

# 근궤적과 수동 조정에 의한 직접 구동형 서보밸브의 PID 제어기 및 미분피드백 이득 설계 PID Controller and Derivative-feedback Gain Design of the Direct-drive Servo Valve Using the Root Locus and Manual Tuning

이성래<sup>1\*</sup>

Seong Rae Lee

Received: 21 Jul. 2016, Revised: 08 Aug. 2016, Accepted: 09 Aug. 2016

**Key Words** : Direct Drive Servo Valve(직접 구동형 서보밸브), PID Controller(비례-적분-미분 제어기), Derivative Feedback Gain(미분피드백 이득), Manual Tuning(수동 조정), Root Locus(근궤적)

**Abstract:** The direct-drive servo valve(DDV) is a kind of one-stage valve because the main spool valve is directly driven by the dc motor. Since the DDV structure is simple, it is less expensive, more reliable, and offers a reduced internal leakage and a reduced sensitivity to fluid contamination. The control system of the DDV is highly nonlinear due to a current limiter, a voltage limiter, and the flow-force effect on the spool motion. The shape of the step response of the DDV-control system varies considerably according to the magnitudes of the step input and the load pressure. The system-design requirements mean that the overshoots should be less than 20%, and the errors at 0.02s should be less than 2%, regardless of the reference-step input sizes of 1V and 5V and the load-pressure magnitudes of 0MPa and 20.7MPa. To satisfy the system-design requirements, the PID-controller parameters of  $K_c$ ,  $T_i$  and  $T_d$ , and the derivative-feedback gain of  $K_{der}$  are designed using the root locus and manual tuning.

## 기호 설명

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ : coefficients of denominator polynomial of  $G_m(s)r G_L(s)$

$B_{eq}$ : equivalent viscous damping coefficient of DC motor

$f_{der}$ : break frequency of 1st order filter of derivative feedback

$G_{ass.}(s)$ : transfer function of motor-valve assembly

$G_c(s), G_c^*(s)$ : transfer function of PID controller

$C_d$ : flow coefficient of spool valve orifice

$C_v$ : velocity coefficient of spool valve orifice

$G_L(s)$ : transfer function of LVDT

$G_m(s)$ : transfer function of DC motor

$H_c(s)$ : transfer function of derivative feedback

$H_{po}$ : steady state gain of LVDT

$I_c$ : output current of PID controller

$I_{con}: I_c - I_{der}$

$I_{con\_sat}$ : saturated current of  $I_{con}$

$I_{der}$ : output current of derivative feedback

$I_m$ : coil current of DC motor

$J_{eq}$ : equivalent inertia of DC motor rotating part

$K_b$ : back e.m.f. constant of DC motor

$K_c$ : gain of PID controller

\* Corresponding author: srlee@konyang.ac.kr  
Department of Mechanical Engineering, Konyang University,  
Nonsan 32992, Korea  
Copyright © 2016, KSFC

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

- $K_d$ : derivative gain of PID controller
- $K_{der}$ : gain of derivative feedback
- $K_{eq}$ : equivalent rotational flow spring constant of DC motor
- $K_{ga}$ : gain of current to voltage converter
- $K_i$ : integral gain of PID controller
- $K_p$ : proportional gain of PID controller
- $K_t$ : torque constant of DC motor
- $K_{vf}$ : flow spring constant of spool valve
- $L$ : coil inductance of DC motor
- $N$ : number of DC motor poles
- $N_d$ : constant of 1st order filter of derivative control
- $P_1, P_2$ : port 1, port 2 pressure of spool valve
- $P_R, P_s$ : return and supply pressure of spool valve
- $P_L$ : load pressure of spool valve,  $P_L = P_1 - P_2$
- $r$ : rotating radius of DC motor
- $R$ : coil resistant of DC motor
- $s$ : Laplace variable
- $T_d$ : derivative time constant of PID controller
- $T_i$ : integral time constant of PID controller
- $T_m$ : output torque of DC motor
- $V_e$ : error signal voltage of spool position
- $V_m$ : input signal voltage to DC motor
- $V_{m\_sat}$ : saturated voltage of  $V_m$
- $V_r$ : reference signal voltage of spool position
- $V_x$ : output signal voltage of spool position
- $w$ : ratio of orifice area to spool position
- $x_v$ : spool position of spool valve
- $\zeta_L, \omega_L$ : damping ratio and undamped natural frequency of LVDT
- $\theta, \frac{d\theta}{dt}, \frac{d^2\theta}{dt^2}$ : angular position, angular velocity and angular acceleration of DC motor
- $\tau_{der}$ : time constant of 1st order filter of derivative feedback
- $\tau_{lag}, \alpha, \tau_{lead}, \beta, K_p^*$ : lead-lag controller parameters
- $\omega_n, \zeta$ : complex number in polar coordinates

## 1. 서 론

직접 구동형 서보밸브는 Fig. 1에 나타난 것처럼 밸브 제어기, 제한각 DC모터, 회전운동을 직선운동

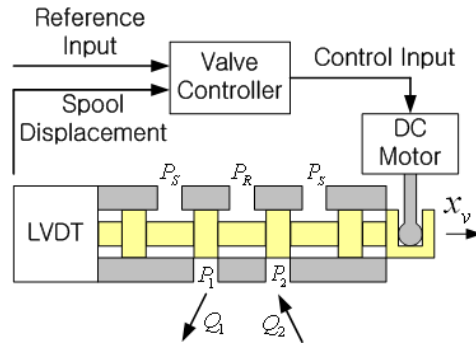


Fig. 1 Schematics of a direct drive servo valve

으로 변환시키는 기구, 스푼 밸브 및 위치 센서(LVDT)로 구성되는 1단 밸브이며 유압 구동기에 공급되는 유량을 제어하는 역할을 한다. 직접 구동형 서보밸브는 직류 전기모터의 회전 토크를 이용하여 밸브 스푼을 직접 구동시키므로 구조가 간단하고 값이 싸며 내부 누유량이 적고 유체 오염에 덜 민감하며 부품 수가 적기 때문에 신뢰성이 증가한다.

반면에 1단 밸브이기 때문에 밸브를 통과하는 유량의 크기에 따라 밸브 스푼에 작용하는 유체력의 영향이 커진다. 또한 제어기의 출력 전류와 DC모터에 인가되는 전압은 각각 리미터에 의해 제한된다. 따라서 직접 구동형 서보밸브 제어 시스템은 부하압력의 크기에 따라 등가 스프링 상수가 변하고 전류 리미터 및 전압 리미터에 의한 비선형성을 포함하는 시스템이다.

직접 구동형 서보밸브의 제어기 설계 요구조건은 계단응답에서 기준입력(1V~5V) 및 부하압력(0MPa~20.7MPa)의 크기에 관계없이 오버슈트 20% 이하와  $t=0.02s$ 에서 오차 2% 이하를 만족시키는 것이다. 처음에는 진상-지상 제어기가 제안되었으며 5개의 제어기 변수( $K_p^*, \tau_{lag}, \alpha, \tau_{lead}, \beta$ ) 값을 구하기 위해 해석적 보데선도 기법<sup>1)</sup>, 콤플렉스법<sup>2,3)</sup>, 유전자 알고리즘과 콤플렉스법<sup>4,5)</sup>을 적용하였으나 제어기 변수 값을 변화시키는 규칙(rule)의 부족, 목적함수 설정의 어려움 때문에 설계 과정이 쉽지가 않았다.

본 논문에서는 먼저 모터-밸브 조립체의 근궤적을 도식하여 모터-밸브 조립체가 안정하고 빠른 극점을 갖도록 미분피드백의 이득값을 결정하였다.

그리고 PID 제어기는 제어기 변수( $K_c, T_i, T_d$ )의 개수가 3개에 불과하지만 산업계 전반에 널리 사용되고 있는 제어기로서 직접 구동형 서보밸브의 제어기 설계 요구조건을 만족시킬 수 있는가를 확인하는 것이 연구의 목적이었다. 일반적인 조정 규칙(tuning rules)에 따라서 시스템 설계 요구조건을 만족하는

PID 제어기 변수( $K_c$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ) 값을 구했고 제어기 변수 값의 변화에 따른 제어 시스템의 계단응답 곡선(응답속도, 오버슈트, 정상상태오차)의 변화에 연관성을 부여하기 위해, 특성근 변화(근계적)를 도시하였다.

## 2. 직접 구동형 서보밸브의 수학적 모델

### 2.1 제어기

고성능 PID제어기는 스톱 위치의 오차 전압신호,  $V_e$ 를 입력으로 받아서 제어 전류,  $I_c$ 를 출력시킨다. 제어기의 전달함수는 식(1)로 표현되며 오차신호는 식(2)와 같다. 통상적으로  $N_d$  값은 20이다.

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N_d} s + 1} \right) \quad (1)$$

$$V_e = V_r - V_x \quad (2)$$

미분피드백 제어기는 스톱 위치전압,  $V_x$ 를 입력으로 하고 피드백 전류,  $I_{der}$ 를 출력시킨다. 미분피드백 제어기의 전달함수는 식(3)과 같다.

$$H_c(s) = \frac{K_{der} s}{\tau_{der} s + 1} \quad (3)$$

$$\tau_{der} = \frac{1}{2\pi f_{der}} \quad (4)$$

PID 제어기의 출력전류,  $I_c$ 에서 미분피드백 제어기의 출력전류,  $I_{der}$ 를 뺀 전류,  $I_{con}$ 는 식(5)과 같이 전류 리미터에 의해 제한된다.

$$I_{con\_sat} = sat(I_{con}), \quad -3.69A \leq I_{con\_sat} \leq 3.69A \quad (5)$$

$$I_{con} = I_c - I_{der} \quad (6)$$

### 2.2 제한각 DC모터 및 스톱 밸브

제어기 출력전류,  $I_{con\_sat}$ 에서 DC모터 전류,  $I_m$ 을 뺀 전류는 식(7)과 같이 전류-전압 변환기에 의해  $V_m$ 으로 변환되고  $V_m$ 은 식(8)과 같이 전압 리미터에 의해 제한된 후 제한각 DC모터에 인가된다.

$$V_m = K_{ga}(I_{con\_sat} - I_m) \quad (7)$$

$$V_{m\_sat} = sat(V_m), \quad -24V \leq V_{m\_sat} \leq +24V \quad (8)$$

DC모터 전기회로에 대한 전압법칙은 식(9)와 같으며 제한각 DC모터<sup>6)</sup>의 회전 출력토크는 식(10)과 같다.

$$V_{m\_sat} = L \frac{dI_m}{dt} + RI_m + K_v \frac{d\theta}{dt} \quad (9)$$

$$T_m = K_t \cos\left(\frac{N}{2}\theta\right) I_m, \quad N=4 \quad (10)$$

식(11)과 같이 DC모터의 회전 운동은 반지름이  $r$ 인 미끄럼 링크에 의해 밸브 스톱의 직선운동으로 변환된다. 여기서  $\theta$ 는 매우 작은 값을 갖는다.

$$x_v = r \cdot \sin(\theta) \quad (11)$$

DC모터의 회전축을 기준으로 하는 등가 회전 운동방정식은 식(12)로 표현된다.

$$T_m = J_{eq} \frac{d^2\theta}{dt^2} + B_{eq} \frac{d\theta}{dt} + K_{eq}\theta \quad (12)$$

$$K_{eq} = r^2 K_{vf} \quad (13)$$

여기서 스톱 밸브의 과도 유체력에 의해 발생하는 점성력은 고려하지 않았으며  $K_{vf}$ 는 스톱 밸브의 유체력에 의한 직선 스프링 상수이며 다음 식(14)로 표현된다.<sup>7)</sup>

$$K_{vf} = 2C_v C_d \cos(69^\circ) w (P_s - P_L) \approx 0.43w (P_s - P_L) \quad (14)$$

### 2.3 스톱 변위 측정기

스톱 변위 측정기로서 LVDT가 사용되며 식(15)와 같이 2차 전달함수로 가정한다.

$$G_L(s) = \frac{V_x(s)}{x_v(s)} = \frac{H_{po}}{\frac{s^2}{\omega_L^2} + \frac{2\zeta_L s}{\omega_L} + 1} \quad (15)$$

### 2.4 제어 시스템 블록선도

식(1)~식(15)을 참고하여 직접 구동형 서보밸브 제어 시스템의 선형화된 블록선도를 Fig. 2에 나타냈다. Fig. 2에 나타난 블록선도에서 PID 제어기를 제외한 나머지 부분을 모터-밸브 조립체로 정의하고 간단히 하면 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다.

Fig. 3에서  $G_m(s)$ 는 입력신호가  $I_{con\_sat}$  이고 출력신호가  $\theta$ 인 제한각 DC모터의 전달함수이다. Fig. 2를 참고하여 블록선도를 간단히 하면 식(16)과 같이

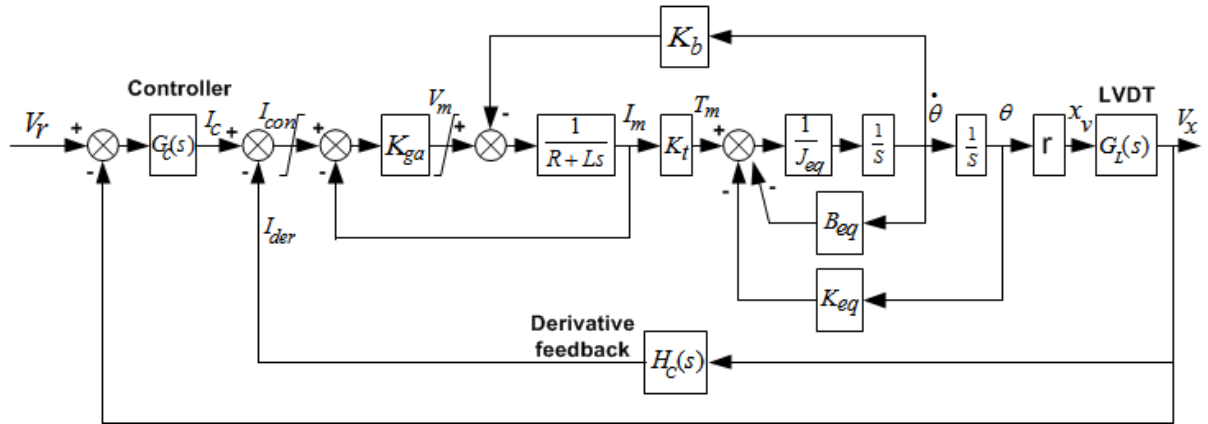


Fig. 2 Block diagram of a direct drive servo valve control system

전달함수,  $G_m(s)$ 를 유도할 수 있다.

$$G_m(s) = \frac{K_{ga}K_T}{\left[ \begin{array}{l} LJ_{eq}s^3 + (RJ_{eq} + K_{ga}J_{eq} + LB_{eq})s^2 \\ + (LK_{eq} + RB_{eq} + K_{ga}B_{eq} + K_TK_b)s \\ + (R + K_{ga})K_{eq} \end{array} \right]} \quad (16)$$

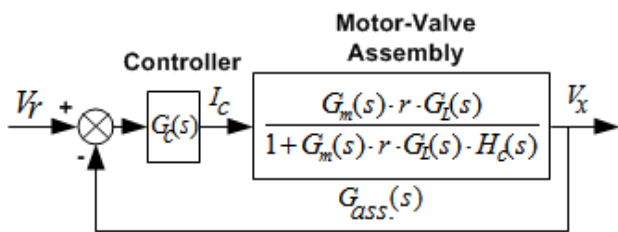


Fig. 3 Simplified block diagram of a direct drive servo valve control system

또한 Fig. 3에 나타난 모터-밸브 조립체의 전달함수,  $G_{ass.}(s)$ 는 식(17)로 표현되며 계수  $a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0$ 는 식(18)~식(23)과 같이 표현된다.

$$G_{ass.}(s) = \frac{K_{ga}K_T r H_{po}(\tau_{der}s + 1)}{\left[ \begin{array}{l} (a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3)(\tau_{der}s + 1) \\ + a_2s^2 + a_1s + a_0 \\ + K_{ga}K_T r H_{po} K_{der}s \end{array} \right]} \quad (17)$$

$$a_5 = LJ_{eq} \frac{1}{\omega_L^2} \quad (18)$$

$$a_4 = LJ_{eq} \frac{2\zeta_L}{\omega_L} + (RJ_{eq} + K_{ga}J_{eq} + LB_{eq}) \frac{1}{\omega_L^2} \quad (19)$$

$$a_3 = LJ_{eq} + (RJ_{eq} + K_{ga}J_{eq} + LB_{eq}) \frac{2\zeta_L}{\omega_L} + \left( \frac{LK_{eq} + RB_{eq} + K_{ga}B_{eq}}{K_TK_b} \right) \frac{1}{\omega_L^2} \quad (20)$$

$$a_2 = (RJ_{eq} + K_{ga}J_{eq} + LB_{eq}) + \left( \frac{LK_{eq} + RB_{eq} + K_{ga}B_{eq}}{K_TK_b} \right) \frac{2\zeta_L}{\omega_L} + ((R + K_{ga})K_{eq}) \frac{1}{\omega_L^2} \quad (21)$$

$$a_1 = \left( \frac{LK_{eq} + RB_{eq} + K_{ga}B_{eq}}{K_TK_b} \right) + ((R + K_{ga})K_{eq}) \frac{2\zeta_L}{\omega_L} \quad (22)$$

$$a_0 = (R + K_{ga})K_{eq} \quad (23)$$

식(17)에서 모터-밸브 조립체의 분모다항식은 6차이고 분자다항식은 1차임을 알 수 있다. 따라서 모터-밸브 조립체의 극점 개수는 6개이며 영점 개수는 1개이다.

### 3. 제어기 설계

직접 구동형 서보밸브의 시스템 상수값은 Table 1에 나타나 있으며 이 값을 참고하여 제어기를 설계한다. 과학기술용 소프트웨어인 Scilab<sup>8)</sup>으로 프로그램을 작성하여 선형화된 시스템의 근궤적을 도시하고 선형화되지 않은 비선형 시스템의 시간응답을 구하여 제어기를 설계하기로 한다.

Table 1 System constants of the direct drive servo valve control system

$J_{eq} = 5.6054 \times 10^{-4} \text{ N cm s}^2/\text{rad}$
$B_{eq} = 0 \text{ N cm}/(\text{rad/s})$
$K_{eq} = 56.628 \text{ N cm/rad}$ at $P_L = 0 \text{ MPa}$
$K_{eq} = 0 \text{ N cm/rad}$ at $P_L = 20.7 \text{ MPa}$
$L = 4.5 \times 10^{-3} \text{ H}$
$K_b = 0.177 \text{ V}/(\text{rad/s}), K_{ga} = 50 \text{ V/A}$
$H_{po} = 101.04 \text{ V/cm}, \omega_L = 3000 \text{ Hz}, \zeta_L = 1$
$f_{der} = 300 \text{ Hz}$

3.1 미분피드백 이득 설계

식(3)에 나타난  $K_{der}$  값의 변화에 따라 모터-밸브 조립체의 극점이 변하는데 가능하면 극점이 원점에서 멀리 위치하고 안정하도록 미분피드백 이득,  $K_{der}$  값을 설계한다.

Fig. 4는  $P_L = 0 \text{ MPa}$ 인 경우 미분피드백 게인,  $K_{der}$  값이  $0.0001\text{A}/(\text{V/s})$ 에서  $0.002\text{A}/(\text{V/s})$  까지  $0.0001\text{A}/(\text{V/s})$  간격으로 증가할 때 모터-밸브 조립체 전달함수,  $G_{ass.}(s)$ 의 유의한 극점의 궤적을 나타낸다. ‘●’은  $K_{der} = 0$  일 때의 극점을, ‘×’는  $K_{der} = 0.0001\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 극점을, ‘•’는  $K_{der} = 0.0002\sim 0.0019\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 극점을, ‘○’는  $K_{der} = 0.001\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 극점을 나타내며, ‘◇’는  $K_{der} = 0.0009\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 극점을 나타낸다. 모터-밸브 조립체 전달함수,  $G_{ass.}(s)$ 의 유의한 극점이 원점에서 멀고 안정한 위치에 놓이도록  $K_{der}$ 의 값을  $0.0009\text{A}/(\text{V/s})$ 로 선정하였으며 이 때의 극점값은  $-840.211, -538.006, -415.144$  이다.  $K_{der}=0\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 유의한 극점  $-46.177 \pm 315.72i$ 에 비해서  $K_{der} = 0.0009\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 유의한 극점이 훨씬 안정적이고 원점에서 멀리 위치함을 알 수 있다.

$P_L = 20.7 \text{ MPa}$ 인 경우에는 그림은 나타내지 않았지만  $K_{der}=0.0009\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 유의한 극점은  $-896.597 \pm 347.011i, 0$  로서  $K_{der}=0\text{A}/(\text{V/s})$  일 때의 유의한 극점  $-92.419, 0$  에 비해서 원점에서 멀리 위치하고 안정적임을 알 수 있다.

모터-밸브 조립체의 극점 궤적에 의해 극점이 원점에서 멀리 위치하고(응답속도가 빠름) 안정하도록(감쇠비가 큼) 미분피드백 이득,  $K_{der}$  값을  $0.0009\text{A}/(\text{V/s})$ 로 선정하였다.

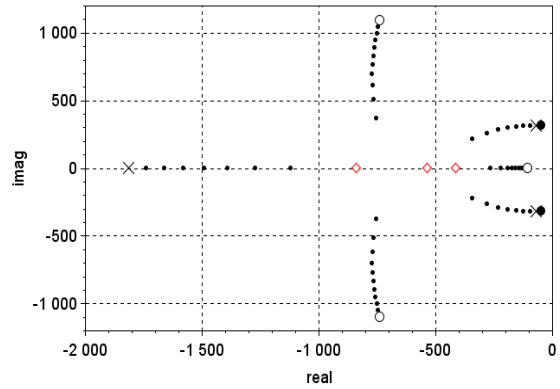


Fig. 4 Root locus of motor-valve assembly for  $P_L = 0 \text{ MPa}$

3.2 PID 제어기 설계

직접 구동형 서보밸브 제어 시스템의 설계 요구조건은 다음과 같다. 1)기준입력 1V, 부하압력 0MPa, 2)기준입력 1V, 부하압력 20.8MPa, 3)기준입력 5V, 부하압력 0MPa, 4)기준입력 5V, 부하압력 20.8MPa에 대한 비선형 시스템의 계단응답을 구하고 4개의 계단응답 모두가 오버슈트 20% 이하와  $t=0.02$ 초에서 오차 2% 이하를 동시에 만족시키는 것이다.

PID 제어기의 전달함수는 식(1)에 나타나 있으며 PID 제어기의 변수( $K_c, T_i, T_d$ )값을 잘 조정하여 비선형시스템의 계단응답이 설계 요구조건을 만족하도록 한다. PID 제어기의 변수( $K_c, T_i, T_d$ ) 값을 구하기 위해 Table 2에 나타난 일반적인 조정 규칙(tuning rule)을 적용하기로 한다. 단지 Table 2에 나타난 제어기 게인은 식(1)에 나타난 제어기가 아닌 식(24)로 표현된 PID 제어기에 해당된다.

$$G_c^*(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s \tag{24}$$

Table 2 The effects of increasing the PID controller parameters  $K_p, K_i, K_d^{9,10}$

	R.T.	O.S.	S.T.	S.S.E.	Stab. <sup>9,11)</sup>
$K_p$	Dec.	Inc.	S.C.	Dec.	Deg.
$K_i$	Dec.	Inc.	Inc.	Eli.	Deg.
$K_d$	M.C.	Dec.	Dec.	N.E.	Improve*

R.T.: Rise time, O.S.: Overshoot, S.T.: Settling time, S.S.E: Steady-state error  
 Stab.: Stability, Dec.: Decrease, Inc.: Increase  
 M.C.: Minor Change, S.C.: Small change  
 N.E.: No effect in theory, Eli.: Eliminate  
 Deg.: Degrade, \*: if  $K_d$  is small

식(1)과 식(24)를 비교하면 식(25)와 같은 관계를 구할 수 있다. 따라서  $K_c$ 를 증가시키면  $K_p, K_i, K_d$ 가 모두 증가하며,  $T_i$ 를 증가시키면  $K_i$ 만 감소하고  $T_d$ 를 증가시키면  $K_d$ 만 증가한다.

$$K_p=K_c, K_i=K_c/T_i, K_d=K_cT_d \quad (25)$$

첫째 단계로  $T_i$  값은 크게 설정하여 적분제어 기능을 약화시키고,  $T_d$  값은 작게 설정하여 미분제어 기능도 약화시킨다. 그리고  $K_c$  값을 매우 작은 값에서 점차 증가시키면서 계단응답의 오버슈트 및 정상상태 오차값을 관찰한다. 출력 파형의 중심선이 1에 가까우면서 최대 오버슈트가 100% 이하가 되고 적당한 감쇠가 존재하도록  $K_c$  값을 1 A/V 까지 증가시킨다. PID 제어기의 변수 값을  $K_c=1$  A/V,  $T_i=10$  s,  $T_d=0.0001$  s로 설정한 경우 DDV 제어 시스템의 비선형성을 고려한 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 계단응답을 Fig. 5에 나타냈다. Fig. 5에 나타난 계단응답에서 오버슈트가 너무 크다는 것을 알 수 있다.

$V_r=1$ V인 경우, 흑색 실선이 있는 흑색 기호 '+'와 실선이 없는 흑색 기호 '·'는 각각  $P_L=0$ MPa와  $P_L=20.7$ MPa에 대한 응답을 나타내고  $V_r=5$ V인 경우, 적색 실선이 있는 적색 기호 '○'와 실선이 없는 적색 기호 '◊'는 각각  $P_L=0$ MPa와  $P_L=20.7$ MPa에 대한 응답을 나타낸다. 비교의 편의상  $V_r=5$ V에 대한 응답곡선은 1/5배로 축소시켜 나타내었다.

둘째 단계로 Fig. 5에 나타난 응답은 감쇠비가 너무 작아 안정성이 좋지 않으므로 미분제어의 비중을 증가시킬 필요가 있다. PID 제어기의 변수 값  $K_c=1$ A/V,  $T_i=10$ s는 그대로 두고 최대 오버슈트가 40% 이하가 될 때까지  $T_d$  값을 0.0001s에 0.0009s로 증가시킨다.  $T_d$  값이 0.0009s인 경우의 DDV 제어 시스템의 비선형성을 고려한 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 계단응답을 Fig. 6에 나타냈다. 미분제어의 상대적 비중이 9배로 증가했을 때 진동의 감쇠비가 증가했음을 알 수 있다. 그러나 설계 요구조건인 오버슈트 20%이하와  $t=0.02$ s에서의 오차 2%이내를 만족시키지 못함을 알 수 있다.

PID 제어기 변수( $K_c, T_i, T_d$ ) 값의 변화에 따른 비선형 제어 시스템의 계단응답 곡선의 변화(응답속도, 오버슈트, 정상상태 오차)의 연관성을 부여하기 위해, 특성근 변화(근래적)를 나타냈다. 여기서 특성근은 식(26)으로 표현되는 PID 제어기를 포함한

DDV 제어 시스템의 전달함수의 극점을 의미한다. 식(26)에서 모터-밸브 조립체 전달함수,  $G_{ass.}(s)$ 의 분모다항식은 6차, 분자다항식은 1차이고, PID 제어기의 분모다항식은 2차, 분자다항식은 2차이므로 DDV 제어 시스템의 전달함수의 극점 개수는 8개, 영점 개수는 3개가 된다.

$$\frac{V_x(s)}{V_r(s)} = \frac{G_c(s)G_{ass.}(s)}{1 + G_c(s)G_{ass.}(s)} \quad (26)$$

Fig. 7은  $P_L = 0$  MPa인 경우, PID 제어기 변수 값이  $K_c=1$ A/V,  $T_i=10$ s로 고정되고  $T_d$ 는 0.0001s에서 0.001s까지 0.0001s 간격으로 증가할 때 DDV 제어 시스템의 특성근을 나타낸다. '×'는  $T_d = 0.0001$ s일 때, '·'는  $T_d = 0.0002-0.0009$ s일 때, '○'는  $T_d = 0.001$ s일 때의 특성근을 나타낸다.

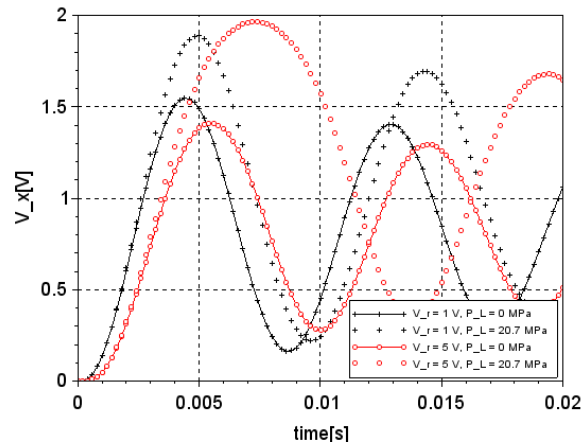


Fig. 5 DDV spool displacement[V] for  $K_c=1$  A/V,  $T_i=10$  s,  $T_d=0.0001$  s

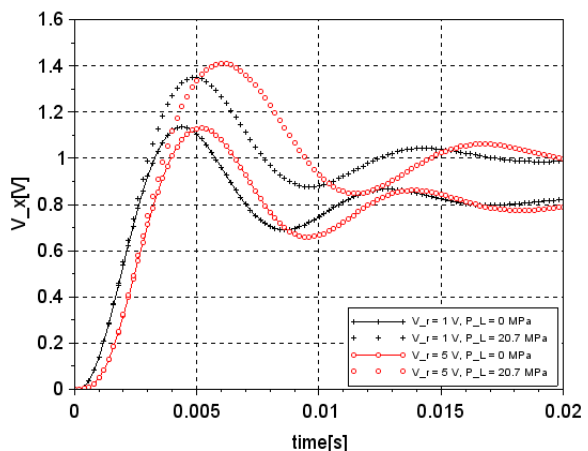


Fig. 6 DDV spool displacement[V] for  $K_c=1$ A/V,  $T_i=10$ s,  $T_d=0.0009$ s

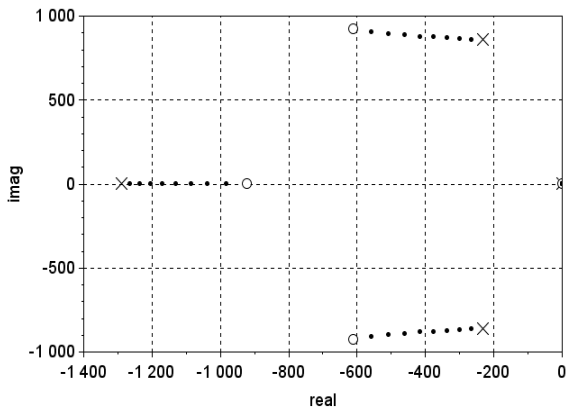


Fig. 7 Root locus of DDV control system for  $P_L = 0$ MPa,  $K_c=1$ A/V,  $T_i=10$ s,  $T_d= 0.0001$ s ~  $0.001$ s

$T_d=0.0001$ s일 때의 유의한 특성근은  $-232.531 \pm 859.8i(\omega_n=890.7, \zeta=0.261)$ 이며  $T_d=0.0009$ s일 때의 유의한 특성근은  $-559.012 \pm 907.46i(\omega_n=1065.8, \zeta=0.524)$ 로서 고유 진동수는 약간 증가한 반면에 감쇠비는 2배 정도 증가하였다.

그림을 나타내지는 않았지만,  $P_L = 20.7$ MPa인 경우,  $T_d=0.0001$ s일 때의 유의한 특성근은  $-249.935 \pm 776.987i(\omega_n=816.2, \zeta=0.306)$ 이며  $T_d=0.0009$ s일 때의 유의한 특성근은  $-621.145 \pm 821.67i(\omega_n=1030, \zeta=0.603)$ 로서 고유 진동수는 약간 증가한 반면에 감쇠비는 2배 정도 증가하였다.

셋째 단계로 Fig. 6에 나타난 계단응답에서의 오버슈트와  $t=0.02$ s에서의 오차를 줄이기 위해서는 비례 제어, 적분 제어, 미분 제어의 양을 동시에 증가시킬 필요가 있다. 이를 위해서 PID 제어기의 변수 값  $T_i=10$ s,  $T_d=0.0009$ s는 그대로 두고  $K_c$ 값을 1A/V에서 8A/V까지 점차적으로 증가시킨다. 식(1)에서  $K_c$ 값을 증가시키면 비례 제어, 적분 제어, 미분 제어의 양을 동시에 같은 비율로 증가시킬 수 있음을 알 수 있다.

$T_i=10$ s,  $T_d=0.0009$ s값은 고정시킨 채  $K_c$ 값이 2A/V, 5A/V, 8A/V인 경우에 대한 계단응답을 구하고  $t=0.02$ s에서의 오차값을 Table 3에 나타냈다.  $K_c=2$ A/V, 5A/V인 경우의 계단응답은 그림으로 나타내지 않았으며  $K_c=8$ A/V인 경우의 계단응답은 Fig. 8에 나타냈다.  $K_c$ 값이 2A/V인 경우에는 오버슈트가 20%를 초과했으며,  $K_c$ 값이 5A/V, 8A/V인 경우에는 오버슈트가 20%이하로서 설계 요구조건을 만족하였다. Table 3에서  $K_c$ 값이 2A/V, 5A/V, 8A/V인 경우, 모두  $t=0.02$ s에서의 오차 2% 이내인 설계 요구조건을 초과

했다.  $K_c$ 값이 8A/V인 경우  $t=0.02$ s에서의 오차 2% 이내인 설계 요구조건을 초과했지만 설계 요구조건에 근접했음을 알 수 있고 부족한 부분은 다음 단계에서 적분 제어 비중을 증가시켜 해결하기로 한다.

Fig. 9는  $P_L = 0$  MPa인 경우, PID 제어기 변수 값이  $T_i=10$ s,  $T_d=0.0009$ s로 고정되고  $K_c$ 는 1A/V에서 10A/V까지 1A/V 간격으로 증가할 때 DDV 제어 시스템의 특성근을 나타낸다. ‘x’는  $K_c=1$ A/V일 때, ‘.’는  $K_c=2\sim 9$ A/V일 때, ‘o’는  $K_c=10$ A/V일 때의 특성근을 나타낸다.  $K_c=1$ A/V일 때의 유의한 특성근은  $-559.012 \pm 907.46i(\omega_n=1065.8, \zeta=0.524)$ 이며  $K_c=8$ A/V일 때의 유의한 특성근은  $-1269.34 \pm 3906.31i(\omega_n=4107, \zeta=0.309)$ 로서 고유 진동수는 4배 정도로 증가한 반면 감쇠비는 60%로 감소하였다.

그림으로 나타내지는 않았지만,  $P_L = 20.7$ MPa인 경우,  $K_c=1$ A/V일 때의 유의한 특성근은  $-621.145 \pm 821.67i(\omega_n=1030, \zeta=0.603)$ 이며  $K_c=8$ A/V일 때의 유의한 특성근은  $-1285.65 \pm 3894.15i(\omega_n=4101, \zeta=0.314)$ 로서 고유 진동수는 4배 정도로 증가한 반면에 감쇠비는 52%로 감소하였다.

Table 3 Percent error at  $t = 0.02$ s for  $T_i=10$ s,  $T_d=0.0009$ s

	$(V_r[V], P_L[MPa])$			
	(1, 0)	(1, 20.7)	(5, 0)	(5, 20.7)
$K_c=2$ A/V	10.11%	0.01%	11.39%	-0.18%
$K_c=5$ A/V	4.29%	-0.01%	4.97%	-0.02%
$K_c=8$ A/V	2.72%	-0.01%	3.18%	-0.02%

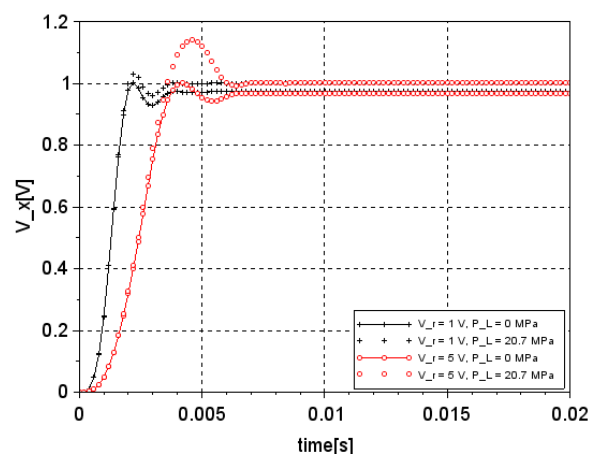


Fig. 8 DDV spool displacement[V] for  $K_c=8$ A/V,  $T_i=10$ s,  $T_d=0.0009$ s

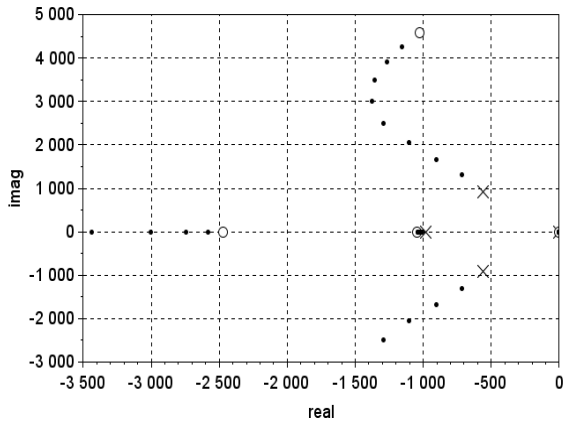


Fig. 9 Root locus of DDV control system for  $P_L = 0$  MPa,  $K_c = 1 \sim 10$  A/V,  $T_i = 10$  s,  $T_d = 0.0009$  s

PID제어기 변수 값이  $K_c = 8$  A/V,  $T_i = 10$  s,  $T_d = 0.0009$  s인 경우 Fig. 8에 나타난 계단응답의 감쇠 정도는 Fig. 9의 근래적에 나타난 해당 특성근의 감쇠비  $\zeta = 0.309$  ( $P_L = 0$  MPa인 경우),  $\zeta = 0.314$  ( $P_L = 20.7$  MPa인 경우)보다 훨씬 크다. 이것은 DDV제어 시스템에 포함된 전류리미터에 의해 PID 제어값이 제한되고 이에따라  $K_c$  값이 작아지는 효과 때문이라 볼 수 있다.

마지막 단계로 적분제어의 비중을 증가시켜 오차값을 줄일 필요가 있다.  $K_c = 8$  A/V,  $T_d = 0.0009$  s 값은 고정시킨 채  $T_i$  값이 10s, 0.15s인 경우에 대한 계단응답을 Fig. 8, Fig. 10에 각각 나타냈다. Fig. 8, Fig. 10에 나타난 계단응답은 모두 오버슈트 20%이하인 설계 요구조건을 만족했으며  $t = 0.02$  s에서의 오차값은 Table 4에 나타냈다. 최종적으로 PID제어기 변수 값이  $K_c = 8$  A/V,  $T_i = 0.15$  s,  $T_d = 0.0009$  s 인 경우, Fig. 10

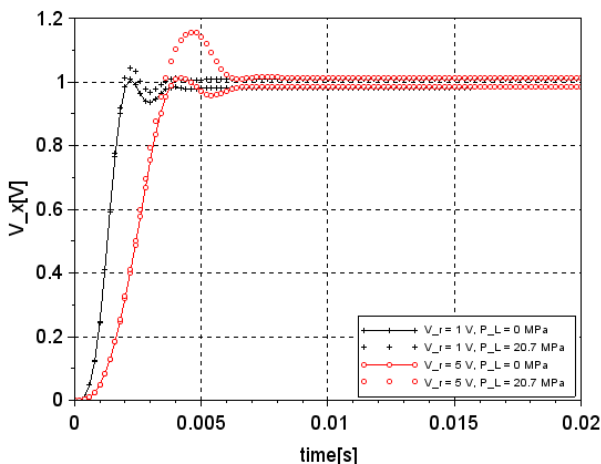


Fig. 10 DDV spool displacement[V] for  $K_c = 8$  A/V,  $T_i = 0.15$  s,  $T_d = 0.0009$  s

Table 4 Percent error at  $t = 0.02$  s for  $K_c = 8$  A/V,  $T_d = 0.0009$  s

	( $V_r$ [V], $P_L$ [MPa] )			
	(1, 0)	(1, 20.7)	(5, 0)	(5, 20.7)
$T_i = 10$ s	2.72%	-0.01%	3.18%	-0.02%
$T_i = 1$ s	2.57%	-0.13%	2.93%	-0.21%
$T_i = 0.15$ s	1.69%	-0.77%	1.53%	-1.27%

에 나타난 계단응답과 Table 4에 나타난 오차값을 참고하면 설계 요구조건인 오버슈트 20%이하와  $t = 0.02$  s에서의 오차값이 2% 이내를 만족하는 것을 알 수 있다.  $T_i = 0.15$  s 인 경우에  $t = 0.02$  s에서의 오차값이 2% 이내를 만족하였으므로  $T_i$  값을 더 이상 감소시키지 않기로 한다.  $T_i$  값을 더 감소시키면 안정성에 나쁜 영향을 끼칠 수 있기 때문이다.

Fig. 11은  $P_L = 0$  MPa인 경우, PID 제어기 변수 값이  $K_c = 8$  A/V,  $T_d = 0.0009$  s로 고정되고  $T_i$  는 10s에서 0.1s까지 [10, 5, 2, 1, 0.5, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.1] 처럼 감소할 때 DDV 제어 시스템의 특성근들 중에서 원점에 가장 가까운 특성근의 궤적을 나타낸다. 원점에 가까운 특성근은 느린 극점이므로 계단응답의 정상상태 구간에서의 응답을 좌우한다. 'x'는  $T_i = 10$  s 일 때의 특성근을, '·'는  $T_i = [5, 2, 1, 0.5, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15]$  일 때의 특성근을, 'o'는  $T_i = 0.1$  s 일 때의 특성근을 나타낸다.  $T_i = 10$  s, 1s, 0.15s 일 때의 유의한 특성근은 각각 -0.0973, -0.9737, -6.5283로서  $T_i$  값이 작을 수록 특성근은 원점에서 멀어진다.

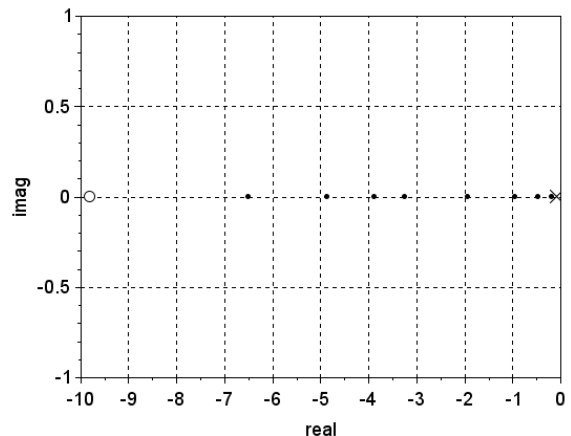


Fig. 11 Root locus of DDV control system for  $P_L = 0$  MPa,  $K_c = 8$  A/V,  $T_i = [10, 5, 2, 1, 0.5, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.1]$  s,  $T_d = 0.0009$  s



해당 특성근에 해당하는 계단응답 성분을 구하기 위해 선형화된 DDV 제어 시스템의 출력함수,  $V_x(s)$  를 부분 분수로 전개하여 각 특성근에 해당하는 항의 계수를 구하고 시간 함수를 구할 수 있다.  $T_i=10, 1, 0.15$ 일 때의 유의한 특성근  $-0.0973, -0.9737, -6.5283$ 에 해당하는 시간함수는 각각  $[y_p(t) = -0.0272e^{-0.0973t}, y_p(0.02) = -0.0272], [y_p(t) = -0.0272e^{-0.9737t}, y_p(0.02) = -0.0266], [y_p(t) = -0.0267e^{-6.5283t}, y_p(0.02) = -0.0234]$ 과 같다. 따라서  $T_i$  값이 작을수록, 즉 적분제어의 비중이 커질수록  $y_p(0.02)$ 의 절대값이 작아지며  $y_p(0.02)$ 의 절대값이 정상상태 오차에 기여하는 양이 감소한다.  $P_L = 20.7\text{MPa}$ 인 경우에는  $T_i=10\text{s}, 1\text{s}, 0.15\text{s}$ 일 때 각 특성근에 해당하는 시간 함수는 매우 작게 나타났으며 정상상태 오차에 기여하는 양은 매우 작았다.

#### 4. 결 론

직접 구동형 서보밸브(DDV) 제어 시스템의 설계 요구조건을 만족하는 제어를 설계하기 위해 먼저 제어기로서 PID 제어기를 선택하였고 근궤적과 일반적인 PID 제어기의 조정 규칙(tuning rules)을 적용하여 PID 제어기의 변수 값을 체계적으로 그리고 성공적으로 구하였다.

미분피드백 이득값은 DDV 제어 시스템의 모터-밸브 조립체 전달함수의 유의한 극점이 안정적이고 빠른 극점이 될 수 있도록 구하였다. 그리고 PID 제어기의 변수 값은 다음과 같은 순서에 의해 조정하면서 구하였다. 1단계: 적분제어와 미분제어의 비중을 매우 작게 하고( $T_i$ 값은 크게,  $T_d$ 값은 작게) 전체 제어량을 작은 값에서 점차 증가시킨다( $K_c$ 값 점차 크게). 2단계: 1단계에서 오버슈트가 크게 발생하므로 미분제어의 비중을 증가시킨다( $T_d$ 값을 크게). 3단계: 오버슈트와 오차를 동시에 줄이기 위해 비례제어, 적분제어, 미분제어의 양을 동시에 증가시킨다( $K_c$ 값 증가). 4단계: 정상상태 오차를 줄이기 위해 적분제어의 비중을 증가시킨다( $T_i$ 값 증가).

위의 과정에서 PID 제어기의 변수 값이 변경될 때마다 비선형성을 고려한 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 계단응답 그래프를 도시하여 오버슈트 값과 정상상태 값을 관찰하였으며 선형화된 시스템의 근궤적을 도시하여 특성근의 위치를 파악하였다.

이러한 PID 제어기 설계 과정은 진상-지상 제어기의 해석적 설계나 목적함수를 최소화시키는 최적설계에 비해 설계 시간을 훨씬 단축시킬 수 있었으며 아울러 PID 제어기의 각 변수 값의 변화에 대한 시간응답의 변화 방향이 어느 정도 예측 가능하여 제어기 설계가 수월하였다.

#### References

- 1) S. R. Lee, H. Y. Choi and E. J. Moon, "Classical Controller Design of Direct Drive Servo Valve Using Analytical Bode Method," Trans. of the KSME, Vol.26, No.4, pp.754~763, 2002.
- 2) S. R. Lee, "Lead-Lag Controller Design of Direct Drive Servo Valve Using Complex Method," Trans. of the KSME, Vol.28, No.11, pp.1719~1726, 2004.
- 3) S. R. Lee, "Design of Optimal Locating Point of the Hydraulic Cylinder Actuating a Roller-Link Type Rotating Floodgate," Journal of The Korean Society of Fluid Power and Construction Equipments, Vol. 9, No. 3, pp.29-36, 2012.
- 4) S. R. Lee, "Controller Parameters Design of Direct Drive Servo Valve Using Genetic Algorithm and Complex Method," Trans. of the KSME, Vol.37, No.4, pp.475~481, 2013.
- 5) S. R. Lee, "Optimal Design of a Quick-Acting Hydraulic Fuse using Genetic Algorithm and Complex Method," Journal of The Korean Society of Fluid Power and Construction Equipments, Vol.11, No.4, pp.32-38, 2014.
- 6) W. A. Fleisher, "Brushless Motors for Limited Rotation," Machine Design, December 7, pp.101~105, 1989.
- 7) H. E. Merritt, Hydraulic Control Systems, John Wiley and Sons, Inc, pp.754~763, 1967.
- 8) <http://www.scilab.org>
- 9) [https://en.wikipedia.org/wiki/PID\\_controller](https://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller)
- 10) K. H. Ang, G. C. Y. Chong and Y. Li, PID control system analysis, design, and technology, IEEE Trans Control Systems Tech, 13(4), pp.559-576, 2005.
- 11) Jinghua Zhong, "PID Controller Tuning: A Short Tutorial," Mechanical Engineering, Purdue University, Spring 2006.