

# 개선된 BC법과 해안선의 프랙탈 차원 계산

소혜림\* · 소건백\*\* · † 진강규

\*, \*\* 한국해양대학교 OST 대학원, † 한국해양대학교 IT공학부 교수

## An Efficient BC Approach to Compute Fractal Dimension of Coastlines

Hye-Rim So\* · Gun-Baek So\*\* · † Gang-Gyoo Jin

\*, \*\* OST Graduate school of Korea Maritime and Ocean University, Busan 49112, Korea

† Division of IT, Korea Maritime and Ocean University, Busan 49112, Korea

**요 약** : 현재까지 이미지의 복잡성을 추정하기 위하여 여러 가지 프랙탈 차원 추정법들이 제안되어 왔으나, 그 중에서도 박스 계수법이 단순하면서도 신뢰성이 높아 공학, 과학, 의료, 지질학 등 많은 분야에 응용되고 있다. 박스 계수법은 스텝크기  $\delta$ 를 변경해가면서 이미지를  $\delta \times \delta$  크기의 박스로 분할하고 프랙탈 도형이 포함된 박스를 계수하여 프랙탈 차원을 추정하게 되며, 이때 분할되는 박스의 개수가 정수가 되도록 이미지의 크기가 2의 거듭제곱인 정사각형을 사용하게 된다. 그러나 이미지 크기가 다르면  $\delta \times \delta$  크기가 아닌 박스는 버리게 되고 여기에 프랙탈 도형이 있으면 정밀도 저하의 원인이 된다. 이런 문제점을 개선하기 위하여 본 논문에서는 버리는 박스에 프랙탈 도형이 포함되면 실수 계수하여 정수 계수에 합산하는 한 방법을 제시한다. 제안된 방법을 프랙탈 차원이 잘 알려진 두 결정형 이미지에 적용시켜 절대오차의 평균 값을 얻고 기존의 박스 계수법과 삼각 박스 계수법의 결과와 비교한다. 제안된 방법은 이미지의 크기가 달라도 안정한 값을 얻을 뿐만 아니라 다른 두 방법과 비교하였을 때 더 만족스러운 결과를 보임을 밝힌다. 또 구글맵에서 취한 우리나라 해안선과 조도 해안선 이미지에 적용시켜 그 복잡성을 계량한다.

**핵심용어** : 프랙탈 차원, BC법, 실수 계수, 이진 이미지, 해안선의 복잡성

**Abstract** : The box-counting(BC) method is one of the most commonly used methods for fractal dimension calculation of binary images in the fields of Engineering, Science, Medical Science, Geology, etc due to its simplicity and reliability. It deals with only square images with each size equal to the power of 2 to prevent it from discarding unused pixels for images of arbitrary size. In this paper, we presents a more efficient BC method based on the original one, which is applicable to images of arbitrary size. The proposed approach allows the number of the counting boxes to be real to improve the estimation accuracy. The mean absolute error performance is computed on two deterministic fractal images whose theoretical dimensions are well known to compare with those of the existing BC method and triangular BC method. The experimental results show that the proposed method can outperform the two methods and assess the complexity of coastline images of Korea and Chodo island taken from the Google map.

**Key words** : Fractal dimension, Box-counting method, Real number counting, Binay image, Coastlines

### 1. 서론

프랙탈 이론(Fractal theory)은 자연에서 발견되는 복잡한 기하학적 구조를 효과적으로 모델링해주는 도구로써, 자기 유사성과 순환성을 특징으로 하고 있다(Mandelbrot, 1967). 형상의 일부분을 확대한 후 회전하거나 반대로 전체를 축소한 후 회전하면 그 모양이 전체 또는 일부분과 같거나 통계적으로 비슷한 구조를 갖게 되며 이러한 성질을 ‘자기유사성(self-affinity)’이라고 하고, 단순한 구조가 끊임없이 반복되는 성질을 ‘순환성(recursiveness)’이라 한다. 프랙탈 구조는 주위에서 볼 수 있는 해안선, 강과 지류, 나무, 벼락 등과 같은 비결정형과 수학적 규칙에 따라 만드는 만델브로트 집합, 시

어핀스키 삼각형, 시어핀스키 카펫 등과 같은 결정형으로 구분된다.

Pentland는 프랙탈 표면의 매끈함(smoothness)과 거침(roughness) 사이의 정도, 즉 기하학적 불규칙성을 인식하는 인간의 지각이 프랙탈 차원과 매우 밀접한 관계가 있음을 밝혔다(Pentland, 1984). 현재까지 프랙탈 차원을 추정해주는 여러 가지 방법들이 제안되어 왔으나, 박스 계수(BC: Box-Counting)법, 삼각프리즘(triangular prism)법, 프랙셔널 브라운운동(Fractional Brownian motion)법 등이 대표적이고 그 중에서도 BC법이 단순하면서도 신뢰성이 높아 공학, 과학, 의료, 지질학 등의 분야에서 쓰이고 있다.

Jin et al.(1995)은 합성과 자연 질감의 이미지의 프랙탈 차

† Corresponding author : 연희원, ggjin@kmou.ac.kr 051)410-4341

\* 연희원, shr0318@gmail.com 051)410-4924

\*\* 연희원, superior3608@naver.com 051)410-4924

원추정에 적용하였고, Yu et al.(2005)은 사람의 홍채 이미지를 상하 두 그룹으로 나눠 인식하는 문제에 적용하였고, Shyu et al.(2011)은 태아의 대뇌 피질 표면의 복잡성 측정에 적용하였다. 또 Lin et al.(2013)은 분지의 하천 유량의 프랙탈 차원을 구하는데 적용하였고, Barakou et al.(2015)은 분산 네트워크의 프랙탈 차원을 계산하고 프랙탈 확장 모델을 이용하여 가상의 분산 네트워크를 만드는 데 적용하였다.

또 BC법의 정밀도 높이는 문제와 관련하여 Foroutan-pour et al.(1999)은 프랙탈 도형을 둘러싸고 있는 사각 프레임의 적절한 크기와 그 한계치 문제를 다루었고, Bisoi and Mishra(2001) 또한 박스 크기의 한계치 문제를 다루었고, Milošević와 Elston(2013)는 박스 크기를 적절히 조절하여 비선형 성질을 가지는 회귀분석 데이터를 제거하는 방법을 제안하고, 이를 신경세포의 프랙탈 차원을 추정하는데 적용하였다. Kaewaramsri and Woraratpanya(2015)는 기존의 정사각형 박스를 두 개의 삼각형으로 분할하여 박스 계수의 정확성을 높이도록 GS법을 쓰는 TBC(Triangular Box-Counting)을 제안하였다.

현재까지 제안된 대부분의 프랙탈 차원 추정법들은 이미지를  $\delta \times \delta$  크기의 격자로 분할할 때 사용되는 스텝크기  $\delta$ 를 2의 거듭제곱 수로 하는 기하학적 스텝(Geometric Step: GS)법(Clarke, 1986)을 쓰고 있다. 이 때문에 BC법은 다루는 이미지에서 픽셀이 낭비되지 않도록 그 크기를  $M \times M = 2^m \times 2^m$  ( $m$ 은 양의 정수)으로 한정하게 된다. 하지만 실제 환경에서 존재하는 해안선, 강의 지류, 산맥, 식물 등은 그 모양이 제각각이어서 이들의 이미지를 취득할 때 크기도 제각각일 수밖에 없어 이런 곳에 BC법을 적용하면 사용 못하고 버리는 픽셀이 생겨 성능저하가 불가피하다.

따라서 본 연구에서는 기존의 BC법의 문제점을 해결하기 위하여 분할된 이미지를 계수할 때 크기가  $\delta \times \delta$ 인 블록들은 기존의 방식대로 프랙탈이 포함되면 1 아니면 0으로 정수 계수하고, 나머지 블록들도 프랙탈이 포함되면 실수 계수하고 아니면 0으로 계수해서 합산하는 새로운 BC법을 제안한다. 실수 계수되는 블록은  $\delta \times \delta$  블록에 들어 있는 평균 프랙탈 픽셀 수 대비 해당 블록 내에 들어 있는 프랙탈 픽셀 수와  $\delta \times \delta$  블록의 크기 대비 해당 블록의 크기의 곱으로 계수되며, 그 결과는 1을 넘지 않도록 한다.

제안된 BC법은 차원이 알려진 두 결정형 프랙탈 이미지를 대상으로 절대오차의 평균값(MAE: Mean Absolute Error)을 평가지수로 하여 그 성능을 확인하며 기존의 BC법과 Kaewaramsri 등이 제안한 TBC법과 비교하며 그 유효성을 밝힌다. 또 비결정형 프랙탈 구조인 한반도와 조도의 해안선의 이미지에 적용하여 프랙탈 차원을 구하고 그 복잡성을 계량한다.

## 2. 기존의 BC법

$M \times M$  픽셀의 이진 이미지가 주어질 때 박스 계수(BC)법은 프랙탈 구조의 자기유사성 성질을 활용하여 스텝크기  $\delta$ 를 달리하면서 격자로 분할하고 프랙탈 도형을 완전히 덮는데 요구되는 최소한의 박스 개수  $N(\delta)$ 를 세는 과정을 반복하여 프랙탈 차원을 구하게 된다. 프랙탈 차원  $D$ 는  $\log(1/\delta) - \log(N(\delta))$  그래프의 기울기가 되며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D = \frac{\log(N(\delta))}{\log(1/\delta)} \quad (1)$$

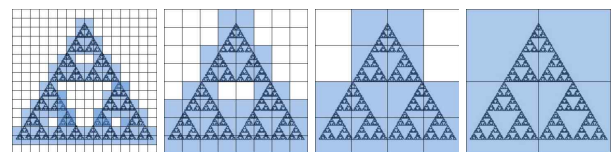
이때 격자 분할에 사용되는  $\delta$ 는 성능에 직접적으로 영향을 주며,  $\delta$ 를 정하는 일련의 과정을 샘플링이라 한다. 대표적인 방법으로는 기하학적 스텝(GS)법, 산술적 스텝(arithmetic step)법, 제수 스텝(divisor step)법이 있다.

GS법은 log-log 좌표 상의 데이터 간에 간격이 같도록 2의 배수로 커지는 기하학적 수(geometric number), 즉 2의 거듭제곱의 수들을 사용하게 되나,  $M$ 이 클 때 추정 정밀도를 높일 수 있는 스케일의 데이터가 부족한 것이 단점으로 지적된다. 그럼에도 불구하고 대부분의 프랙탈 차원 추정법들은 GS법을 채용하고 있어 본 연구에서도 이를 이용한다. GS법을  $M \times M$  이미지에 적용하면  $\delta = 1, 2, 4, \dots, 2^{m-1}$ 이 되고,  $m = \log_2(M)$ 이다.

$\delta$ 가 정해지면 다음 절차는 이미지를  $\delta \times \delta$  크기의 격자로 분할하고  $(i, j)$ 번째의 격자에 프랙탈 도형이 포함되면  $n_{ij} = 1$ , 아니면  $n_{ij} = 0$ 으로 계수해서 식 (2)와 같이  $N(\delta)$ 를 구하게 된다.

$$N(\delta) = \sum_{i=1}^{M/\delta} \sum_{j=1}^{M/\delta} n_{ij} \quad (2)$$

예로  $16 \times 16$  시어핀스키 삼각형 이미지가 주어질 때  $m = \log_2(16) = 4$ 이고  $\delta = 1, 2, 4, 8$ 이 되므로 각  $\delta$ 에서 박스를 계수하면 Table 1과 같은 결과를 얻게 된다.



(a)  $\delta = 1$  (b)  $\delta = 2$  (c)  $\delta = 4$  (d)  $\delta = 8$   
Fig. 1 Box counting on an image of  $16 \times 16$  pixels

Table 1 Step size and box numbers

Step size $\delta$	1	2	4	8
Box count $N(\delta)$	104	40	12	4

Table 1의 데이터가 얻어지면  $D$ 는  $\log(1/\delta) - \log(N(\delta))$  그래프 상에 이들을 점철한 근사 직선이나 최소자승법을 써서 구할 수 있다. 다음은 첫째 값과 마지막 값으로 계산된 예를 보여주며, 이 근사 값은 이론 값  $D = 1.585$ (Table 3 참조)에 근

접합을 알 수 있다.

$$D = \frac{\log 104 - \log 4}{\log 1 - \log \frac{1}{8}} = 1.567$$

다음은 BC법의 알고리즘을 나타낸 것이다.

```

Get an image  $I$  of  $M \times M$ 
 $m = \log_2(M)$ 
for  $k = 1$  to  $m$ 
     $\delta_k = 2^{(k-1)}$ 
    BoxBlocks =  $\text{fix}(M/\delta(k))$ 
     $N(\delta) = 0$ 
    for  $i = 1$  to BoxBlocks
        for  $j = 1$  to BoxBlocks
            if sub-image  $I(i,j)$  is a non-empty box
                 $n_{ij} = 1$ 
            else
                 $n_{ij} = 0$ 
            end if
             $N(\delta_k) = N(\delta_k) + n_{ij}$ 
        end for
    end for
end for
Estimate  $D$  from data set  $\{\delta_k, N(\delta_k)\}$  of  $m$ 
    
```

### 3. 제안하는 BC법

앞서 설명하였듯이 기존의 BC법은 GS법으로 샘플링을 하고 있어 버리는 픽셀이 없도록 사용되는 이미지의 크기를  $M \times M = 2^m \times 2^m$  ( $m$ 은 양의 정수)으로 가정하고 있다. 하지만 해안선, 강, 산맥 등 실제 환경에서 취득되는 이미지의 크기는 다양할 수밖에 없다. 따라서 본 연구에서는 임의 크기의 이미지에 BC법을 적용할 때 발생하는 픽셀 낭비 문제를 보완하기 위하여 실수 계수법을 제안한다.

이미지가  $M \times N$ 일 때 분할은 짧은 면의 길이를 기준으로 해야 하므로  $L = \min(M, N)$ 이면 GS법의 스텝크기는  $\delta = 1, 2, 4, \dots, 2^{\ell-1}$ 이 되고, 이때  $\ell = \text{int}(\log_2(L))$ 이다.  $\delta$ 가 정해지고  $m = \text{int}(M/\delta)$ ,  $n = \text{int}(N/\delta)$ 이면, 이미지는 다음과 같이 분할되며 각 블록은 정사각형 또는 직사각형 모양이 된다.

- $M = m\delta$ 이고  $N = n\delta$ 일 때 :  $\delta \times \delta$  픽셀의 블록  $m \cdot n$ 개로 균등 분할된다.
- $M > m\delta$ 이고  $N = n\delta$ 일 때 :  $\delta \times \delta$  픽셀의 블록  $m \cdot n$ 개와  $(M - m\delta) \times \delta$  픽셀의 블록  $n$ 개로 분할된다.
- $M = m\delta$ 이고  $N > n\delta$ 일 때 :  $\delta \times \delta$  픽셀의 블록  $m \cdot n$ 개와  $\delta \times (N - n\delta)$  픽셀의 블록  $m$ 개로 분할된다.
- $M > m\delta$ 이고  $N > n\delta$ 일 때 :  $\delta \times \delta$  픽셀의 블록  $m \cdot n$ 개,  $(M - m\delta) \times \delta$  픽셀의 블록  $n$ 개,  $\delta \times (N - n\delta)$  픽셀의 블록  $m$ 개와  $(M - m\delta) \times (N - n\delta)$  픽셀의 블록 1개로 분할된다.

Fig. 2는  $17 \times 21$  이미지가  $\delta = 1, 2, 4, 8$ 로 분할된 예를 보여 준다. 이때  $\ell = \text{int}(\log_2(17)) = 4$ 이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 만약 기존의 BC법을 적용하게 되면  $\delta = 1$ 을 제외하고는 버리는 픽셀 블록이 발생하게 된다.

따라서 위와 같이 이미지가 격자로 분할되면  $(i, j)$  블록은 다음 두 가지 중 하나로 계수된다.

- 블록 크기가  $\delta \times \delta$ 인 경우 : 기존의 BC법과 같이 정수 계수되며 만약  $(i, j)$  블록에 프랙탈 도형이 포함되면  $n_{ij} = 1$ , 그렇지 않으면  $n_{ij} = 0$ 이 된다.
- 블록 크기가  $\delta \times \delta$ 가 아닌 경우 : 실수 계수법을 적용하며, 만약  $(i, j)$  블록에 프랙탈 도형이 들어있으면 블록의 모양에 따라 다음 식들 중 하나로 계수하고, 아니면  $n_{ij} = 0$ 이 된다.

$$n_{ij} = \min\left(\frac{p_{ij}}{p_\delta}, 1\right) \times \frac{(M - m\delta)}{\delta} \tag{3a}$$

$$n_{ij} = \min\left(\frac{p_{ij}}{p_\delta}, 1\right) \times \frac{(N - n\delta)}{\delta} \tag{3b}$$

$$n_{ij} = \min\left(\frac{p_{ij}}{p_\delta}, 1\right) \times \frac{(M - m\delta)(N - n\delta)}{\delta^2} \tag{3c}$$

여기서  $p_{ij}$ 는  $(i, j)$  블록 내에 들어있는 프랙탈 도형의 픽셀 수,  $p_\delta$ 는 1로 계수되는  $\delta \times \delta$  크기의 블록 내에 들어있는 프랙탈 도형의 평균 픽셀 수를 나타낸다.

Fig. 2의 이미지에 실수 계수법을 적용해보면  $N(\delta)$ 는 Table 2와 같게 된다.

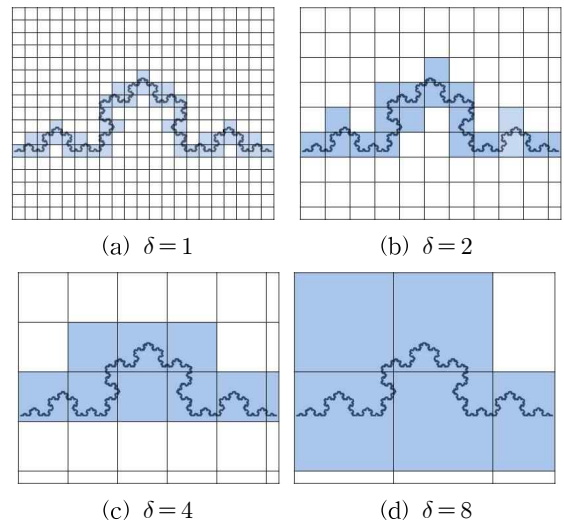


Fig. 2 Sampling of the image of  $17 \times 21$

Table 2 Step size and box numbers

Step size $\delta$	1	2	4	8
Box Count $N(\delta)$	46	18.21	8.05	4.61

일례로  $\delta = 8$ 인 Fig. 2(d)에서 보면,  $m = \text{int}(21/8) = 2$ ,  $n = \text{int}(17/8) = 2$ 이므로 4개 블록은 각 1로 계수되고, 크기가  $8 \times 5$ 인 (2,3) 블록 1개는 다음과 같이 실수 계수된다. 4개 블록에 들어있는 프랙탈 도형의 평균 픽셀 수는  $\bar{p}_\delta = 9.25$ 이고 또  $p_{2,3} = 9$ 이므로

$$n_{2,3} = \min\left(\frac{p_{2,3}}{\bar{p}_\delta}, 1\right) \times \frac{(N - n\delta)}{\delta} = \frac{9}{9.25} \times \frac{5}{8} = 0.61$$

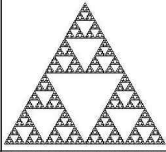
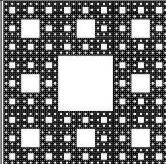
이 된다. 따라서  $N(\delta) = 4 + 0.61 = 4.61$ 이다. 각  $\delta$ 에 대해  $N(\delta)$ 가 얻어지면, 본 방법에서는 최소자승법으로 프랙탈 차원을 구하게 된다.

### 4. 실험 및 결과 검토

#### 4.1 결정형 프랙탈 이미지에서 실험

먼저 제안된 추정법의 성능을 이론적 프랙탈 차원이 잘 알려진 두 도형에서 평가하고 기존의 BC법과 Kaewaramsri 등 (2015)이 제안한 TBC의 결과와 비교한다. 이를 위해 Table 3의 시어핀스키 삼각형과 시어핀스키 카펫을 사용하고, 이들을 수식으로 그린 다음  $256 \times 256$  픽셀의 이진 이미지로 변환하였다. 프랙탈 차원의 추정치는 도형을 그릴 때 적용되는 레벨에 따라 약간의 차이가 생길 수도 있어 각 도형마다 5개의 레벨에서 그린 이미지들을 사용하였고, 따라서 총 10개가 된다.

Table 3 Test images for experiments

No	Name of image	Image	Dimension	Level
1	Sierpinski triangle		1.585	5~9
2	Sierpinski Carpet		1.893	3~7

프랙탈 추정법의 성능을 정량적으로 계량하기 위해 추정된 차원  $D_i$ 와 이론적 차원  $D_i$ 의 절대오차의 평균값(MAE: Mean Absolute Error)을 평가지수로 사용하였다.

$$MAE = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w |D_i - D_i| \quad (4)$$

여기서  $w$ 는 실험에 사용된 총 이미지 수이다.

세 방법의 성능을 평가하기 위해 앞서 얻은  $256 \times 256$  이미지를 원본으로 해서  $M \times N$  서브 이미지(sub image)를 취할 때 두 가지 시나리오를 사용하였다. 하나는  $M$ 을 128 또는 256로 고정하고  $N$ 을 128에서 256까지 2씩 높이면서 좌상단을

기점으로  $M \times N$  픽셀을 취하는 것이고, 다른 하나는  $M$ 을 191로 고정하고  $N$ 을 같은 방법으로 변경하는 것이다. Fig. 3은 이를 도식적으로 보여준다.

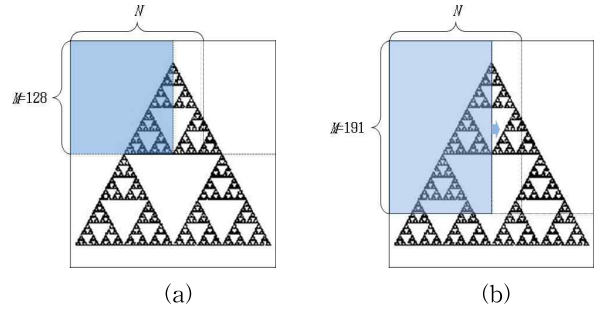


Fig. 3  $M \times N$  sub image

첫 번째 시나리오에 따른 실험은 시어핀스키 삼각형(레벨 5~9)과 시어핀스키 카펫(레벨 3~7)에서 수행되었다. 시어핀스키 삼각형의 경우  $M = 128$ 로, 시어핀스키 카펫의 경우  $M = 256$ 로 고정하고 각각 1/4, 1/2 크기의 서브 이미지를 가지고 시작하도록  $N$ 을 변경하면서 MAE를 구하였고 Fig. 4와 Fig. 5는 이를 그린 것이다.

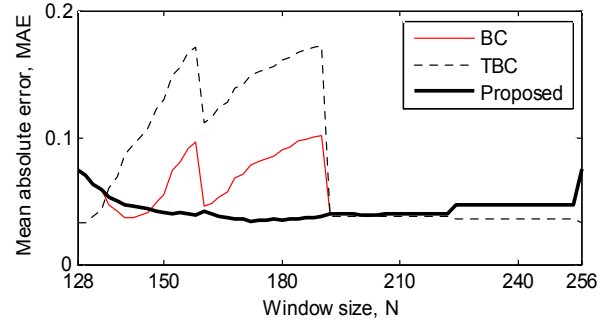


Fig. 4 MAEs of the three methods for Sierpinski triangle of  $128 \times N$  size

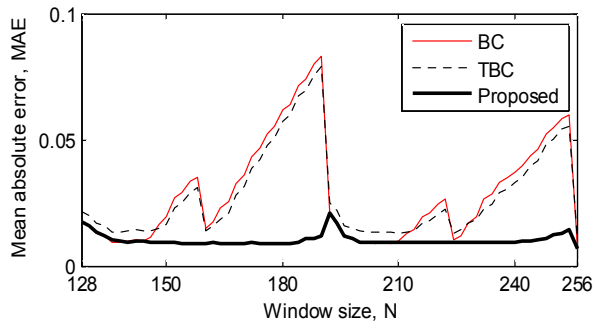


Fig. 5 MAEs of the three methods for  $256 \times N$  Sierpinski carpet

Fig. 4에서 확인할 수 있겠지만 초기 서브 이미지에는 흰 배경과 1/2 크기의 삼각형만 들어있어 어려운 실험 환경(Fig. 3 참조)이지만 제안하는 방법은  $N$ 이 증가하여 큰 삼각형(세 개 중 위의 도형)이 완성되는 단계까지는 MAE가 줄고, 그 이

후부터는 또 흰 배경이 추가되면서  $MAE$ 가 약간 늘어나는 것을 볼 수 있다. 전반적으로  $MAE$ 는 0.08 이하이고  $N$ 의 크기에 민감하지 않으면서 좋은 성능을 내는 것을 알 수 있다. 이에 비해 나머지 두 방법은 부분적인 프랙탈 도형에 대해서는 성능이 좋지 못할 뿐만 아니라  $N$ 의 크기에 민감함을 알 수 있다. 특히 흥미로운 사실은 두 방법들의 추정치가 평균 픽셀 낭비율(버리는 픽셀수/전체 픽셀수)에 따라 변동한다는 것을 확인할 수 있었다. 또 시어핀스키 카페트에서 수행된 Fig. 5의 실험 결과에서도 알 수 있듯이 제안된 방법의 성능이 전반적으로 우수함을 보여주고 있다.

두 번째 시나리오에 입각한 실험도 앞서 사용한 두 프랙탈 이미지에서 수행되었다. Fig. 6과 7은  $M=191$ (GS법을 쓸 때 픽셀 낭비율이 큼)로 고정하고  $N$ 을 128부터 256까지 2씩 증가시키면서 좌상단을 기점으로  $M \times N$  픽셀을 취해  $MAE$ 를 구해 그린 것이다. 그림에서 보면 두 방법의 성능은  $N$ 의 크기에 민감한데 비해 제안된 방법은 덜 민감하면서도 더 정교한 성능을 주고 있는 것을 알 수 있다.

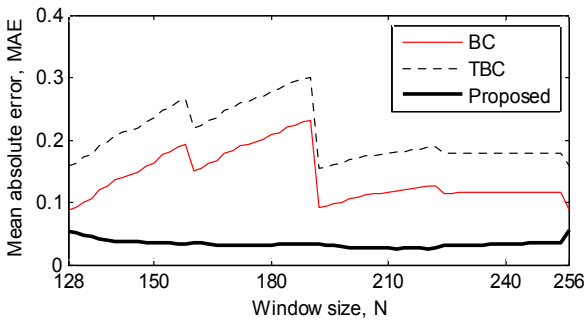


Fig. 6 MAEs of the three methods for  $191 \times N$  Sierpinski triangle

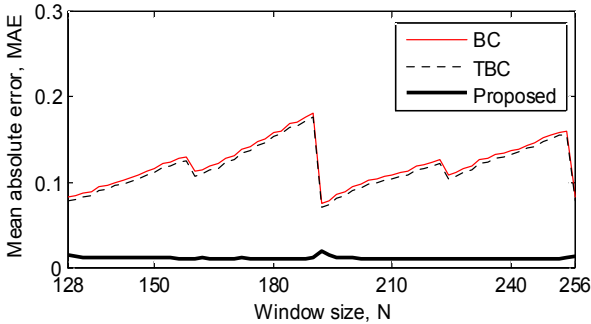


Fig. 7 MAEs of the three methods for  $191 \times N$  Sierpinski carpet

#### 4.2 비결정형 이미지에서 실험

다음은 휴전선 이남의 우리나라 동해, 남해, 서해와 한국해양대학교 캠퍼스가 위치한 조도 해안선의 복잡성, 즉 들쭉날쭉한 정도를 알아보기 위해 시험을 실시하였다. 해안선은 Google 지도로부터 약 1:700,000 축적의 RGB 이미지를 얻고, 해안선을 검출한 다음 그레이 레벨 이미지로 변환하고, 다시

이진(black/white) 이미지로 변환하였다. Fig. 8은 그 처리과정을 보여준다. 해안선 검출에는 MATLAB에서 제공하는 Canny 알고리즘을 사용하였다.

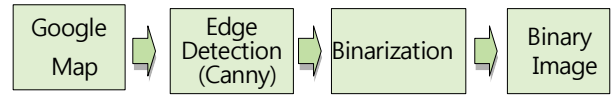


Fig. 8 Binarization of coastline images

Fig. 9-12는 처리된 해안선 이미지와 그 크기를 보여준다. 이때 도서지방의 작은 섬들은 프랙탈 추정과는 무관한 것으로 간주되어 삭제되었고, 남해안의 큰 섬들은 교량으로 연결되어 있지만 편의상 지형적으로 연결된 것으로 간주하였고, 특히 강의 하구는 완만하게 연결된 것으로 처리하였다.

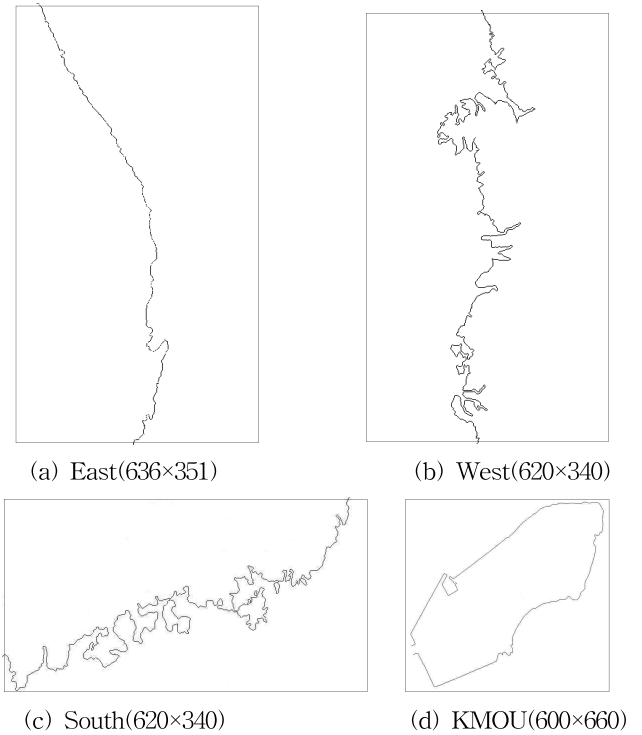


Fig. 9 Images of Korean coastlines and KMOU campus coastline

잘 알 수 있듯이 비결정형 프랙탈 구조인 해안선을 실험 대상으로 할 때 그 이론적 프랙탈 차원 값을 아는 것은 불가능하므로 각 방법의 성능을 직접 비교할 근거가 없어 앞서와 같이  $MAE$ 를 계산할 수 없다는 한계가 있다. 그렇지만 우리는 직관을 통해 이미지의 상대적인 복잡성을 유추해볼 수 있다. Table 4는 세 방법으로 프랙탈 차원을 추정한 결과를 요약한 것이다.

Table 4 Estimated results of the three methods for the coastline images

No	Coastline	Fractal Dimension		
		BC	TBC	Proposed
1	Eastern	1.083	1.098	1.037
2	Southern	1.283	1.264	1.273
3	Western	1.267	1.262	1.241
4	KMOU	1.131	1.114	1.095

Table 4에서 보면 세 방법 다 비슷한 결과를 주고 있고, 직관적으로 서해안과 남해안의 해안선이 좀 더 복잡하게 보이므로 짐작할 수 있듯이 좀 더 크게 나왔고, 동해안과 선박 접안 부두와 같은 인공 구조물이 조성된 조도의 해안선은 상대적으로 작게 나왔다. 차원이 크다는 것은 구조가 더 복잡하다는 것을 나타낸다. 본 방법의 결과에 의하면 한반도 해안선의 프랙탈 차원은 대략 1.03과 1.28 사이에 있는 것으로 여겨진다. 이 결과는 영국의 서쪽 해안선의 차원이  $D=1.25$ , 스페인과 포르투갈 사이의 국경선의 차원이  $D=1.14$ 인 결과와도 유사함(Mandelbrot, 1967)을 알 수 있다.

### 5. 결 론

GS 샘플링을 채용하는 BC법을  $M \times N$  이미지의 프랙탈 차원 추정에 적용할 때 버리는 픽셀로 인해 일어나는 성능저하 문제를 해결하기 위해 기존의 정수 박스 계수법을 확장하여 실수 계수하는 새로운 BC법을 제안하였다. 개선한 BC법을 차원을 아는 두 결정형 프랙탈 도형에 적용하고 기존의 BC법과 Kaewaramsri 등이 제안한 TBC법의 성능과 비교 평가한 결과 부분적인 도형에도 잘 동작하며 또 이미지의 크기에 민감하지 않고 더 우수한 것을 확인할 수 있었다. 또 한반도와 조도의 해안선의 복잡성을 계량하기 위해 프랙탈 차원을 추정된 결과  $D=1.03-1.28$ 임을 확인할 수 있었다. 후속 연구로 개선된 샘플링법과 실수 계수법을 결합하여 BC법의 성능을 더욱 개선하는 문제와 더 상세한 해안선 이미지를 가지고 실험을 실시할 예정이다.

### References

[1] Barakou, F., Koukoula, D., Hatzirygiouri, N. and Dimeas, A.(2015), "Fractal geometry for distribution grid topologies", IEEE PowerTech 2015 Conference, Eindhoven, Netherlands, pp. 1-6.  
 [2] Bisoi, A. K. and Mishra, J.(2001), "On calculation of fractal dimension of images", Pattern Recognition Letters, vol. 22, no. 6 - 7, pp. 631-637.  
 [3] Clarke, K. C.(1986), "Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular

prism surface area method", Computers & Geosciences, Vol. 12, No. 5, pp. 713-722.  
 [4] Foroutan-pour, K., Dutilleul, P. and Smith, D. L.(1999), "Advances in the implementation of the box-counting method of fractal dimension estimation", Applied Mathematics and Computation, vol. 105, no. 2-3, pp. 195-210.  
 [5] Jin, X. C., Ong, S. H. and Jayasooriah(1995), "A practical method for estimating fractal dimension", Pattern Recognition Letters, Vol. 16, No. 5, pp. 457-464.  
 [6] Kaewaramsri, Y. and Woraratpanya, K.(2015), "Improved Triangle Box-Counting Method for Fractal Dimension Estimation", Recent Advances in Information and Communication Technology 2015, H. Unger, P. Meesad and S. Boonkrong(Eds), pp. 53-61.  
 [7] Lin, M., Chen, L. and Ma, Y.(2013), "Research on stream flow series fractal dimension analysis and its relationship with soil erosion", IEEE Int. Symp. on Geoscience and Remote Sensing- IGARSS, Melbourne, Australia, pp. 1821-1823.  
 [8] Mandelbrot, B.(1967), "How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension", Science, Vol. 156, No. 3775, pp. 636-638.  
 [9] Milošević, N. T. and Elston, G. N.(2013), "Box-count analysis of two dimensional images: methodology, analysis and classification," 19th Int. Conf. on Control Systems and Computer Science, Bucharest, pp. 306-312.  
 [10] Pentland, A.(1984), "Fractal-Based Description of Natural Scenes", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 6, No. 6, pp. 661-674.  
 [11] Shyu, K. et al.(2011), "Measuring Complexity of Fetal Cortical Surface From MR Images Using 3-D Modified Box-Counting Method", IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 60, No. 2, pp. 522-531.  
 [12] Yu, L., Zhang, D., Wang, K. and Yang, W.(2005), "Coarse iris classification using box-counting to estimate fractal dimensions", Pattern Recognition, Vol. 38, No.11, pp. 1791 - 1798.

Received 17 June 2016

Revised 26 July 2016

Accepted 28 July 2016