

# 원전시설의 내진성능평가를 위한 입력지반운동의 최소개수

## Minimum Number of Input Ground-motions to Assess Seismic Performance of Nuclear Facilities

홍기중<sup>1)\*</sup> · 최지해<sup>1)</sup> · 김현옥<sup>2)</sup> · 주광호<sup>2)</sup>

Hong, Kee-Jeung<sup>1)\*</sup> · Choi, Ji-Hae<sup>1)</sup> · Kim, Hyun-Uk<sup>2)</sup> · Joo, Kwang-Ho<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>국민대학교 건설시스템공학부, <sup>2)</sup>한국수력원자력 중앙연구원

<sup>1)</sup>School of Civil and Environmental Engineering, Kookmin University <sup>2)</sup>KHNP Central Research Institute

### / A B S T R A C T /

Currently, researches are being actively conducted in assessing seismic performance of nuclear facilities in USA and Europe. In particular, applying this technique of assessing seismic performance to design of isolation systems in nuclear power plants is being performed and then ASCE 4 Draft (2013) is being revised accordingly in the United States. In order to satisfy the probabilistic performance objectives described by seismic responses with certain confidence levels (ASCE 43, 2005), the probability distributions of these responses have to be defined. What is the minimum number of input ground-motions to obtain the probability distribution precise enough to represent the unknown actual distribution? Theoretical basis, for how to determine the minimum number of input ground-motions for given a logarithmic standard deviation to approximate the unknown actual median of the log-normal distribution within a range of error at a certain level of confidence, is introduced by Huang et al. (2008). However, the relationship between the level of confidence and the range of error is not stated in the previous study. In this paper, based on careful reviews on the previous work, the relationship between the level of confidence and the range of error is logically and explicitly stated. Furthermore, this relationship is also applied to derive the minimum number of input ground-motions in order to approximate the unknown actual logarithmic standard deviation. Several recommendations are made for determining the minimum number of input ground-motions in probabilistic assessment on seismic performance of facilities in nuclear power plants.

**Key words:** Seismic performance, Number of samples, Input ground-motion, Probability distribution, Nuclear facility

## 1. 서론

현재 미국과 유럽에서 원자력설비의 확률론적 내진성능평가를 합리적으로 수행하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히, 이러한 내진성능평가 기법을 원자력발전소의 면진시스템 설계에 적용하는 작업을 미국에서 진행하여 ASCE 4 Draft[1]를 작성 중에 있으며, 한국의 원자력발전소 면진장치 설계기준도 이를 근간으로 작성되고 있다. 이러한 확률론적 내진성능평가 기법은 면진구조물 뿐만 아니라 일반적인 구조물에도 적용 가능하다.

ASCE 43-2005[2]에서는 지진확률위험도 성능목표(seismic probabilistic risk performance objective)를 다음과 같이 2가지로 제시한다. 1) 100% 설

계기준지진(Design Basis Earthquake, DBE)에 대해 99% 이상의 신뢰도로, 2) 150% DBE (Beyond DBE, BDBE, 또는 설계초과지진)에 대해 90% 이상의 신뢰도로 성능을 유지해야 한다. 이러한 확률론적 성능목표는, DBE와 BDBE에 대해 1) 구조물의 지진응답 표본을 생성하여, 2) 지진응답의 확률분포를 구하고, 3) DBE와 BDBE 각각에 대해 99%-ile값과 90%-ile 응답을 구하고, 4) 구조물이 이들을 충분히 수용할 수 있음을 검토하여 평가할 수 있다. 지진응답표본을 만들기 위한 입력지반운동의 최소개수를 ASCE 4 Draft에는 다음과 같이 간략법과 표준법의 두 가지 방법으로 제시하고 있다[1].

ASCE 4 Draft의 간략법은 각 요구량 변수(예: 면진장치 변위, 면진장치 수직방향 지진력, 상부구조물 벽의 전단력, 증기발생기 밀면에서의 가속도 등)에 대해 15개 표본을 생성하기 위해, 3방향 성분을 갖는 5세트 설계기준 지진 지진동을 최적추정(Best Estimate), 상한(Upper Bound) 및 하한(Lower Bound)의 3가지 지반주상도에 통과시켜 구조물의 15개 입력지반운동을 생성하도록 한다. 이들 입력지반운동에 의해 계산된 15개 최대 요구

\*Corresponding author: Hong, Kee Jeung

E-mail: kjhong@kookmin.ac.kr

(Received April 19, 2016; Revised August 9, 2016; Accepted August 9, 2016)

량의 평균을 평균 최대 설계기준지진 요구량으로 정의한다. 이 평균 요구량에 계수 3.0을 곱하여 90%-ile 요구량을 근사하게 구할 수 있다. 한편, 간략법에서 80%-ile 요구량을 구하는 방법도 제시하고 있다. 즉, 각 지반주상도를 사용하여 구한 5개 요구량의 평균을 3가지 지반주상도에 대해 각각 구하고 이들 3개 값 중 최대값을 80%-ile 최대 설계기준지진 요구량으로 정하도록 제시한다. 이렇게 구한 80%-ile 최대 설계기준지진 요구량은 비면진 구조물에서 사용하던 기존의 LFRD 설계기준 등에서 제시한 요구량과 동등한 값으로 취급된다. 이에 대한 구체적인 근거자료에 대해 2016년 3월 Andrew S. Whittaker 교수에게 문의하였으나 아직까지 작성된 관련 문건은 없는 상황이라는 답변을 들었으므로, 추후 해당 근거자료가 작성되면 이를 확보하여 그 논리의 타당성을 검증할 필요가 있다.

ASCE 4 Draft의 표준법은 요구량 변수에 대한 30개 이상의 표본을 생성하기 위해, 3방향 성분을 갖는 10세트 이상의 설계기준지진 또는 설계초과지진 입력파 세트를 앞서 언급한 3가지 지반주상도에 통과시켜 입력지반운동을 생성한다. 30개 이상의 지진응답으로부터 지진응답의 확률분포를 구하고 확률론적 성능목표의 만족여부를 판단할 수 있다.

Huang et al.[3]는 대수표준편차가 주어진 경우 대수정규분포의 중앙값을 추정하기 위해 필요한 입력지반운동 최소개수를 유도하여, ASCE 4 Draft에서 제시한 지반운동 최소개수에 관한 이론적 근거를 제시하였다. 그러나 이 연구에서는 신뢰도와 추정오차의 관계가 설정되어 있지 않아 그 전개과정의 이해에 한계가 있으므로, 본 논문에서는 이를 명확히 재정리한다. 한편, 본 연구에서 조사한 바로는 아직까지 대수표준편차(정규분포인 경우 표준편차)를 추정하기 위한 입력지반운동 최소개수를 구하는 방법은 제시된 적이 없으므로, 본 논문에서 대수표준편차(정규분포인 경우 표준편차)를 추정하기 위한 입력지반운동 최소개수를 구하는 방법의 이론적 근거를 정리한다. 이 연구 결과를 토대로 내진성능평가에 필요한 입력지반운동의 최소개수를 어떻게 정할 지에 대한 가이드라인을 도출할 수 있다.

## 2. 관련 확률분포

주어진 대수표준편차(또는 표준편차)로 대수정규분포(또는 정규분포)의 중앙값(또는 평균)을 추정하기 위해서는 대수정규분포(또는 정규분포)에 대한 이해가 필요하고, 대수표준편차(또는 표준편차)를 추정하기 위해서는 카이제곱분포에 대한 이해가 필요하다. 이 장에서는 이들 분포의 수학적 정의, 특징, 매개변수 사이의 관계들에 대해 정의한다. 이러한 정보는 다음 장에서 입력지반운동 최소개수를 구하는 식을 유도할 때 활용된다.

### 2.1 대수정규분포

$Y$ 가 대수정규분포를 갖는 확률변수라면  $\ln Y$ 는 정규분포를 갖는다.  $\ln Y$ 의 정규분포는 두 확률매개변수인 평균  $m_{\ln Y}$ 와 표준편차  $\sigma_{\ln Y}$ 로 정의된다.  $\ln Y$ 의 평균  $m_{\ln Y}$ 는  $Y$ 의 중앙값  $\theta_Y$ 에 로그를 취한 값인  $\ln \theta_Y$ 와 동일하다.  $Y$ 의 중앙값  $\theta_Y$ 는  $Y$ 와 동일한 단위를 갖기 때문에  $\ln Y$ 의 평균  $m_{\ln Y}$ 보다 널리 이용된다.  $\ln Y$ 의 표준편차  $\sigma_{\ln Y}$ 는  $Y$ 의 대수표준편차  $\beta_Y$ 라고도 불린다. 이렇게 정의된 확률매개변수  $\theta_Y$ 와  $\beta_Y$ 로  $Y$ 의 확률밀도함수를 아래 식(1)과 같이 표현할 수 있다. 또한, 정규분포의 확률밀도함수는 아래 식

(2)와 같으며 정규분포의 누적분포함수는 식 (3)과 같다. 식 (3)에서  $x = \ln y$ 의 관계를 사용하여 대수정규분포의 누적분포함수를 정의할 수 있다.

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{y\beta_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\beta_Y^2} \ln^2\left(\frac{y}{\theta_Y}\right)\right], & \text{for } y \geq 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (2)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3)$$

Fig. 1(a)와(b)[3]는 각각  $Y$ 의 대수정규 누적분포함수와 확률밀도함수의 한 예를 보여준다. 대칭인 정규분포와는 달리 대수정규분포의 확률밀도함수는 기울어져 있다. 정규분포에서 중앙값(50%-ile)은 평균값과 같지만, 대수정규분포의 비대칭성 때문에 Fig. 1(a)와 같이 중앙값은 평균값보다 작다. 여기서  $m_Y$ 와  $\sigma_Y$ 는  $Y$ 의 평균값과 표준편차이다. ( $m_Y, \sigma_Y$ )는 ( $\theta_Y, \beta_Y$ )와 아래 식 (4), (5)와 같은 관계를 갖는다.

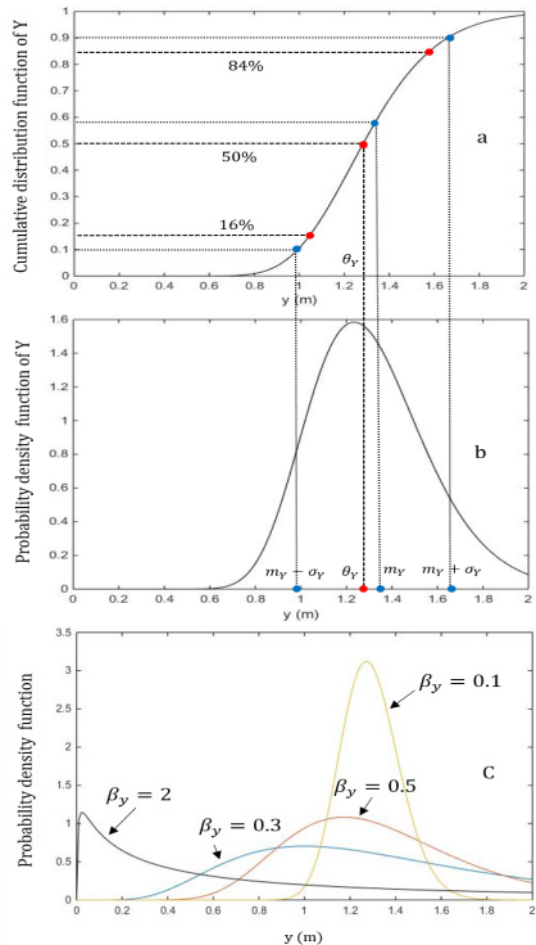


Fig. 1. Characteristics of a lognormal distribution [3]

$$m_Y = \theta_Y \exp\left(\frac{\beta_Y^2}{2}\right) \quad (4)$$

$$\sigma_Y^2 = m_Y^2 [\exp(\beta_Y^2) - 1] \quad (5)$$

앞서 언급하였듯이  $\ln Y$ 의 표준편차  $\sigma_{\ln Y}$ 는  $Y$ 의 대수표준편차  $\beta_Y$ 와 같으며, 이는  $Y$ 의 변동계수  $v_Y$ 와 다음 식의 관계를 갖는다.

$$\beta_Y = \sqrt{\ln(v_Y^2 + 1)} \quad (6)$$

Fig. 1(c)에 보인 바와 같이 대수표준편차  $\beta_Y$ 가 커지면 대수정규분포 확률밀도 함수의 비대칭성이 커진다.  $\beta_Y$ 의 값이 작으면 대수정규분포의 형상은 정규분포에 가까워진다.

입력지진에 의한 응답이 대수정규분포를 갖는 경우,  $n$  개의 지반운동 기록을 이용한 응답이력해석(response-history analysis)으로부터 계산된 최고지진응답  $Y$ (가속도, 변위 등)의 표본중앙값  $\hat{\theta}_Y$ 와 표본대수표준편차  $\hat{\beta}_Y$ 는 아래 식(7), (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\theta}_Y = \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln y_i\right) \quad (7)$$

$$\hat{\beta}_Y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln y_i - \ln \hat{\theta}_Y)^2} \quad (8)$$

여기서  $y_i$ 는  $i$ 번째의 지반운동으로부터 계산된 최고응답이며,  $i$ 는 1부터  $n$ 까지 증가한다. 이들 표본중앙값  $\hat{\theta}_Y$ 와 표본대수표준편차  $\hat{\beta}_Y$ 는  $Y$ 의 분포를 결정하는 실제중앙값  $\theta_Y$ 와 실제대수표준편차  $\beta_Y$ 를 추정할 때 사용된다.

## 2.2 카이제곱분포

평균  $\mu_X$ 와 표준편차  $\sigma_X$ 를 갖는 확률변수  $X$ 의 정규분포에서 추출한  $n$ 개의 표본값 중 서로 독립인  $i$ 번째 표본값을  $X_i$ 라 하고,  $\bar{X} = (\sum_{i=1}^n X_i)/n$ 는 표본평균이라 하자. 이를 이용해 표준정규분포 확률변수  $Z_i$ 를 아래 식(9)와 같이 정의할 수 있다[4].

$$Z_1 = \frac{X_1 - \bar{X}}{\sigma_X}, \dots, Z_n = \frac{X_n - \bar{X}}{\sigma_X} \quad (9)$$

식(9)를 이용하여 카이제곱  $\chi^2$ 은 표준정규분포 확률변수의 제곱의 합으로 정의된다. 이는 식(10)과 같이 정의되며 자유도  $\nu (= n - 1)$ 인 카이제곱분포를 따른다[4].

$$\chi^2 = Z_1^2 + \dots + Z_n^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma_X^2} \quad (\chi \geq 0) \quad (10)$$

또한 표본표준편차(sample standard deviation)  $S$ 는 아래 식(11)과 같이 정의할 수 있다.  $X = \ln Y$ 라 하면  $S$ 는 식(8)의 표본대수표준편차  $\hat{\beta}_Y$ 와 동일하게 된다. 이러한 관계와 카이제곱분포를 이용하여 대수표준편차를 추정할 수 있다.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (11)$$

식(10)과(11)을 사용하여  $\chi^2$ 을 아래 식(12)와 같이 표본표준편차  $S$ 의 함수로 표현할 수 있다.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_X^2} \quad (12)$$

카이제곱 확률분포함수는 식(13)과 같은 감마함수(gamma function)의 일종이다.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty w^{\alpha-1} e^{-w} dw \quad (\alpha > 0) \quad (13)$$

여기서,  $\alpha$  = 형태모수(shape parameter)이다. 이를 이용하여 감마분포(gamma distribution)의 확률밀도함수는 아래 식(14)와 같이 정의된다.

$$f(y) = \frac{y^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-y/\beta} \quad (y > 0) \quad (14)$$

여기서,  $\beta$  = 척도모수(scale parameter)이다. 감마분포의 누적분포함수에 대한 정의는 아래 식(15)와 같다.

$$F(y) = \int_0^y \frac{z^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-z/\beta} dz \quad (y \geq 0) \quad (15)$$

$\alpha = \frac{\nu}{2} = \frac{n-1}{2}$  이고  $\beta = 2$ 인 감마분포는 자유도  $\nu (= n - 1)$ 인 카이제곱분포와 동일하며, 이때 카이제곱분포의 확률밀도함수와 누적분포함수는 각각 아래 식(16), (17)과 같다[3, 4].

$$f(y) = \frac{y^{\frac{n-3}{2}}}{2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma(\frac{n-1}{2})} e^{-y/2} \quad (y \geq 0) \quad (16)$$

$$F(y) = \int_0^y \frac{z^{\frac{n-3}{2}}}{2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma(\frac{n-1}{2})} e^{-z/2} dz \quad (y \geq 0) \quad (17)$$

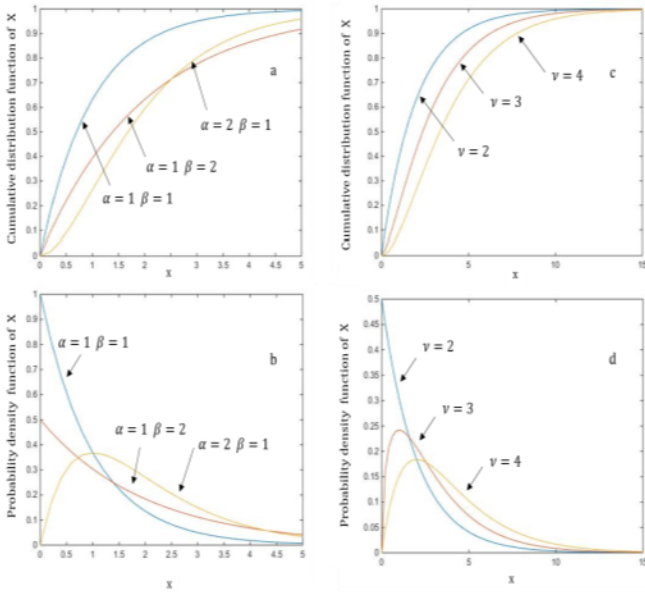


Fig. 2. Gamma distribution (a & b) and Chi square distribution (c & d)

Fig. 2(a)와 (b)에서는 감마분포의 누적분포함수와 확률밀도함수를 보여주고, Fig. 2(c)와 (d)에서는 카이제곱분포의 누적분포함수와 확률밀도함수를 보여준다.

### 3. 진도기반평가를 위한 입력지반운동의 최소개수

#### 3.1 원전구조물의 내진성능평가법의 종류

Draft ATC 58[5, 6]에서 제시하는 원전구조물의 평가방법으로는 진도기반(intensity-based)평가, 시나리오기반(scenario-based)평가, 시간기반(time-based)평가 3가지가 존재한다. 첫 번째, 원자력발전소가 특정 강도의 진동을 경험할 경우 비허용성능(unacceptable performance)확률을 추정하는 것을 진도기반평가 방법이라 한다. 지반 진동의 강도는 안전정지 지진(SSE)에 의한 응답스펙트럼 또는 그 외 다른 설계스펙트럼에 의해 나타나다. 두 번째, 원자력발전소가 지진규모(magnitude)와 지진단층으로부터 거리로 정의되는 특정한 지진을 경험할 경우 비허용성능확률을 추정하는 것을 시나리오기반평가라 한다. 이를 위한 지진재해도(seismic hazard)는 관심 있는 특정 경우의 감쇄관계(attenuation relationship)로부터 예측되는 스펙트럼 요구(spectral demand)의 분포에 의해 결정된다. 마지막으로, 발생할 수 있는 가능한 모든 지진을 고려하였을 때 원자력발전소의 비허용성능의 연간빈도(annual frequency)를 추정하는 것을 시간기반평가방법이라 한다. 시간기반평가방법은 지진재해도곡선으로부터 결정되는 서로 다른 목표 스펙트럼 강도(different target spectral intensities)에 대한 진도기반평가를 반복적으로 수행한다.

위의 세 가지 방법 모두 원전구조물의 비허용성능확률 또는 비허용성능 연간빈도를 추정하기 위해 요구응답의 확률분포를 구하는 과정이 필요하다. 예를 들어, 대수정규분포를 갖는 응답의 확률분포를 결정하기 위해서는 확률매개변수인 중앙값과 대수표준편차를 정의해야만 하고, 이들은 표본

중앙값과 표본대수표준편차로 추정될 수 있다. 표본중앙값과 표본대수표준편차는 실제 중앙값과 실제 대수표준편차와 어느 정도 오차를 갖게 될 수 밖에 없으며 이 오차를 적절한 수준으로 줄이기 위해서는 충분한 개수의 표본을 사용해야만 한다. 기존 Huang et al.[3]의 연구에서는 정리되지 않았던 중앙값추정 오차와 신뢰도의 관계를 명확히 정의하여, 추정오차, 신뢰도 및 대수표준편차가 주어진 경우 중앙값 추정을 위한 표본의 최소개수를 유도하는 과정을 3.2절에 정리한다. 이러한 유도과정을 대수표준편차 추정도 적용하여 추정오차와 신뢰도가 주어진 경우 대수표준편차 추정을 위한 표본의 최소개수를 3.3절에서 유도한다.

#### 3.2 중앙값 추정

Huang et al.[3]은 대수표준편차가 주어진 경우 대수정규분포의 중앙값을 추정하기 위해 필요한 지반운동(또는 표본응답) 최소개수에 관한 이론적 근거를 제시하였다. 3.1절에서 설명한 진도기반평가에서, 지반운동을 비례조정(scaling)하는 절차는 구조물의 첫 번째 모드주기(first mode period)에서의 스펙트럼 가속도(spectral acceleration)를 맞추기 위해 최소한 n개의 지반운동을 진폭-비례조정(amplitude-scale)하는 것이다. 응답의 대수표준편차가 주어진 경우, 이 비례조정 절차는 높은 신뢰도를 가지고 중앙값을 적절한 오차범위 안에서 추정하기 위한 것이다. 즉, 응답의 대수표준편차  $\beta_Y$ 가 주어진 경우, 응답의 중앙값을 추정하기 위해 응답이력해석에 사용되는 지반운동의 개수 n은 추정오차  $\epsilon$ 와 신뢰도 Z%의 함수이므로 이들 사이의 관계식을 아래와 같이 유도할 수 있다.

실제 중앙값  $\theta_Y$ , 실제 대수표준편차  $\beta_Y$ 인 대수정규분포 확률변수 Y에 대해서 표본중앙값은 앞서 설명된 식 (7)과 같다. 이 식에서  $y_i$ 는 Y의 표본값이며 n은 추정에 사용되는 표본개수이다.  $\ln y_i$ 는  $\ln Y$ 와 동일한 정규분포를 가지는 확률변수로 취급할 수 있으며, 따라서 정규분포를 갖는  $\ln y_i$ 의 합 역시 정규분포를 갖게 된다. 그러므로 실제 중앙값의 추정치인 표본중앙값의 자연로그  $\ln \hat{\theta}_Y$ 는 정규분포를 갖게 되며,  $\ln \hat{\theta}_Y$ 의 평균과 표준편차는 각각 아래 식 (18), (19)와 같다.

$$E[\ln \hat{\theta}_Y] = \ln \theta_Y \tag{18}$$

$$\sigma[\ln \hat{\theta}_Y] = \frac{\beta_Y}{\sqrt{n}} \tag{19}$$

아래 식 (20)과 같이 표본중앙값  $\hat{\theta}_Y$ 는 실제중앙값  $\theta_Y$ 와 오차  $\epsilon$ 로 정한 범위 안에 존재하도록 충분한 개수의 표본을 사용해야 한다.

$$\theta_Y(1-\epsilon) \leq \hat{\theta}_Y \leq \theta_Y(1+\epsilon) \tag{20}$$

$\ln \hat{\theta}_Y$ 는 평균  $\ln \theta_Y$ 와 표준편차  $\beta_Y/\sqrt{n}$ 를 가진 정규분포를 가지므로, 위 식에 자연로그를 취하고 표준정규화한 확률변수 U를 정의하면 아래 식 (21)과 같이 정리할 수 있고, U의 표준정규분포 확률밀도함수는 Fig. 3과 같다.

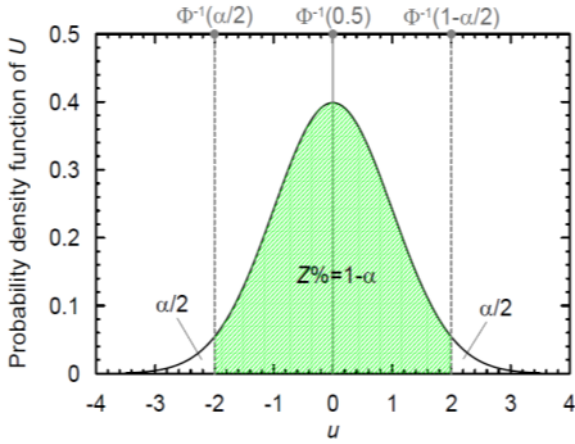


Fig. 3. A standardized normal distribution [3]

$$\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}} \leq U = \frac{\ln\hat{\theta}_Y - \ln\theta_Y}{\beta_Y/\sqrt{n}} \leq \frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}} \quad (21)$$

Fig. 3에서  $Z\%(=1-\alpha)$ 의 신뢰도를 갖는 신뢰구간의 상한과 하한은  $\Phi^{-1}(1-\frac{\alpha}{2})$ 와  $\Phi^{-1}(\frac{\alpha}{2})$ 이며  $Z\%=1-\alpha$ 를 이용하면  $\Phi^{-1}(\frac{1+Z}{2})$ 와  $\Phi^{-1}(\frac{1-Z}{2})$ 로 바꾸어 표현가능하다. 여기서,  $\Phi^{-1}$ 는 표준누적정규분포 함수의 역함수이다.

$Z\%$ 의 신뢰도로 추정하는 중앙값이 오차범위 안으로 추정되기 위해서는 앞서 정의한 신뢰구간이 식(21)에 정의된 오차범위에 포함되어야 한다. 그 래야만, 식(20)에서 언급한 바와 같이  $Z\%$ 의 신뢰도로 오차범위 내에 표본 중앙값  $\hat{\theta}_Y$ 이 존재하게 된다. 이를 식으로 정리하면 다음 식(22)와 같다. Huang et al.[3]은 이러한 신뢰도와 오차범위의 관계를 언급하지 않아 식의 유도과정이 명확하지 않았으나, 본 논문에서는 논리적인 근거를 토대로 신뢰도와 오차범위 사이의 관계를 설명함으로써 입력지반운동의 최소개수에 대한 유도과정을 더욱 명확히 할 수 있다. 또한, 다음 절에서 이를 확대 적용하여 대수표준편차를 추정하기 위한 입력지반운동 최소개수를 유도할 수 있다.

$$\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}} \leq \Phi^{-1}\left(\frac{1-Z}{2}\right) \leq U \leq \Phi^{-1}\left(\frac{1+Z}{2}\right) \leq \frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}} \quad (22)$$

이 식에서 상한과 하한에서 신뢰구간과 오차범위 사이 부등식을 정리하면 각각 식(23), (24)와 같다. 이를 통해  $n$ 의 최소값을  $\epsilon$ ,  $Z$ 와  $\beta_Y$ 의 함수로 정의할 수 있다. 이 두 식에서  $\Phi^{-1}(\frac{1+Z}{2})$ 과  $\Phi^{-1}(\frac{1-Z}{2})$ 은 원점을 기준으로 대칭인 값을 나타내지만  $\ln(1+\epsilon)$ 과  $\ln(1-\epsilon)$ 은 대칭인 값이 아니므로 하나의 식으로 정리되지 않고 상한과 하한에서 두 개 부등식을 모두 고려해야 한다. Huang et al.[3]은 이 두 부등식을 대칭인 것으로 취급하여 하나의 식으로 정리하였고, 다행히 보수적인 식을 사용하여 그 결과는 본 논문에서의 결과와 일치한다.

$$\Phi^{-1}\left(\frac{1+Z}{2}\right) \leq \frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}} \quad (23)$$

$$\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}} \leq \Phi^{-1}\left(\frac{1-Z}{2}\right) \quad (24)$$

식(23)과(24)에서  $\Phi^{-1}$ 를 단조증가함수  $\Phi$ 로 다시 정리하면 식(25), (26)과 같다.

$$\Phi\left[\frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right] \geq \frac{1+Z}{2} \quad (25)$$

$$\Phi\left[\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right] \leq \frac{1-Z}{2} \quad (26)$$

여기서,  $\Phi\left[\frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right]$ 과  $\Phi\left[\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right]$ 은 표준정규분포의 누적분포함수의 값이며 각각 아래 식(27), (28)과 같다.

$$\Phi\left[\frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right] = \int_{-\infty}^{\frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (27)$$

$$\Phi\left[\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right] = \int_{-\infty}^{\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (28)$$

식(25), (26)의 경계값에서 표본개수가 최소가 되며, 이 식들을 그림으로 도식화한 것이 Fig. 4이다. 여기서  $x$ 축은 입력지반운동 개수(또는 표본개수)  $n$ 이며  $y$ 축은 표준정규 누적분포확률  $\Phi$ 를 나타낸다. 식(25)에서 표준정규 누적분포확률  $\Phi\left[\frac{\ln(1+\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right]$ 이  $\frac{1+Z}{2}$ 보다 큰 경우를 만족

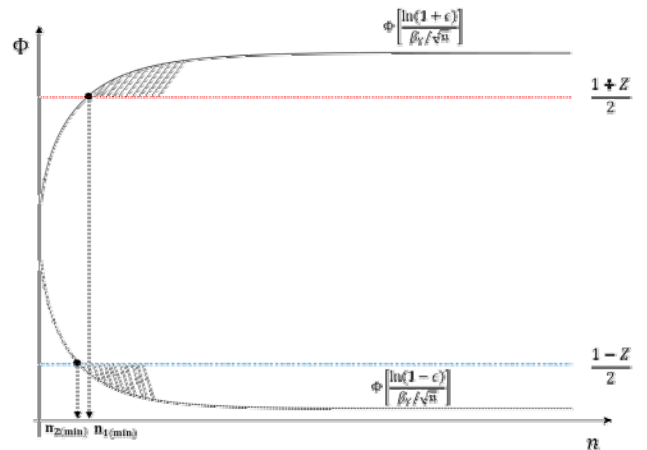


Fig. 4. The minimum number ( $n_1, n_2$ ) of input ground-motions to approximate median and the cumulative distribution function of standard normal distribution



하는 표본개수  $n_1$ 을 구하여 그 중 최소값을 구하면 된다. 마찬가지로 식 (26)에서 표준정규 누적분포확률  $\Phi\left[\frac{\ln(1-\epsilon)}{\beta_Y/\sqrt{n}}\right]$ 이  $\frac{1-Z}{2}$  보다 작은 경우를 만족하는 표본개수  $n_2$ 를 구하여 그 중 최소값을 구하면 된다. 이렇게 식 (25)와(26)을 이용하여 구한 표본 최소개수는 각각  $n_{1(\min)}$ 과  $n_{2(\min)}$ 으로 나타내었다. 식 (25)와(26)을  $n$ 에 대해 정리하면 각각 아래 식 (29)와(30)과 같이  $n_1$ 과  $n_2$ 에 대한 부등식으로 표현이 가능하다.

$$n_1 \geq \left[ \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{1+Z}{2}\right) \cdot \beta_Y}{\ln(1+\epsilon)} \right]^2 \tag{29}$$

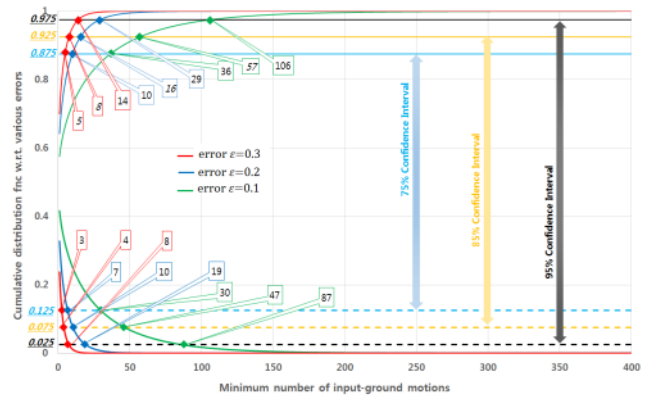
$$n_2 \geq \left[ \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{1-Z}{2}\right) \cdot \beta_Y}{\ln(1-\epsilon)} \right]^2 \tag{30}$$

식 (29)와(30)에서 알 수 있듯이 입력지반운동(또는 표본)의 개수  $n_1$ 과  $n_2$ 는  $\epsilon$ ,  $Z$  및  $\beta_Y$ 의 함수이다. 진도기반평가에서  $\beta_Y$ 는, 첫째 모드주기에서 선정된 스펙트럼 가속도에 맞게 비례조정된 지반운동을 사용하여 해석한 결과로 구한 응답의 대수표준편차이다.  $\beta_Y$ 가 주어졌을 때, 신뢰도  $Z\%$ 와 중앙값의 추정오차  $\epsilon$ 에 따라서 식 (29)와 (30)을 이용하여 계산한 결과를 Table 1과 Fig. 5에서 보여준다. 오차가 클수록 최소개수가 작아지며, 신뢰도가 작을수록 최소개수가 작아진다. 반대로, 오차가 작고 신뢰도가 클수록 최소개수는 커진다. 이는 정확도와 신뢰도를 높게 요구하면 입력지반운동의 최소개수가 증가함을 의미한다. 또한, 대수표준편차가 클수록 최소개수는 커진다. 이는 응답의 불확실성이 크면 더 많은 입력지반운동의 개수가 필요함을 의미한다. 여기서,  $n_1$ 이  $n_2$ 보다 크므로,  $n_1$ 으로 나타나는 식에 의해 결정되는 값(회색 블록으로 표시)을 사용하는 것이 보수적이고 이 결과는 Huang et al.[3]의 결과와 일치한다.

$\beta_Y$ 는 0.5로 고정하고, 오차  $\epsilon$ 이 0.1, 0.2, 0.3인 각각의 경우, 신뢰도  $Z\%$ 가 75, 85, 95%인 각각의 경우에 따라 구한 표본개수  $n_1$ 과  $n_2$ 의 최소값을

**Table 1.** The minimum number of input ground-motions to approximate median for different values of  $\beta_Y$ ,  $Z$  and  $\epsilon$

$\beta_Y$	$Z$	$\epsilon$	$n$	
			$n_{1(\min)}$	$n_{2(\min)}$
0.5	75	0.1, 0.2, 0.3	36, 10, 5	30, 7, 3
	85	0.1, 0.2, 0.3	57, 16, 8	47, 10, 4
	95	0.1, 0.2, 0.3	106, 29, 14	87, 19, 8
0.55	75	0.1, 0.2, 0.3	44, 12, 6	36, 8, 3
	85	0.1, 0.2, 0.3	69, 19, 9	56, 13, 5
	95	0.1, 0.2, 0.3	128, 35, 17	105, 23, 9
0.6	75	0.1, 0.2, 0.3	54, 14, 7	43, 10, 4
	85	0.1, 0.2, 0.3	82, 22, 11	67, 15, 6
	95	0.1, 0.2, 0.3	152, 42, 20	125, 28, 11
0.65	75	0.1, 0.2, 0.3	62, 17, 8	50, 11, 4
	85	0.1, 0.2, 0.3	96, 26, 13	79, 18, 7
	95	0.1, 0.2, 0.3	179, 49, 24	146, 33, 13



**Fig. 5.** The minimum number of input ground-motions to approximate median for  $\beta_Y=0.5$  and different values of  $Z$  and  $\epsilon$

구하여 Fig. 5에 나타내었다.

Table 1에서 대수표준편차  $\beta_Y=0.5$ 라 가정하면, 오차  $\epsilon=0.3$ , 신뢰도  $Z=95\%$ 인 경우의 입력지반운동 최소 개수는 아래와 같이 계산된다.

$$n_1 \geq \left[ \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{1.95}{2}\right) \cdot 0.5}{\ln(1+0.3)} \right]^2 = 3.74^2 = 13.95 \tag{31}$$

즉,  $n_1=14$ 가 되어 ASCE 4 Draft의 간략법에서 사용한 개수 15와 근사한 값이 된다. ASCE 4 Draft의 표준법과 같이 응답의 확률분포를 구하는 경우는, 간략법보다 더 많은 수의 응답표본을 구하여 확률분포함수를 더욱 정밀하게 구할 필요가 있으므로 더 작은 추정오차나 더 높은 신뢰도를 갖도록 요구하게 된다. 이는 결국 더 많은 수의 입력지반운동 개수를 사용해야 하는 것으로 귀결된다. 예를 들어, 오차를 조금 더 작게  $\epsilon=0.2$ 로 선택한 경우는 아래와 같이  $n_1=29$ 이 되어 ASCE 4 Draft의 표준법에서 응답의 확률분포를 구하기 위해 사용한 개수 30에 근사한 값이 된다.

$$n_1 \geq \left[ \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{1.95}{2}\right) \cdot 0.5}{\ln(1+0.2)} \right]^2 = 5.375^2 = 28.89 \tag{32}$$

### 3.3 대수표준편차 추정

이 절에서는 앞서 언급하였듯이 정규분포의 표본표준편차  $S$ 와 대수정규분포의 표본대수표준편차  $\hat{\beta}_Y$ 의 관계를 이용하여 대수표준편차(정규분포인 경우 표준편차)를 추정하기 위한 입력지반운동의 최소개수를 구하는 방법에 대해 설명한다.

앞에서 설명한 카이제곱분포에서 식 (12)를 표본분산(표본표준편차의 제곱)  $S^2$ 에 대하여 정리하면 아래 식 (33)과 같다.

$$S^2 = \frac{\chi^2}{n-1} \sigma_x^2 \tag{33}$$

다음 식 (34)와 같이 표본분산  $S^2$ 는 실제분산  $\sigma_x^2$ 와 오차  $\epsilon$ 로 정한 범위

안에 존재하도록 충분한 개수의 표본을 사용해야 한다.

$$\sigma_x^2(1-\epsilon) \leq S^2 \leq \sigma_x^2(1+\epsilon) \quad (34)$$

식(34)에  $\frac{n-1}{\sigma_x^2}$ 를 곱하면 아래 식으로 정리된다.

$$(n-1)(1-\epsilon) \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2} = \chi^2 \leq (n-1)(1+\epsilon) \quad (35)$$

즉,  $Z\%$  신뢰도로 이 오차범위 내에 존재하도록 카이제곱을 추정해야 한다. Fig. 6은  $Z\%$  신뢰도에 의해 정의되는 카이제곱분포의 신뢰구간을 나타낸다. 여기서, 수평축  $\chi^2$ 의 밀첨자는 양의 무한대로부터 해당 지점까지 확률 밀도함수의 면적을 나타낸다. 즉,  $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$ 는 Fig. 6(a)와 같이 그 위치로부터 확률밀도함수의 오른쪽 면적이  $\frac{\alpha}{2}$ 이며,  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$ 는 그 위치로부터 오른쪽 면적이  $1-\frac{\alpha}{2}$ 임을 의미한다. 이 그림에서  $Z\%(=1-\alpha)$ 의 신뢰도를 갖는 신뢰 구간은  $\chi_{(1-\frac{\alpha}{2})}^2$ 와  $\chi_{(\frac{\alpha}{2})}^2$ 이며, 이 신뢰구간은  $F^{-1}(\frac{1-Z}{2})$ 와  $F^{-1}(\frac{1+Z}{2})$ 로 바꾸어 표현가능하다. 여기서,  $F^{-1}$ 는 카이제곱 누적분포함수의 역함수이며, 식(17)을 이용하여 정의할 수 있다.

앞에서 중앙값을 추정할 때와 마찬가지로,  $Z\%$ 의 신뢰도로 추정하는 표본분산(또는 카이제곱)이 오차범위 안으로 추정되기 위해서는 신뢰구간이 식(34) 또는(35)에 정의된 오차범위에 포함되어야 한다. 그래야만 식(34)에 보인 바와 같이  $Z\%$ 의 신뢰도로 오차범위 내에 표본분산  $S^2$ 이 존재하게 된다. 이를 식으로 정리하면 식(36)과 같다.

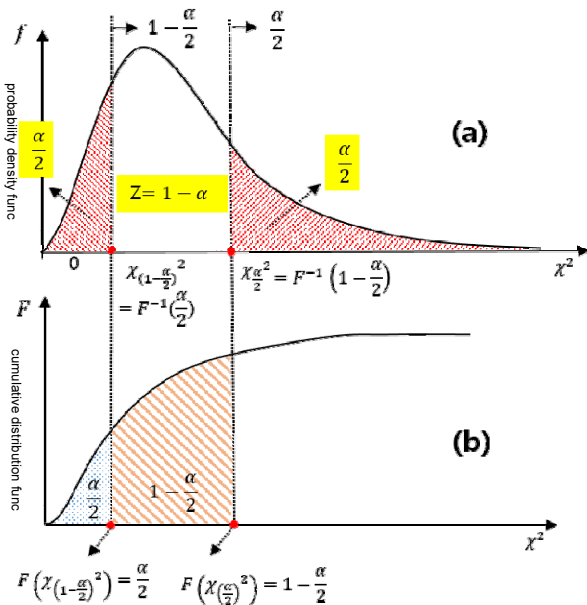


Fig. 6. A chi-square distribution

$$(n-1)(1-\epsilon) \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2} = \chi^2 \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2 \leq (n-1)(1+\epsilon) \quad (36)$$

이 식의 상한과 하한에서  $\chi^2$ 에 대한 두 부등식을 식(37)과(38)로 각각 정리할 수 있다.

$$F^{-1}(\frac{1+Z}{2}) \leq (n-1)(1+\epsilon) \quad (37)$$

$$(n-1)(1-\epsilon) \leq F^{-1}(\frac{1-Z}{2}) \quad (38)$$

카이제곱의 누적분포함수  $F$ 에 자유도  $\nu(=n-1)$ 가 매개변수로 포함되어 있으므로, 이 식들은  $n$ 에 대한 비선형 부등식이 된다. 식(37)과(38)에서  $F^{-1}$ 를  $F$ 로 바꾸면 각각 아래의 식(39)와(40)으로 정리되며, 이를 도식화하여 Fig. 7에 나타내었다.

$$F[(n-1)(1+\epsilon)] \geq \frac{1+Z}{2} \quad (39)$$

$$F[(n-1)(1-\epsilon)] \leq \frac{1-Z}{2} \quad (40)$$

여기서,  $F[(n-1)(1+\epsilon)]$ 과  $F[(n-1)(1-\epsilon)]$ 은 카이제곱분포의 누적분포함수의 값이며 식(17)을 참고하면 아래의 식(41)과(42)로 각각 표현된다.

$$F[(n-1)(1+\epsilon)] = \int_0^{(n-1)(1+\epsilon)} \frac{z^{\frac{n-3}{2}}}{2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma(\frac{n-1}{2})} e^{-z/2} dz \quad (41)$$

$$F[(n-1)(1-\epsilon)] = \int_0^{(n-1)(1-\epsilon)} \frac{z^{\frac{n-3}{2}}}{2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma(\frac{n-1}{2})} e^{-z/2} dz \quad (42)$$

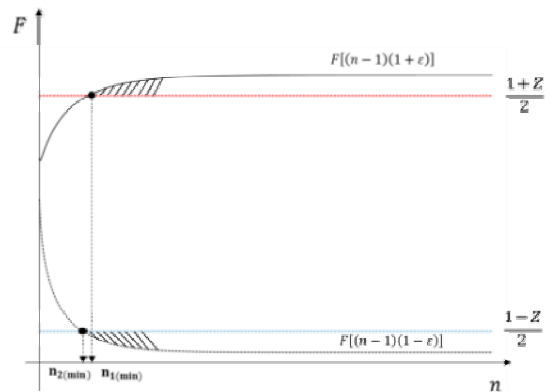


Fig. 7. The minimum number ( $n_1, n_2$ ) of input ground-motions to approximate lognormal standard deviation distribution and the cumulative distribution function of chi-square distribution

식 (39)에서 보는 바와 같이 누적분포확률  $F[(n-1)(1+\epsilon)]$ 이  $\frac{1+Z}{2}$ 보다 큰 경우를 만족하는 표본개수  $n_1$ 을 구하여 그 중 최소값을 구하면 된다. 마찬가지로, 식(40)에서 보는 바와 같이 누적분포확률  $F[(n-1)(1-\epsilon)]$ 이  $\frac{1-Z}{2}$ 보다 작은 경우를 만족하는 표본개수  $n_2$ 를 구하여 그 중 최소값을 구하면 된다. 이렇게 대수표준편차를 추정하기 위한 표본(또는 입력지반운동)의 최소개수를 구할 수 있으며, 이를 Fig. 8에 나타내었다. 이 그림에서 수평실선과 수평점선 사이의 수직구간은 신뢰도  $Z\%$ 가 95%, 85%, 75%일

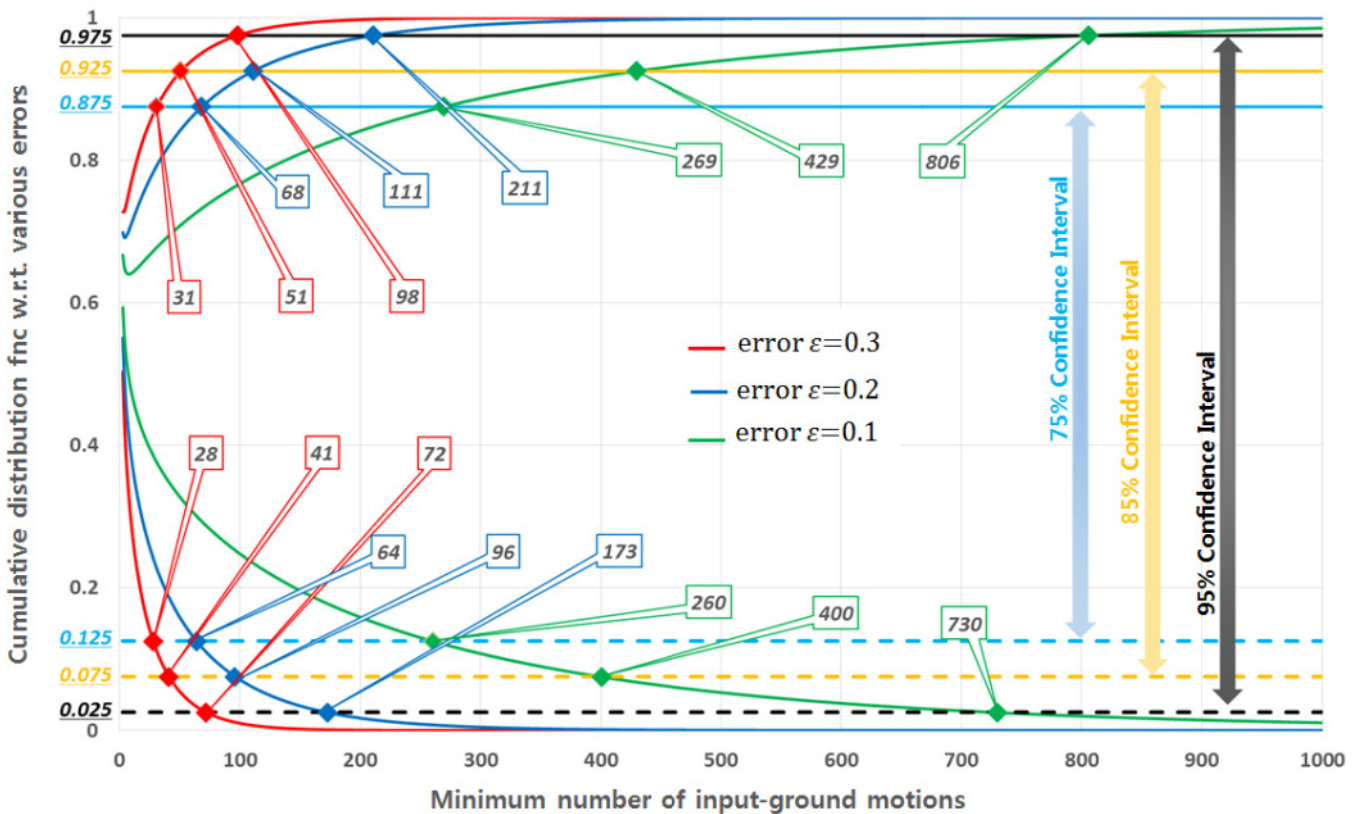
**Table 2.** The minimum number of input ground-motions to approximate lognormal standar deviation for different values of  $Z$  and  $\epsilon$

$Z$	$\epsilon$	$n$	
		$n_{1(\min)}$	$n_{2(\min)}$
75	0.1	269	260
	0.2	68	64
	0.3	31	28
85	0.1	429	400
	0.2	111	96
	0.3	51	41
95	0.1	806	730
	0.2	211	173
	0.3	98	72

때의 신뢰구간을 나타내며, 이는 식 (39)와 (40)의 우향과 같다. 적색, 청색, 녹색 곡선은 오차  $\epsilon$ 에 따라 결정되는 누적확률함수를 표현한 것이며, 이는 식 (39)와 (40)의 좌향과 같다. 이 두 부등식을 만족하는 부분의 입력지반운동 개수 중 최소값이 우리가 찾고자 하는 입력지반운동 최소개수가 되며, 이들을 Table 2에서  $n_{1(\min)}$ 과  $n_{2(\min)}$ 로 표현하였다. 이러한 과정을 통해, Table 2와 Fig. 8에서는 신뢰도  $Z\%$ 와 오차  $\epsilon$ 에 따라 달라지는 입력지반운동 최소개수  $n$ 을 표시하였다. 이 결과는 중앙값을 모르더라도 대수표준편차 추정을 위한 최소개수를 구할 수 있음을 보여준다.

오차가 클수록 최소개수가 작아지며, 신뢰도가 작을수록 최소개수가 작아진다. 반대로, 오차가 작고 신뢰도가 클수록 최소개수는 커진다. 이는 정확도와 신뢰도를 높게 요구하면 입력지반운동의 최소개수가 증가함을 의미한다. 하한오차범위와 하한신뢰구간으로 결정되는 최소개수  $n_2$ 보다 상한오차범위와 상한신뢰구간으로 결정되는 최소개수  $n_1$ 이 더 크므로 이를 사용하는 것이 보수적이다.

Table 1과 2를 비교하면, 대수표준편차를 추정하는 방법은 중앙값을 추정하는 방법보다 상당히 많은 입력지반운동을 사용하여 여러 번의 해석을 수행해야 하므로, 원진구조물 비선형해석에 상당한 비용과 노력이 투입되어야 한다. 그러므로 기존자료를 근거로 대수표준편차를 보수적으로 가정하여 중앙값을 추정하는 방법을 사용하는 것이 경제적인 방법이다. 만약 대수표준편차를 보수적으로 가정하기 위한 근거자료가 없는 경우, 대수표준편차 추정을 위한 입력지반운동 최소개수가 중앙값 추정을 위한 최소개수



**Fig. 8.** The minimum number of input ground-motions to approximate lognormal standard deviation for different values of  $Z$  and  $\epsilon$



보다 크므로, 대수표준편차 추정을 위한 최소개수를 중앙값 추정에도 사용할 수 있다.

## 4. 결론

원전구조물의 요구응답이 대수정규분포를 갖는다고 가정하면, 그 확률분포 매개변수인 중앙값과 대수표준편차를 정해진 오차범위와 신뢰도로 결정하기 위한 입력지반운동 최소개수를 구할 수 있다. 이들 매개변수로 요구응답의 확률분포를 정의하여 원전구조물의 확률론적 내진성능평가를 수행할 수 있다. 본 논문에서는 내진성능평가를 위해 필요한 입력지반운동 최소개수에 대한 유도과정을 설명하였고, 그 결과를 토대로 내진성능평가에 필요한 가이드라인을 제시하였다. 이를 정리하면 아래와 같다.

- 1) 기존 연구내용을 재검토하여 신뢰도와 오차범위의 관계를 논리적으로 정의하였고, 이를 토대로 대수표준편차가 주어진 경우 중앙값 추정을 위한 입력지반운동 최소개수의 유도과정을 명확하게 재정리 하였다.
- 2) 중앙값 추정을 위한 입력지반운동 최소개수의 유도과정을 확장하고, 신뢰도와 오차범위의 관계를 논리적으로 정의하여, 대수표준편차 추정을 위한 입력지반운동의 최소개수를 유도하였다.
- 3) 기존의 자료를 토대로 대수표준편차를 보수적으로 가정할 수 있다면, 대수표준편차를 추정하기 위한 입력지반운동 최소개수를 사용하는 것 대신에 중앙값을 추정하기 위한 최소개수를 사용할 수 있으며, 이는 더욱 경제적인 내진성능평가 방법이다.
- 4) 대수표준편차를 보수적으로 가정할 수 없다면, 대수표준편차 추정을 위한 입력지반운동 최소개수를 대수표준편차 추정과 중앙값 추정에 모두 사용할 수 있다.
- 5) 원전구조물의 내진성능평가를 위한 입력지반운동의 최소개수를 구하는 방법들에 대한 이해는 확률론에 기반한 설계기준을 국내에 합리적으로 구축하기 위한 토대가 될 것이다. 해외에서 이에 대한 연구가 현재 활발히 진행되고 있으므로, 국내에서도 원전 시설물의 내진안전성능을 합리

적으로 확보하기 위해 관련 연구에 대한 관심이 필요하다.

- 6) 본 논문에서 정리한 내용을 응용하면, 관심 대상인 변수의 확률분포를 정의하기 위한 시험이나 해석의 최소개수를 결정할 수 있다.

## / 감사의 글 /

이 연구는 한국에너지기술평가원 원자력융합 핵심기술개발사업 2014151010170B 지원에 의해 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.

## / REFERENCES /

1. American Society of Civil Engineers (ASCE). Seismic analysis of safety-related nuclear structures and commentary. ASCE 4 Draft, c2013.
2. American Society of Civil Engineers (ASCE). Seismic Design Criteria for Structures, Systems, and Components in Nuclear Facilities. ASCE 43-05, c2005.
3. Huang YN, Whittaker AS, Luco N. Performance Assessment of Conventional and Base-Isolated Nuclear Power Plants for Earthquake and Blast Loadings, Technical Report MCEER-08-0019, c2008.
4. Stone CJ. A Course in Probability and Statistics. Duxbury Press, 1995.
5. Applied Technology Council (ATC). Guidelines for seismic performance assessment of buildings. ATC-58 35% Draft. Applied Technology Council, Redwood City, California, c2007.
6. Hamburger RO. A vision of the ATC-58 Project. development of performance-based seismic guidelines. Proceedings of Programming Workshop on Performance-Based Design, Applied Technology Council, Redwood City, California, c2003.