

그래프 이론 기반의 편파 및 주파수 지정 알고리즘

구본홍*, 채찬병*, 박성호*,
 박휘성°, 함재현***

Joint Polarization and Frequency Assignment Algorithm Based on Graph Theory

Bonhong Koo*, Chan-Byoung Chae*,
 Sung-Ho Park**, Hwi-Sung Park°,
 Jae-Hyun Ham***

요약

군용 통신망의 작전상황 등에서 빠른 시간 내에 주파수 배정 문제의 해를 찾는 상황은 빈번하게 발생한다. 이때 사용되는 자원 개수를 최소화하는 것은 비용과 연관이 있어 중요한 문제이다. 이중 편파 안테나의 편파를 적절히 분배하면 주파수 자원 개수 성능을 최소화하는데 도움이 된다. 본 논문은 그래프의 매칭 이론을 기반으로 하여 편파와 주파수를 $O(N^2)$ 의 복잡도 이내에 배정하는 알고리즘을 제시한다. 제시하는 알고리즘의 해는 단일 편파 알고리즘 대비 2배에 가까운 성능 개선을 보이며 이론적인 최적의 값에 근접함을 확인하였다.

Key Words : Frequency Assignment Problem, Graph Theory, Polarization, XPD, Matching Algorithm

ABSTRACT

In cases of military communication plan, it often requires to find a proper solution for frequency

assignment within feasible time. Minimizing the number of used resources are related to cost issue, hence it is a critical objective. When the dual polar antenna is used, the performance can be much developed by exploiting the polarization separation. In this paper, we propose an algorithm that assigns polarizations and frequencies within complexity of $O(N^2)$ based on the graph matching theory. We have verified that the proposed algorithm shows almost twice performance relative to the uni-polar frequency assignment algorithms and it approaches very closely to its theoretical optima.

I. 서론

군용통신망 등의 작전 상황에서는 제한된 범위의 주파수 자원을 주어진 시스템 상황에 알맞게 분배하고자 하는 상황이 빈번하게 발생한다. 이에 대한 주파수 배정의 해를 찾는 문제는 NP-hard이므로 이웃 탐색 알고리즘 혹은 탐욕 알고리즘을 이용해 근접 해를 찾는 접근이 시도되어왔다.^[1-2] 본 논문은 간섭에 대한 조건과 자원의 총 사용범위에 대한 조건에 대한 제한 하에 사용되는 자원의 개수를 빠른 시간 내에 최소화 하는 문제에 초점을 맞춘다.

고정된 지형에서 통제할 수 있는 변수는 안테나의 편파와 주파수가 있는데, 기존의 주파수 전략은 주파수의 분배에 초점을 두고 있다. 이중 편파 안테나를 사용할 때 각각의 장비는 수직과 수평 중 한 방향의 편파를 선택할 수 있다. 두 장비가 서로 다른 편파를 사용할 경우 편파분리에 의한 추가적인 신호감쇄가 생기므로 주파수 이격요구량을 감소시킨다. 따라서 편파를 적절히 분배하여 배정하면 자원을 더더욱 절약 하는 해를 얻을 수 있다.

본 논문에서는 편파와 주파수를 동시에 배정하는 알고리즘을 제안한다. 알고리즘은 그래프 색칠과 매칭 탐색의 단계로 구성되며, 본 논문은 각각에 대해 $O(N^2)$ 이내의 복잡도로 동작하는 탐욕 알고리즘을 제안한다. 또한, 이론적 하한을 계산하여 제안하는 알고

* 본 연구는 국방과학연구소 선형핵심과제(912374101)의 지원으로 수행되었습니다.

** 본 논문에 실린 실험결과의 일부는 한국통신학회 하계종합학술발표회에서 발표된 바 있음[1]

• First Author : School of Integrated Technology, Yonsei University, harpeng7675@yonsei.ac.kr, 학생회원

° Corresponding Author : The 2nd R&D Institute-1, Agency for Defense Development, 7hwisung7@add.re.kr, 정회원

* School of Integrated Technology, Yonsei University, chchae@yonsei.ac.kr, 정회원

** OPENSNS, shpark@opensns.co.kr

*** The 2nd R&D Institute-1, Agency for Defense Development, mjham@add.re.kr

논문번호 : KICS2016-07-159, Received July 21, 2016; Revised August 9, 2016; Accepted August 9, 2016

리즘의 성능이 최적에 거의 근접함을 확인하였다.

II. 시스템 모델

군용 장비들이 구축하는 가상통신망은 4개 이하의 장비들이 반경 50m 이내의 영역에 밀집하여 군집을 형성하고, 서로 다른 군집에 속한 장비들이 통신링크를 형성하는 형태로 이루어진다. 통신링크의 거리는 20km 이내이며, 모든 장비는 하나의 다른 장비와 상호링크를 형성한다. 전파의 감쇄는 ITU P.525의 자유공간 감쇄모델을 따라 계산되며, 구체적인 시스템 변수의 값은 표 1과 같이 주어진다. [1]에서와 같이 송신 장비에서 출발한 신호가 안테나와 경로에 의한 감쇄를 거쳐 수신 장비에 도달한 세기가 T 보다 클 때 그 차이의 값을 두 장비 간 간섭으로 정의하여 (1)과 같이 계산한다.

$$X = \max(P + A - PL(f, d) - L - T, 0), \quad (1)$$

$$PL(f, d) = 32.4 + 20 \log f + 20 \log d.$$

수식 (1)에서 f 와 d 는 각각 송신기의 중심주파수와 송수신기 간의 거리를 의미한다. 장비 i, j 의 간섭량이 0보다 클 경우 편파 혹은 주파수를 분리하여 추가감쇄를 얻어야한다. 이때 필요한 주파수 이격량은 통합

필터변별도를 사용하여 구하며, 단위주파수 δf 로 나누어 w_{ij} 로 나타낸다.

방향에 따른 안테나 이득함수 A 와 편파 분리 감쇄 값 XPD(cross polar discrimination)은 그림 2와 같이 실제 설계된 장비에 대한 측정값을 기반으로 간소화한 가상의 값으로 주어진다. 편파를 분리했을 때 동일 편파 사용 시 대비 30~40dB의 추가 이득이 측정되었으며 용이한 분석을 위해 그 중 최솟값인 30dB가 모든 방향에 대해 동일하게 주어짐을 가정하였다.

III. 제안 알고리즘

자원 개수를 최소화하는 편파 및 주파수 배정 알고리즘은 [1]에서 단일 편파에서 자원 개수를 최소화하는데 가장 우수한 성능을 보인 색칠 기반 알고리즘에서 출발한다. 색칠 기반 알고리즘은 각각의 장비를 원소로 하는 집합 V 와 w_{ij} 를 가중치 값으로 갖는 모서리 행렬 W 으로 구성된 그래프 G 에 색을 먼저 배정한 뒤 같은 색이 배정된 꼭지들에 같은 주파수를 배정하는 알고리즘이다. 이때 색을 바탕으로 다음과 같이 그래프 $G_C = (V_C, W_C)$ 를 재구축한다. 색칠함수 $C_1: V \rightarrow \mathbb{R}$ 를 $C_1(x) = i$ 는 장비 x 에 색 i 가 배정됨을 의미하도록 정의하며, V_C 의 원소 S_i 는 $\{x \in V \mid C_1(x) = i\}$ 과 같이 정의된다. 모서리 가중치 값은 다음 (2)와 같이 정의한다.

$$w_{C_{ij}} = \max(w_{ij} \mid i \in S_i, j \in S_j) \quad (2)$$

표 1. 시스템 파라미터
Table 1. System Parameter

Term	Notation	Value
Receiver Threshold	T	-70dBm
Transmit Power	P	30dBm
Line Loss	L	3dB
Unit Frequency Distance	δf	15kHz
Frequency Range	R	600MHz

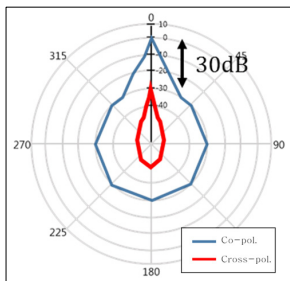


그림 1. 송수신단의 편파 선택에 따른 안테나 패턴
Fig. 1. Antenna gain due to polarization statement at the transmitter and the receiver

MP(Matching based Polarization) 알고리즘은 먼저 그래프에 색칠을 한 뒤, 재구성된 그래프의 모서리 가중치 값이 XPD의 값 p 보다 작은 꼭지들의 쌍을 찾는다. 특정 조건을 만족하는 두 꼭지의 쌍은 그래프 이론에서 매칭(matching)으로 정의한다. 본 논문에서

알고리즘 1. 탐욕적 매칭 탐색 알고리즘

- 1) 조건을 만족하는 모서리를 1으로, 아닌 모서리를 0으로 치환한다. 값이 1인 모서리를 연결된 것으로 본다.
- 2) 매칭을 구성하지 않는 꼭지가 존재하지 않으면 알고리즘을 종료하고, 존재할 시 3)으로 진행한다.
- 3) 매칭을 구성하지 않는 꼭지 중 가장 차수가 낮은 꼭지를 후보에 등록한다. 등록 시 임의로 선택한다.
- 4) 등록된 후보와 연결된 꼭지가 존재한다면 가장 낮은 차수를 갖는 꼭지를 선택해 두 꼭지를 매칭에 추가한다.
- 5) 존재하지 않으면 공집합을 생성해 짝지어 매칭에 추가하고 2)로 돌아간다.

는 시간에 대한 제약이 심한 환경에 적용할 수 있도록 $O(N^2)$ 내에 동작하는 탐욕 매칭 탐색 알고리즘을 다음과 같이 제안하였다.

S_i 와 S_j 가 짝을 이뤄 매칭을 구성할 때 각각에 속한 꼭지들에 수직 편파와 수평 편파를 각각 배정한다. 편파의 상태는 각각 0과 1로 표현하여 편파 배정함수 $P: V \rightarrow \{0,1\}$ 을 정의하여 나타낸다. 이제 편파배정의 상태를 반영한 모서리 가중치 값 $P \cdot w_{ij}$ 을 (3)과 같이 정의한다.

$$P \cdot w_{ij} = \max(w_{ij} - p \times \delta_{P(i)P(j)}, 0) \quad (3)$$

여기서 δ_{ij} 는 $i=j$ 일 때 1, 아닐 때 0을 출력하는 크로네커 델타 함수이다. 이제 S_i 에 속한 꼭지들과 S_j 에 속한 꼭지들 간의 가중치 값은 0이므로 같은 색을 사용할 수 있다. 따라서 짝을 이루는 매칭의 모든 (A,B) 에 대해 $T_k = A \cup B$ 을 원소로 갖는 편파-색 집합 $P \cdot V_C$ 을 새로운 꼭지 집합으로 구축한다. 편파-색 모서리 값 $P \cdot W_C$ 는 (4)와 같이 정의된다.

$$P \cdot w_{Cij} = \max(P \cdot w_{ij} | i \in T_i, j \in T_j) \quad (4)$$

IV. 최적성 검사 및 성능 평가

본 논문에서 제안된 MP 알고리즘은 색을 배정하는 과정과 매칭을 탐색하는 단계에서 각각 근접 해를 찾는다. 색을 배정하는 최적의 방법을 찾는 문제는 NP-hard이나 하한에 대한 근사치는 클릭클를 탐색하여 구할 수 있다. 클릭클는 모든 두 꼭지가 모서리로 연결된 꼭지들의 집합으로, 이에 속한 꼭지들은 서로 다른 주파수를 사용한다. 따라서 그래프를 색칠하는데

필요한 색의 수는 클릭클의 최대 크기를 하한으로 갖는다.

그래프 G 에 대해 꼭지가 k 개인 클릭클의 존재여부를 판별하는 것은 $[\text{mem}] = KQS(G, k)$ 으로 다음과 같이 정의한다. 그리고 k 의 값을 이진-탐색으로 좁히며 시행하여 최대 클릭클 크기 $w(G)$ 를 구한다.

XPД의 값이 무한히 클 때 임의의 두 색이 쌍을 이룰 수 있으므로 절반의 색을 이용해 재배정할 수 있으며, 이보다 적은 색을 이용하는 것을 불가능하다. 따라서 그래프 G 에 편파와 주파수를 배정하여 얻을 수 있는 자원 수의 하한은 (5)와 같이 주어진다.

$$\lceil w(G)/2 \rceil \quad (5)$$

제안된 알고리즘의 성능은 임의로 생성된 총 10개의 지형에 대해 실험되었으며 그 중 일부를 표 2에 제시하였다. 표의 각 열은 왼쪽부터 차례대로 지형의 번호, 지형에 속한 장비의 개수, (5)에 의해 계산된 하한($=\alpha$), 단일편파 알고리즘의 성능($=\beta$), MP 알고리즘의 성능($=\gamma$) 그리고 구해진 해가 차지하는 전체 주파수 범위를 의미한다. 주파수 범위는 사용된 자원 인덱스의 최대값과 최소값의 차이에 δf 를 곱하여 구하였다.

N 이 큰 2번 환경이나 전체 간섭량이 높은 3번 환경 등에서도 얻어진 해가 사용한 주파수 범위가 600MHz를 넘지 않아 실제 적용이 가능하다는 점을 확인할 수 있다. 알고리즘의 구동시간도 수 초 이내로 실제 작전 상황에 적용하기에 적합하였다.

표 2로부터 관찰되는 결과로 첫째는 MP 알고리즘의 성능이 단일편파 알고리즘 대비 최소 1.87배 (#5, β/γ)이며 최대 2배로 평균 1.95배 개선되었다.

둘째로 탐욕적 매칭 탐색 알고리즘의 성능이 그 최적 값에 매우 근접했다. 각각의 지형에 대해 모든 꼭지들을 짝짓는 것이 가능하다고 해도 그 하한은 $\lceil \beta/2 \rceil$ 이다. 즉, $\gamma - \lceil \beta/2 \rceil$ 이 최대 손실이 되며 이 값은 (#5)에서 2로 최대이며 평균 0.7이고 10개 지

알고리즘 2. 최대 크기 클릭클 탐색 알고리즘	
1)	그래프의 모든 꼭지를 'list'에 등록한다.
2)	'list'에 등록된 꼭지들로 구성된 G 의 부분그래프 G' 에 대한 차수를 계산하여 $k-1$ 미만의 차수를 가진 모든 꼭지를 'list'에서 삭제한다.
3)	삭제된 꼭지가 존재하면 2)로, 없으면 4)로 진행한다.
4)	'list'의 크기가 k 미만이면 공집합을 출력하고 끝낸다.
5)	'list'중 최소의 차수를 가지는 노드 v_i 를 선정한다.
6)	선택된 노드의 이웃을 꼭지로 가지는 부분그래프 G_i 에 대해 $[\text{mem}] = KQS(G_i, k-1)$ 을 진행한다.
7)	$\text{mem} \neq \phi$ 이면 $\text{mem} = \text{mem} \cup v_i$ 를 출력하고 종료한다.
8)	공집합이면 list에서 v_i 를 삭제하고 4)로 진행한다.

표 2. MP 알고리즘의 성능 및 최적성 평가
Table 2. Performance of the MP algorithm and optimality

#	N	(5)	Uni-pol.	Multi-pol.	Range(MHz)
1	244	43	90	45	491.25
2	256	52	107	54	499.05
3	240	40	83	42	564.6
4	230	43	87	44	446.85
5	184	36	73	39	357.15

형 중 5개의 지형에서 0이었다.(#1,2)

마지막으로 MP 알고리즘의 성능과 그 이론적 근사 하한의 값의 차이인 $\gamma - \alpha$ 의 값이 최소 1에서(#4) 최대 5로 평균 2.6의 매우 근소한 차이를 보였다. 즉, MP 알고리즘의 성능은 최적에 매우 근접함을 확인할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 이중 편파 안테나의 편파 분리를 이용해 주파수 배정 문제의 해를 최적화하는 탐욕 알고리즘을 제시하였다. 또한 이론적인 하한의 값을 추정하여 제시한 알고리즘의 최적성을 평가하였다. 탐욕 알고리즘은 $O(N^2)$ 이내의 복잡도에서 구동되면서도 최적에 가까운 성능을 보였으며 간섭과 범위에 대한 제한조건을 모두 만족시켰다. 또한 다양한 지형에 대해서 편파 분리 알고리즘을 시도하였을 때에도 단일 편파 대비 2배 가까이 성능이 향상됨을 확인하였다. 현재 주어진 상황에서 편파분리 알고리즘은 거의 완벽하게 동작하므로, 안테나 성능이 보다 열악한 환경 및 다중안테나를 사용한 환경 등에서의 확장성에 대한 추후 연구가 이루어질 예정이다.^[3]

References

- [1] B. Koo, C.-B. Chae, S.-H. Park, H.-S. Park, and J.-H. Ham, "Matching-based polarization assignment algorithm for minimum-order frequency assignment problems," in *Proc. KICS Int. Conf. Commun.*, pp. 7-8, Jun. 2016.
- [2] K. I. Aardal, S. Hossel, A. Koster, C. Mannino, and A. Sassano, *Models and solution techniques for frequency assignment problem*, Technical Report ZIB-01-40, Dec. 2001.
- [3] M. S. Sim, J. Park, C.-B. Chae, R. W. Heath Jr., "Compressed channel feedback for correlated massive MIMO systems," *IEEE/KICS Jour. Comm. Networks* 18, 2016