East Asian Math. J.
Vol. 32 (2016), No. 4, pp. 589-608
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2016.040

문과 출신 학생을 위한 대학 미적분학 보충학습 프로그램 개발

Development of the Calculus Supplement Learning Program for university students

김 수 철 · 김 혜 경[1)]

ABSTRACT. The purpose of this study was to develop an effective Calculus Supplement Learning Program for university students who are from liberal arts and investigate how the program affects their achievement and attitude in mathematics. we analyzed their answer sheets and interview reports with qualitative methods. After adapting the program, students recognized that mathematical concepts and definitions were very important to study a college calculus. Also they picked up how to learn mathematics in college. Finally, we found that students could develop their abilities of proof, problem solving, and logical thinking through the program.

Ⅰ. 서론

피터스(Peters, 1959)는 그의 저서 "Must an educator have an aim?"에서 가르친다는 것이 스스로 어떤 가치 기준에 헌신하고 있다는 것을 의미한다고 주장하였다. 여기에서 말하는 '헌신'은 과연 무엇을 뜻하는가? 그것은 아마도 가르치는 사람 또는 교수자가 가져야 할 덕목을 이야기하는 것일지도 모른다. '학생들은 나의 강의 내용을 잘 이해하고 있을까?', '내가 그들에게 어떤 도움을 줄 수 있을

1)교신저자.

Received August 3, 2016; Revised August 22, 2016; Accepted August 31, 2016.
Mathematics Subject Classification: 97C90
Key words: calculus, supplement learning program

(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

까?', '나는 그들을 위해 최선을 다하고 있는가?' 등과 같이 학생들의 눈높이를 고려하고 강의 질 개선을 위한 다양한 방법을 모색할 필요가 있다.

고등학교를 갓 졸업한 이공계 신입생들이 미적분학을 대학에서 처음 접할 때 미적분학의 주요 정리를 증명하는 데에는 많은 어려움을 겪고 있으며(김성옥, 정수영, 권오남, 2010; 표용수, 조성진, 정진문, 박진한, 2009), 이를 지도하는 교수자들도 이러한 문제점을 잘 인식하고 있다.

미적분학은 이공계열에서 전공 교과를 학습하는 데 반드시 필요한 기초적인 과목으로, 다양한 개념적 요소들을 포함하고 있다. 연구자는 사범대학 수학교육과에서 수년간 미적분학 과목을 가르치면서 신입생들이 미적분학의 개념을 이해하는 데 많은 어려움을 겪고 있다는 사실을 인식해 왔고, 특히 문과 출신 학생들의 학업 성취가 현저히 낮아 미적분학 과목을 이수하는 데 곤란을 겪어 왔다. 연구자가 지도하는 문과 출신 학생들은 대부분 미적분학의 기본 개념을 잘 이해하지 못하고 대학 수학에서 요구하는 증명 능력이 부족한 편이다(Ⅳ장의 [표 Ⅳ-1]을 참고). 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 학생들이 미적분학의 주요 정리를 이해하고 증명할 수 있는지, 오개념은 무엇인지, 수학적 표현 방법이 적절한지 등을 교수자가 정확하게 진단할 필요가 있으며, 그에 따른 적절한 처방이 반드시 요구된다.

이에 본 연구자는 학생 개개인의 수학적 능력과 성향에 맞는 미적분학 보충학습 프로그램을 개발함으로써 문과 출신 학생들이 대학 수학의 기초를 잘 다질 수 있도록 안내를 제공하고자 한다. 이 보충학습 프로그램은 정규 미적분학 강의가 끝난 직후, 문과 출신 학생들을 교수 연구실로 불러 1-2주 내에 배운 미적분학 개념 중에서 가장 기본적이고 중요한 개념에 대하여 교수가 미리 제작한 문제지를 배부하고 학생들은 그 문제를 해결한 다음, 답안지를 토대로 교수가 학생 개개인에게 처방적인 안내를 한 학기 동안 지속적으로 제공한다. 또한 한 학기 동안 이 프로그램을 운영하면서 얻은 학생의 답안 작성 자료, 면담 결과 등을 토대로 문과 출신 학생들을 위한 대학 미적분학 보충학습 프로그램 적용 사례를 분석하여 대학 수학 부진 학생 지도에 대한 시사점도 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

미적분 지도 관련 연구는 고등학교 수학과를 중심으로 많이 수행되었으며, 형식주의적인 미적분 지도의 문제점을 개선하기 위한 대안적인 지도 방안에 관한 연구가 주를 이루고 있다(최나영, 2001; 박문환, 민세영, 2002; 원정자, 2004; 이태순, 2014). 대학에서의 미적분 지도 관련 연구는 대학 신입생의 미적분학 성취도

에 관한 연구(김혜영, 2009; 김경희, 2011), 대학 미적분학 수준별 교육 사례 연구(최은정, 2009), 미적분학의 기본정리의 교수학적 분석에 기반을 둔 지도방안의 탐색(김성옥, 정수영, 권오남, 2010) 등이 있다.

김혜영 외(2009)의 연구는 미적분학 성취도 검사 도구와 수학 태도 검사지를 제작하여 대학생의 미적분학 성취도와 수학적 자기효능감의 차이를 성별, 전공별, 입학전형별로 구분하여 양적인 방법으로 분석을 실시하였으나, 개개인의 답안 작성 과정이나 수학적 자기효능감에 대한 질적인 분석이 이루어지지는 못하였다. 김경희(2011)의 연구는 대학 미적분학 수강생의 중간 및 기말고사 답안지를 분석하여 학생들이 범하는 오류 등을 제시하고 있으나, 그에 따른 구체적인 지도 방안을 제시하지는 못하고 있다.

최은정(2009)의 연구는 2005년부터 5년간 서울 소재 Y대학교에서 실시한 대학 미적분학 수준별 교육의 문제점을 분석하고, 미적분학 교육의 효과 증진을 위하여 수치계산과 시각화를 활용한 교육방법을 Matlab을 사용하여 개발한 다음, 이를 적용한 결과를 토대로 콘텐츠 개발이 가능한 대학 미적분학의 내용 요소를 추출하고 소프트웨어 활용 시 고려해야 할 유의사항 등을 제안하였다.

김성옥 외(2010)의 연구는 미적분학의 기본정리의 이해의 요소와 인지과정에 바탕을 둔 교수학적 대안을 제시하기 위하여 미적분학의 기본정리의 역사적 발달과정과 선행연구를 바탕으로 미적분학의 기본정리의 이해 요소를 알아보고, 미적분학의 기본정리의 증명과정에서 누적함수와 변화율 개념을 분석하였으며, 미적분학의 기본정리의 지도방법에 대한 교수학적 대안과 시사점을 제공하고자 하였다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

경북 소재 사범대 수학교육과 문과 출신 신입생 3명(남 1명, 여 2명)을 대상으로 미적분학 성취도 검사를 실시한 다음, 학생들의 답안을 토대로 연구자가 학생 면담을 실시하였다. 연구자는 연구에 참여할 학생들에게 사전 동의를 구하였으며, 연구의 목적이 미적분학 보충학습 프로그램을 통하여 학습자 개개인의 미적분학 성취도를 높이고 수학적 태도를 증가시키기 위함이라는 것을 충분히 설명하였다. 본 연구에 참여하기 전 학생들을 대상으로 미적분학 태도 검사지[2]를 작

2) 김혜영(2009)의 연구에서 활용되었던 수학 흥미, 태도 검사지의 일부를 본 연구의 목적에 맞게 수정・보완하여 제작하였으며, 제작된 검사지는 대학 교수 2명이 검토하는 과정을 거쳤다.

성토록 하였으며, 1-8번까지의 항목에는 인적사항, 입학유형, 수능 수리영역 등급, 주당 미적분학 공부시간, 어렵다고 생각되는 미적분 개념 등의 물음으로 구성되어 있고, 9-18번까지의 항목에는 미적분학 태도에 관한 물음이 제시되어 있다. 학생 3명의 이름을 각각 H, J, K의 알파벳 기호로 나타내었으며, 각 학생에 대한 정보는 다음과 같다.

<표 Ⅲ-1> 참여자 정보

학생	성별	입학유형	수능 수리영역	주당 미적분학 공부시간	어렵다고 생각되는 미적분 개념
H	여	정시	A형 2등급	2시간 미만	적분
J	여	정원외	A형 4등급	2시간 미만	적분
K	남	정원외	A형 2등급	2-3시간	도함수

미적분학에 대한 태도를 묻는 문항에서 학생들은 <표 Ⅲ-2>와 같이 전반적으로 수학에 대하여 긍정적인 태도를 가지고 있고, 대학 미적분학의 필요성도 인식하고 있다. 그러나 '다른 학생보다는 미적분학을 못한다'는 물음에 대해서는 5점 만점 중 4점으로 주변 학생들에 비해 자신이 미적분학을 잘 하지 못하다고 생각하는 경향이 강한 편이다.

<표 Ⅲ-2> 미적분학 태도 검사 결과(5점 만점)

문항	내용	학생(점수)			평균
		H	J	K	
9	고등학교 때 수학 과목은 즐거웠다.	4	4	4	4.00
10	대학에 와서 미적분학 과목을 처음 접했다.	2	2	2	2.00
11	나는 미적분학을 잘 할 수 있다고 믿는다.	4	4	4	4.00
12	나는 보통 미적분학 수업에 적극 참여한다.	3	4	3	3.33
13	미적분학은 나에게 흥미롭다.	4	4	3	3.67
14	미적분학 강의가 나를 긴장시킨다.	4	3	2	3.00
15	미적분학은 수학 전공 공부에 유용하다고 생각한다.	5	4	4	4.33
16	나는 시험 성적에 관계없이 지속적으로 미적분학을 공부한다.	2	4	3	3.00
17	나는 다른 학생보다 미적분학을 못하는 편이다.	5	4	3	4.00
18	미적분학 강의에 참가하는 것이 두렵다.	3	2	2	2.33

2. 연구 절차 및 방법

가. 미적분학 보충학습 프로그램 개요

문과 출신 학생을 위한 대학 미적분학 보충학습 프로그램은 한 학기에 총 8차시로, 1차부터 7차까지는 각 2시간씩, 8차는 3시간으로 구성되어 있다.

1차 프로그램에서는 미분계수와 순간변화율의 개념을 설명하기, 우함수의 도함수가 기함수임을 증명하기, 평균값 정리를 설명하고 이와 관련된 문제를 해결하기 등 학생들이 미분과 관련된 기본적인 개념이나 성질을 제대로 이해하고 있는지를 파악하고 학생들의 수학적 역량을 진단하여 향후 보충지도의 방향을 설정하였다. 또한 학생들이 어려워하는 개념에 대하여 교수자가 개별 지도를 하여 학생들의 개념 이해를 돕고 부족한 부분에 대하여 과제를 부여하여 다음 차시까지 보완할 수 있도록 유도하였다.

2차 프로그램에서는 1차 프로그램 실시 결과를 토대로 보충지도 시 학생들이 어려워했던 개념(도함수, 우함수와 기함수의 개념 등)을 중심으로 2차 검사지를 제작하여 학생들에게 풀어보도록 한 다음, 작성된 답안을 토대로 개별지도를 실시하였다.

3차 프로그램에서는 학생들이 도함수의 정의를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는지 파악하기 위하여 미리 제작된 검사지를 학생들에게 풀어보도록 한 다음, 작성된 답안을 토대로 개별지도를 실시하였다.

4차 프로그램에서는 학생들이 미분가능의 뜻을 제대로 이해하고 있는지, 평균값 정리를 서술하고 증명을 할 수 있는지, 평균값 정리를 이용한 문제를 해결할 수 있는지 등을 파악하기 위하여 미리 제작된 검사지를 학생들에게 풀어보도록 한 다음, 작성된 답안을 토대로 개별지도를 실시하였다.

5차시 프로그램에서는 미적분학의 제1 기본정리를 증명할 수 있는지, 이를 활용한 적분 계산을 할 수 있는지를 파악하기 위하여 미리 제작된 검사지를 학생들에게 풀어보도록 한 다음, 작성된 답안을 토대로 개별지도를 실시하였다.

6차시 프로그램에서는 미적분학의 제2 기본정리를 증명할 수 있는지, 이를 활용한 적분 계산을 할 수 있는지를 파악하기 위하여 미리 제작된 검사지를 학생들에게 풀어보도록 한 다음, 작성된 답안을 토대로 개별지도를 실시하였다.

7차시 프로그램에서는 대칭함수의 적분의 성질을 증명할 수 있는지, 정적분에 대한 치환법칙을 증명할 수 있는지 파악하기 위하여 미리 제작된 검사지를 학생들에게 풀어보도록 한 다음, 작성된 답안을 토대로 개별지도를 실시하였다.

8차시 프로그램에서는 지금까지 학생들이 교수자의 도움을 받아 학습했던 미적분학의 기본 개념들을 제대로 이해하였는지 파악하기 위하여 총괄평가를 실시하고 교수자가 피드백을 제공하였다. 또한 설문지를 작성하도록 하여 이 보충학습 프로그램이 학생들에게 어떠한 도움을 제공하였는지, 또는 어떠한 개선 사항이 있는지 조사하였다.

미적분학 보충학습 프로그램의 일정 및 내용은 다음과 같다.

<표 Ⅲ-3> 미적분학 보충학습 프로그램 일정 및 내용

차시	일정	내용
1	2016. 03. 15 16:30-18:30	• 미분계수와 순간변화율의 개념을 설명하기 • 우함수의 도함수가 기함수임을 증명하기 • 평균값 정리를 설명하고 이와 관련된 문제를 해결하기
2	2016. 03. 29 16:30-18:30	• 도함수의 정의를 서술하기 • 우함수와 기함수의 정의를 서술하기 • 도함수의 정의를 이용하여 기함수의 도함수가 우함수임을 증명하기
3	2016. 04. 12 16:30-18:30	• 도함수의 정의를 활용하여 여러 가지 문제를 해결하기
4	2016. 05. 10 16:30-18:30	• 미분가능의 뜻을 서술하기 • 두 함수가 미분가능이고, 극한 값이 같을 때 주어진 식이 성립함을 보이기 • 평균값 정리를 서술하고 증명하기 • 평균값 정리를 이용하여 주어진 명제가 참임을 증명하기
5	2016. 05. 24 16:30-18:30	• 미적분학의 제1 기본정리 증명하기 • 미적분학의 제1 기본정리를 활용한 적분 계산
6	2016. 06. 07 16:30-18:30	• 미적분학의 제2 기본정리 증명하기 • 미적분학의 제2 기본정리를 활용한 적분 계산
7	2016. 06. 28 14:00-16:00	• 대칭함수의 적분의 성질 증명하기 • 정적분에 대한 치환법칙 증명하기
8	2016. 07. 07 14:00-17:00	• 총괄평가 및 미적분학 개념 최종 점검

나. 검사 문항 제작

미적분학 보충학습 프로그램을 운영하기 위하여 학생 면담 시 활용될 미적분학 성취도 검사 문항을 작성하였다. 검사지의 내용을 살펴보면, 1차부터 4차까지는 미분의 개념과 관련된 문제를, 5차부터 7차까지는 적분과 관련된 문제를, 8차에는 1차부터 7차까지의 내용을 최종적으로 점검하는 형태로 구성되어 있다. 1차 검사지는 강의 시간에 학습했던 미분계수, 순간변화율, 도함수의 정의, 평균값 정리 등의 개념을 제대로 이해하고 있는지를 파악하기 위하여 작성된 것으로 학생들의 개념 이해 정도를 진단하기 위한 목적이 강하다. 2차 검사지는 1차 검사의 결과를 토대로 학생들의 수준과 진도 고려하여 학생들이 강의 시간에 배웠던 주요 개념을 보충시키기 위한 문항을 제작하였다. 3차 검사지는 도함수의 정의를 활용한 여러 가지 계산을, 4차 검사지는 미분가능의 뜻을 서술하고 평균값 정리를 증명하기 등을 보충학습 내용으로 제시하였다. 5차 검사지는 미적분학의 제1 기본정리 증명하기 및 그와 관련된 문제를, 6차 검사지는 미적분학의 제2 기본정리 증명하기 및 그와 관련된 문제를, 7차 검사지는 대칭함수의 적분과 정적분에 대한 치환법칙의 이해 정도를 파악하기 위한 문항으로 구성되었다. 본 프로그램

에 활용된 검사 문항을 제시하면 다음 <표 Ⅲ-4>와 같다.

<표 Ⅲ-4> 미적분학 보충학습을 위한 검사 문항

차수	문항	내용
1	1	함수 $f:R\rightarrow R$ 에 대하여 실수 a에서 f의 미분계수를 서술하시오. 또한 $x=a$ 일 때 x에 대한 $f(x)$의 순간변화율이 무엇인지 설명하시오.
	2	정의역에 속하는 모든 x에 대해 $f(-x)=-f(x)$를 만족하면 기함수라 한다. 그러면 우함수의 도함수는 기함수임을 보이시오.
	3	평균값 정리가 무엇인지 적고 $f(x)=(x-3)^{-2}$일 때 $f(4)-f(1)=f^{'}(c)(4-1)$을 만족하는 c의 값이 (1,4)안에 없음을 보이시오 이것은 왜 평균값 정리에 모순되지 않는가를 설명하시오.
2	1	도함수의 정의를 적으시오.
	2	우함수와 기함수의 정의를 적으시오.
	3	도함수의 정의를 이용하여 우함수의 도함수가 기함수임을 보여라.
	4	도함수의 정의를 이용하여 기함수의 도함수가 우함수임을 보여라.
3	1	함수$f(x)=x^3-2x^2+ax+5$에 대하여 $\lim\limits_{h\rightarrow 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=16$일 때 상수 a의 값을 구하시오.
	2	미분가능 한 함수 $f(x)$는 임의의 실수 x에 대하여 항상 $f^{'}(x)=\mathrm{Lim}\limits_{h\rightarrow 0}\dfrac{f(1+h)-(1)}{h}$을 만족한다. $f^{'}(1)=-3$일 때, $\sum\limits_{k=1}^{15}f^{'}(k)$의 값을 구하시오.
	3	$f(x)=x^3+5x$일 때, $\sum\limits_{k=1}^{9}f^{'}(k)$의 값은?
4	1	함수 $f:R\rightarrow R$에 대하여 $x=a$에서 미분가능이라 할 때, 그 뜻을 적으시오.
	2	평균값 정리를 적고 증명하여보시오.
	3	평균값 정리를 이용하여 다음을 보이시오. "모든 x에 대해 $33\leq f^{'}(x)\leq 6$이면 $18\leq f(8)-f(2)\leq 36$이다"
	4	점 a에서 함수 f와g가 미분가능하고 a 근방의 점 x에 대하여 $g^{'}(x)\neq 0$이라고 하자. 이때 $\lim\limits_{x\rightarrow a}f(x)=0=\lim\limits_{x\rightarrow a}g(x)$일 때 $\lim\limits_{x\rightarrow a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\rightarrow a}\dfrac{f^{'}(x)}{g^{'}(x)}$임을 보이시오.
5	1	f가 $[a,b]$에서 연속이면 $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x f(t)dt=f(x)$임을 보이시오.
	2	$\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_1^x \sin^4 t dt$를 구하시오.
6	1	f가 $[a,b]$에서 연속이고 G는 f의 임의의 역도함수 일 때 $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = G(b)-G(a)$임을 보이시오.
	2	$f(1)=12$, $f^{'}$은 연속, $\displaystyle\int_1^4 f^{'}(x)dx=17$일 때 $f(4)$의 값을 구하시오.
7	1	f가 $[-a,a]$에서 연속일 때, f가 우함수이면

		$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)xdx$일을 보여라.
8	1	도함수의 정의를 이용하여 기함수의 도함수가 우함수임을 보이시오.
	2	평균값 정리가 무엇인지 적고 증명하시오.
	3	모든 x에 대하여 $2 \le f'(x) \le 8$이면 $12 \le f(8) - f(2) \le 48$임을 보이시오.
	4	$\frac{d}{dx}\int_{1}^{x^4} \cos^4 t dt$를 구하시오.
	5	f가 $[a,b]$에서 연속이고 G는 f의 임의의 역도함수일 때 $\int_{a}^{b} f(x)dx = G(b) - G(a)$임을 보이시오.
	6	f가 $[-a,a]$에서 연속일 때, f가 기함수이면 $\int_{-a}^{a} f(x)dx$가 어떻게 되는지, 왜 그러한 방식으로 되는지 보여라.

다. 자료 수집 방법

미적분학 보충학습 프로그램의 매 차시마다 연구자는 학생들의 수준에 맞는 검사지 문항을 제작하여 배부하였으며, 학생들이 답안지를 작성할 때 연구자는 그들의 문제해결 과정을 관찰하였다. 검사지 작성이 끝난 후, 개별지도 및 면담을 실시하였는데, 이때 모든 대화 내용은 녹음되었고, mp3 파일로 저장 후 전사를 실시하였다. 또한 학생들이 작성한 답안지는 모두 스캔(scan)하여 pdf파일로 저장하였으며, 학생 답안 및 전사 자료는 미적분학 보충학습 프로그램의 효과성 분석을 위한 자료 및 학생들의 수학적 역량과 태도의 변화를 분석하기 위한 자료로 활용되었다.

Ⅳ. 학생별 프로그램 참여 사례 분석

1. H학생

H학생은 2차 프로그램에서 도함수의 정의를 이용하여 ‘우함수의 도함수는 기함수이다’를 증명하는 과정에서 [그림 Ⅲ-1]의 왼쪽에 제시된 것처럼 도함수의 정의를 이용할 때, $f(x)$가 어떤 가정을 만족할 때, $f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$가 성립하는지를 기술하지 않고 식의 조작에만 집중하여 $f(x) = f(-x)$이므로 이항하여 $f(x) - f(-x) = 0$와 같이 나타낸 다음, 양변을 $(x - a)$로 나누고 극한을 취하고 있다. 또한 우함수의 정의를 기술 때, 모든 x에 대하여 성립한다는 것을 표시하지 않고 있다. 교수자는 개별지도를 통해 H학생에게 증명 과정에서의 미비한

점을 보완해 주었고, 다음 차시에 참가할 때까지 복습해 올 것을 권유하였다. H학생은 3차 프로그램 시작 전에 제대로 복습을 하였는지 교수자로부터 점검을 받았다. 이후 지속적으로 이러한 유형의 증명에 대하여 복습을 한 결과, [그림 Ⅳ-1]의 오른쪽에 제시된 것처럼 '기함수의 도함수는 우함수이다'를 막힘없이 증명하였다.

2차 프로그램 결과	8차 프로그램 결과
3. 도함수의 정의를 이용하여 우함수의 도함수는 기함수임을 보여라. $\boxed{\text{우함수} : f(x)=f(-x)}$ $= f(x)-f(-x)=0$ $= \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(-x)}{x-a}=0.$ $= \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)-f(-x)+f(a)}{x-a}=0$ $-(f(-x)-f(a))$ $= \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}+\lim_{x\to a}\frac{-f(-x)+f(a)}{x-a}=0.$ $= f'(x)+$	1. 도함수의 정의를 이용하여 기함수의 도함수가 우함수임을 보이시오. $\forall x\in R$ 기함수 : $f(x)=-f(-x)$ 극한값을 가지고 $f(x)$가 모든 실수에서 연속일때 $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $=\lim_{h\to 0}\frac{-f(-x-h)+f(-x)}{h}$ $= \lim_{h\to 0}\frac{f(-x-h)-f(-x)}{-h} = f'(-x)$

[그림 Ⅳ-1]

7차 프로그램에서는 '대칭함수의 적분의 성질 증명하기'를 과제로 제시하였는데, H학생은 [그림 Ⅳ-2]와 같이 증명 과정을 서술하였다. H학생의 경우, 1차에서 4차까지 프로그램에 참여하면서 평균변화율과 순간변화율의 개념, 미분가능의 뜻, 평균값 정리 등을 서술하고 증명하는 연습을 충분히 하였다. 그 결과, 적분과 관련된 기본정리를 증명할 때 큰 어려움 없이 증명하는 장면을 관찰할 수 있다.

7차 프로그램 결과	8차 프로그램 결과
1. f가 $[-a,a]$에서 연속일때, f가 우함수이면 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_{0}^{a}f(x)dx$ 임을 보여라. f가 우함수 $\Rightarrow f(-x)=f(x)$ $\int_{-a}^{a}f(x)\,dx=\int_{-a}^{0}f(x)\,dx+\int_{0}^{a}f(x)\,dx=-\int_{0}^{-a}f(x)dx+\int_{0}^{a}f(x)\,dx$ $-\int_{0}^{a}f(x)dx$ 에서 $u=-x$ $du=-dx.$ $x=-a$ $a=u$ $\therefore -\int_{0}^{-a}f(x)dx=-\int_{0}^{a}f(-u)(-du)=\int_{0}^{a}f(-u)\,du$ $\int_{-a}^{a}f(x)dx=\int_{0}^{a}f(-u)du+\int_{0}^{a}f(x)dx$ $f(-x)=f(x)$ 이므로 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_{0}^{a}f(x)\,dx.$	

6. f가 $[-a, a]$에서 연속일 때
f가 기함수이면 $\int_{-a}^{a} f(x)dx$가 어떻게 되는지,
왜 그렇게 되는지 보여라.

f가 기함수 $\Rightarrow f(x) = -f(-x)$

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{-a}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx$$
$$= -\int_{0}^{a} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx$$

$-\int_{0}^{a} f(x)dx$ 에서 $-x = u$ 로 치환.
$-dx = du$

$$\Rightarrow -\int_{0}^{a} f(x)dx = -\int_{0}^{a} f(-u)(-du)$$
$$= \int_{0}^{a} f(-u)du$$

f가 기함수 이므로 $\int_{0}^{a} f(-u)du = -\int_{0}^{a} f(u)du$

$$\therefore \int_{-a}^{a} f(x)dx = -\int_{0}^{a} f(u)du + \int_{0}^{a} f(x)dx$$

[그림 Ⅳ-2]

다음 [그림 Ⅳ-3]은 4차 프로그램에 참여한 H학생이 평균값 정리를 서술하고 증명한 과정을 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 다소 복잡한 증명임에도 불구하고 H학생은 증명을 할 때 평균값 정리의 개념을 그래프로 시각화한 다음, 그 그래프를 토대로 증명 과정을 차근차근 기술해나가고 있음을 확인할 수 있다.

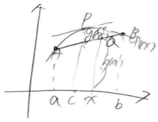
4차 프로그램 결과

평균값 정리를 적고 증명하여보시오.

함수 f가 $[a,b]$에서 연속이고, (a,b)에서 미분가능할 때

$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 를 만족하는 c가 (a,b) 사이에 적어도 하나 존재한다.

pf) $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=k$ 라 하자



$\overline{AB}$의 직선의 방정식 $y=k(x-a)+f(a)$ $\cdots$ ①

구간 $[a,b]$ 안의 한 점 x에 대응하는 직선 AB위의 점을 $Q(x, h(x))$라 하면

①에서 $h(x)=k(x-a)+f(a)$

또, 함수 $f(x)$, $h(x)$의 차를 $g(x)$라 하면

$g(x)=f(x)-h(x)=f(x)-f(a)-k(x-a)$ $\cdots$ ②

$g(x)$는 구간 $[a,b]$에서 연속이고 구간 (a,b)에서 미분가능하며

$g(a)=g(b)=0$ 이므로 롤의 정리에 의해

$g'(c)=0$ $(a<c<b)$가 되는 c가 적어도 하나 존재한다.

한편, ②에서 $g'(x)=f'(x)-k$ $\quad\therefore g'(c)=f'(c)-k=0$

$\therefore f'(c)=k$ 곧 $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ $(a<c<b)$

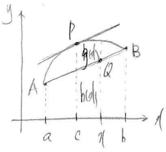
[그림 Ⅳ-3]

2. J학생

J학생은 [그림 Ⅳ-4]와 같이 1차 프로그램에서 ‘평균값 정리’를 설명하고 이를 적용하여 문제를 해결하는 상황이 주어졌을 때 ‘평균값 정리’를 정확하게 서술하지 못하였다. 즉 J학생은 ‘함수 f가 어떤 폐구간 [a, b]에서 연속이고 개구간 (a, b)에서 미분가능일 때 $f'(x)=\lim\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$이다’로 기술하였는데, 교수자의 개별지도 후 4차 프로그램에서는 다음 [그림 Ⅳ-5]와 같이 평균값 정리를 명확하게 기술하였으며, 증명도 큰 어려움 없이 수행하였다. 교수자는 대학 미적분학을 처음 접하는 학생들에게 미적분학에서 등장하는 주요 개념이나 정리를 단순 암기가 아닌 이해를 하면서 기억할 것을 개별지도 시에 강조하였으며, 증명을 하는 방법을 포함하여 대학 수학을 어떻게 공부해야 하는지도 상세히 설명하였다.

1차 프로그램 결과
平均값 정리가 무엇인지 적고 $f(x) = (x-3)^{-2}$ 일때, $f(4) - f(1) = f'(c)(4-1)$ 을 만족하는 c 의 값이 $(1, 4)$ 안에 없음을 보이시오 이것은 왜 平均값 정리에 모순되지 않는가를 설명하시오. 함수 f가 $[a, b]$에서 연속이고 (a, b)에서 미분가능 일때 $f'(x) = \lim \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ $f'(c) = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{1-\frac{1}{4}}{3} = \frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{1}{4}$ $f'(x) = -2(x-3)^{-3}$ $\Rightarrow f'(c) = -2(c-3)^{-3} = \frac{1}{4}$

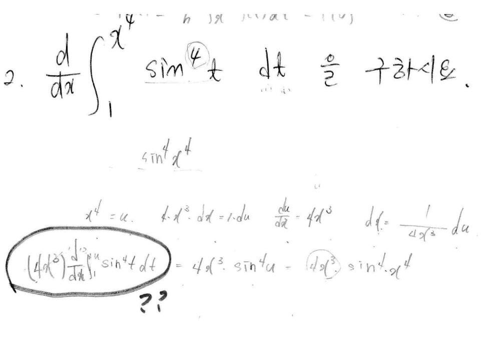
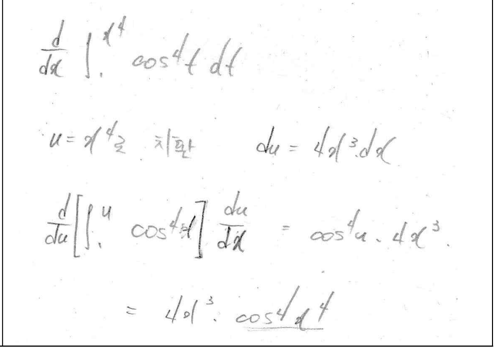
[그림 Ⅳ-4]

4차 프로그램 결과
平均값 정리를 적고 증명하여보시오. 함수 $f(x)$가 폐구간 $[a, b]$에서 연속이고 개구간 (a, b)에서 미분가능하면 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$ $(a < c < b)$ 가 되는 c가 적어도 하나 존재한다. 증명)  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = k$ 라하면 그림에서 직선AB의 방정식은 $y = k(x-a) + f(a)$ · · · ① 구간 $[a, b]$ 안의 한 점x에 대응하는 직선 AB의 점 $Q(x, h(x))$라 하면 ①에서 $h(x) = k(x-a) + f(a)$ 또 $f(x)$, $h(x)$의 차를 $g(x)$라 하면 $g(x) = f(x) - h(x) = f(x) - k(x-a) - f(a)$ · · · ② $g(x)$는 구간 $[a, b]$에서 연속이고 구간 (a, b)에서 미분가능하며 $f(a) = 0 = f(b)$ 이므로 Roll의 정리에 의해 $g'(c) = 0$ $(a < c < b)$가 되는 c가 적어도 하나 존재한다. 한편 ②에서 $g'(x) = f'(x) - k$ ∴ $g'(c) = f'(c) - k = 0$ $f'(c) = k$ 즉 $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ $(a < c < b)$

[그림 Ⅳ-5]

또한 H학생은 다음 [그림 Ⅳ-6]과 같이 5차 프로그램에서는 치환 적분 문제를 잘 해결하지 못하였으나, 보충학습 프로그램에 지속적으로 참여하여 개별 지도

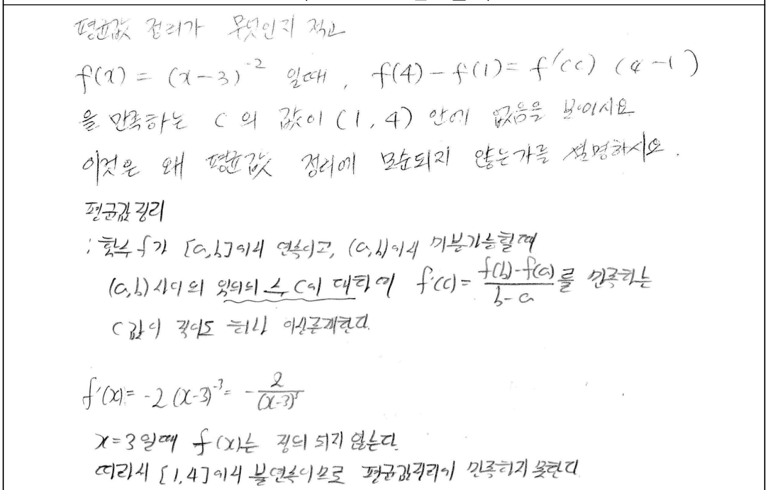
및 면담을 꾸준히 한 결과, 8차 프로그램에서의 총괄평가에서는 아래 오른쪽과 같이 치환 적분 문제를 잘 해결할 수 있었다.

5차 프로그램 결과	8차 프로그램 결과
 2. $\frac{d}{dx}\int_1^{x^4} \sin^4 t \, dt$ 을 구하시오. $\sin^4 x^4$ $x^4 = u$. $4x^3 \cdot dx = 1 \cdot du$ $\frac{du}{dx} = 4x^3$ $dx = \frac{1}{4x^3} du$ $(4x^3)\frac{d}{dx}\int_1^u \sin^4 t \, dt = 4x^3 \cdot \sin^4 u = 4x^3 \sin^4 x^4$??	 $\frac{d}{dx}\int_1^{x^4} \cos^4 t \, dt$ $u = x^4$로 치환 $du = 4x^3 dx$ $\frac{d}{du}\left[\int_1^u \cos^4 t\right]\frac{du}{dx} = \cos^4 u \cdot 4x^3$ $= 4x^3 \cdot \cos^4 x^4$

[그림 Ⅳ-6]

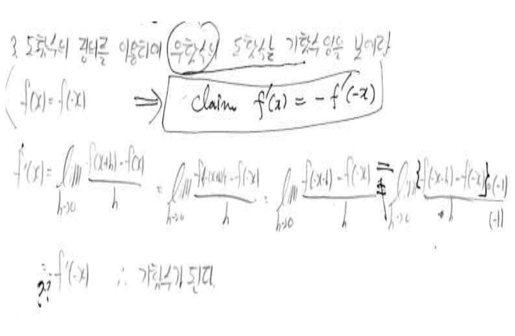
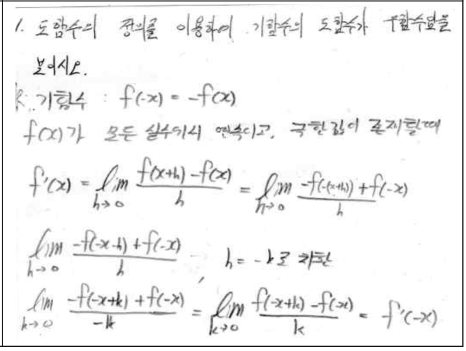
3. K학생

K학생의 경우 [그림 Ⅳ-7]과 같이 1차 프로그램에 참여할 때부터 다른 두 명의 학생보다 수학적 정의 및 정리를 정확히 서술하는 능력이 뛰어났다. K학생은 프로그램이 진행되는 동안 큰 어려움 없이 미적분의 개념이나 주요 정리 등을 잘 설명하였고, 평균값 정리, 미적분학의 기본 정리 등의 증명 과정에 큰 오류가 없이 논리적으로 잘 서술하였다.

1차 프로그램 결과
 평균값 정리가 무엇인지 적고 $f(x) = (x-3)^{-2}$ 일때, $f(4) - f(1) = f'(c)(4-1)$ 을 만족하는 c 의 값이 (1, 4) 안에 없음을 보이시오. 이것은 왜 평균값 정리에 모순되지 않는가를 설명하시오. 평균값 정리 ; 함수 f가 [a,b]에서 연속이고, (a,b)에서 미분가능할때 (a,b) 사이의 임의의 수 c에 대하여 $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$를 만족하는 c값이 적어도 하나 이상존재한다. $f'(x) = -2(x-3)^{-3} = -\frac{2}{(x-3)^3}$ $x=3$ 일때 $f(x)$는 정의 되지 않는다. 따라서 [1,4]에서 불연속이므로 평균값정리이 만족하지 못한다.

[그림 Ⅳ-7]

한편 K학생은 다음 [그림 Ⅳ-8]의 왼쪽과 같이 중괄호 표시를 하지 않아서 발생하는 작은 오류 등을 교수자가 첨삭 지도해 주는 형태로 보충 지도를 하였더니 아래 그림의 오른쪽과 같이 마지막 8차 프로그램의 총괄평가에서는 유사한 문제를 완벽하게 해결하였다.

2차 프로그램 결과	8차 프로그램 결과
	

[그림 Ⅳ-8]

사례 분석 결과, K학생은 H학생과 J학생에 비해 미적분학의 개념을 잘 이해하고 있는 편이며, 수학적 정의 및 정리를 서술하는 능력이 매우 뛰어남을 확인할 수 있었다. 또한 K학생은 주요 정리의 증명 과정에서 핵심이 되는 요소를 잘 기억하고 있었다. 반면 H학생과 J학생의 경우, 이 프로그램의 초기에는 미적분학을 어떻게 공부해야 하는지에 대한 방법적 지식이 부족하여 증명을 하거나 문제를 해결하는데 많은 어려움을 겪었으나, 프로그램이 진행될수록 이러한 문제가 개선되었다.

Ⅴ. 학생 면담 및 설문 자료 분석

1. 학생 면담 자료

문과 출신 학생을 위한 대학 미적분학 보충학습 프로그램을 실시하기 전에 연구자는 다음 [그림 Ⅴ-1]과 같이 학생 면담을 실시하였다. 면담은 학생이 작성한 미적분학 태도검사지 결과를 토대로 비구조화 면담을 실시하였다. '대학에서 미적분학을 공부하는데 어려웠던 점이 무엇인가'에 대한 질문에 학생들은 미적분학의 개념이 어려워서 강의 시간에 배운 개념이 잘 이해되지 않는다는 응답과 동료 학생들에게 도움을 요청하기가 쉽지 않다는 응답을 하였다. 또한 문과 출신

학생들에게는 삼각함수 미분이나 음함수 미분 등이 생소하다는 사실도 확인할 수 있었다. 비록 사례 수가 적다고 하더라도 이 면담 결과는 이공계열에 진학한 신입생들을 위한 대학 미적분학 보충학습 프로그램이 반드시 필요하다는 것을 잘 보여주고 있다.

K교수: 대학에서 미적분학을 공부하는데 어려웠던 점은 무엇인가요?
J학생: 대학수학에서의 미적분학의 개념이 어려워요. 저는 강의 시간에 배운 개념이 완벽하게 이해되지 않아요.
K교수: 어떤 개념을 말하는 거죠?
J학생: 문제를 푸는 방법은 잘 알겠는데요, 도함수 정의, 음함수의 개념 정의, 음함수 미분이 이해되지 않아요.
H학생: 미적분학이 어려워서 애들한테 물어보려고 했는데 선뜻 도움을 청하기가 쉽지 않았어요. 도함수의 정의까지는 이해했는데, 삼각함수를 들어가면서부터 멘붕이 왔어요. 제가 문과 출신이다 보니 삼각함수의 성질이나 음함수 미분을 배우지 않았거든요.
K학생: 저도 문과였지만 이공계열 진학을 위해서 혼자서 미분과 적분의 개념을 공부했었습니다. 대학에서 하고 있는 미적분학의 경우 아직까지는 제가 알고 있는 것을 다루어서 할만 해요.
(이하 생략)

[그림 V-1] 프로그램 실시 전 학생 면담 사례

한편 보충학습 프로그램 실시 중에는 학생들이 작성한 답안지를 토대로 비구조화 면담을 실시하였다. 이 프로그램을 통해 학생들은 미적분학의 기본적인 개념을 잘 이해하게 되었고, 정리를 증명하거나 문제를 해결하는 능력이 차시가 거듭될수록 향상되었다(Ⅳ장의 학생별 프로그램 참여 사례 분석 자료 참고). 다음 [그림 V-2], [그림 V-3], [그림 V-4]는 세 명의 학생들이 프로그램에 참여할 때 교수자와 나눈 대화 내용의 일부를 나타낸 것이다. J학생의 경우 1-2차 프로그램에 참여할 때만해도 ‘도함수의 정의’ 조차 제대로 서술하지 못하였으나, 5차 프로그램에서 ‘미적분학의 제1 기본정리’를 증명할 때에는 도함수의 정의를 [그림 V-2]와 같이 자유자재로 잘 활용하였다.

K교수: 전개를 하여 h가 양수인 경우 음수인 경우로 잘 나누었구나! 그 다음은 좌측 극한값과 우측 극한값을 확인해보았구나.
J학생: 네
K교수: 훌륭하구나! 도함수의 정의를 이용하여 문제를 잘 해결하였구나. 어떻게 공부를 했니?
J학생: 5번씩 적어가면서 공부했습니다.
(이하 생략)

[그림 V-2] 5차 프로그램 실시 중 J학생 면담 사례

교수자는 H학생을 개별 지도할 때 [그림 Ⅴ-3]과 같이 대화 형식으로 학생이 스스로 개념을 이해할 수 있도록 유도하였으며, H학생은 미분가능성의 의미를 명확하게 이해할 수 있었다.

K교수: 왜 그럴까요? 사실 아주 당연한 것입니다. 그러나 의문을 가져보죠. 왜 그럴까?
H학생: 좌극한이 존재하지 않아서...
K교수: 우선 '미분가능하다'라는 의미가 무엇일까요?
H학생: 좌극한과 우극한이 같을 때입니다.
K교수: 좌극한과 우극한이 같다는 것은 무슨 의미죠?
H학생: 극한이 존재한다는 뜻입니다 .
(이하 생략)

[그림 Ⅴ-3] 4차 프로그램 실시 중 H학생 면담 사례

K학생은 8차 프로그램에서 제시된 6문제 중 5문제를 잘 해결하였으며, H학생과 J학생도 각각 4문제와 5문제를 잘 해결하였다. K학생의 경우 [그림 Ⅴ-4]와 같이 치환 적분 문제(<표 Ⅳ-2>의 8차시 4번 문제)를 해결하는 과정에서 작은 계산 실수로 아깝게 1문제를 틀렸지만, 교수자가 발문은 하자 자신이 어느 부분에서 실수를 했는지 곧바로 찾아내었다. 이처럼 보충학습 프로그램에서는 학생들 개인에 맞는 처방적 교수가 가능하므로 학생들의 이해를 돕거나 풀이과정에서의 오류를 찾는데 아주 효과적이다.

K교수: 여기서 x의 네제곱과 $\cos x$에서의 x는 같은 x인가요?
K학생: 아닙니다. 다른 것이라는 것을 알고 있습니다.
K교수: 그런데 여기에서는 왜 이런 풀이가 나왔나요?
K학생: 어!
K교수: 다시 한번 더 풀어볼까요?
K학생: 여기서 계산 실수를 했었습니다. 어기가 틀렸는지 알겠어요.
(이하 생략)

[그림 Ⅴ-4] 8차 프로그램 실시 중 K학생 면담 사례

2. 학생 설문 자료

대학 미적분학 보충학습 프로그램을 실시한 다음, 주관식 서술형 설문지를 학생들에게 배부하였으며, 문항은 총 3개로, 그 내용은 첫째, 본 프로그램에서 좋았던 점, 둘째, 본 프로그램에서 어려웠던 점, 셋째, 본 프로그램의 개선 또는 건의 사항 등이었다.

<표 V-1> 프로그램 실시 후 설문 결과(1)

	본 프로그램에서 좋았던 점은 무엇입니까?
H학생	미적분 수업 하면서 꼼꼼히 하지 못했던 부분을 다시 배워서 머리에 잘 들어왔다.
J학생	문제를 풀기 위해서 필요했던 정의와 증명을 알수 있었던 것
K학생	정의. 정리가 나오면 그냥 암기하기만 했는데 이젠 증명을 하는 방법들을 알았는 것

학생들은 위의 <표 V-1>과 같이 미적분학 보충학습 프로그램이 강의 시간에 그냥 지나갔던 부분을 자세히 알 수 있어서 이해하기가 쉬웠고, 문제를 해결하는데 필요한 정의와 정리가 무엇인지 알게 되었으며, 암기 형태가 아닌 이해를 통하여 증명을 하는 방법을 터득할 수 있었다고 언급하였다. 반면 다음 <표 V-2>와 같이 프로그램에 참여하면서 어려웠던 점을 증명 과정을 힌트 없이 서술해야 했던 부분, 정의와 증명을 이용하여 문제를 푸는 방법, 증명을 할 때 주어진 조건이나 가정을 고려하지 않았던 점 등을 들었는데 이는 이 프로그램에 참여하면서 어려웠던 점이라고 하기 보다는 학생들이 평소에 미적분학을 공부하면서 어려워했던 부분들을 강조한 장면으로 해석될 수 있다. 따라서 교수자는 대학 미적분학 보충학습 프로그램을 운영하거나 정규 미적분학 강의 시간에 학생들을 지도할 때 이러한 부분에 초점을 맞추어 수업을 계획할 필요가 있다.

<표 V-2> 프로그램 실시 후 설문 결과(2)

	본 프로그램에서 어려웠던 점은 무엇입니까?
H학생	증명을 아무런 힌트도 없이 처음부터 끝까지 다 쓰는것이 막막했다.
J학생	정의와 증명을 이용하여 문제 풀이를 하는 것
K학생	증명하는데에 많은 조건들이 필요했던것을 평소에는 그냥 넘겼던

VI. 요약 및 결론

대학 미적분학은 이공계열의 전공과목을 이수하는데 반드시 필요한 과목으로 미적분학의 주요 개념이나 정리를 이해하고 그 정리가 성립함을 증명하는 과정

에서 발생하는 오개념이나 수학적 표현의 오류에 대한 적절한 처방이 요구된다. 본 연구에서는 학습자의 수학적 능력과 성향에 맞는 대학 미적분학 보충학습 프로그램을 개발하여 문과 출신 학생들에게 적용하였다. 이 프로그램은 총 8차시로 구성되었으며, 1차 프로그램에서는 미분계수와 순간변화율의 개념 설명하기, 우함수의 도함수가 기함수임을 증명하기, 평균값 정리를 설명하고 이와 관련된 문제를 해결하기 등 학생들이 미분과 관련된 기본 개념이나 성질을 제대로 이해하고 있는지 파악하고자 하였다. 2차 프로그램에서는 도함수의 정의 서술하기, 우함수와 기함수의 개념 서술하기 등과 같이 1차 프로그램에서 학생들이 어려워했던 개념을 복습하고, 각각의 개념을 활용하여 해결할 수 있는 간단한 증명 문제도 다루었다. 3차 프로그램에서는 학생들이 도함수의 정의를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는지를 확인하고자 하였으며, 4차 프로그램에서는 미분가능의 뜻, 평균값 정리를 제대로 이해하고 있는지, 평균값 정리를 증명하고 이와 관련된 문제를 해결할 수 있는지를 확인하고자 하였다. 5차와 6차 프로그램에서는 미적분학의 제1, 제2 기본정리를 이해하고 증명할 수 있는지를 확인하고자 하였으며, 7차 프로그램에서는 대칭함수의 적분의 성질과 정적분에 대한 치환 법칙을 증명할 수 있는지, 이와 관련된 간단한 적분 계산 문제를 해결할 수 있는지를 확인하고자 하였다. 8차시 프로그램에서는 1차부터 7차까지의 보충학습 내용을 토대로 총괄평가를 실시하였으며, 총괄평가 답안지를 학생과 함께 분석하면서 미적분학의 기본적인 개념이나 정리를 학생들이 잘 이해하였는지 재확인하였다. 또한 학생 설문을 실시하여 이 프로그램의 만족도를 조사하였다.

대학 미적분학 보충학습 프로그램을 적용한 결과, H학생과 J학생은 미적분학의 기본 개념 및 주요 정리를 제대로 이해하는 좋은 계기가 되었다고 언급하였고, 세 명의 학생 모두 주요 정리를 증명할 때 단순 암기를 하는 것이 아니라, 어떠한 주요 개념이나 아이디어(idea)를 활용하여 증명 흐름을 구조화한 다음, 증명의 세부 과정을 서술해나가는 방법을 터득하게 되었다. 이 프로그램을 통해 학생들은 미적분학의 기본적인 개념을 잘 이해하게 되었고, 미적분학의 주요 정리를 증명하거나 문제를 해결하는 능력 또한 차시가 거듭될수록 향상되었다. 또한 이 프로그램은 학생 개인별 맞춤식 처방이 가능하므로 수학적 개념 이해를 돕거나 풀이과정에서의 오류를 찾는데 매우 효과적이라고 할 수 있다.

한편 프로그램 적용에 따른 학생들의 답안지 분석과 학생 면담과 결과, 프로그램 실시 후 학생 설문 결과로부터 다음과 같은 시사점을 제공할 수 있다.

첫째, 문과 출신 학생들은 고등학교에서 미적분학에 대한 관계적 이해보다는 도구적 이해에만 치중하여 학습을 해왔고, 삼각함수의 개념이나 음함수 미분 등을 배우지 못한 채 대학에 진학하였기 때문에 대학에서 미적분 강의를 따라가기가 쉽지 않다. 따라서 대학에서는 이공계열에 진학한 학생들을 대상으로 문과 출

신 학생들뿐만 아니라, 이과 출신 학생들 중에서도 수학 학습 능력이 부진한 학생을 선별하여 대학 미적분학 보충학습 프로그램을 운영할 필요가 있다.

둘째, 증명 능력이 부족한 학생들이 대학에서 미적분학을 접하게 되면 증명 과정을 서술하는 것에 많은 부담을 느끼게 되고, 어떻게 증명을 해야 하는지, 어떻게 미적분학을 공부해야 하는지에 대하여 많은 고민을 되므로 교수자는 이러한 부분에 초점을 맞추어 학생들을 지도해야 한다.

셋째, 대부분의 이공계열 학과에서는 미적분학이나 공업수학 과목을 대학 1학년의 전공 기초과목으로 개설하고 있으므로 학기 초에 동료 학습자나 지도 교수와 래포(rapport) 형성이 쉽지 않은 신입생들이 미적분학 강의 시간에 학습한 내용에 대하여 교수나 동료에게 질문을 하거나 도움을 요청하기가 쉽지 않다. 따라서 교수자는 강의 시간에 허용적인 분위기를 형성하여 학생들이 자유롭게 자신의 의견을 말할 수 있도록 하고, 협력학습 수업 모델을 강의에 적용할 필요가 있다. 또한 강의와 연계된 보충학습 프로그램을 운영하여 학생들이 자발적으로 참여할 수 있도록 유도할 필요가 있다.

참 고 문 헌

[1] 김경희(2011). 대학 신입생의 미적분학 성취도에 관한 연구. 고려대학교 석사학위논문.

[2]김성옥 외(2010). 미적분학의 기본정리의 교수학적 분석에 기반을 둔 지도방안의 탐색. 수학교육논문집, 24(3), 891-907.

[3]김혜영(2009). 대학생의 미적분학 성취도와 수학적 자기효능감의 차이와 관계 연구. 아주대학교 석사학위논문.

[4]박문환 외(2002) 역사발생적 관점에서 본 미적분 지도. 학교수학, 4(1), 49-62.

[5]원정자(2004). 대학교육과의 연계에 근거한 고등학교 미적분 지도. 아주대학교 석사학위논문.

[6]이태순(2014). 고등학교 미적분학의 효율적 지도방법에 관한 연구. 한양대학교 석사학위논문.

[7]최나영(2001). 미분개념에 대한 오류와 오개념에 관한 연구- 함수와 도함수 사이의 그래프 표현을 중심으로. 이화여자대학교 석사학위논문.

[8]최은정(2009). 대학 미적분학 수준별 교육 사례와 수치연산 소프트웨어를 활용한 교육과정 개발 연구. 수학교육, 48(3), 213-234.

[9]표용수 외(2009). 교양수학 교과목에 대한 교수-학습지도 개선 방안: 기초미적분학 교과목을 중심으로. 수학교육논문집, 23(3), 823-848.

[10]Peters, R.S.(1959). 'Must an educator have an aim?', in R.S. Peters, Authority, Responsibility and Education. London: George Allen and Unwin.

Kim, Soocheol
Department of Mathematics Education
Catholic Universtity of Daegu
Gyeongsan, Gyeongbuk, 712-702, Korea
E-mail address: sckim@cu.ac.kr

Kim, Hyekyung
Department of Mathematics Education
Catholic Universtity of Daegu
Gyeongsan, Gyeongbuk, 712-702, Korea
E-mail address: hkkim@cu.ac.kr