함수에 삽입하여 표현하여 등방 항복 조건을 이방성 항복 조건으로 확장하는 방법이다[14].

초기 이방성 항복 조건의 기술은 응력 텐서와 재료 물성 텐서의 공통 불변량을 통한 기술로 시작되었다. Eq. (10)은 von Mises 가 처음 제안한 이방성 항복조건을 나타낸다[15].

$$A_{ijk}\sigma_{ij}\sigma_{kl} = 1 \text{ with } A_{ijk} = A_{jik} = A_{kij} \quad (10)$$

$A_{ijk}$ 의 대칭 성질로 인해 독립된 인자의 수는 21개이며 비압축성 재료로 평균응력에 영향을 받지 않을 경우 15개로 줄어든다. 특히, 직교 이방성(orthotropic material) 재료의 항복 조건은 Hill에 의해 Eq. (11)과 같이 기술되었다[16].

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (11)$$

여기서  $F, G, H, L, M, N$ 은 재료의 이방성을 나타내는 상수들이며  $x, y, z$ 는 항복조건이 기술된 직교 이방성의 대칭축, 판재의 경우 RD, TD, ND을 나타낸다.

등방성 재료의 항복 조건을 이방성 재료의 항복 조건 기술로 확장하기 위해서는 이방성을 고려한 응력의 선형변환이 필수적이다[17].

$$\tilde{s}_{ij} = C_{ijkl}s_{kl} \quad (12)$$

위 Eq. (12)에서  $C_{ijkl}$ 은 4차 텐서로서 이방성을 나타내는 재료상수를 포함하고 있다. 등방성 재료의  $C_{ijkl}$ 은 단위 텐서(identity tensor)가 된다. 등방성 항복 조건의 불변량 혹은 주응력을 Eq. (12)에서 구한 일차 변환된 편차응력텐서  $\tilde{s}_{ij}$ 의 독립된 불변량  $\tilde{J}_2$ ,  $\tilde{J}_3$  혹은 주응력  $\tilde{s}_1$ ,  $\tilde{s}_2$ ,  $\tilde{s}_3$ 으로 치환하면 비압축성 이방성 재료의 항복 조건을 나타낼 수 있다.

Karafilis and Boyce[18]는 하나의 일차 변환된 응력 텐서를 사용하여 Eq. (12)를 비압축성 이방성 재료의 일반적인 항복 조건으로 확장 제시하였다.

$$\phi = (1-c) \left\{ |\tilde{s}_2 - \tilde{s}_3|^a + |\tilde{s}_3 - \tilde{s}_1|^a + |\tilde{s}_1 - \tilde{s}_2|^a \right\} + c \frac{3^a}{2^{a-1} + 1} \left\{ |\tilde{s}_1|^a + |\tilde{s}_2|^a + |\tilde{s}_3|^a \right\} = 2\bar{\sigma}^a \quad (12)$$

하나의 일차변환 뿐만 아니라 두 개 이상의 일차변환을 사용하여 각 변환에 해당하는 응력 텐서를 생성하고 주응력을 이용하여 등방성 항복 조건을 이방성 항복 조건으로 확장하는 것 역시 가능하다. Barlat et al.[17]는 Eq. (13)에 제시된 두 개의 일차변환을 이용하여 편차응력을 변환하고 변환된 편차응력으로부터 주응력을 구하였다. 변환된 편차응력의 주응력을 이용하여 평면응력 조건에 해당하는 비압축성 이방성 항복 조건을 Eq. (7)로부터 확장하여 Eq. (14)로 제시하였다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{s}'_{xx} \\ \tilde{s}'_{yy} \\ \tilde{s}'_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{s}_{xx} \\ \tilde{s}_{yy} \\ \tilde{s}_{xy} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \tilde{s}''_{xx} \\ \tilde{s}''_{yy} \\ \tilde{s}''_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{s}_{xx} \\ \tilde{s}_{yy} \\ \tilde{s}_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\phi = |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}'_2|^a + |2\tilde{s}''_2 + \tilde{s}''_1|^a + |2\tilde{s}''_1 + \tilde{s}''_2|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (14)$$

평면응력 조건하에서 이방성 재료의 항복조건인 Eq. (14)는 재료의 이방성을 나타내는 8개의 재료상수(material parameter)를 갖고 있으며 BCC 와 FCC의 경우 통상적으로 각각 지수  $a=6$ 과  $a=8$ 을 적용한다.

Fig. 3은 TRIP980 초고강도강 판재의 방향에 따른 항복강도와 r-값을 Eq. (11)과 Eq. (14)를 이용해 예측해보고 실험과 비교한 그림이다. 그림의 범례에 Hill48은 Eq. (11)을 나타내고 Yld2000-2d는 Eq. (14)를 나타낸다. 비이차 이방성 항복함수인 Eq. (14)에서 BCC 기술에 적합한 항복함수의 지수  $a=8$ 을 사용한 경우 항복 조건식이 실험결과를 가장 정확하게 예측함을 확인할 수 있다. 이와 같은 예측 정확도의 차이는 평면응력 조건하에서 이방성을 나타낼 수 있는 Eq. (14)의 재료상수의 수가 8개인데 반해 Eq. (11)의 재료상수의 개수는 4개로 훨씬 적음에 기인한다고 할 수 있다. 즉, Hill48 항복 함수의 경우 이방성 재료상수를

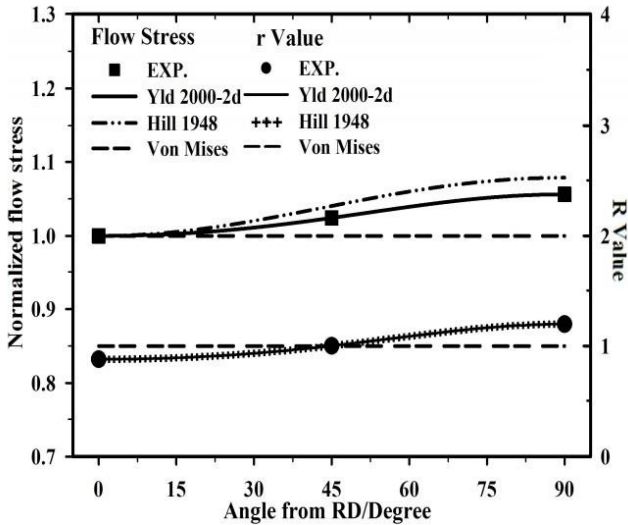


Fig. 3 Measured yield stress points and r-values compared with prediction using Yld2000-2d, Hill1948 and von Mises yield functions[19]

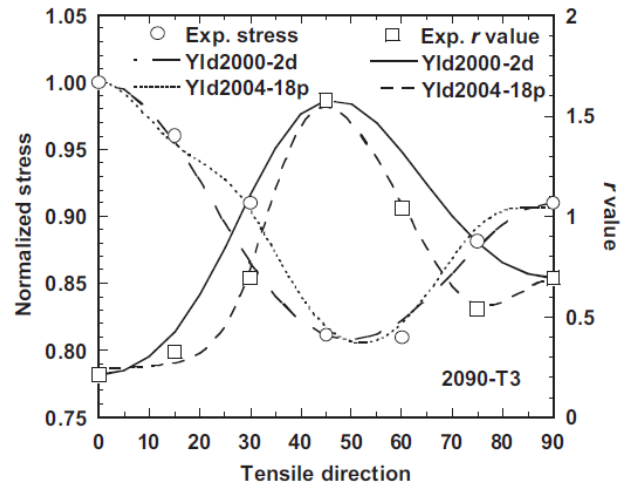


Fig. 4 Measured yield stress points and r-values compared with prediction using Yld2004-18p, Yld2000-2d functions[11]

$$C' = \begin{bmatrix} 0 & -c'_{12} & -c'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c'_{21} & 0 & -c'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c'_{31} & -c'_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c'_{66} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C'' = \begin{bmatrix} 0 & -c''_{12} & -c''_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c''_{21} & 0 & -c''_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c''_{31} & -c''_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c''_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c''_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c''_{66} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \phi &= |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}''_1|^a + |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}''_2|^a + |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}''_3|^a \\ &+ |\tilde{s}'_2 - \tilde{s}''_1|^a + |\tilde{s}'_2 - \tilde{s}''_2|^a + |\tilde{s}'_2 - \tilde{s}''_3|^a \\ &+ |\tilde{s}'_3 - \tilde{s}''_1|^a + |\tilde{s}'_3 - \tilde{s}''_2|^a + |\tilde{s}'_3 - \tilde{s}''_3|^a = 4\bar{\sigma}^a \end{aligned} \quad (16)$$

결정할 때, 방향 별 항복응력 또는 r-값 중 하나를 선택하여 항복함수를 결정하는 반면, Yld2000-2d의 경우는 방향에 따른 항복응력과 r-값들이 모두 사용되어 예측 정확도를 향상 시킬 수 있다.

이방성 금속재료의 3차원 응력 조건하에서의 항복 조건을 기술하기 위해서 Barlat[20]는 Eq. (15)의 두 가지 일차변환을 이용하여 Hershey's 항복 조건 Eq. (7)을 Eq. (16)으로 확장하였다.

Al-Li 합금에 대하여 방향별 항복응력과 r-값을

측정하고 Eq. (14)와 Eq. (16)의 예측 정확도를 Fig. 4에서 비교해보았다. 그림 범례의 Yld2004-18P는 Eq. (16)을 나타낸다. 전체응력에 기반한 항복 조건인 Eq. (16)의 이방성 예측도가 Eq. (14)보다 뛰어남을 확인할 수 있다. 이는 재료상수가 18개인 Eq. (16)이 8개인 Eq. (14)보다 유연하게 재료의 이방성을 고려할 수 있기 때문이다.

앞서 설명된 Hill48 또는 Yld2000-2d 항복함수는 인장과 압축 시 항복 응력의 크기가 일치하며 이는 FCC, BCC 재료의 소성 특성을 잘 반영하고 있다. 그러나, HCP 미세구조를 가지는 금속재료의 경우는 쌍정과 전위의 슬립이 주요 소성 변형 미커니즘으로 작용하여 마그네슘, 타이타늄 합금 등의 경우 인장과 압축 시 항복응력이 매우 상이한 SD 효과를 보인다. SD 효과를 고려한 이방성 재료의 항복강도 예측을 위해 Cazacu et al.[12]는 Eq. (17)의 일차변환과 변환된 편차응력으로부터 계산된 주응력을 통해 Eq. (8)을 Eq. (18)의 항복 조건으로 확장하여 항복조건을 제시하였다.

$$C' = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{21} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{31} & C'_{32} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \quad (17)$$

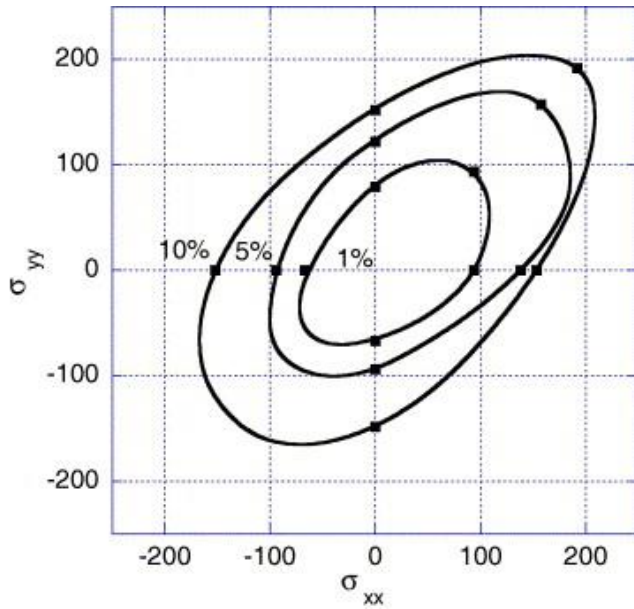


Fig. 5 Comparison between yield loci for Mg-4% Li alloy sheet predicted by the theory and experiments[12]

$$\phi = \left| \tilde{s}'_1 - k\tilde{s}'_1 \right|^a + \left| \tilde{s}'_2 - k\tilde{s}'_2 \right|^a + \left| \tilde{s}'_3 - k\tilde{s}'_3 \right|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (18)$$

Mg-Li 합금에 응력상태별 항복응력 측정 값(사각부호)과 Eq. (18)의 예측 값(연속선)을 Fig. 5에 나타냈다. 그림에서 확인할 수 있듯이 고안된 항복 조건은 방향별 이방성 뿐만 아니라 인장과 압축시 항복강도 크기의 차이를 예측할 수 있다.

#### 4. 성형공정 해석 적용사례

컵드로잉 성형공정 해석은 재료에 적용된 항복함수에 따라 예측된 컵높이의 윤곽선 형태, 즉 이어링 프로파일(earing profile)이 달라진다. Yoon et al.[21]은 알루미늄 합금의 컵드로잉 공정을 다양한 항복함수를 적용하여 유한요소 해석을 이용한 전산모사를 수행하고 항복함수에 따라 예측된 이어링 형상과 실험과 비교하였다. 전산모사에 적용된 항복함수들의 이방성 재료상수를 계산하기 위하여 Fig. 6과 같이 RD (0°)에서 TD (90°) 까지 15° 별로 인장시험을 수행하여 항복 강도 및 r-값을 측정하고 각각의 항복함수에 대하여 최적의 이방성 재료상수를 결정하였다. 또한 RD 인장 응력 곡선을 기준으로 하여 등방 경화거동을 결정하고 유한요소 전산모사에 적용하여 해석을 수행하였다.

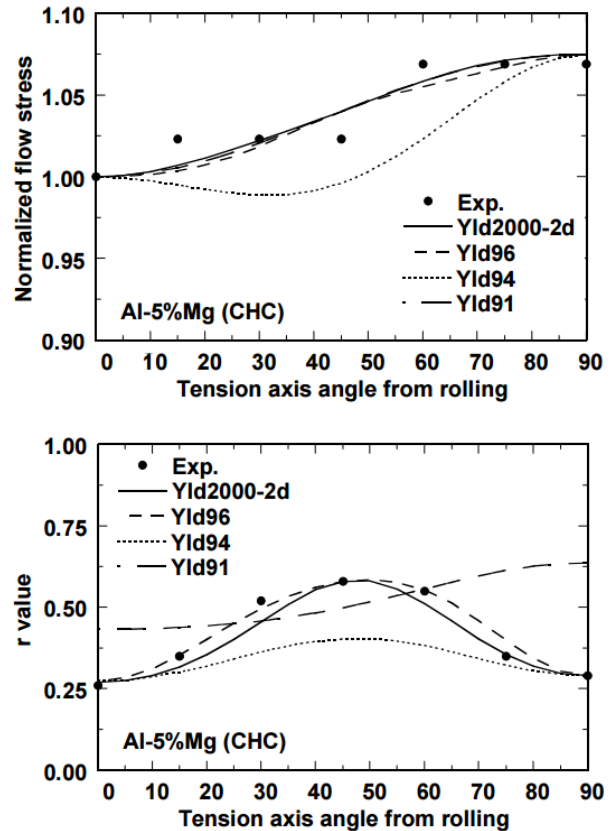


Fig. 6 Measured yield stress points and r-values compared with prediction using Yld2000-2d, Yld96, Yld94 and Yld91[21]

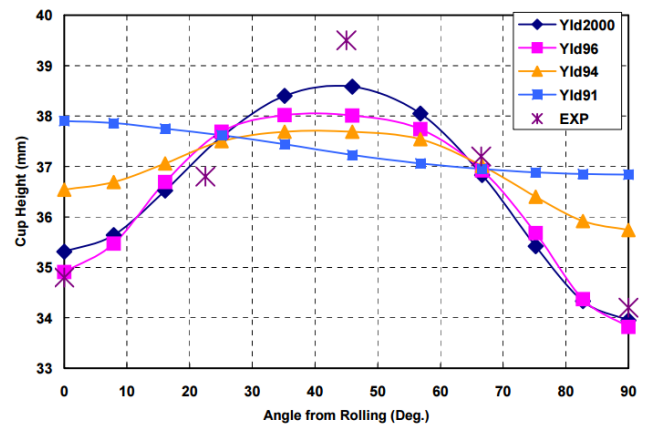


Fig. 7 Comparison of earing profiles among Yld2000-2d, Yld96, Yld94, Yld91 and experiment[21]

주어진 재료의 항복함수에 따른 컵드로잉 공정 해석 결과 분석을 통해 항복함수가 이어링 형상의 예측에 상당한 영향을 준다는 것을 Fig. 7에서 확인할 수 있다. Yld2000-2d 항복함수를 사용한 공정 해

석의 경우 해석결과가 실험에서 측정된 이어링 프로파일을 가장 근사적으로 예측하였다. 이처럼, 성형공정의 특성과 재료의 이방성을 고려하여 항복합수를 선정하는 것은 판재성형 공정 해석 정확한 결과 도출을 위하여 매우 중요하다.

## 5. 결론

부품 및 완성품 제조업 분야에서의 시장경쟁이 치열해짐에 따라 경쟁력 제고를 위해서는 가공 공정 기술의 최적화를 통한 제품 개발 비용의 절감 및 제품의 품질 향상이 중요하다. 컴퓨터를 이용한 전산모사 해석 기술은 효율성 높은 가공 공정 기술의 최적화를 목표로 그 적용이 확대되고 있다. 가공 대상이 되는 소재의 기능화 및 고급화에 따라 가공 공정 중 수반되는 복잡한 재료의 응력과 탄성 및 소성 거동을 정확히 기술할 수 있는 재료 모델의 선정과 개발이 요구된다. 본 논문에서는 연속체 역학에 기반한 금속 재료 모델의 구성요소 중 탄성과 소성을 구분 짓고 소성 거동의 시발점이 되는 항복 조건에 대하여 간략히 살펴보았다. 비압축성 등방성 재료의 항복 조건은 편차응력의 불변량 혹은 주응력을 이용하여 표현할 수 있다. 비압축성 이방성 재료는 일차변환된 편차응력의 불변량 혹은 주응력을 등방성 재료의 항복 조건에 적용하여 이방성 항복 조건을 기술하고 그에 따라 방향 별 항복응력 및 소성 이방성을 예측할 수 있다. 가공대상이 되는 재료에 대한 항복조건 뿐만 아니라 소성유동법칙 및 경화거동을 세밀하게 표현할 수 있는 재료모델을 개발하고 효율적으로 적용함으로써 전산모사 해석을 이용한 가공 공정 최적화 기술은 산업현장에서의 적용 범위 및 활용도가 넓어질 것으로 기대된다.

## REFERENCES

- [1] I. N. Chou, C. Hung, 1999, Finite Element Analysis and Optimization on Springback Reduction, *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, Vol. 39, No. 3, pp. 517~536.
- [2] R. W. Lewis, K. Ravindran, 2000, Finite Element Simulation of Metal Casting, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 47, No. 1-3, pp. 29~59.
- [3] A.D. Santos, J.F. Duarte, A. Reis, B. da Rocha, R. Neto, R. Paiva, 2001, The Use of Finite Element Simulation for Optimization of Metal Forming and Tool Design, *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 119, No. 1-3, pp. 152~157.
- [4] D. L. McDowell, 2010, A Perspective on Trends in Multiscale Plasticity, *Int. J. Plast.*, Vol. 26, No. 9, pp. 1280~1309.
- [5] J. C. Simo, 1988, A Framework for Finite Strain Elastoplasticity Based on Maximum Plastic Dissipation and the Multiplicative Decomposition: Part I. Continuum Formulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 66, No. 2, pp. 199~219.
- [6] H. E. Tresca, 1864, *Mémoire Sur L'écoulement Des Corps Solides Soumis à De Fortes Pressions*, Paris, Gauthier-Villars.
- [7] Y. Zhou, L. Yang, Y. Huang, 2013, *Micro-and Macromechanical Properties of Materials*, CRC Press.
- [8] R. V. Mises, 1913, *Mechanik Der Festen Körper Im Plastisch-Deformablen Zustand*, *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, Vol. 1913, pp. 582~592.
- [9] A. V. Hershey, 1954, The Plasticity of an Isotropic Aggregate of Anisotropic Face-Centered Cubic Crystals, *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, Vol. 21, No. 3, pp. 241~249.
- [10] W. F. Hosford, 1972, A Generalized Isotropic Yield Criterion, *J. Appl. Mech.*, Vol. 39, No. 2, pp. 607~609.
- [11] S. Hashmi, 2014, *Comprehensive Materials Processing*, Newnes.
- [12] O. Cazacu, B. Plunkett, F. Barlat, 2006, Orthotropic Yield Criterion for Hexagonal Closed Packed Metals, *Int. J. Plast.*, Vol. 22, No. 7, pp. 1171~1194.
- [13] T. Rogers, 1987, Yield Criteria, Flow Rules, and Hardening in Anisotropic Plasticity, *Yielding, Damage, and Failure of Anisotropic Solids*, pp. 53~79.
- [14] Z. Sobotka, 1969, Theorie Des Plastischen Fliessens Von Anisotropen Körpern, *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 49, No. 1-2, pp. 25~32.
- [15] R. V. Mises, 1928, *Mechanik Der Plastischen Formänderung Von Kristallen*, *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 8, No. 3, pp. 161~185.

- [16] R. Hill, 1948, A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals, Proc. R. Soc. London, Ser. A-Mathematical and Physical Sciences, Vol. 193, No. 1033, pp. 281~297.
- [17] F. Barlat, J. C. Brem, J. W. Yoon, K. Chung, R. E. Dick, D. J. Lege, F. Pourboghrat, S. H. Choi, E. Chu, 2003, Plane Stress Yield Function for Aluminum Alloy Sheets-Part 1: Theory, Int. J. Plast., Vol. 19, No. 9, pp. 1297~1319.
- [18] A. P. Karafillis, M. C. Boyce, 1993, A General Anisotropic Yield Criterion Using Bounds and a Transformation Weighting Tensor, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 41, No. 12, pp. 1859~1886.
- [19] S. Panich, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jirathearanat, 2012, Anisotropic Plastic Behavior of Trip 780 Steel Sheet in Hole Expansion Test, Key Eng. Mater., Trans Tech Publ. Vol. 504, pp. 89~94.
- [20] F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M. E. Karabin, J. C. Brem, R. E. Dick, 2005, Linear Transformation-Based Anisotropic Yield Functions, Int. J. Plast., Vol. 21, No. 5, pp. 1009~1039.
- [21] J. Yoon, F. Barlat, R. Dick, Plane Stress Yield Function for Aluminum Alloy Sheet: Fe Formulation and Its Implementation, 2004 ABAQUS Users' Conference.