

## 파티클 필터기법을 통한 비선형 피로모델 개발 연구

### Development of Nonlinear Fatigue Model Based on Particle Filter Method

문 성 호 Mun, Sungho | 정회원 · 서울과학기술대학교 건설공학부 부교수 · 교신저자 (E-mail : smun@seoultech.ac.kr)

#### ABSTRACT

**PURPOSES :** The nonlinear model of fatigue cracking is typically used for determining the maintenance period. However, this requires that the model parameters be known. In this study, the particle filter (PF) method was used to determine various statistical parameters such as the mean and standard deviation values for the nonlinear model of fatigue cracking.

**METHODS :** The PF method was used to determine various statistical parameters for the nonlinear model of fatigue cracking, such as the mean and standard deviation.

**RESULTS :** On comparing the values obtained using the PF method and the least square (LS) method, it was found that PF method was suitable for determining the statistical parameters to be used in the nonlinear model of fatigue cracking.

**CONCLUSIONS :** The values obtained using the PF method were as accurate as those obtained using the LS method. Furthermore, reliability design can be applied because the statistical parameters of mean and standard deviation can be obtained through the PF method.

#### Keywords

*fatigue, particle filter, least square, statistical parameters*

Corresponding Author : Sungho Mun, Associate Professor  
The Road Pavement Research Division, No.43, Seoul National  
University of Science and Technology, 232, Gongneung-ro, Nowon-gu,  
Seoul-si, 01811, Korea  
Tel : +82.2.970.9014  
E-mail : smun@seoultech.ac.kr

International Journal of Highway Engineering

<http://www.ksre.or.kr/>

ISSN 1738-7159 (print)

ISSN 2287-3678 (Online)

Received Jul. 06, 2016 Revised Jul. 21, 2016 Accepted Jul. 22, 2016

#### 1. 서론

아스팔트포장의 모델에서 중요한 피로균열 및 소성변형 모델을 다양한 현장조사를 통해 얻을 수 있으나 수집되는 현장의 데이터를 보게 되면 연속성이 있는 함수로 회귀분석하기에는 많은 산발적인 데이터를 얻게 된다. 따라서 이번 연구에서는 이를 효과적으로 모델링하기 위해서 파티클 필터(Particle Filter)기법을 이용하여 공용성 모델링에 응용하는 사례를 통해 살펴보고자 한다. 게다가 포장유지관리시스템(Pavement Management System)에서 사용되는 피로균열 비율과 관련된 데이터

를 이용하여 매끄러운 연속성 함수를 이용하여 모델링하는 것을 적용하고자 한다.

도로의 구조물인 아스팔트포장의 손상 중 빈번하게 발생하는 파손으로는 크게 소성변형과 균열 등이 있다. 소성변형은 아스팔트의 손상에 있어 중요한 파손이며, 이러한 파손으로 차량의 안전과 관련된 주행성을 확보하기 위해서는 저감이 요구되며, 또한 아스팔트 종류 및 구조적 설계에 따른 모델을 개발함이 중요하다고 말할 수 있다. 게다가 균열의 경우는 초기에는 종방향 혹은 횡방향으로 균열이 발생되고 심해지는 경우는 거북등 균열로 발전되

며 궁극적으로 포트홀로 드러나게 된다. 따라서 균열에 대해서도 신뢰도가 높은 모델을 확보하는 것이 중요하다. 마지막으로 IRI(International Roughness Index)의 경우는 차량의 주행성을 확보하는 것에 있어 중요한 요소임에 따라 공용성에 사용될 모델이 필요함을 알 수 있다.

이들 모두를 하나로 만드는 지수로 평가지수가 사용되는데 이는 공용년수에 따른 손상정도인 표면균열, 소성변형, IRI의 회귀방정식으로 표현되며 이를 결정하기에는 기본적으로 수집된 데이터가 많이 분산되어 있음을 알 수 있다. 궁극적으로 평가지수를 바탕으로 다양한 조건인 도로 및 포장형식별로 만족시키는 공용성모형을 개발해야 된다. 개발된 지수는 생애주기비용해석(LCCA, Life Cycle Cost Analysis)에 응용될 수 있으며, 좀 더 궁극적으로는 평가지수 및 공용성 모델에 근거하여 유지보수에 따른 최적의 공법을 선정하는 도구로써 활용되며 이번 연구를 통해서 파티클 필터기법을 통해 평가지수와 관련된 비선형 피로균열에 대해 연속방정식의 모델을 개발하고자 한다. 소성변형 및 IRI의 경우 Table 1에서 보는 바와 같이 서울시의 유지관리시스템에서는 선형모형을 사용함을 알 수 있다. 따라서 비선형 모델인 피로균열에 대해서 파티클 필터기법을 적용하고자 한다. 평가지수 개발을 통해서는 공용성 모형을 구축할 수 있으며, LCCA 평가 및 합리적인 예산집행에 대해 적용할 수 있다.

평가지수는 도로포장의 표면균열, 소성변형, IRI의 중요한 지수로써, 표면균열은 표면에 발생하는 균열의 면적당 비율을 퍼센트로 표현하여 그 심각정도를 지수로 표시하며, 소성변형은 영구적으로 포장표면이 처짐이 발생하는 현상으로, 주로 중차량 교통량이 느리게 지나가는 구간에 발생되는데, 예를 들어 사거리 좌회전 차선과 더불어 버스정류장에 빈번히 발생됨을 알 수 있다. 또한, 여름철 포장 재료의 문제로 인해 발생되기도 한다. 마지막으로 IRI는 평탄성을 나타내는 지수로써 운전자가 직접적으로 느끼는 주행 쾌적성을 나타낸다. 이들 평가지수를 개발하기 위해서는 기존에 서울시에서 조사한 데이터를 근거해서 식을 개발하고자 한다.

## 2. 공용성 모형 (Performance Model)

포장의 공용성 모형의 개발은 평가지수를 근거로 공용에 따라 감쇠되는 함수를 Table 1과 같이 균열율, 소성변형의 깊이, IRI 지수값에 따른 포장성능 및 기능성이 저감되는 모델을 개발한 것이다. 지자체, 국도 그리

고 고속도로 특성인 교통량, 교통차량 형태(예: 도로특성별 주된 차량 종류), 도로종류, 포장종류에 따라 공용성 모형을 개발해야 된다. Table 1의 경우 각각의 평가지수들이 입력되어 개별적인 포장의 상태를 나타내며, 서울시에서 제안하는 모델에서는 최상의 상태는 각각 10의 값을 가지며 포장의 손상정도가 심할수록 그 값은 줄어드는 공용성 모델이다. 이를 종합적으로 표현할 수 있는 식은 지자체 특성 및 유지보수를 결정하는 시기를 적절하게 결정하는 의사결정이 필요하다. 또한 지속적인 조사를 통해 Table 1과 같이 개선된 식을 위해 지속적인 조사를 통해 좀 더 현실에 맞는 평가지수를 개발할 수 있다.

본 연구에서는 비선형 모델인 피로균열 비율에 대한 파라미터를 구하는 방법에 있어 최소자승법(Least Square Method)의 전통적인 방법이 아닌 파티클 필터기법을 통해 구하고자 한다.

Table 1. Examples of Performance Model Equations in Seoul

Deterioration	Equations	Maintenance criteria	Equations	Maintenance criteria	
Cracking rate	$10 - (2.23 * Cr^{0.3})$	7%	$10 - (1.667 * Cr^{0.38})$	10%	
Rutting	$10 - (0.2 * RD)$	20mm	$10 - (0.267 * RD)$	15mm	
IRI	$10 - (0.667 * IRI)$	6m/km	High way	$10 - (0.8 * IRI)$	5m/km
			Main road	$10 - (0.727 * IRI)$	5.5m/km
			Minor road	$10 - (0.667 * IRI)$	6m/km

## 3. LCC 평가 및 합리적인 예산집행

LCC(Life Cycle Cost)는 포장의 생애주기에 대한 비용을 분석하여 유지보수가 필요한 구간에 대해 적절한 포장의 공법을 제시하는 도구이다. 특히 LCC 분석에 있어 Table 1에서 보는 바와 같이 도로기능별 서울시 포장평가지수의 최소요건을 만족하지 못하는 구간을 조사하고 이를 개선할 수 있는 최적의 공법을 LCC 분석에 근거해서 유지보수공법을 선정하는 것이다. 또한 예산집행에 있어 주어진 예산을 가지고 많은 구간을 보수하는 것도 중요하다. 즉, 다양한 유지보수 공법을 포장 파손 형태에 따라 선정할 수 있는 기법을 마련하고, 최종적으로 LCC 평가 및 보수구간의 우선순위를 결정하는데 평가지수 모델이 사용된다.

서울시 포장평가지수(SPI, Seoul Pavement Index)는 “0~10점” 체계로 표현되며, 10점은 이상적인 포장 상태, 0점은 포장파괴의 의미를 나타낸다. SPI는 포장의 균열율(%), 소성변형(mm), 종단평탄성(m/km)의 파손량을 종합하여 지수로 나타낸다. 특히 서울시는 “SPI=6.0” 이하 구간을 보수대상 기준으로 설정하였으며, “SPI=6.0”에 해당하는 단일 파손량의 값은 Table 2와 같다.

Table 2. SPI Index Related to Performance

SPI index	Cracking (%)	Rutting (mm)	IRI (m/km)	Criteria
6.0	7.0	20.0	6.0	Maintenance criteria

포장상태 분포에 따라 보수대상 기준을 결정하여 우선순위를 결정할 수 있다. 따라서 해마다 유지보수에 투자할 수 있는 예산에 대해 평가지수 및 LCC에 근거하여 유지보수를 할 수 있다. 이와 관련하여 특히 비선형 모델인 피로균열에 대해서 통계적인 접근방법인 파티클 필터 기법을 통해 연속성이 있는 방정식을 개발하고자 한다.

#### 4. 파티클 필터 기법

파티클 필터 기법(Particle Filter Method)은 베이저안 기법에 근거하여 모델의 파라미터를 찾아가는 방법으로 다음의 확률밀도함수를 추정하고 업데이트하는 과정을 가지고 있다(Cho and Mun, 2016; Mun, 2016; Shin et al., 2012).

$$p(\theta|z) \propto L(z|\theta)p(\theta) \quad (1)$$

여기서,  $\theta$ 는 미지수에 대한 계수의 벡터이며,  $z$ 는 얻어지는 실측 데이터의 벡터이고,  $L(z|\theta)$ 는 Likelihood Function인 우도함수 혹은 주어진 미지수의 추정 벡터  $\theta$  조건하에 실측되는 관찰된 데이터  $z$ 를 의미하는 확률밀도함수이며,  $p(\theta)$ 는 사전밀도함수, 그리고  $p(\theta|z)$ 는 사후밀도함수이다.

파티클 필터 기법은 위의 베이저안 기법에 근거하여 상태전이함수(State Transition Function),  $f(\cdot)$ ,와 더불어 측정함수(Measurement Function),  $h(\cdot)$ ,를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$x_k = f(x_{k-1}, \theta_k, v_k) \quad (2)$$

$$z_k = h(x_k, w_k) \quad (3)$$

여기서,  $k$ 는 시간단계표시이며,  $x_k$ 는 피로균열의 퍼센트,  $\theta_k$ 는 모델계수의 벡터(여기서,  $a_k$  그리고  $b_k$ ),  $z_k$ 는 측정데이터이다. 그리고  $v_k$  및  $w_k$ 는 각각 진행 및 측정에 따른 노이즈를 의미한다. 위에서 제시한 피로균열의 퍼센트는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$x_k = a_k t_k^{b_k} \quad (4)$$

여기서,  $t_k = t_{k-1} + \Delta t$ 이다. 특히 우도함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L(z_k | x_k^i, b_k^i, \sigma_k^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^i}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z_k - x_k^i(b_k^i)}{\sigma_k^i}\right)^2\right], i=1, \dots, n \quad (5)$$

따라서, 이를 통해 파티클 필터의 절차에 따라 결과적으로 파라미터값의 확률밀도함수와 예측값의 확률밀도함수를 구할 수 있다.

#### 5. 피로균열 파라미터 추정

피로균열의 파라미터인 a와 b는 다음의 식에서 정의될 수 있으며 파티클 필터기법을 통해 매번 업데이트가 될 수 있다.

$$\text{Fatigue Cracking Percentage} = a \text{Month}^b \quad (6)$$

Eq. (6)에서 Month는 개월에 따른 피로균열의 비율이 증가되는 모델로써 비선형의 형태이다. 개월 수에 따른 모델의 파라미터가 업데이트되는 형태는 Fig. 1에서 Fig. 4까지는 a의 파라미터가 특정한 상수로 수렴되는 것을 알 수 있다.

Fig. 5에서 Fig. 8까지는 b의 파라미터가 특정한 상수로 수렴되며 이는 최종적으로 Eq. (6)의 모델에서 사용할 수 있다. 따라서, 파티클 필터기법을 통해 모델의 파라미터가 수렴됨에 따라 Eq. (6)의 비선형모델에 대한 파라미터를 최종적으로 얻을 수 있다.

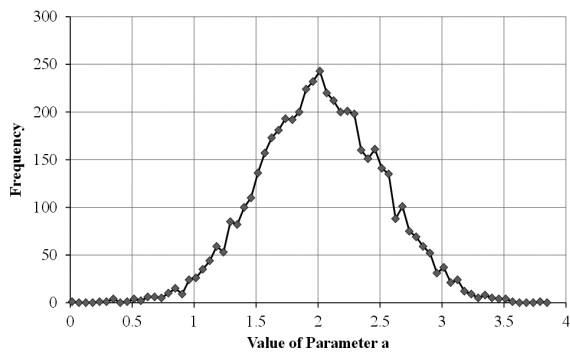


Fig. 1 Distribution of Parameter a at 1<sup>st</sup> Particle Filter Process

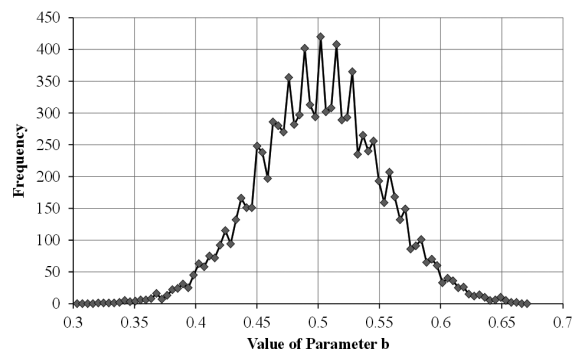


Fig. 5 Distribution of Parameter b at 1<sup>st</sup> Particle Filter Process

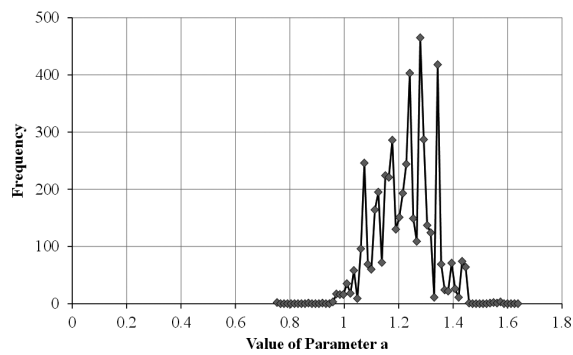


Fig. 2 Distribution of Parameter a at 2<sup>nd</sup> Particle Filter Process

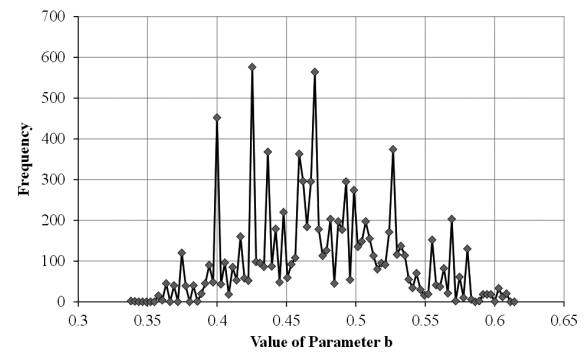


Fig. 6 Distribution of Parameter b at 2<sup>nd</sup> Particle Filter Process

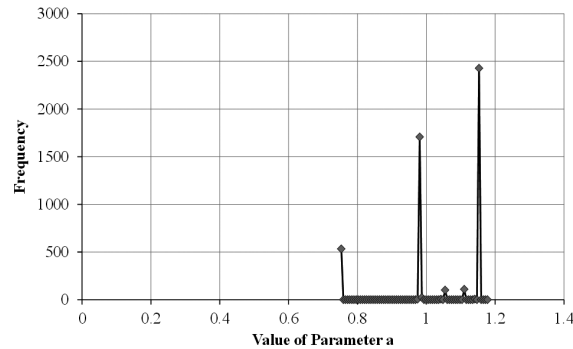


Fig. 3 Distribution of Parameter a at 3<sup>rd</sup> Particle Filter Process

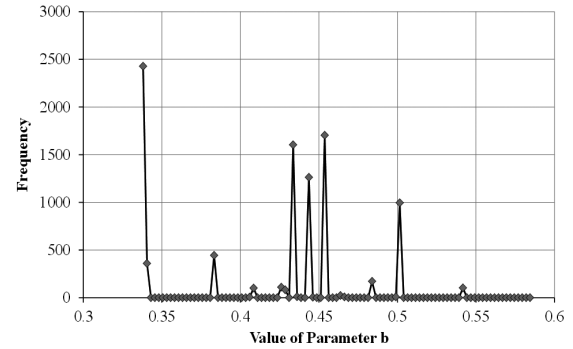


Fig. 7 Distribution of Parameter b at 3<sup>rd</sup> Particle Filter Process

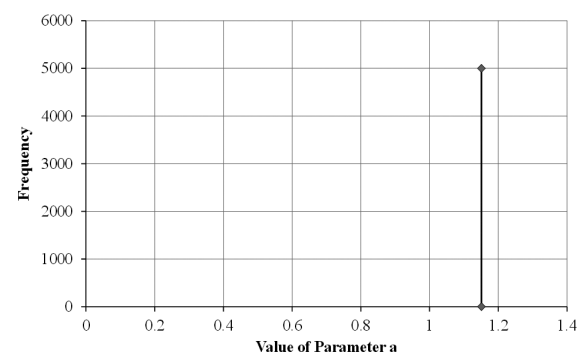


Fig. 4 Distribution of Parameter a at Final Particle Filter Process

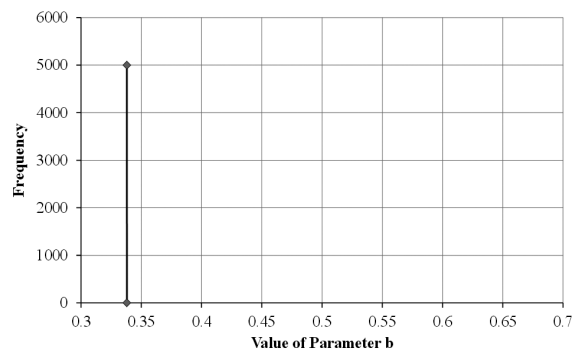


Fig. 8 Distribution of Parameter b at Final Particle Filter Process

파티클 필터기법의 장점은 Fig. 9에서 보는 바와 같이 초기의 데이터에 해당되는 20달 이하에서는 평균값과 더불어 표준편차가 구해짐에 따라 90%의 신뢰구간을 추정할 수 있으나 파티클 필터기법에 의해 모델이 새로운 데이터로 업데이트되는 과정에서 파라미터의 값들이 수렴함에 따라서 표준편차가 영으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 즉, Fig. 10과 Fig. 11에서 보는 바와 같이 5,000개의 파티클이 초기에는 정규분포로 구성되다가 점점 수렴함에 따라서 특정한 상수의 값으로 수렴되는 것을 알 수 있는 점을 볼 때, a와 b의 파라미터들의 평균이 수렴하고 표준편차가 영으로 접근하는 것을 알 수 있다.

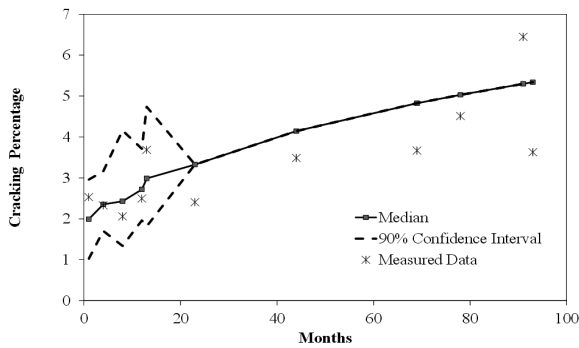


Fig. 9 Median Values and 90% Confidence Interval in Terms of Cracking Percentage

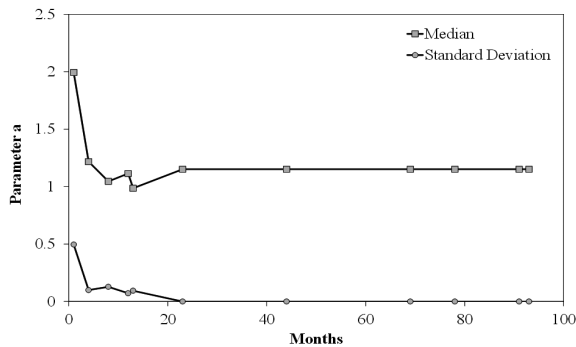


Fig. 10 Median and Standard Deviation Value of Parameter a

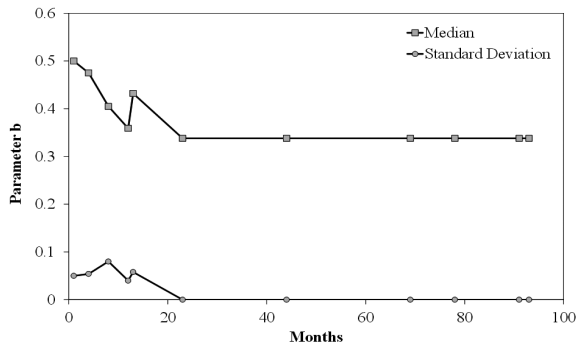


Fig. 11 Median and Standard Deviation Value of Parameter b

파티클 필터기법이 일반적으로 알고 있는 최소자승법 (Least Square Method)과 비교하기 위해 아래의 RMSE(Root Mean Square Error)를 구하였다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (MeasuredData_k - PredictedData_k)^2}{n}} \quad (7)$$

그 결과 파티클 필터기법과 최소자승법 모두 0.9를 보여줌에 따라 두 방법에 대해서는 크게 차이를 보이지 않으나, 파티클 필터기법의 경우 신뢰성의 개념에서는 초기의 평균 표준편차를 이용하여 전체적인 신뢰구간으로 설정하여 신뢰성에 근거한 모델에 활용할 수 있다는 장점이 있음을 알 수 있다(Fig. 12 참조).

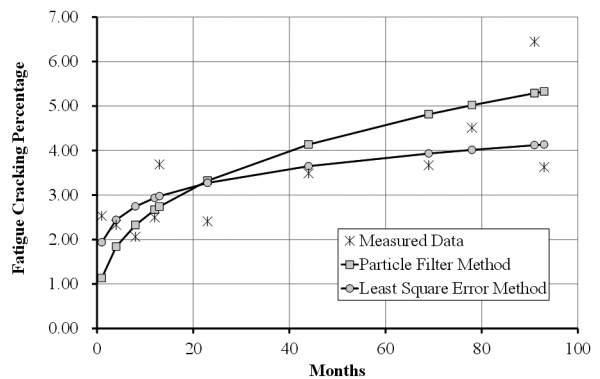


Fig. 12 Comparison between Particle Filter and Least Square Error Method

## 6. 결론

아스팔트 포장의 유지관리를 위해서는 모델이 필요한데 구성요소로서 IRI, 소성변형, 피로균열 비율이 사용된다. 여기서, IRI 그리고 소성변형의 모델은 선형모델로 구성되어 본 연구에서는 비선형모델로 구성되는 피로균열비율을 추정하는 식의 파라미터를 파티클 필터기법의 통계적인 접근으로 추정하는 과정을 살펴보았다. 일반적으로 사용되는 최소자승법의 경우 추세선을 구할 수 있으나 신뢰성에 근거한 모델을 구축하기 위해서는 통계적인 파라미터인 표준편차를 추정해야 되나 이를 구할 수 없는 단점이 있는 반면 파티클 필터기법의 경우 RMSE 비교를 통해 알 수 있는 것처럼 최소자승법과 유사한 에러를 확보하고 더불어 초기의 표준편차를 추정할 수 있음에 따라 파라미터의 평균적인 표준편차를 추정함으로써 신뢰도에 근거한 모델에 활용할 수 있는 장

점이 있음을 알 수 있었다.

#### 감사의 글

이 연구는 서울과학기술대학교 교내연구비의 지원으로 수행되었습니다(2015-0782).

#### REFERENCES

Cho, H-T, and Mun, S. (2016) "Adaptive noise parameter determination based on a particle filter algorithm". Vol. 2016,

Article ID 3570509, 7 pages.

Shin, D. H., Leem, S. H., An, D., and Choi, J-H. (2012) "Experimental validation of crack growth prognosis under variable amplitude loads". Proceeding paper of the Korean Society of Mechanical Engineering, pp. 2021-2027.

Mun, S. (2016) "Pavement performance model development using Bayesian algorithm". International Journal of Highway Engineering, Vol. 18, No. 1, pp. 91-97.