JANT 한국항행학회논문지
Journal of Advanced Navigation Technology

기반 기술

J. Adv. Navig. Technol. 20(4): 367-373, Aug. 2016

잡음 파워 스펙트럼 밀도 추정을 이용한 서로소 배열과 프로퍼게이터 기법 기반의 향상된 도래각 추정 기법

Improved Direction of Arrival Estimation Based on Coprime Array and Propagator Method by Noise Power Spectral Density Estimation

변 부 근 · 유 도 식*
홍익대학교 전자정보통신공학과

Bu-Guen Byun · Do-Sik Yoo*
Department of Electronic, Information, and Communication Engineering, Hongik University, Seoul 04066, Korea

[요 약]

우리는 도래각 (DoA; direction of arrival) 추정 방법 중 하나인 서로소 배열 기반의 프로퍼게이터 방법을 개선시키는 알고리즘을 제안한다. 서로소 배열 기반의 프로퍼게이터 방법은 특이값 분해없이 도래각을 추정하는 방법으로 서로소 배열 기반의 MUSIC에 비하여 현저히 낮은 복잡도를 지녔으나, 다소 저하된 도래각 추정 성능을 보인다. 우리는 이러한 성능 저하의 원인 중 하나로 잡음의 파워 스펙트럼 밀도를 포함하고 있는 신호의 자기상관행렬의 대각 성분이 사용되고 있지 않음에 있음을 파악하고, 잡음의 파워 스펙트럼 밀도가 장기간에 걸쳐 추정이 가능하다는 사실에 착안하여 신호의 자기상관행렬의 대각 성분을 사용하는 도래각 추정 방법을 제안한다. 우리는 시뮬레이션을 통해 우리가 제안한 방법이 기존의 서로소 배열 기반의 프로퍼게이터 방법보다 연산량을 4배정도 증가시키지만 탐지확률 95% 기준 하에 신호대 잡음비를 1.5dB, 도래각 분해능을 0.7° 만큼 개선시켜 그 성능이 서로소 배열 기반의 MUSIC에 보다 근접함을 관찰한다.

[Abstract]

We propose an improved direction of arrival (DoA) estimation algorithm based on co-prime array and propagator method. The propagator method with co-prime array does not require singular value decomposition (SVD) requiring much less computational complexity but exhibiting somewhat worse performance in comparison with MUSIC based on co-prime array. We notice that one cause of the performance degradation was in the avoidance of the usage of the diagonal elements of the signal autocorrelation matrix that contains the noise power spectral density. So we propose an algorithm with the diagonal elements of the signal autocorrelation matrix based on the fact that the noise power spectral density can be estimated using noise observation over a long period of time. We observe, through simulations, that the proposed scheme in this paper improves the performance, with 4 times more computational requirement, by signal-to-noise ratio of 1.5dB and by DoA resolution of 0.7° at the detection probability of 95% compared with the previously introduced co-prime array propagator scheme, resulting in performance much closer to that of co-prime array-based MUSIC scheme.

Key word : Direction of arrival, Coprime array, Propagator method, Non-uniform array, Multiple signal classification.

http://dx.doi.org/10.12673/jant.2016.20.4.367

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-CommercialLicense(http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Received 15 July 2016; **Revised** 20 July 2016
Accepted (Publication) 22 August 2016 (30 August 2016)

***Corresponding Author; Do-sik Yoo**

Tel: +82-2-320-3048
E-mail: yoodosik@hongik.ac.kr

Ⅰ. 서 론

이동 통신, 수중 음파 탐지, 스마트 안테나, 레이다, 등 여러 다양한 분야에 적용이 되는 신호의 도래각 추정 기법은 지난 수십년간 빔형성 기법과 부공간 기법을 중심으로 연구가 진행되어왔다. 특히, 고차원의 선형대수학적 기법을 적용하여 도래각을 추정하는 부공간 기법은 기존의 빔형성 기법보다 동일한 조건에서 도래각 추정 성능을 향상시켰으며, MUSIC (multiple signal classification) [1], root-MUSIC [2], min-Norm [3], ESPRIT (estimation of signal parameter via rotational invariance technique) [4] 등 다양한 기법이 제안되어 왔다.

이러한 부공간 기법 뿐만 아니라 균일하게 배열하였던 안테나를 비균일하게 배열함으로써 안테나간 최대 간격을 증가시켜 도래각의 추정 성능을 높이는 안테나 배치 연구 또한 진행되어 왔다[5]. 그러나 안테나 개수가 크게 증가했을 때 혹은 임의의 안테나 개수에 대한 최적의 안테나 배치 연구는 이루어져 있지 않았으며, 최근에야 군집 기법 [6], 서로소 배열 기법 [7] 등이 제안되어 일반적인 선형 비균일 배열의 배치가 이루어졌다.

MUSIC, ESPRIT과 같은 부공간 기법은 신호의 자기상관행렬을 신호 및 잡음 부공간으로 나누기 위한 특이값 분해로 인하여 복잡도가 증가하며, 선형 비균일 배열 기법은 안테나간 거리가 멀어짐에 따라 계산에 사용되는 행렬의 크기 증가로 인하여 복잡도가 증가하게 되는 문제점을 지니고 있다. 이러한 복잡도를 줄이고자 특이값 분해없이 도래각 추정을 가능하게 하는 OPM (orthogonal propagator method) 기법 [8], 신호 벡터들의 재구성 (sliding signal-vector construction) 기법 [9] 등이 제안되어져왔다.

최근 연산량을 줄이기 위하여 서로소 배열에 OPM 기법을 적용하여 도래각을 추정하는 연구가 진행되었다[10]. 이 때, 신호의 자기상관행렬의 대각 성분은 잡음의 파워를 포함하고 있어 분석이 불가능하였기 때문에 대각 성분들을 제거하고 도래각을 추정하였다. 우리는 잡음의 파워 스펙트럼 밀도는 수신 안테나의 오랜 시간 관측을 통하여 추정이 가능하다는 것에 착안하여 신호의 자기상관행렬의 대각 성분까지 이용한 서로소 배열에서의 도래각 추정 기법을 제안한다. 이는 도래각 추정시 이용되는 가상 안테나의 길이를 [10]의 가상 안테나의 길이보다 약 2배 가량 증가시켜 도래각 추정 성능을 향상 및 안정화시킨다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. Ⅱ절에서는 우리가 가정하는 신호와 잡음의 특징과 서로소 배열 기법을 설명하고, 제안한 방법의 기반이 되는 [10]의 방법을 간단하게 기술한다. 그리고 제안한 방법을 수식을 이용하여 Ⅲ절에서 이론적으로 설명한다. 그리고 Ⅳ절에서는 제안하는 방법의 연산량을 분석하여 [10]의 방법과 서로소 배열의 MUSIC과 비교하며, 시뮬레이션을 통하여 [10]의 방법, 서로소 배열의 MUSIC, 선형 균일 배열의 MUSIC과 프로퍼게이터과 비교 분석하여 성능을 평가한다. Ⅴ절에서는 우리가 제안한 방법의 최종적인 결론을 도출한다.

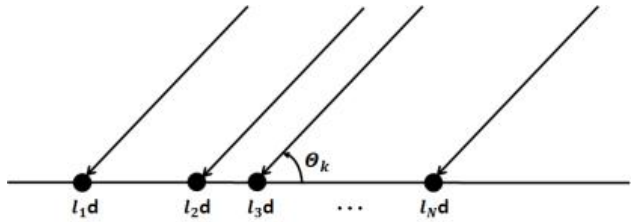

그림 1. 선형 비균일 배열 모델
Fig. 1. The Non-uniform Linear Array Model.

표기법에 관하여 간단하게 설명하면, 우리는 대문자와 밑줄(_)을 이용하여 각각 행렬과 벡터를 표기한다. 그리고 O_N은 $N\times N$ 영 행렬을, I_N은 $N\times N$ 단위 행렬을, $(\cdot)^{-1}$은 역행렬을, $(\cdot)^T$는 전치행렬을, $(\cdot)^H$는 수반행렬, 즉, 전치 후 복소켤레를 취한 행렬을 의미한다. 또한 δ_{ts}는 디랙델타 함수를 의미한다.

Ⅱ. 시스템 모델 및 기반 연구

우리는 이 절에서 서로소 배열 기반의 개선된 프로퍼게이터 기법을 설명하기 위하여 시스템 모델과 이 연구의 기반이 되는 [10]에 소개된 기법을 간단하게 소개한다.

2-1 시스템 모델

K개의 협대역 신호 $s_1(t), \ldots, s_K(t)$가 λ의 파장을 지니고 $\theta_1,\ldots,\theta_K$의 각도로 그림 1과 같이 수직선 상의 $l_1d, l_2d, \cdots, l_Nd$에 위치한 N개의 선형 비균일 안테나 배열에 입사한다고 하자. 단, 여기서 d는 신호파장 λ의 절반, $\lambda/2$라 가정하자. 이제, 각 안테나에 존재하는 잡음을 $n_1(t), \ldots, n_N(t)$로, 관측되는 신호를 $x_1(t), \ldots, x_N(t)$로 표기하기로 하고, $\underline{x}(t) = [x_1(t), \ldots, x_N(t)]^T$, $\underline{s}(t) = [s_1(t), \ldots, s_K(t)]^T$, $\underline{n}(t) = [n_1(t), \ldots, n_N(t)]$, $\nu_k = 2\pi d\cos\theta_k/\lambda$라 두면 다음이 성립한다.

$$\underline{x}(t) = A\,\underline{s}(t) + \underline{n}(t) \tag{1}$$

여기서, $A = [\underline{a}(\theta_1), \underline{a}(\theta_2), \ldots, \underline{a}(\theta_K)]$, $\underline{a}(\theta_k) = [1, e^{jl_2\nu_k}, \ldots, e^{jl_N\nu_k}]^T$이며, l_k는 선형 비균일 안테나에서의 안테나의 위치를 의미한다. 우리는 두 벡터 $\underline{s}(t)$와 $\underline{n}(t)$는 다음의 조건을 만족하는 평균이 0인 독립적인 복소수 랜덤 벡터라 가정한다.

$$E[\underline{s}(t)\underline{s}(s)^H] = \delta_{ts}S \tag{2}$$

$$E[\underline{s}(t)\underline{s}(s)^T] = O_K \tag{3}$$

$$E[\underline{n}(t)\underline{n}(s)^H] = N_0\,\delta_{ts} I_N \tag{4}$$

$$E[\underline{n}(t)\underline{n}(s)^T] = O_K \tag{5}$$

여기서, S는 i번째 대각성분이 양의 실수 p_i인 대각행렬이라고 가정한다. 그리고 N_0는 잡음의 파워 스펙트럼 밀도이며, 우리는 이 값을 수신 안테나에서의 오랜 시간 관측으로 추정할 수 있는 값이라고 가정한다.

2-2 서로소 배열

우리가 제안한 방법이 임의의 안테나 개수에서도 구현이 가능하도록 하기 위해, 선형 비균일 배열의 정형화를 연구한 Qin 등의 서로소 배열 기법을 적용하기로 한다[7]. 서로소 배열 기법은 $N = N_1 + N_2 - 1$의 조건을 만족하는 서로소인 두 정수 N_1, $N_2 (N_1 > N_2)$개로 구성된 두 쌍의 선형 균일 배열 안테나를 겹쳐 선형 비균일 안테나로 구성하는 방법이다. 우리는 N_1이 두 양의 정수 $p (2 \le p \le N_1)$와 $\hat{N}_1$의 곱, 즉 $N_1 = p\hat{N}_1$를 만족한다고 하자. N_1개로 이루어진 첫 번째 선형 균일 배열 안테나는 각 간격을 $N_2 d$, N_2개로 이루어진 두 번째 선형 균일 배열 안테나는 각 간격을 $\hat{N}_1 d$로 구성한다.

서로소 배열 기법의 구체적인 설명을 하기 위하여 $N_1 = 4$, $N_2 = 3$, $p = 2$ 일 때의 서로소 배열을 구하는 과정을 살펴보자. 4개의 안테나로 이루어진 첫 번째 선형 균일 배열은 안테나가 $(0, 3d, 6d, 9d)$에 위치하며, 3개의 안테나로 이루어진 두 번째 선형 균일 배열은 안테나가 $(0, 2d, 4d)$와 같다. 따라서 두 선형 균일 배열을 겹치면 첫 번째 안테나를 제외하고는 겹치지 않음을 확인할 수 있으며, 따라서 안테나가 $(0, 2d, 3d, 4d, 6d, 9d)$에 위치한 선형 비균일 배열이 됨을 확인할 수 있다.

2-3 프로퍼게이터 기법

우리가 [10]에서 수행한 서로소 배열에서의 프로퍼게이터 기법을 간단하게 소개하기 위하여 $\underline{x}(t)$의 자기상관행렬 R_{xx}를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{xx} &= E[\underline{x}(t)\underline{x}(t)^H] \\ &= ASA^H + N_o I_N \\ &= \sum_{i=1}^{K} p_i \underline{a}(\theta_i)\underline{a}^H(\theta_i) + N_o I_N \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, R_{xx}의 (i,j)성분 중 N_0 성분을 포함한 대각행렬을 제외한 r_{ij}는

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{K} p_k e^{j(l_i - l_j)\nu_k} \tag{7}$$

와 같으므로 우리는 $1 \le l_i - l_j \le L$ (단, $N_1N_2 - N_1(N_2-1)/p - 1$)값에 해당하는 r_{ij}들의 평균을 이용하여 L개의 열벡터 $\underline{z} = [z_1, z_2, \cdots, z_L]^T$를 구한다.

$\underline{z}$의 원소중 K개의 원소로 이루어진 상향 부배열 벡터들과 하향 부배열 벡터들을 묶어 [10]의 3절에서와 같이 $U \times 2K$ 크기의 행렬 Φ를 표현하면,

$$\begin{aligned} \Phi &= [\hat{A}D^1SA_1^T, \hat{A}D^{-L}SA_1^T] \\ &= \hat{A}\,[D^1SA_1^T, D^{-L}SA_1^T] \\ &= \begin{bmatrix} A_1D^1SA_1^T, A_1D^{-L}SA_1^T \\ A_2D^1SA_1^T, A_2D^{-L}SA_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

여기서 $U = L - K + 1$, $\hat{A} = [\underline{\hat{a}}(\theta_1), \underline{\hat{a}}(\theta_2) \ldots, \underline{\hat{a}}(\theta_K)]$, $\underline{\hat{a}}(\theta_i) = [1, e^{j\nu_i}, \ldots, e^{j(U-1)\nu_i}]^T$, D는 대각원소가 $e^{j\nu_1}, \cdots, e^{j\nu_K}$인 대각행렬이다. A_1과 A_2는 $\hat{A}$의 부분행렬로 각각의 크기가 $K \times K$, $(U-K) \times K$으로, $\hat{A}^T = [A_1^T, A_2^T]$ 이다. 이를 이용하여 프로퍼게이터 행렬 P를

$$P = (\Phi_1\Phi_1^H)^{-1}\Phi_1\Phi_2^H \tag{9}$$

와 같이 구할 수 있다. 결론적으로, $Q^T = [P^T, -I_{U-K}]$를 구한 다음, 이로부터 직교정사영 행렬 $\Pi_Q = Q(Q^HQ)^{-1}Q^H$를 구하면, 도래각은 추정함수

$$f(\theta) = \frac{1}{\hat{a}^H(\theta)\,\Pi_Q\,\hat{a}(\theta)} \tag{10}$$

가 피크값을 가지게 하는 θ의 값을 구하는 방법으로 추정한다.

Ⅲ. 잡음의 파워를 고려한 서로소 배열에서의 프로퍼게이터 기법

우리는 수신 안테나에서 오랜 시간 관찰을 통해 잡음의 파워 스펙트럼 밀도는 추정이 가능하다는 것에 착안하여 [10]의 방법을 개선시킨 연구를 진행한다. 수식 (1)을 참조하면 아래와 같이 잡음이 없는 경우의 신호벡터 $\tilde{\underline{x}}(t)$는

$$\tilde{\underline{x}}(t) = A\,\underline{s}(t) \tag{11}$$

를 만족함을 알 수 있다. 따라서, $\tilde{\underline{x}}(t)$의 자기상관행렬 $R_{\tilde{x}\tilde{x}}$는 $R_{\tilde{x}\tilde{x}} = ASA^H$와 같이 주어지므로, 식 (6)을 이용하면 다음의 관계식이 성립함을 알 수 있다.

$$R_{xx} - N_0 I_N = ASA^H = \sum_{i=1}^{K} p_i \underline{a}(\theta_i)\underline{a}^H(\theta_i) . \quad (12)$$

와 같이 구할 수 있다. 따라서 $R_{\tilde{x}\tilde{x}}$의 각 (i,j) 성분 r_{ij}는

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{K} p_k e^{j(l_i - l_j)\nu_k} \quad (13)$$

와 같이 표현된다.

여기서 l_i와 l_j의 값이 변화됨에 따라 $l_i - l_j$가 어떤 범위에서 변화하는지가 중요하다. 이는, $l_i - l_j$가 연속된 정수로 변하는 범위의 r_{ij} 값들이 결국 도래각 추정에 사용될 수 있기 때문이다. 선형 비균일 배열을 2-2절에 설명된 상수 p, N_1, N_2에 따라 구성한 경우, [7]의 연구에 설명된 바와 같이 $l_i - l_j$은 $-L \le l_i - l_j \le L$ 범위의 모든 정수를 취하게 된다. 단, 2-3절에 정의한 바와 같이 L은 $N_1N_2 - N_1(N_2-1)/p - 1$을 의미한다. 이제, r_{ij}가 만족하여야 하는 토에플리츠(toeplitz) 성질을 이용하여 r_{ij}의 값들에 대한 향상된 추정치 $y_l, l = -L, \cdots 0, \cdots, L$을

$$y_l = \frac{1}{N(S_l)} \sum_{(i,j)\in S_l} r_{ij} \quad (14)$$

와 같이 정의 하자. 단, 위 식에서 집합 S_l은

$$S_l = \{(i,j) \mid l_i - l_j = l,\ 1 \le i, j \le N\} \quad (15)$$

와 같고, $N(S_l)$은 S_l의 원소의 개수를 의미한다. 이제, $2L+1$개의 $y_{-L}, \ldots, y_L$을 묶어 열벡터 $\underline{y}$를

$$\underline{y} = [y_{-L}, \cdots, y_0, \cdots, y_L]^T \quad (16)$$

와 같이 정의하면, 이는 K개의 코히어런트한 신호가 $2L+1$개의 선형 균일 배열에 잡음없이 입사하는 상황과 같다. 즉, 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\underline{y} = \tilde{A}\underline{p} \quad (17)$$

여기서, $\tilde{A} = [\underline{\tilde{a}}(\theta_1), \ldots, \underline{\tilde{a}}(\theta_K)]$, $\underline{\tilde{a}}(\theta_k) = [e^{-jL\nu_k}, \cdots, 1, \ldots, e^{jL\nu_k}]^T$, $\underline{p} = [p_1, \cdots, p_K]^T$이다.

이제, 우리는 $2L+1$차원 행벡터 $\underline{y}$로부터 K개의 원소를 순차적으로 선택하여 $V = 2L - K$쌍의 행벡터들을 생성한다. 보다 자세하게 설명하기 위하여 u번째 행벡터를 $\underline{\psi}_u$라 표현하자. 이 행벡터 $\underline{\psi}_u$는 $\underline{y}$의 성분들 중 $\{u, u+1, \cdots, u+K-1\}$번째 성분을 묶은 행벡터로 구성되며, 수식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{\psi}_u = [y_{u-L-1}, y_{u-L}, \cdots, y_{u-L+K-2}]^T = A_1 D^{u-L-1}\underline{p} \quad (18)$$

여기서, 식 (8)에서와 같이 A_1, D 행렬은 모두 크기가 $K \times K$인 정칙행렬(non-singular matrix) 이다.

다음으로 V개의 행벡터 $\underline{\psi}_1, \ldots, \underline{\psi}_V$를 묶어 Ψ를 구성하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\Psi = [\psi_1, \psi_2, \cdots, \psi_V]^T = \begin{bmatrix} \underline{p}^T D^1 \\ \underline{p}^T D^2 \\ \vdots \\ \underline{p}^T D^V \end{bmatrix} A_1^T = \hat{A} D^1 A_1^T \quad (19)$$

여기서, $\breve{A} = [\underline{\breve{a}}(\theta_1), \underline{\breve{a}}(\theta_2) \ldots, \underline{\breve{a}}(\theta_K)]$, $\underline{\breve{a}}(\theta_i) = [1, e^{j\nu_i}, \ldots, e^{j(V-1)\nu_i}]^T$이다. 특히, $\hat{A}$는 $V \times K$ $(V > K)$ 크기를 지닌 방데르몽드 행렬(vandermonde matrix)이며, K차원의 완전계수 행렬이다.

이제, 행렬 $\breve{A}$를 두 개의 부분행렬 A_1과 $\overline{A}_2$으로 표현하자.

$$\breve{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ \overline{A}_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \} K \\ \} V-K \end{matrix} \quad (20)$$

다음으로, 식(17)과 식 (18)에 의하여 Ψ를

$$\Psi = \begin{bmatrix} A_1 \\ \overline{A}_2 \end{bmatrix} [D^1 A_1^T] \quad (21)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 행렬 Ψ_1과 Ψ_2를

$$\Psi_1 = A_1 D^1 A_1^T \quad (22)$$

와

$$\Psi_2 = \overline{A}_2 D^1 A_1^T \quad (23)$$

와 같이 정의하면, A_1과 D는 정칙행렬이므로 식 (24)를 만족하는 선형변환 행렬 X가 존재한다.

$$\Psi_1^H X = \Psi_2^H \tag{24}$$

따라서, 이로부터 X를

$$X = (\Psi_1 \Psi_1^H)^{-1} \Psi_1 \Psi_2^H \tag{25}$$

와 같이 구할 수 있으며, 행렬 X는 $A_1^H X = A_2^H$를 만족시키는 선형변환 행렬임을 확인 할 수 있다. 이제 행렬 Y를

$$Y = \begin{bmatrix} X \\ -I_{V-K} \end{bmatrix} \tag{26}$$

와 같이 정의하면,

$$\breve{A}^H Y = 0_{K\times(V-K)} \tag{27}$$

이 성립함을 알 수 있다.

최종적으로, 여기서 $\Gamma_Y = Y(Y^H Y)^{-1} Y^H$라 두면,

$$\Gamma_Y \breve{\underline{a}}(\theta) = 0_{V\times 1} \tag{28}$$

이 성립하는 $\breve{\underline{a}}(\theta)$는 $\theta = \theta_k, k = 1, 2, \cdots, K$인 경우뿐이므로, 이로부터 도래각 추정함수

$$f(\theta) = \frac{1}{\breve{\underline{a}}^H(\theta)\Gamma_Y \breve{\underline{a}}(\theta)} \tag{29}$$

가 피크값을 가지게 하는 θ의 값을 구하는 방법으로 도래각을 추정한다.

추가적으로, 우리가 제안한 방법은 $\Gamma_Y = Y(Y^H Y)^{-1} Y^H$를 구하는 과정에서 $(V-K)\times(V-K)$ 행렬의 역행렬 계산을 필요로 한다. 하지만 우리는 계산량 감소를 위하여 [10]에서와 같이

$$\Gamma_Y = Y\left[I_{V-K} - X^H(XX^H + I_K)^{-1}X\right]Y^H \tag{30}$$

를 이용하여 K 차원의 역행렬 계산으로 Γ_Y를 구한다.

Ⅳ. 복잡도와 시뮬레이션 결과

4-1 복잡도

부공간 기법을 이용한 도래각 추정 기법은 일반적으로 신호의 자기상관행렬을 구하는 과정, 자기상관행렬을 신호 부공간과 잡음 부공간으로 나누는 과정, 그리고 도래각을 찾는 세 가지 과정으로 나눌 수 있다. 우리가 제안하는 방법은 OPM 기법을 기반으로 한 부공간 형성 기법이며, MUSIC과의 차이점은 부공간 형성 과정에 있다. 이 절에서 우리는 연산횟수를 rflops (real floating operations) 단위를 써서 표현하고 제안한 방 법과 [10]의 방법, 그리고 서로소 배열의 MUSIC의 부공간 형성 과정의 연산량을 비교 분석한다.

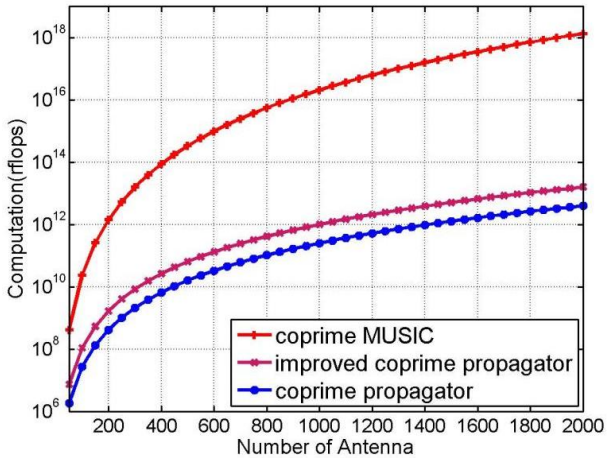

그림 2. 서로소 배열에서 안테나 개수에 따른 연산량
Fig. 2. The computation of the number of antennas with coprime array.

서로소 배열에서의 MUSIC의 부공간 형성 기법의 연산과정은 $(L+1)\times(L+1)$의 크기인 자기상관행렬 특이값 분해로 인하여 약 $O(L^3)$ rflops가 필요하다. 계산량 비교를 위하여 보다 정확하게 분석을 하면 자기상관 행렬은 에르미트 (hermitian) 행렬이므로 약 $32(L+1)^3/3$ rflops가 된다.[9]

우리가 제안한 부공간 형성 기법은 [10]에서의 방법과 동일한 계산 과정을 지니고 있으나, 이 연구에서는 가상 안테나 배열이 길이가 늘어났기 때문에 연산량이 증가한다. 즉, [10]에서 Π_Q를 구할 때 사용되는 행렬 Φ_2와 Q의 크기는 각각 $(U-K)\times 2K$, $U\times(U-K)$이며, $U = L-K+1$로 $8(L-2K+1)^2K + 40(L-2K+1)K^2$의 연산량을 보였다. 하지만 Γ_Y를 구할 때 사용되는 행렬 Ψ_2와 X의 크기는 각각 $(V-K)\times K$, $V\times(V-K)$이며, $V = 2L-K$로 증가한다. 따라서 Γ_Y를 구하기 위한 식 (25)과 식 (30)에 필요한 연산량은 각각 $32(L-K)K^2 + 8K^3 + O(K^3)$rflops, $32(L-K)^2K + 32(L-K)K^2 + O(K^3)$ rflops가 된다.

추가적으로 특이값 분해가 필요하지 않은 프로퍼게이터 기반 방법의 연산량에 큰 영향을 미치는 과정은 역행렬 계산이나, 식 (30)으로 인하여 역행렬 계산에 사용되는 연산량이 $O(K^3)$가 됨을 관찰하자. 또한 역행렬을 계산할 때 사용되는 행렬은 에르미트 행렬이기 때문에 촐레스키 분해 (cholesky decompostion)를 이용하면 기존의 역행렬 연산량에 5/6정도로 연산량을 감소 시킬 수 있다. 하지만 일반적으로 $L \gg N \gg K$

이므로 $O(K^3)$ 연산량은 총 연산량에 영향을 미치지 않는다. 따라서 제안한 방법으로 부공간을 형성할 때 필요한 총 연산량은 약 $32(L-K)^2K+64(L-K)K^2$ rflops 가 된다. 결론적으로 우리가 제안한 기법은 [10]의 기법과 같이 $O(L^2K)$ rflops의 연산량을 가져 $O(L^3)$ rflops의 연산량을 지니는 MUSIC의 복잡도를 $O(K/L)$ 만큼 줄일 수 있다.

각 기법의 부공간 형성에 필요한 연산량을 비교 분석하기 위하여 서로소 배열의 안테나 개수가 50개씩 증가함에 따른 MUSIC, 프로퍼게이터 기법, 잡음의 파워를 고려한 프로퍼게이터 기법의 연산량을 그림 2에 보였다. 여기서, 신호원의 개수는 2개라 가정하며, p는 2, 최적의 서로소 배열을 이루기 위하여 [7]에서와 같이 서로소 (N_1,N_2)는 각각 $(N/2+1,N/2)$로 선택하였다. 우리가 제안한 방법은 [10]의 기법보다 약 4배 정도 복잡도가 증가하나, MUSIC에 비하여 안테나 개수 1000개 기준 약 2×10^4 배 정도 줄어듦을 확인할 수 있다.

4-2 시뮬레이션 결과

우리는 제안한 방법을 동일한 안테나 개수 조건 하에 선형 균일 배열 MUSIC, 선형 균일 배열 프로퍼게이터 방법, 서로소 배열 MUSIC, 서로소 배열 프로퍼게이터 방법과 비교 및 분석을 한다. 먼저, 선형 균일 배열은 18개의 안테나가 반파장의 간격으로 균일하게 배열되어 있는 경우를 고려하였다. 다음으로, 서로소 배열을 사용하는 경우 또한 18개의 안테나를 사용하였으며, 안테나 사이의 최소 간격은 반파장으로 가정하였다. 이 때, $p=2$, $N_1=10$, $N_2=9$로 구성된 서로소 배열을 이용하여 실험을 진행하였다. 모든 실험에서 스냅샷의 수는 100이라 두었다.

성능 비교 분석을 위하여 탐지 가능 여부를 판단하는 PR (probability resolution) 수치를 고려하였다. 우리는 실험에서, 추정 도래각이 실제 도래각의 0.5 ° 내에 있으면 우리는 도래각 탐지에 성공하였다고 가정하였다. 우리는, 먼저 동일한 파워를 갖는 두 개의 신호가 각각 90 °와 95 °로 입사할 때 신호대 잡음비에 따른 PR의 결과를 그림3에 보였으며, 다음으로 신호대 잡음비가 −5 dB로 일정한 상황에서 한 신호는 80°로 입사하고 동일한 파워를 갖는 나머지는 신호는 81°, 81.5°, …, 95°와 같이 서로 다른 각도로 입사하는 경우를 가정하여 도래각 분리에 따른 PR의 결과를 그림 4에 보였다.

그림 3과 그림 4에서 보인 바와 같이, 우리가 제안한 잡음의 파워를 고려한 서로소 배열의 프로퍼게이터 방법은, PR이 0.95에서, 서로소 배열의 MUSIC에 비하여 신호대 잡음비와 도래각 분해능이 (0.6 dB , 0.7°) 정도 성능이 낮으나 선형 균일배열을 이용하는 MUSIC과 프로퍼게이터 방법보다 각각 약 (7 dB, 3.1°), (18.5 dB, 6.4°), 서로소 배열의 프로퍼게이터 방법보다는 (1.5 dB, 0.7°) 가량 성능이 우수하였다. 또한 서로소 배열의 프로퍼게이터 방법은 신호 대 잡음비가 증가하여도 PR이 0.99 이상으로 증가하지 못하며, 특정 분리각에서 또한 PR이 0.99 이하로 저하되는 문제점이 발생하였다. 하지만 우리가 제안한 방법은 신호 대 잡음비가 −11 dB이상에서, 그리고 1.8° 이상의 모든 분리각에서도 PR이 0.99 이상을 유지하고 있어 안정적인 추정 성능을 보인다.

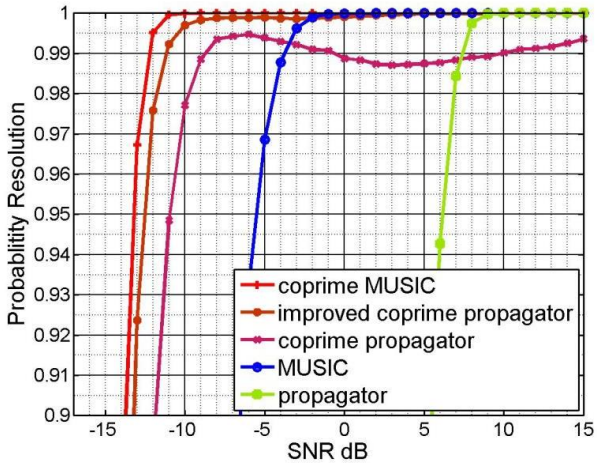

그림 3. SNR에 따른 탐지 가능 확률
Fig. 3. The curves of PR versus SNR.

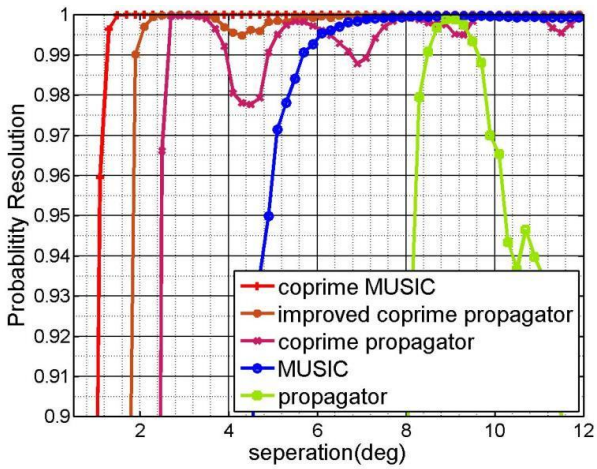

그림 4. 도래각 분리에 따른 탐지 가능 확률
Fig. 4. The curves of PR versus seperation of DoA.

결론적으로 우리가 제안한 방법은 [10]의 방법의 가상 안테나 개수보다 2배 정도 많은 가상의 안테나를 이용하여 연산량이 4배 가량 높아지나 신호대 잡음비를 1.5 dB, 분해능을 0.7° 만큼 개선시키고 높은 분리각과 신호대 잡음비에서 PR을 유지하여 성능을 안정화시킨다. 그리고 서로소 배열의 MUSIC 기법보다 신호대 잡음비는 0.6 dB, 분해능은 0.7°의 성능저하를 보이나 연산량이 $O(K/L)$ 만큼 낮은 것을 확인 할 수 있다.

Ⅴ. 결 론

우리는 [10]에서 수행한 서로소 배열의 프로퍼게이터 방법을 개선시키는 연구를 진행하였다. 이 연구는 수신 안테나에서

오랜 시간 관찰을 통해 잡음의 파워 스펙트럼 밀도를 추정할 수 있다는 것에 착안하여 신호의 자기상관행렬의 대각 성분까지 고려하였다. 우리는 이 대각성분을 중심으로 [10]에서 사용하였던 L개의 가상 안테나를 양쪽으로 나열하여 가상 안테나를 $2L+1$개로 증가시킨 후 도래각을 추정하였다. 따라서 [10]의 방법에 비하여 연산량은 4배 가량 증가하였으나 신호대 잡음비 면에서 1.5 dB, 분해능 면에서는 0.7°의 성능을 향상시켰으며, -11 dB 이상의 신호대 잡음비와 1.8° 이상의 분리각에서 PR을 0.99 이상 유지시켜 성능을 안정화시켰다. 그리고 선형 균일 배열에서의 MUSIC과 프로퍼게이터 기법에 비하여 신호대 잡음비와 분해능이 각각 (7 dB, 3.1°), (18.5 dB, 6.4°)의 성능 향상을 보였다. 또한 복잡도가 높은 서로소 배열의 MUSIC에 비하여 신호대 잡음비는 0.6 dB, 분해능은 0.7° 떨어졌으나, 연산량을 $O(K/L)$만큼 개선시켰다. 따라서 우리가 제안한 기법은 빠른 물체의 추적 혹은 2차원의 도래각 추정과 같이 저연산량 및 고해상도를 요구하는 상황에서 [10]의 방법보다 유용하게 사용될 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단 기본연구지원사업(과제번호: NRF-2015R1D1A1A01060234)의 지원을 받아 수행되었습니다.

참고 문헌

[1] R. O. Shcmidt, “Multiple emitter location and signal parameter estimation,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation,* Vol. 34, No. 3, 1986.

[2] A. Barabell, “Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’83),* Boston: MA, Vol. 8, pp. 336–339, April, 1983.

[3] R. Kumaresan and D.W.Tufts, “Estimating the angles of arrival of multiple plane waves,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,* Vol. AES-19, No. 1, pp. 134–139, 1983.

[4] R. Roy and T. Kailath, “ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing,* Vol. 37, No. 7, pp. 984-995, 1989.

[5] A. Moffet, “Minimum-redundancy linear arrays,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation,* Vol. 16, No. 2, pp. 172-175, 1968.

[6] P. Pal, and P.P. Vaidyanathan, “Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom,” *IEEE Transactions on Signal Processing,* Vol. 58, No. 8, pp. 4167-4181, 2010.

[7] S. Qin, Y. D. Zhang, and M. G. Amin, “Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation,” *IEEE Transactions on Signal Processing,* Vol. 65, No. 6, pp. 1377 - 1390, 2015.

[8] S. Marcos, A. Marsal, and M. Benidir, “The propagator method for source bearing estimation,” *Signal Processing,* Vol. 42, No. 2, pp.121–138, 1995.

[9] D. S. Yoo, “A low complexity subspace-based DOA estimation algorithm with uniform linear array correlation matrix subsampling,” *International Journal of Antennas and Propagation*, Vol. 2015, pp. 1-10, 2015.

[10] B. G. Byun, and D. S. Yoo, “Compuationally efficient propagator method for DoA with coprime array,” *The Journal of Korea Navigation Institute*, Vol. 20, No. 3, pp. 258-264, 2016.

변 부 근 (Bu-Guen Byun)
2011년 2월 : 홍익대학교 전자전기공학부 (공학사)
2013년 2월 : 홍익대학교 전자전기공학부 (공학석사)
2013년 3월 ~ 현재 : 홍익대학교 대학원 전자정보통신공학과 박사과정
※ 관심분야 : 통신 및 신호처리, 레이더 신호처리, 어레이 신호처리

유 도 식 (Do-Sik Yoo)
2002년 2월 : 미시간대학교 전자컴퓨터공학과 (공학박사)
2006년 9월 ~ 2011년 3월 : 홍익대학교 전자전기공학부 조교수
2011년 4월 ~ 현재 : 홍익대학교 전자전기공학부 부교수
※ 관심분야 : 통신 및 신호처리, 정보이론, 어레이신호처리, 영상처리 및 필터링, 신호처리, 변환광학 등