韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/jksmec.2016.19.3.193
2016. 7. 제 19권, 제 3호, 193-210

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
July. 2016, Vol. 19, No. 3, 193-210

# 소수 나눗셈에서 몫과 나머지에 관한 소고

정 상 태 (사천동성초등학교)

연구자는 중상위권 이상의 학생들에게서, 문장제로 주어진 10÷2.4의 문제에서 몫을 4, 나머지를 4로 기록한 사례를 목격할 수 있었다. 이러한 흥미로운 반응으로부터 연구자는 소수 나눗셈에서 몫과 나머지를 학생들이 어떻게 인식하는지 자세히 살펴보고, 분석한 문제점에 따른 지도 방안을 구안하였다. 연구결과 많은 학생들이 소수 나눗셈에서 나머지의 소수점 처리에서 오류를 범하는 것을 확인할 수 있었으며, 그것이 세로 나눗셈 알고리즘의 몫과 나머지 처리에서 발생하는 어려움 때문임을 알 수 있었다. 개선 방안으로, 가분수와 대분수의 특징을 살려 분수형태로 표현된 나눗셈의 결과에서 몫과 나머지를 인식하는 방식의 교수방법을 제안하였다. 이는 세로 나눗셈 방식이 갖는 것과의 비교를 통해, 각각의 방식이 갖는 장단점을 이용함과 동시에 소수 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 새로운 관점을 제시한다는 데 의의가 있다.

## I. 서론

교사가 학생에게 어떠한 내용을 지도하기 위해 준비한다면, 일반적으로 몇 가지 질문을 스스로에게 던지고 그것의 답을 찾는 방식을 취하게 된다. 그 질문들은 무엇을 가르쳐야 하는지, 학생들이 이미 알고 있는 것이 무엇인지, 어떠한 설명을 해 주어야 학생의 수준에 맞는지 등일 것이며 이러한 질문에 대한 답을 준비하였다고 하더라도 더 좋은 방법이 없는지를 생각하고 개선하게 된다. 그런데 학생을 지도하기 위하여 제기하는 이러한 질문들은 NCTM(2000)에서 제시하는 교수·학습 지도에서의 고려 점과도 많은 부분 관련된다. 그들은 효과적인 수학 수업이 '학생들이 알고 있는 것과 학습해야 할 필요가 있는 것이 무엇인지를 파악한 후 학생들이 그것을 잘 학습하도록 격려하고 지원하는 것'임을 제시한 바 있다.

그런데 학생들이 알고 있는 것부터 출발해야 한다는 것은 수학의 특징 중 계통성과 긴밀히 연결된다. 계통성은 어떤 기초적인 내용을 기반으로 하여 그 기반 위에 다른 내용을 더 첨가함으로써 발전되고 통합된 새로운 내용을 일관성 있게 이어나가는 것을 말하며(강문봉 외, 2013), 특히 어떠한 개념이 교수학적 변환 과정을 거쳐 제시된다 하더라도 그 변환된 내용이 초등학교 교육과정에서 뿐만 아니라 중등학교 교육과정과도 논리적이고 일관되게 적용되어야 함을 노은환 외(2015)는 주장한 바 있다.

그러나 계통성을 유지하여 학습 내용이 제시되더라도, 새롭게 학습하는 것은 필연적으로 기존의 것과는 다른 여러 가지 면이 존재하게 된다. 한 예로 소수는 분수를 표현하는 또 다른 방법이지만(Walle, 2004) 소수 연산과 분수 연산은 구분되며, 소수 연산과 자연수 연산도 역시 구분된다. 특히 수학에서는 어떠한 수와 연산이 존재한다면, 그것의 고유한 특징을 갖는 것이 일반적이다. 한 예로 곱셈 연산은 자연수의 동수누가에서 출발했지만, 동수누가는 자연수 덧셈 상황에서도 매우 특별한 경우에 해당된다. 2×3은 2+2+2에서 비롯되었지만, 실제로는 같은 수가 여러 차례 더해지는 경우보다 2+5+7과 같이 그렇지 않은 경우가 더 많이 존재하게 된다. 또한 곱셈은 '～의 ～배'의 의미와, 사각형의 넓이, 조합 등 덧셈이 갖지 못한 고유한 의미를 지니게 되었고 분수나 소수 등 확장된 수의 범위에서도 자연스럽게 다루어지게 되었다.

연구자는 비교적 난이도가 높은 문제를 정확히 해결하는 학생들도 간단해 보이는 문항을 틀리는 경우를 확인하게 되었는데, 왜 그런지를 확인하기 위하여 학생들의 기록지를 유심히 확인하게 되었다. 출제된 문항은 소수의 나눗셈과 관련된 것으로, '종수는 10달러를 들고 빵 가게에 갔다. 빵 한 개의 가격이 2.4달러라면, 종수는 몇 개까지 살 수 있고 그때 거스름돈 얼마

* 접수일(2016년 5월 28일), 심사(수정)일(1차: 2016년 7월 3일, 2차: 2016년 7월 26일), 게재확정일(2016년 7월 27일)
* ZDM분류 : D73
* MSC2000분류 : 97D40
* 주제어 : 소수 나눗셈, 몫, 나머지

를 받아야 하는지 구하시오'였다. 연구자는 확인한 몇몇 학생의 평가지에서 몫을 '빵 4개'로 구해놓고 거스름돈을 '4달러'로 기록한 오류에 주목하게 되었다.

어떠한 양이 있을 때 그것을 공정하게 나누는 것은 인류가 오랫동안 고민해 온 일임과 동시에, 제시된 문항처럼 일상에서 쉽게 접할 수 있는 상황이라는 것은 크게 부정할 여지가 없다고 판단된다. 그런데도 학생들이 보인 반응과 같이, 몫은 정확하게 구했는데도 불구하고 거스름돈을 구하는 과정에서는 왜 이러한 일이 일어나는 것인가? 어떠한 특별한 이유가 있는 것인가? 본 연구는 이러한 의문에서부터 출발하게 되었다.

따라서 본 연구에서는 소수 나눗셈에서 학생이 보이는 반응과 교육과정의 내용이 어떠한지를 살펴, 소수 나눗셈의 나머지와 몫 지도에서 교수학적 시사점을 제공하는 것을 목적으로 한다. 이를 위하여 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

연구문제 1 : 소수 나눗셈 문제 해결에서 나머지와 몫에 관해 학생들이 보이는 반응을 분석한다.

연구문제 2 : 연구문제 1의 결과를 바탕으로 바람직한 지도방안을 모색한다.

## Ⅱ. 이론적 배경

### 1. 몫과 나머지의 의미

위키백과(2015)[2)]에서는 몫이 나눗셈의 결과를 말하고, 나머지는 두 정수의 나눗셈 이후 온전한 정수 몫으로 표현할 수 없이 남은 양을 가리킨다고 설명하며 13÷5의 몫이 2이고 나머지가 3임을 예로 제시하고 있다. 국어사전(국립국어원, 2015)은 몫을 '여럿으로 나누어 가지는 각 부분', '나눗셈에서 피제수를 제수로 나누어 얻는 수'로 정의하며, 수학에서는 후자의 의미를 주로 사용한다. 나머지는 '어떤 한도에 차고 남은 부분', '어떤 일을 하다가 마치지 못한 부분'이라는 의미와 함께 '나누어 똑 떨어지지 아니하고 남는 수'라는 수학적 의미도 포함하고 있다(국립국어원, 2015). 이렇듯 국어사전적 정의에서 몫과 나머지는 일상적인 상황과 수학적인 상황 모두에 해당되는 설명을 포함하는데, 박교식(2011)은 몫과 나머지라는 용어가 일상어에서 출발하여 수학적 의미가 확립되었다고 말한바 있다. 이는 몫, 나머지 두 가지 용어를 조명할 때 일상어의 관점과 수학이라는 학문적인 관점 모두를 고려해야 함을 말해 준다.

김응태·박승안(2016)은 두 정수 $a$, $b(b\neq0)$에 대하여 $a=bq+r$, $0\le r<|b|$인 두 정수 $q$, $r$이 존재하고 이와 같은 정수 $q$, $r$은 유일하게 결정되며, 이 때의 $q$, $r$을 각각 $a$를 $b$로 나누었을 때의 몫과 나머지라고 제시하고 있다. 그런데 제수와 피제수가 정수인 경우에는 위의 나눗셈 정리에 의하여 몫과 나머지가 유일하게 결정되지만 소수인 경우에는 그렇지 않을 수도 있다. 다음의 예를 살펴보자.

$$7.51=2.8\times2+1.91$$
$$7.51=2.8\times2.6+0.23$$
$$7.51=2.8\times2.68+0.006$$
$$\cdots$$

김창수·전영배·노은환(2011)은 7.51을 2.8로 나누는 위의 상황에서 1.91, 0.23, 0.006, … 모두가 정수에서의 나머지를 결정하는 조건을 만족하고 있지만 유일하지 않기 때문에 나머지가 아니라 '남은 양'일 뿐이며, 유한소수에서 '남은 양' 중 어떤 조건이 나머지를 결정하게 되는지를 살펴볼 필요가 있다고 말한 바 있다.

이렇듯 몫과 나머지는 학자들마다 정의하는 데 있어 약간씩의 차이를 보이고 있는데 특히 정수, 소수와 같이 수의 범위가 달라지는 경우 좀 더 면밀하게 살펴볼 필요가 있다고 판단된다. 특히 김창수·전영배·노은환(2011)의 의견을 고려하면, 소수의 나눗셈을 단순히 정수 나눗셈의 확장 정도로 접근하는 것은 소수 나눗셈의 특성을 충분히 고려하지 않은 접근방법일 가능성도 있다.

### 2. 초등학교 수학 교과서[3)]에서 다루는 몫과 나머지

가. 몫과 나머지의 개념 제시

초등학교 수학 교과서에서 몫이라는 용어는 3학년

2) https://ko.wikipedia.org/wiki/%EB%AA%AB, https://ko.wikipedia.org/wiki/%EB%82%98%EB%A8%B8%EC%A7%80

3) 2009개정교육과정에 따른 교과서를 말하며 이 연구 전반에 걸쳐 다루는 교과서 및 지도서, 교육과정 관련 내용들은 특별한 언급이 없는 한 2009개정교육과정을 말한다.

1학기(교육부, 2014a)에, 나머지라는 용어는 3학년 2학기(교육부, 2014b)에 처음으로 제시된다. 두 용어가 시간차를 두고 제시되는 이유는, 3학년 1학기에 학습하는 내용은 나누어떨어지는 나눗셈 상황만을 다루고 있고 3학년 2학기에 나누어떨어지지 않는 나눗셈 상황도 다루기 때문이다. 사실 초등학교에서는 처음부터 모든 수학적 대상에 대한 엄밀한 정의를 도입할 필요가 없다는 의견이 있는데(강문봉 외, 2013), 몫과 나머지도 이러한 관점에 따라 예시적으로 제시된다. 3학년 1학기 교과서(교육부, 2014a)에서는 '8을 2로 나누면 4가 됩니다. 이것을 식으로 $8\div2=4$라 쓰고 8 나누기 2는 4와 같습니다 라고 읽습니다. $8\div2=4$와 같은 식을 나눗셈식이라 하고 4는 8을 2로 나눈 몫이라고 합니다.'의 내용을 통해 나눗셈에서의 몫을 설명하고 있다.

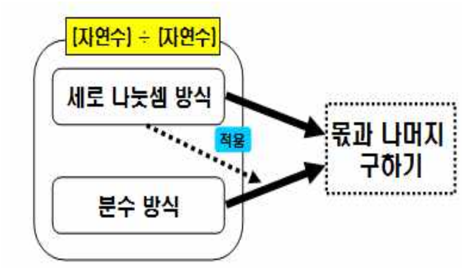
또한 3학년 2학기에는 '19를 5로 나누면 몫은 3이고, 4가 남습니다. 이때 4를 $19\div5$의 나머지라고 합니다.'의 내용을 통해 나머지를 예시적으로 제시한다. 3학년 1학기에 제시된 $8\div2=4$의 내용 제시와 비교하여 살펴보면, $19\div5=3\cdots4$의 수식을 제시하고 우측에 $19\div5=3\cdots4$의 세로 나눗셈을 같이 제시하는 것이 특징적인 부분이라고 볼 수 있다.

그런데 3학년 2학기에 몫과 나머지가 제시된 이후 6학년 2학기 교과서까지 내용 중에서는 더 이상 몫과 나머지에 관한 설명이 제시되지 않는다. 즉, 초등학교 수학 교과서에서 몫과 나머지는 자연수 나눗셈 상황에 한정하여 제시된다는 것을 알 수 있다.

### 나. 자연수 나눗셈에서 몫과 나머지 구하기

초등학교에서는 자연수 나눗셈을 3학년 1학기, 3학년 2학기, 4학년 1학기의 3학기에 걸쳐 다루며 세로 나눗셈 방법을 이용한 몫 구하기는 3학년 1학기에 최초로 제시된다. 그런데 자연수 나눗셈에서 세로 나눗셈 방법은, 이어지는 3학년 2학기와 4학년 1학기에도 지속적으로 활용된다. 한 예로 총 11차시로 구성된 3학년 2학기 '2. 나눗셈' 단원의 경우, 7차시에 걸쳐 세로 나눗셈 방법을 활용한 문제가 교과서(교육부, 2014b)에 명시적으로 제시된다. 이는 나머지 4차시의 내용이 단원 도입의 스토리텔링, 검산하는 방법 익히기, 문제해결, 놀이마당임을 고려할 때 세로 나눗셈 방식이 교과서에서 매우 큰 비중을 차지한다는 것을 알 수 있다. 또한 4학년 1학기의 '2. 곱셈과 나눗셈' 단원(교육부, 2014c)도 역시 나눗셈을 주제로 다루는 모든 차시에서 세로 나눗셈 방법이 명시적으로 제시된다.

3학년 2학기 교과서에서는(교육부, 2014b) $7\div2$를 세로 나눗셈 형태로 고쳐서 몫과 나머지를 각각 3과 1로 구하고 있다. 이것을 기호로 $7\div2=3\cdots1$로 나타낸다. 또한 5학년 2학기 교과서에서는(교육부, 2015b) (자연수)÷(자연수)를 $\frac{b}{a}$로 표현하는 것을 학습하게 된다. 즉, 5학년 2학기에 학습하는 내용을 바탕으로 살펴보면, $7\div2=\frac{7}{2}$으로 고치고 $\frac{7}{2}$을 세로 나눗셈 형식을 통해 몫 3과 나머지 1을 구한다. 이것을 기호로 $7\div2=\frac{7}{2}=3\cdots1$로 나타내도록 유도하기도 한다. 이러한 내용을 시각적으로 나타내면 다음 [그림 1]과 같다.

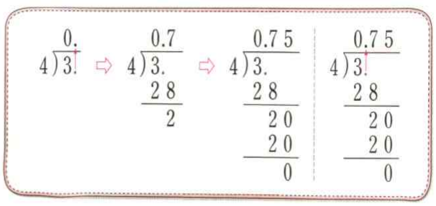



[그림 1] 자연수 나눗셈의 몫과 나머지에 관한 도식
[Fig. 1] A diagram about quotient and remainder in natural number division

### 다. 소수 나눗셈에서 몫과 나머지 구하기

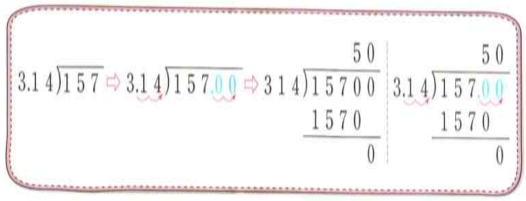
현 교육과정에서 소수 나눗셈은 5학년 2학기와 6학년 1학기에 걸쳐 다루고 있다. 두 학기의 내용을 비교하여, 살펴볼 때 가장 두드러지는 특징은 제수의 범위로 볼 수 있다. 5학년 2학기 수학 교과서(교육부, 2015b)와 익힘책(교육부, 2015c)에서는 (소수)÷(자연수)와 (자연수)÷(자연수)만 다루고 있는데, 6학년 1학기 수학 교과서(교육부, 2015d)와 익힘책(교육부, 2015e)에서는 (소수)÷(소수)와 (자연수)÷(소수)도 다루고 있다. 즉, 5학년 2학기에는 제수가 자연수인 경우만 다루고 있는 반면 6학년 1학기에는 제수의 범위가 소수까지 확장된다.

제수가 자연수인 경우만 다루고 있는 5학년 2학기에는, 나머지를 다루지 않고 몫을 구하는 내용만을 다룬다. 이 과정에서 제시되는 유형은 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 한 가지는 $8.2 \div 4$, $4 \div 3$의 문제와 같이 나누어떨어지는 유형이고, 다른 한 가지는 $4 \div 7$, $25 \div 12$와 같이 나누어떨어지지 않는 유형이다. 나누어떨어지지 않는 유형에서의 특징은 나머지를 구하지 않고 반올림, 올림, 버림하여 몫을 나타내는 방식을 취한다는 것이다. 한 예로 교과서에 제시된 $4 \div 7$의 경우 몫을 반올림하여 소수 첫째 자리, 둘째 자리까지 구하는 활동이 제시된다. 즉, 5학년 2학기에서는 나머지가 발생하는 경우에도 몫과 나머지로 구분하지 않고 몫의 관점으로만 내용을 제시하고 있음을 알 수 있으며 몫의 범위는 $8.2 \div 4 = 2.1$과 같이 소수의 범위도 포함한다. 그런데 5학년 2학기 교과서에서 제시되는 내용 중 주목할만한 점은 위를 향하는 화살표(↑)를 이용하여 몫의 소수점을 표시한다는 점이다. 이는 몫의 소수점 위치가 피제수의 소수점 위치와 같다는 점을 강조하기 위한 표현이라고 볼 수 있으며, 구체적인 내용은 다음의 [그림 2]와 같다.



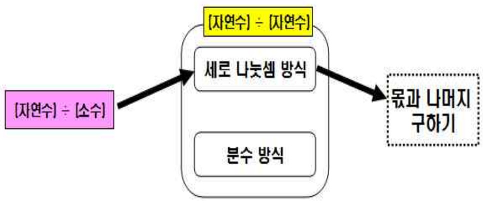
[그림 2] 세로 나눗셈에서 ↑를 이용한 몫의 소수점 위치 표시
[Fig. 2] Location indication in quotient and remainder with the mark ↑ in long division

한편, 제수의 범위가 소수까지 확장되는 6학년 1학기에는 몫과 나머지를 모두 구하는 경우도 포함하여 내용이 제시된다. 구체적으로 $11.5 \div 3 = 3 \cdots 2.5$와 같이 몫이 자연수이고 나머지가 소수인 유형의 문제와, $5.64 \div 2.8$과 같이 제수와 피제수 모두 소수를 범위로 하는 문제가 그 예가 된다. 이렇게 제수의 범위에 소수가 포함되는 경우, 제수가 자연수인 경우와는 조금 다른 방식의 내용이 제시된다. 제수가 자연수인 경우 위의 [그림 2]와 같이 피제수의 소수점이 어디인지가 몫의 소수점을 결정하게 되므로 소수점이 특별히 변화되는 경우는 존재하지 않는다. 그런데 (자연수)÷(소수)의 경우를 예를 들어 살펴보면 (자연수)÷(자연수) 알고리즘을 활용하기 위한 방안으로 다음 [그림 3]과 같이 제수와 피제수의 소수점을 옮기는 과정을 거치게 된다.



[그림 3] 제수와 피제수의 소수점 위치 이동
[Fig. 3] The location movement in decimal point of quotient and remainder

이는 (자연수)÷(소수)를 (자연수)÷(자연수)의 형태로 고쳐 계산하려는 의도로 볼 수 있으며 사실상 (자연수)÷(소수)에서 소수 나눗셈의 몫과 나머지에서 발생 가능한 문제점이 충분히 부각된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 점을 고려하여 (자연수)÷(소수)의 경우를 소수 나눗셈에서 발생하는 문제를 다루는 데 있어 대표 사례로 활용하였다. 즉, 현행 교육과정에서는 (자연수)÷(소수)의 문제를 (자연수)÷(자연수)의 세로 나눗셈의 문제로 전환하여 몫과 나머지를 구하는 방식을 이용하고 있으며, 이러한 현 실태를 시각화하여 나타내면 다음 [그림 4]와 같다.




[그림 4] (자연수)÷(소수) 나눗셈에 관한 현 실태
[Fig. 4] The actual teaching method of (natural number) ÷ (decimal)

## Ⅲ. 연구 방법

### 1. 검사 문항

검사문항은 소수의 몫과 나머지를 구하는 것을 초점으로 3개의 문항을 선정하였다. 먼저 (자연수)÷(자연수)의 몫과 나머지를 구하는 문항을 기반으로 (자연수)÷(소수) 문항을 제작하였으며, 마지막으로 학생들이 대분수로 표현된 결과의 해석에 대해서 어떻게 반응하는지를 확인하기 위한 검사문항을 제작하여 지도방안 모색의 근거로 삼고자 하였다. 검사문항은 총 3쪽으로 구성되어 있으며 1쪽에는 (자연수)÷(소수) 문제를, 2쪽에는 (자연수)÷(자연수) 문제를, 3쪽에는 나눗셈 결과가 분수로 표현된 등식에서 몫과 나머지를 구하는 문제를 제시하였다. 검사문항 1은 소수 나눗셈에서 몫과 나머지 구하기에 대한 반응을 살펴보는 것을 목적으로 하며, 특히 소수점 처리에 관한 특징 파악이 초점이 되었다. 검사문항 2는 자연수에서 몫과 나머지 구하기에 관한 반응을 살피는 것이 목적이었으며, 검사문항 3은 나눗셈의 결과가 대분수로 표현된 경우 몫과 나머지 구하기에 관한 반응을 살펴보기 위하여 제작하였다. 특히 문항 3에서 기록한 몫과 나머지의 이유에 대해 학생이 보인 반응은, 지도 방안 마련의 기초 자료로 삼기 위한 목적을 지닌다.

한 쪽당 한 문제를 제시한 이유는, 앞서 해결한 문제의 풀이가 다음 문제의 풀이에 영향을 미치는 그림자 효과가 있을 수 있기 때문에 이로 인한 문제 발생을 최소화하기 위해서였다. 3쪽에서 나눗셈 결과를 통해 몫과 나머지를 구하는 문제를 제시한 이유는, 몫과 나머지를 제시하는 한 방법인 $A \cdots B$ 가 아니라 분수로 결과를 제시한 경우 어떻게 반응하는지를 살펴보기 위해서였다.

소수의 나눗셈은 제수와 피제수, 그리고 결과를 고려할 때 (자연수)÷(소수), (소수)÷(자연수), (소수)÷(소수), (자연수)÷(자연수) 유형이 존재한다. 그런데 세로 나눗셈을 할 때 가장 먼저 하는 일이 제수를 자연수로 만드는 일이다. 이 때 피제수에서 옮겨지는 소수점은 제수의 영향을 받게 되므로 제수가 소수인 경우만으로도 소수점의 이동에 따라 발생할 수 있는 현상은 확인할 수 있을 것으로 판단되었다. 따라서 제시된 유형 중 제수와 피제수에 소수가 포함되는 경우는 (자연수)÷(소수)만을 선택하여 검사문항에 사용하였다. 이와 같은 의도로 제작된 구체적인 문항은 다음 [표 1]과 같다.

[표 1] 검사 문항
[Table 1] test problem

| |
|---|
| [문제 1] 다음 문제의 몫과 나머지를 구하세요.<br>(계산 과정을 모두 기록하세요.)<br>$58 \div 1.4$ |
| [문제 2] 다음 문제의 몫과 나머지를 구하세요.<br>(계산 과정을 모두 기록하세요.)<br>$38 \div 5$ |
| [문제 3] 어떤 수 A와 B가 있다.<br>$A \div B = 12\frac{2}{3}$ 일 때, $A \div B$ 의 몫과 나머지를 구하세요. 왜 그렇게 생각하는지도 기록하세요. |

연구자는 검사문항의 타당도를 높이기 위하여 수학교육세미나에서 논의하고, 수정하는 과정을 거쳤으며 반응을 정확하게 수집하기 위하여 학생들에게 몇 가지 사항을 안내한 후 검사문항을 투입하였다. 안내한 사항은 주어진 검사문항이 학생의 생각을 확인하기 위함이라는 것과, 기록한 내용을 확인할 수 있도록 어떠한 내용을 삭제하는 경우에 지우개를 사용하지 말고 ~~5+2=10~~과 같이 내용을 알아볼 수 있도록 줄을 긋는 방식을 이용해 달라는 것이었다.

## 2. 연구 대상

연구대상은 경상남도 S시에 위치한 T초등학교 6학년에 재학 중인 학생들이다. T초등학교 6학년은 총 5개 학급 121명으로 구성되어 있으며 본 연구에서는 임의의 3개 학급 학생을 대상으로 연구를 수행하였다. 연구 학반의 대상 전원은 2015학년도 2학기에 기초학력향상지원 프로그램[4]에 의한 진단평가를 실시하였으며, 이들 중 기초학력 미달로 판별된 학생 5명과 특수교육대상 학생 1명을 제외하여 연구대상자로 선정하였다. 기초학력 미달로 판별된 학생과 특수교육대상 학생의 경우, 학습 결손이 매우 크기 때문에 본 연구의 취지와 맞지 않는다는 판단에 따라 연구대상에 포함시키지 않았으며 이렇게 선정된 연구대상자는 총 75명이다. 연구대상자는 6학년 2학기의 마지막 단원도 거의 학습을 마친 상태로, 1개월 후면 6년간의 초등학교 수

4) 기초학력 정도를 확인하기 위한 목적으로 한국교육학술정보원에서 전 초등학교에 제공된 표준화 검사지이다.

학과 교육과정 이수가 예정된 시점이었다.

### 3. 자료 수집 및 분석 방법

자료는 담임교사의 협조를 얻어 자율 활동 시간을 이용하여 연구대상자에게 투입하였으며 학생 개인의 문제풀이 속력을 고려하여 개별적으로 문제풀이가 끝난 후 제출할 수 있도록 하였다. 따라서 1쪽에 제시된 문항을 해결한 후에는 그것을 제출한 후 2쪽의 문항을 해결하도록 안내하였으며, 2쪽의 문항을 해결한 후에 3쪽의 문항을 순차적으로 해결할 수 있도록 하였다. 이렇게 수집된 자료는 총 75명의 연구대상자가 각각 3문항씩 풀이한 기록지 225쪽 분량이다.

연구자는 자료 분석을 위하여 학생의 기록지를 각 문항별로 재분류하였으며, 이를 바탕으로 학생의 반응을 하나의 엑셀 시트에 기록하였다. 기록한 내용은 검사문항 1~3의 몫, 나머지와 검사문항 3에서 '왜 그렇게 생각하는지'에 대한 것이며 총 7가지의 항목으로 구성된다. 다음 [그림 5]는 이와 같은 관점으로 기록한 학생 반응 분석 기록지의 일부이다.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 6-1 | 이[redacted] | 4.1 | 0.6 | 7 | 3 | 7 | 3 | 이유 기록 안함 |
| 12 | 6-1 | 구[redacted] | 41.4285 | 기록안함 | 7.6 | 기록안함 | 12 | 0.32 | 이유 기록 안함 |
| 13 | 6-1 | 김[redacted] | 41.6 | 기록안함 | 7.6 | 기록안함 | a=38 | b=1/3 | 나누기할때는 뒤에 있는 수를 역수해주기 때문 |
| 14 | 6-1 | 김[redacted] | 41.421 | 기록안함 | 7.6 | 기록안함 | a=38/3 | b=1 | 이유 기록 안함 |
| 15 | 6-1 | 문[redacted] | 414 | 기록안함 | 6.8 | 기록안함 | 기록안함 | 기록안함 | 이유 기록 안함 |
| 16 | 6-1 | 백[redacted] | 41 | 0.6 | 7 | 3 | 7 | 3 | 38과 1/3을 분수로 나타내면 12와2/3이므로 38에다가 3을 나누면 몫은 7이고 나머지는 3이기 때문에 |
| 17 | 6-1 | 박[redacted] | 41 | 6 | 7 | 3 | 12 | 2/3 | 그냥 아무이유없이 이렇게 된 것 같다… |
| 18 | 6-1 | 백[redacted] | 2 | 24 | 3 | 7 | 3 | 38 | 이유 기록 안함 |
| 19 | 6-1 | 안[redacted] | 41과 3/7 | 기록안함 | 7과 3/5 | 기록안함 | 12 | 2 | 12와2/3이니깐 12는 몫, 2는 나머지 |

[그림 5] 학생 반응 분석 기록지의 일부
[Fig. 5] Some part of recording paper for material analysis

또한 연구자는 이를 바탕으로 분석틀을 구안하여 명료한 자료 분석을 돕고자 하였다. 그런데 소수 나눗셈 문제를 사용한 검사문항 1의 경우, 몫과 나머지가 한 가지로 정해지지 않을 가능성이 있다. 예를 들어 $58 \div 1.4$는 몫을 41, 나머지를 0.6으로 볼 수도 있지만 몫을 41.4, 나머지를 0.04로도 볼 수 있다. 따라서 몫과 나머지 두 가지를 동시에 살펴 정답 여부를 구분하였다. 검사문항 2의 경우 몫과 나머지가 유일하게 결정되므로, 몫과 나머지 각각에 대하여 정답 여부를 구분하여 살펴보았으며, 검사문항 3은 몫과 나머지 각각에 대한 정답 여부와 함께 핵심항목 추출을 통해 '그렇게 생각한 이유'를 분석하였다. 특히 검사문항 3에서 핵심항목을 추출하여 분석틀에 사용한 이유는, 질문의 특징을 고려할 때 모든 반응을 예측하여 사전에 작성하는 분석틀이 합리적이지 않다는 판단에서였다. 이와 같은 과정을 통해 제작된 분석틀은 다음 [표 2]와 같다.

[표 2] 검사문항에 대한 학생 반응 분석틀
[Table 2] An analysis framework on the response of the test problem

| 검사문항 | | 내 용 |
|---|---|---|
| 1 | $58 \div 1.4$ | 몫과 나머지를 고려한 정답 여부 및 오답 유형 분류 |
| 2 | $38 \div 5$ | 몫, 나머지 각각에 대한 정답 여부 및 오답 유형 분류 |
| 3 | $A \div B = 12\frac{2}{3}$ | 몫, 나머지 각각에 대한 정답 여부 및 오답 유형 분류 |
| | | 정답을 기록한 학생이 기록한 '그렇게 생각한 이유'에서 유사한 항목끼리 묶은 후, 그 특징을 나타낼 수 있는 내용으로 이름붙인 핵심항목 |

### 4. 연구절차

연구자는 연구의 필요성을 인식한 이후 구체적인 연구목적과 연구문제를 설정하였다. 그 후 연구문제를 해결하기 위한 연구방법을 구상하였으며, 학생의 반응을 살펴보기 위한 검사문항을 제작하였다. 다음으로 연구대상자를 선정하여 이들에게 검사 문항을 투입·회수하여 자료를 분석하였으며, 이러한 결과를 토대로 연구 결과를 도출하였다.

## Ⅳ. 연구결과 및 분석

### 1. 학생 반응 분석

가. $58 \div 1.4$에 대한 반응

첫 번째로 살펴볼 내용은 검사문항 1인 $58 \div 1.4$의 몫과 나머지 구하기에 대한 학생의 반응이다. 연구자는 $58 \div 1.4$의 반응을 토대로 정답과 오답 두 가지 관점으로 분류하였다. 그런데 $58 \div 1.4$의 반응을 살펴보면 몫과 나머지가 반드시 하나로 정해지는 것은 아니

다. 한 예로 몫 41, 나머지 0.6으로 볼 수도 있고 몫 41.4, 나머지 0.04로도 볼 수 있다. 따라서 연구자는 이러한 점을 고려하여 채점하였으며, 몫과 나머지를 구분하지 않고 계산 결과만 기록한 경우는 오답으로 분류하였다. 구체적으로 $58 \div 1.4 = 41.428507\cdots$와 같이 몫과 나머지로 구분하여 기록하라는 문제의 의도에 부합하지 않는 사례가 해당된다.

$58 \div 1.4$의 몫과 나머지 구하기에 대한 학생의 반응을 살펴본 결과, 75명 중 단 5명만이 정답을 기록하였으며, 오답자의 수는 70명이다. 이러한 반응에 대한 도수와 그 비율은 다음 [표 3]과 같다.

[표 3] $58 \div 1.4$의 정답률
[Table 3] The result of $58 \div 1.4$

| 비 고 | 인원수(명) | 비율(%) |
|---|---|---|
| 정 답 | 5 | 6.7 |
| 오 답 | 70 | 93.3 |
| 계 | 75 | 100 |

연구자는 오답으로 구분된 70개의 사례를 재분류하였으며, 학생들이 보인 반응 중 도수가 많은 순으로 배열하여 나타내면 다음 [표 4]와 같다.

[표 4] $58 \div 1.4$의 반응에 대한 세부내용
[Table 4] The detailed result of $58 \div 1.4$

| 순 | 구 분 | | 인원수(명) | 비율(%) |
|---|---|---|---|---|
| | 몫 | 나머지 | | |
| 1 | 41 | 6 | 36 | 51.4 |
| 2 | $41\frac{3}{7}$ | 기록 안함 | 3 | 4.28 |
| 3 | $\frac{290}{7}$ | 기록 안함 | 3 | 4.28 |
| 4 | 4 | 2 | 2 | 2.86 |
| 5 | 41.42 | 12 | 2 | 2.86 |
| 6 | 41.4285 | 기록 안함 | 2 | 2.86 |
| 7 | 41.5 | 기록 안함 | 2 | 2.86 |
| 8 | 기록 안함 | 기록 안함 | 2 | 2.86 |
| 9 | 0.3 | 6 | 1 | 1.43 |
| 10 | 2 | 24 | 1 | 1.43 |
| 11 | 4 | $\frac{3}{7}$ | 1 | 1.43 |
| 12 | 4.1 | 0.6 | 1 | 1.43 |
| 13 | 4.1 | 6 | 1 | 1.43 |
| 14 | 4.15 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 15 | 31 | 142 | 1 | 1.43 |
| 16 | 40 | 2 | 1 | 1.43 |
| 17 | 41.42 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 18 | 41.421 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 19 | 41.6 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 20 | 45 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 21 | 414 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 22 | 41.428507 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 23 | $41\frac{6}{14}$ | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 24 | $\frac{58}{1.4}$ | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 25 | 41 | 312… | 1 | 1.43 |
| 26 | 41 | 기록 안함 | 1 | 1.43 |
| 계 | | | 70 | 100 |

오답자의 반응 분석 결과 51.4%에 해당하는 36명이 몫 41, 나머지 6으로 기록하였음을 확인할 수 있었다.

나. $38 \div 5$에 대한 반응

다음으로 살펴본 반응은 검사문항 2인 $38 \div 5$에 관한 것이며 몫과 나머지는 각각 7과 3이 된다. 연구자는 학생의 반응을 분석틀에 의거하여 몫과 나머지의 정답 여부를 기준으로 분류하였다. 이 과정에서 몫과 나머지를 구분하여 기록하지 않고 계산 결과만을 기록한 경우는 검사문항의 의도에 맞지 않으므로 오답으로 분류하였으며, 이와 같은 방식으로 분석한 결과는 다음 [표 5]와 같다.

[표 5] $38 \div 5$의 몫과 나머지에 대한 정답률
[Table 5] The result of $38 \div 5$

| 비 고 | 인원수(명) | 비율(%) |
|---|---|---|
| 정 답 | 46 | 61.33 |
| 오 답 | 29 | 38.67 |
| 계 | 75 | 100 |

위 [표 5]에서 확인할 수 있듯이 46명에 해당하는 학생이 정답으로 분류되었으며 이들의 비율은 61.33%에 해당된다. 연구자는 오답으로 구분된 29개의 사례를 재분류하였으며, 학생들이 보인 반응 중 도수가 많은 순으로 배열하여 나타내면 다음 [표 6]과 같다.

[표 6] $38 \div 5$의 몫과 나머지에 대한 오답 분류
[Table 6] The result of classification in $38 \div 5$ quotient and remainder

| 순 | 구 분 | | 인원수 (명) | 비율 (%) |
|---|---|---|---|---|
| | 몫 | 나머지 | | |
| 1 | 7.6 | 기록 안함 | 19 | 65.52 |
| 2 | $7\frac{3}{5}$ | 기록 안함 | 4 | 13.79 |
| 3 | $\frac{38}{5}$ | 기록 안함 | 2 | 6.89 |
| 4 | 6.8 | 기록 안함 | 1 | 3.45 |
| 5 | 3 | 7 | 1 | 3.45 |
| 6 | 7.8 | 기록 안함 | 1 | 3.45 |
| 7 | 7 | 기록 안함 | 1 | 3.45 |
| 계 | | | 29 | 100 |

오답으로 분류된 29명의 학생들 중 몫을 7.6으로 기록하고 나머지를 기록하지 않은 사례가 가장 높은 비율을 차지하였으며, 65.52%에 해당되었다. 또한 몫을 $7\frac{3}{5}$, $\frac{38}{5}$로 기록한 학생이 각각 4명, 2명이었으며 그 외 4건의 사례는 수치 계산에서도 오류를 범한 경우에 해당되었다.

다. $A \div B = 12\frac{2}{3}$에 대한 반응

검사문항 3은 $A \div B = 12\frac{2}{3}$의 식에서 $A \div B$의 몫과 나머지를 구하는 문제이며, 검사문항 1, 2와는 약간의 차이가 있는 문항이다. 이에 대한 반응을 정답과 오답으로 분류하여 살펴보면 다음의 [표 7]과 같다.

[표 7] $A \div B = 12\frac{2}{3}$의 몫과 나머지에 대한 정답률
[Table 7] The result of $A \div B = 12\frac{2}{3}$ quotient and remainder

| 비 고 | 인원수(명) | 비율(%) |
|---|---|---|
| 정 답 | 29 | 38.67 |
| 오 답 | 46 | 61.33 |
| 계 | 75 | 100 |

연구자는 오답으로 분류된 46건의 사례를 구체적으로 확인하기 위하여 이를 재분류하였으며 학생들이 보인 반응 중 도수가 많은 순으로 배열하여 나타내면 다음 [표 8]과 같다.

[표 8] $A \div B = 12\frac{2}{3}$의 몫과 나머지에 대한 오답 분류
[Table 8] The result of classification in $A \div B = 12\frac{2}{3}$ quotient and remainder

| 순 | 구 분 | | 인원수 (명) | 비율 (%) |
|---|---|---|---|---|
| | 몫 | 나머지 | | |
| 1 | 내용 확인 불가, 잘 모르겠다 등의 응답 | | 19 | 41.33 |
| 2 | 12 | $\frac{2}{3}$ | 11 | 23.93 |
| 3 | 38 | 3 | 2 | 4.36 |
| 4 | 12.6 | 2 | 1 | 2.17 |
| 5 | 7 | 3 | 1 | 2.17 |
| 6 | 12 | 0.32 | 1 | 2.17 |
| 7 | 38 | $\frac{1}{3}$ | 1 | 2.17 |
| 8 | $\frac{38}{3}$ | 1 | 1 | 2.17 |
| 9 | 7 | 3 | 1 | 2.17 |
| 10 | 3 | 38 | 1 | 2.17 |
| 11 | 2 | 3 | 1 | 2.17 |
| 12 | 16 | 2 | 1 | 2.17 |
| 13 | 12 | 8 | 1 | 2.17 |
| 14 | 12 | B와 $\frac{2}{3}$ | 1 | 2.17 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | $12\frac{2}{3}$ | 기록하지 않음 | 1 | 2.17 |
| 16 | 12 | 75 | 1 | 2.17 |
| 17 | $\frac{38}{3}$ 인듯 | 기록하지 않음 | 1 | 2.17 |
| 계 | | | 46 | 100 |

$\mathrm{A} \div \mathrm{B} = 12\frac{2}{3}$ 의 몫과 나머지에 대한 46건의 오답 분류에서 가장 많은 반응을 보인 경우는 내용확인이 불가하거나 잘 모르겠다는 19건의 응답이었다. 다음으로 많은 반응을 보인 경우는 $\mathrm{A} \div \mathrm{B} = 12\frac{2}{3}$ 의 몫과 나머지를 각각 12, $\frac{2}{3}$ 으로 기록한 사례였으며, 몫과 나머지를 각각 38과 3으로 기록한 사례는 2건이었다. 그 외의 사례는 중복되는 반응이 존재하지 않았다.

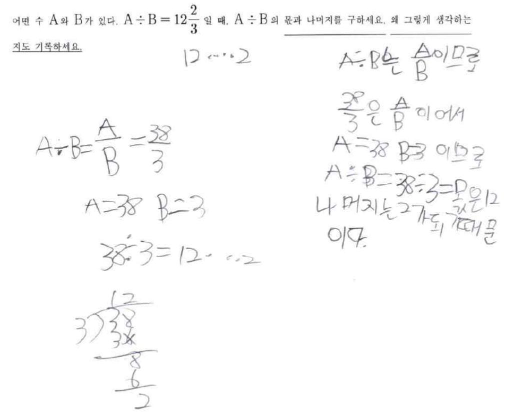
다음으로 연구자는 $\mathrm{A} \div \mathrm{B} = 12\frac{2}{3}$ 에서 몫과 나머지를 각각 12와 2로 기록한 학생들이, 왜 그렇게 생각하는지에 대한 기록 내용을 분석하였다. 이들의 기록 내용을 분석한 이유는, 대분수 형태에서 몫과 나머지의 해석이 교육과정에 제시되지 않는것을 고려할 때 몫과 나머지 구하기가 쉽지 않을 것이라는 연구자의 예측과 상반된 내용이었기 때문이다. 따라서 연구자는 분석틀에 따라 정답으로 분류된 29명의 사례를 유사한 항목끼리 분류하였고, 이를 해당 항목의 특징을 나타낼 수 있는 핵심 항목으로 나타내었으며 구체적인 내용은 다음 [표 9]와 같다.

[표 9] $\mathrm{A} \div \mathrm{B} = 12\frac{2}{3}$ 에서 몫을 12, 나머지를 2로 기록한 이유 분석

[Table 9] The analysis in reason of $\mathrm{A} \div \mathrm{B} = 12\frac{2}{3}$ quotient 12, remainder 2

| 순 | 내 용 | 인원수 (명) | 비율 (%) |
|---|---|---|---|
| 1 | $12\frac{2}{3}$ 를 가분수로 나타내면 $\frac{38}{3}$ 이고 A는 38, B는 3이므로 세로 나눗셈을 통해 몫과 나머지를 구한다는 것을 직접적으로 설명 | 21 | 72.4 |
| 2 | 귀납적 접근을 통해 4÷3과 같이 쉬운 수로 해 보고, 1의 방식 이용 | 2 | 6.9 |
| 3 | 기타 (분수로 고친다, 가분수로 고쳤을 때의 값과 같다, 이유 설명하지 않음 등) | 6 | 20.7 |
| 계 | | 29 | 100 |

앞서 제시된 [표 9]에서 확인할 수 있듯이 검사문항 3에서 몫과 나머지를 각각 12와 2로 기록한 학생은 총 29명이다. 그런데 이들의 반응 분석지를 확인한 결과 29명중 21명의 기록지에서 38을 3으로 나누는 세로셈을 수행한 내용을 확인할 수 있었다. 한 예로, 다음 [그림 6]에 제시된 학생의 사례는 $A \div B = \frac{A}{B}$ 임을 통해 피제수와 제수를 확인한 후 세로 나눗셈 방식을 이용하여 몫과 나머지를 구하였음을 나타낸다.




[그림 6] 검사문항 3에서 세로 나눗셈을 사용하여 몫과 나머지를 구한 사례

[Fig. 6] The example of problem 3, long division quotient and remainder

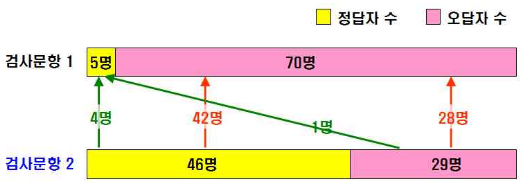
또한 연구자는 세로 나눗셈 방식의 기록이 존재하지 않는 ‘기타’로 분류된 연구대상자 중에서 임의로 2

명을 선정하여 어떠한 과정을 거쳐 몫과 나머지를 기록하였는지를 확인하였다. 면담 결과 이들 중 1명은 $12\frac{2}{3}$에서 '왠지 그럴 것 같다'라는 대답을 반복하며 구체적인 설명을 해 내지 못하였고, 다른 1명은 $A \div B$가 $38 \div 3$임을 알고 세로셈을 수행한 후에 지우개로 지웠다고 설명하였다. 이러한 반응으로부터 연구자는 몫과 나머지를 12와 2로 기록한 학생들 역시 세로 나눗셈에 의존하였거나 수 감각 등에 의존하여 기록하였음을 확인할 수 있었다.

라. 검사문항별 연계 분석

위 3개의 문항에서 학생들이 보이는 반응을 토대로 연계하여 분석하면 다음과 같다. 앞서 가~다에 제시된 내용은 각각의 문항에 대하여 학생들이 보이는 반응을 살펴본 것이었다. 그런데 학생 개인을 중심으로 검사문항 1, 2, 3 각각에 대해 보이는 반응들을 연결하여 살펴보는 것은, 한 학생이 자연수 나눗셈과 소수 나눗셈에서 보이는 반응을 동시에 살펴볼 수 있는 좋은 방법이 될 수 있다. 따라서 이어지는 내용에서는 학생 개인을 중심으로 각 검사문항에 대해 보이는 반응을 살펴보는 관점을 취한다. 검사문항은 1, 2, 3 순으로 투입되었으나 해석의 적절성을 고려하여 검사문항 2를 기반으로 검사문항 1, 3과의 관계를 먼저 살펴보는 방향으로 분석하였다.

먼저 검사문항 2에서 몫과 나머지에 관하여 보인 주요 반응을 기준으로 검사문항 1을 연결하여 살펴보도록 하겠다. 검사문항 2인 $38 \div 5$에서는 정답자가 46명, 오답자가 29명이었으며 검사문항 1의 정답자는 5명, 오답자는 70명이었다. 검사문항 2의 정답자 46명중 검사문항 1에서도 정답을 기록한 학생은 불과 4명이었으며 검사문항 2의 오답자 1명이 검사문항 1에서 정답을 기록하였다. 주목할만한 점은 검사문항 2에서 정답으로 분류된 46명의 학생들 중 무려 42명이 검사문항 1에서는 오답으로 분류되었다는 것이다. 이는, (자연수)÷(자연수)의 해결에서는 어려움을 겪지 않는 학생들 중 다수가 (자연수)÷(소수)에서 오류를 범한다는 것을 보여준다. 위의 내용을 시각화하여 나타내면 다음 [그림 7]과 같다.



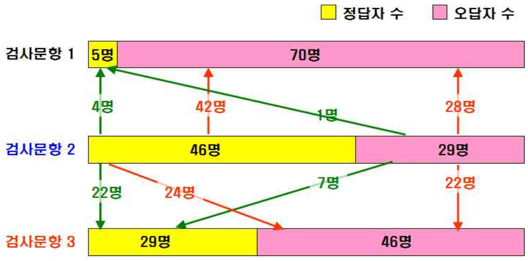

[그림 7] 검사문항 2-1의 연계분석
[Fig. 7] Analysis on connection of problem 2-1

다음으로 검사문항 2와 3을 연결하여 살펴보도록 하겠다. 검사문항 2에서 정답자는 46명이었으며 오답자는 29명이었다. 검사문항 2의 정답자 중 22명은 검사문항 3에서도 정답을 기록하였으며, 검사문항 2의 오답자 중 7명도 검사문항 3에서 정답자로 분류되었다. 또한 검사문항 2의 정답자 중 24명은 검사문항 3의 오답자로, 검사문항 2의 오답자 29명중 22명이 검사문항 3의 오답자로 분류되었다. 이는 검사문항 2의 정답자 중 다수가 검사문항 1에서 오답자로 분류된 것과는 구분되는 특징을 지니며, 위의 내용을 시각화하여 나타내면 다음 [그림 8]과 같다.


[그림 8] 검사문항 2-3의 연계분석
[Fig. 8] Analysis on connection of problem 2-3

마지막으로 검사문항 1, 2, 3을 연결하여 살펴보도록 하겠다. 이는 검사문항 2에서 보인 학생 개개인이 보인 반응이 검사문항 1와 3에서는 어떻게 나타났는지를 비교하여 살펴볼 수 있다. 주목할만한 점은 검사문항 2에서 오답으로 분류된 29명 중 7명이 검사문항 3에서는 정답으로 분류되었다는 사실이다. 검사문항 2와 1의 연계분석에서 살펴본 바와 같이 이들 29명중 28명은 검사문항 1과 2 모두에서 오답으로 분류된 학생들이다. 그럼에도 불구하고 이들 중 7명이 검사문항 3에서 정답으로 분류되었다는 것과, 검사문항 2의 정답자 중 절반 가까이가 검사문항 3에서 정답으로 분류된 것은 괄목할만한 반응으로 생각된다. 즉, 검사문항 1과 2

의 계산에서는 오류를 범하였지만 대분수로 표현된 결과를 통해서는 몫과 나머지를 구분해 낼 수 있음을 보여주며, 검사문항 1-2-3을 모두 연계하여 살펴보면 다음 [그림 9]와 같다.



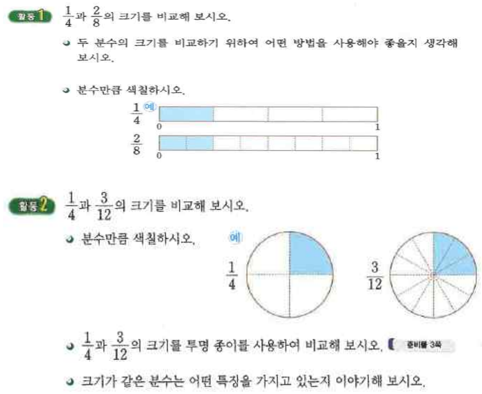

[그림 9] 검사문항 1-2-3의 연계분석
[Fig. 9] Analysis on connection of problem 1-2-3

그런데 검사문항 3에서 정답 반응을 보인 학생들도 세로나눗셈을 이용하여 몫과 나머지를 구하였다는 사실을 고려하면 소수 나눗셈 나머지 처리에서 발생하는 문제를 해결하기 위한 방안 마련이 필요할 것으로 보인다. 이는, 현 교육과정에서 (자연수)÷(소수)의 해결에 (자연수)÷(자연수)의 세로 나눗셈 형태를 이용한다는 점을 고려할 때 다른 관점의 접근이 필요하다는 해석도 가능하다.

## 2. 소수 나눗셈에 대한 지도 방안 모색

가. 다양한 측면에서의 몫과 나머지 조명

수학교육에서는 일반적으로 제시하고 싶은 어떠한 현상도 있더라도 다양한 각도에서 조명하곤 한다. 한 예로 5학년 1학기 3. 약분과 통분 단원(교육부, 2015a)에서 분수의 크기를 비교하는 활동에서는 다음 [그림 10]과 같이 직사각형 모델, 원 모델을 모두 제시한다.




[그림 10] 분수의 크기 비교하기 활동
[Fig. 10] The activity of fraction compare

이러한 내용 제시 방식은 '변수를 포함한 개념은 비본질적인 변수를 가능한 다양하게 변화시키는 경험을 통해 학습되어야 한다'는 디에네스(Dienes)의 수학적 다양성의 원리(강옥기 외, 2012)와도 일맥상통하며 하나의 개념이라도 여러 관점에서 조명할 수 있다는 점에서 유용하다고 볼 수 있다. 마찬가지로 몫과 나머지를 조명하는데 있어서도 여러 관점의 조명이, 학생의 개념 습득을 공고하게 하는 역할을 할 가능성이 있다. 몫과 나머지에 관한 여러 관점은 강문봉 외(1999)에서 근거를 찾아볼 수 있는데, 그는 나머지를 처리하는 방법으로 버림, 그대로 둠, 올림 등이 있으며 분수나 소수로 표현하는 경우도 있다고 말한 바 있다.

그런데 김창수·전영배·노은환(2011)은 나눗셈에서 무엇을 몫으로 하고 나머지로 해야 할지에 대한 문제는 몫과 나머지 두 가지를 결정하여야 하는 것처럼 보이나 사실 곱셈과 덧셈의 성질에 의해 나머지가 결정되면 몫이 결정되고, 몫이 결정되면 나머지가 결정되므로 몫 혹은 나머지 하나의 결정에 관한 문제로 볼 수 있다고 말한 바 있다. 즉, 몫과 나머지의 결정은 몫과 나머지 중에 무엇을 먼저 고려할 것인지에 관한 선택과 관련이 있다는 것이다. 일반적으로 몫이 결정되면 나머지가 확정되는 것으로 생각하기 쉬우나, 이는 몫을 자연수 범위로 단순하게 제한할 가능성도 존재한다. 특히 나머지 처리 방식이 몫에 미치는 영향을 고려하면 나머지를 우선하여 생각해 볼 필요가 있는데, 이러한 관점을 반영하여 살펴보면 다음 [표 10]과 같

이 나타낼 수 있다.

[표 10] 나머지 처리 방법이 몫에 미치는 영향
[Table 10] The effect of remainder handling method in quotient

| 나머지 처리 방식 | 몫에 미치는 영향 | 비 고 |
|---|---|---|
| 버림 | 몫에 영향 없음 | · |
| 그대로 둠 | 몫에 영향 없음 | · |
| 올림 | 몫에 영향 있음 | 올림하는 자리의 한 단계 위 자리에서, 자리값만큼 수 증가 |
| 분수나 소수 표현 | 몫에 영향 없음 | · |

본 연구의 출발점이 된 $10 \div 2.4$의 수식을 이용하여 나머지 처리 방법을 고려한 다양한 관점에서 해석해 보도록 하자. 만약 '10달러가 있다. 2.4달러짜리 빵을 산다면 몇 개 살 수 있는가?'의 문제가 제시된다면, 4개의 빵을 살 수 있다는 사실이 핵심이 된다. 즉, 이 상황은 나머지를 버리게 되는 상황에 해당한다. 다음으로 '10리터의 물을 2.4리터짜리 물통에 담는다면, 통은 몇 개 필요한가?'의 문제를 살펴보자. 이 상황에서는 5개의 물통이 필요하게 되며, '올림'의 관점으로 문제를 해결하는 것이 자연스럽다. '그대로 둠' 상황은 '10달러가 있다. 2.4달러짜리 빵을 산다면 몇 개 살 수 있고, 거스름돈은 얼마 남는가?'의 문제를 통해 확인 가능하며, '분수나 소수 표현'은 '10m 거리를 2.4m/s의 속력으로 달린다면 몇 초만에 도착할 수 있는가?를 통해 확인 가능하다.

이와 같이 동일한 $10 \div 2.4$의 수식이라 하더라도, 그것과 관련된 상황이 몫과 나머지에 필연적으로 영향을 미치게 된다. 즉, 제시된 상황이 나머지를 결정짓게 된다. 이를 고려할 때 단지 정확한 계산을 수행하는 것에서 벗어나, 다양한 각도에서 몫과 나머지를 조명해 보게 하는 것은 학생 생각의 폭을 넓힐 수 있는 좋은 기회의 제공이 될 것이다.

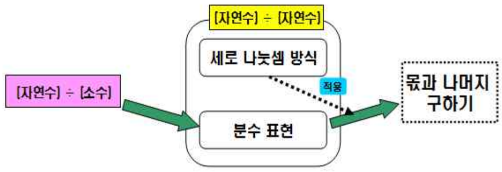
나. 소수 나눗셈에서 몫과 나머지 구하기 : 분수 형태

초등학교에서는 $12\frac{2}{3}=\frac{38}{3}$, $\frac{38}{3}=12\frac{2}{3}$과 같이 가분수를 대분수로, 대분수를 가분수로 고치는 과정을 학습하지만 중학교에서는 대분수를 그다지 많이 활용하지 않는다. 그렇다면 초등학교에서는 왜 이와 같은 학습이 필요한 것일까? 이를 확인하기 위하여 $7 \div 2$의 문제를 예를 들어 살펴 보자. $7 \div 2$를 가분수로 나타내면 $\frac{7}{2}$가 되고, 이를 대분수로 나타내면 $3\frac{1}{2}$가 된다. 수식으로 나타내면 $7 \div 2=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$가 된다. 반면 $3\frac{1}{2}$에서 3은 몫, 1은 나머지, 2는 제수가 된다. 즉, $3\frac{1}{2}$이라는 대분수는 어떤 수 $A$에 대하여 $A \div 2=3 \cdots 1$ $\Leftrightarrow$ $A=2\times 3+1$의 식이 성립함을 말해 준다. 이와 같이 가분수와 대분수는 서로 제공하는 정보의 차이가 존재하며, 따라서 대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 고쳐 살펴보는 것은 두 관점을 모두 다룰 수 있다는 장점이 있다. 이러한 점을 고려하여 현재 사용하고 있는 세로 나눗셈 기반의 방식과 분수 방식을 비교하여 설명하면 다음과 같다.

본 연구의 출발점이 되었던 $10 \div 2.4$의 문제를 살펴보자. 먼저 이 문제를 세로 나눗셈 방식을 이용하여 다루게 되면 장점과 단점이 공존하는 것을 알 수 있다. $10 \div 2.4$를 세로 나눗셈으로 계산하는 경우에는 '몫은 이동한 소수점의 위치를 따르고 나머지는 피제수의 원래 소수점 자리를 따르는' 경우가 발생하게 되어 나머지 처리에서의 어려움이 있을 가능성이 있다. 즉, 몫과 나머지의 소수점 위치찾기가 어렵다는 문제가 발생한다. 그런데 $10 \div 2.4$를 세로 나눗셈을 이용하는 경우 몫 4, 나머지 0.4 뿐만 아니라 몫 4.1, 나머지 0.16 … 등이 존재함을 쉽게 알 수 있는데, 이는 세로 나눗셈을 이용하는 경우 '나눗셈 정리'가 성립하지 않음을 자연스럽게 알 수 있음을 나타낸다.

다음으로 이 문제를 분수 방식을 이용하여 살펴보자. 이를 이용하면 $10 \div 2.4=\frac{10}{2.4}$로 쓸 수 있다. 계산을 편리하게 하기 위하여 $\frac{10}{2.4}$를 $\frac{100}{24}$로 고치고, 이를 대분수로 나타내면 $4\frac{4}{24}$가 되는데 여기서 활용할 수 있는 것은 대분수가 제공하는 정보와 관련된다. 즉, 나눗셈을 대분수로 표현하는 경우 몫, 나머지, 제수의 정보를 제공하게 되는데, 이와 같은 관점에서

$4\frac{4}{24}=4\frac{0.4}{2.4}$가 되어야 제수인 2.4가 그대로 유지된다. 이 과정을 모두 연결하여 표현하면 $10 \div 2.4=\frac{10}{2.4}=\frac{100}{24}=4\frac{4}{24}=$[5] $4\frac{0.4}{2.4}$가[5]되고, $4\frac{0.4}{2.4}$를 통해 나머지를 확인할 수 있다. 이는 이미 알고 있는 분수꼴로 변환한 후 분수의 의미를 따지고, 그 다음으로 처음에 제시된 분수의 의미 해석을 시도하는 것으로서 세로 나눗셈 방식을 이용하였을 때의 단점으로 지적된 몫과 나머지에서의 소수점 이동 문제에 대한 근거를 '제수 2.4를 유지'하는 것으로 제시할 수 있게 된다. 따라서 분수 형태로 표현하여 몫과 나머지를 구하는 것은 세로 나눗셈 방식이 갖는 한계를 극복할 수 있는 방안을 제시할 수 있을 것으로 생각되며, 이러한 내용을 시각적으로 나타내면 다음 [그림 11]과 같다.




[그림 11] 소수 나눗셈에서 몫과 나머지 구하기
[Fig. 11] Finding quotient and remainder in division of decimal fraction

반면 분수를 통해 몫과 나머지를 인식하는 방식은 자연수의 나눗셈과 긴밀히 연결되기 때문에, 몫과 나머지가 하나로 결정된다. $10 \div 2.4=\frac{10}{2.4}=\frac{100}{24}$에서 $\frac{100}{24}$는 자연수 범위내에서 반드시 하나의 대분수 표현을 갖게 된다. 즉, $\frac{100}{24}=4\frac{4}{24}$로 표현이 가능한데, 이렇게 표현된 $4\frac{4}{24}$는 원래 수식의 제수인 2.4가 되도록 $4\frac{0.4}{2.4}$로 분모 분자를 조정하는 과정을 거치게 되고 나머지 역시 하나로 결정되게 된다. 즉, 이와 같은 방식은 '나눗셈 정리'가 성립하지 않음을 쉽게 인식하기 어렵다는 한계 역시도 존재한다.

### 3. 논의

소수 나눗셈에서 소수점을 처리하는 것은 까다로운 문제임에 틀림없어 보인다. 특히 소수점을 옮겨 자연수의 세로 나눗셈과 유사한 방식으로 몫과 나머지를 구하는 경우 정확한 소수점 위치를 잡는 것에서 큰 어려움이 있다. 이와 관련하여 2009개정교육과정에서의 내용 제시는 2007개정교육과정과는 약간의 차이를 보이는데, 이는 바로 앞서 지적한 소수점 위치와 관련된 것으로 보인다. 다음 [그림 12]는 2007개정교육과정 6학년 1학기 수학교과서(교육부, 2011)에 제시된 몫과 나머지의 소수점 처리와 관련된 내용이다.

$11.5 \div 1.6 = 7 \cdots 0.3$

(검산) $1.6 \times 7 + 0.3 = 11.5$

[그림 12] 몫과 나머지의 소수점이 달라지는 사례 (교육부, 2011)
[Fig. 12] The case of changing decimal point in quotient and remainder (Ministry of Education, 2011)

문제는 위 [그림 12]와 같은 방식을 사용하는 경우 몫은 이동한 소수점 위치를 따르고 나머지는 이동하기 전의 소수점 위치를 따른다는 자연스럽지 못한 상황이 발생한다는 것이다. 즉, 이와 같은 설명은 알고리즘으로 약속하여 사용할 수 있을 뿐 왜 그렇게 해야 하는지에 대한 설명은 사실상 자연스럽게 연결하기

---

5) $\frac{100}{24}$에서 $100=4\times24+4$ 이고,

따라서 $\frac{10}{2.4}=\frac{100}{24}=\frac{(4\times24+4)}{24}=\frac{(4\times24+4)\times\frac{1}{10}}{24\times\frac{1}{10}}$

$=\frac{4\times2.4+0.4}{2.4}$

$=\frac{4\times2.4}{2.4}+\frac{0.4}{2.4}=4+\frac{0.4}{2.4}=4\frac{0.4}{2.4}$

가 된다. 이와 같이 제수와 나머지의 조정이 가능하게 한다.

어렵다. 그런데 2009개정교육과정에서는 위 [그림 12]와 같이 (소수)÷(소수)의 계산에서 몫과 나머지의 소수점 위치가 변하게 되는 문제를 다루지 않고 있는데, 이는 몫과 나머지의 소수점이 달라지는 사례에서 발생하는 어려움에 부딪치지 않도록 하기 위함으로 판단된다.

그렇다면 나눗셈 정리가 성립하지 않음에도 불구하고 $10 \div 2.4$에서 몫과 나머지를 각각 4, 0.4로 간주하는 것의 내면을 들여다보자. 6학년 1학기 지도서(교육부, 2015f)에서는 소수에서는 나눗셈 알고리즘을 적용할 수 없다고 인정하고 있으면서도, '일상생활에서 자연수의 나눗셈을 다룰 때 지녔던 몫과 나머지의 의미를 소수의 나눗셈에서도 적용할 필요가 가끔 생기는데 그것은 위의 활동에서 보듯이 몫이 자연수에 한정될 때이다'와 같이 제시하고 있다. 이 역시 암묵적으로 나눗셈 정리가 성립한다는 생각이 바탕에 깔려 있다고 생각되며, 따라서 분수 방식의 접근이 상당한 가치를 가짐을 알 수 있다. 한 예로 $10 \div 2.4 = \square \cdots \triangle$라고 했을 때 $2.4 \times \square + \triangle = 10$에서 □를 자연수로 한정하더라도 □와 △를 여러 가지로 제시할 수 있음을 다음과 같이 확인할 수 있다.

$10 \div 2.4 = \square \cdots \triangle$ 에서

□=1 인 경우 △=7.6

□=2 인 경우 △=5.2

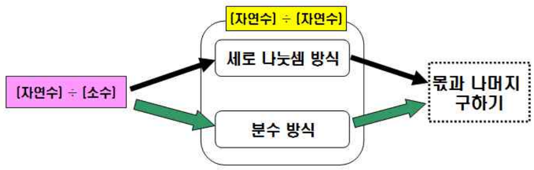
□=3 인 경우 △=2.8

□=4 인 경우 △=2.8

□=5 인 경우 △=-2

⋮

사실 가분수를 대분수로, 대분수를 가분수로 고쳐 나타내는 내용은 3학년 2학기에서 다루고 있는 내용이므로 $7 \div 2 = \frac{7}{2}$에서 $\frac{7}{2}$을 $3\frac{1}{2}$로 표현하는 것은 큰 어려움이 발생하지 않는다. 물론 $\frac{7}{2}$를 대분수 $3\frac{1}{2}$로 변형하는 과정에서 세로 나눗셈 방식도 활용될 수 있다. 정리하여 보면, $7 \div 2 = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} = 3 \cdots 1$의 연결을 통해 몫과 나머지를 구하는 방법은, 5학년 1학기까지 학습한 내용만으로도 충분히 활용 가능함을 알 수 있다. 이는 현재의 교육과정 내용 구성을 고려할 때 세로 나눗셈 방식뿐만 아니라 분수를 이용하여 몫과 나머지를 구하는 방식도 이용할 수 있음을 말해주며, 이것이 분수 방식 표현의 핵심이 된다. 뿐만 아니라 수학적 지식을 교수학적 변환을 통해 지도하는 초등학생의 경우를 감안한다면, 나눗셈 정리를 강조한 세로 나눗셈 방식을 고집할 이유는 없다고 생각된다. 특히 어떠한 내용을 가르칠 때 어려움이 존재한다면, 그 어려움을 피하여 문제를 제시하는 것보다는 그 어려움을 해결하기 위한 방안을 마련하는 것이 타당할 것이다. 따라서 소수 나눗셈에서 발생하는 어려움도 한 발 물러서서 현상을 냉정하게 관찰함과 동시에 학생의 선행 지식을 어떻게 활용할 수 있을지에 대해 생각해 보는 것은 충분히 가치 있는 활동일 수 있다. 이와 같은 관점에서 현상을 분석해 보면, 현재 사용하는 세로 나눗셈 방식뿐만 아니라 관점을 다양화 할 필요가 있다고 생각된다. 그에 따른 대안으로 본 연구에서는 분수가 갖는 장점을 활용하고자 하며, 정리하여 시각적으로 나타내면 다음 [그림 13]과 같다.




[그림 13] (자연수)÷(소수) 나눗셈 학습의 개선 방안 제안
[Fig. 13] The proposal in advancement of learning (natural number)÷(decimal fraction)

위 [그림 13]의 실선으로 표현된 부분은 현재 선택하여 사용하고 있는 세로 나눗셈 기반의 방식이고 굵은 화살표는 본 연구에서 제안하는 방식이다. 이와 같은 관점의 다각화는 사고의 확장과 각 방식의 장단점을 검토할 수 있다는 점에서 장점이 존재한다.

## Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구에서는 소수 나눗셈에서 학생이 보이는 반응과 교육과정의 내용이 어떠한지를 살펴, 소수 나눗셈의 나머지와 몫 지도에서 교수학적 시사점을 제공하는 것을 목적으로 하였다. 구체적으로 소수 나눗셈 문제 해결에서 나머지와 몫에 관해 학생들이 보이는 반응과 교육과정을 분석하였으며, 이를 바탕으로 바람직한 지도방안을 모색하였다.

먼저, 소수 나눗셈 문제 해결에서 학생들이 보인 반응을 살펴본 결과 몫과 나머지 인식에서 상당한 문제가 있음을 확인할 수 있었다. 특히 검사문항 1인 58÷1.4의 몫과 나머지에 대해서는, 몫과 나머지를 각각 41과 0.6으로 기록한 학생은 단 6.7%(5명)에 불과했으며 무려 연구대상자의 48%(36명)가 몫 41, 나머지 6으로 기록하는 사례를 확인할 수 있었다. 반면 자연수의 나눗셈인 38÷5(검사문항 2)는 61.3%(46명)의 학생들이 몫과 나머지를 7과 3으로 올바르게 기록하는 모습을 확인할 수 있었는데 두 문제에서 보이는 현상으로부터 다음과 같은 해석을 할 수 있었다. 첫째, 자연수 나눗셈을 수행할 수 있는 학생이라 할지라도 소수 나눗셈에서 나머지를 구하는 데 있어서는 상당한 어려움을 보일 수 있다. 둘째, 검사문항 1의 정답률 6.7%를 고려할 때 소수 나눗셈에서 몫과 나머지를 구하는 데 또 다른 관점의 접근이 반드시 필요하다. 특히 둘째와 관련하여 본 연구에서는 또 다른 관점의 접근이 가능할 수 있음을 확인할 수 있었는데 이는 검사문항 3의 결과와 관련된다. 검사문항 3은 $A \div B = 12\frac{2}{3}$에서 몫과 나머지가 얼마인지를 확인하는 문항이었는데 38.67%(29명)의 학생들이 $12\frac{2}{3}$에서 몫이 12이고 나머지가 2임을 설명하는 모습을 보였다. 그러나 $12\frac{2}{3}$으로부터 $38 \div 3$의 세로 나눗셈을 수행하여 몫과 나머지를 구한 것으로 볼 때, 가분수가 제공하는 정보를 활용할 수 있으나 대분수가 제공하는 정보를 충분히 활용하고 있다고 보기는 힘들다. 따라서 $12\frac{2}{3}$의 대분수에서 $A \div 3 = 12 \cdots 2 \Leftrightarrow A = 12 \times 3 + 2$의 정보가 성립함을 인식할 수 있도록 돕는 것이 필요해 보인다.

다음으로 몫과 나머지와 관련하여 교육과정에서 제시된 내용을 살펴보자. 초등학교 6학년 1학기 지도서(교육부, 2015f)에서는 3. 소수의 나눗셈 단원에 제시된 단원 배경지식에서는 '소수의 나눗셈에서 몫과 나머지는 수학적으로 그다지 큰 의미가 없으며' 심지어 '몫을 자연수로 나타낼 필요가 있을 경우에만 한정하여 지도한다'고 제시되어 있다. 그런데 이 같은 진술이 과연 타당한지는 생각해 볼 필요가 있다. 사실상 몫과 나머지를 구분하여 학습하는 활동은 초등학교에서 거의 다 이루어지게 되는 것을 고려할 때, 몫마저도 자연수에 한정하여 나타내는 것만을 학습한다면 지나치게 좁은 범위만을 다룬다는 문제는 여전히 피해가기 어렵다. 더불어 다음과 같이 제시되는 6학년 1학기 지도서(교육부, 2015f)의 이어지는 내용도 주목해 볼 만하다.

> 몫이 자연수가 아닌 경우에 나머지를 구하는 상황은 매우 작위적(作爲的)이다. 예를 들어 $13.7 \div 2.41 = 5.6846 \cdots$인데 이 경우에 다음과 같은 몫과 나머지는 현실적으로 아무런 의미를 갖지 못한다.
>
> $13.7 \div 2.41 = 5.6 \cdots 0.204$
> $13.7 \div 2.41 = 5.68 \cdots 0.0112$
> $13.7 \div 2.41 = 5.684 \cdots 0.00156$
> $13.7 \div 2.41 = 5.6846 \cdots 0.000114$

그런데 과연 몫과 나머지가 아무런 의미를 갖지 못하는가? 다음의 문제를 예를 들어 살펴보자. 문제는 '어떤 차가 13.7km 가는데 2.14L의 기름이 필요하다. 1L로는 얼마의 거리를 갈 수 있는가?'이다. 이 문제를 풀면, 다음과 같은 답안을 제시할 수 있다.

> 약 5km 갈 수 있다 (나머지는 1.65km 이다.)
> 약 5.6km 갈 수 있다 (나머지는 0.204km 이다.)
> 약 5.68km 갈 수 있다 (나머지는 0.0112km 이다.)
> 약 5.684km 갈 수 있다 (나머지는 0.00156km 이다.)
> 약 5.6846km 갈 수 있다 (나머지는 0.000114km 이다.)

현재 교과서의 내용을 따른다면 정수 부분까지만 몫을 다루어 답을 5…1.65로 제시하게 된다. 그러

나 실생활과 관련하여 살펴보면, 거리·속력·액체 등의 양을 따질 때에는 소수점 이하도 종종 다루고 있다는 것을 알 수 있다. 한 예로 자동차에 표시된 연비는 13.6km/L와 같이 소수 첫째자리까지 다루고 있으며 달리는 거리가 길다면 소수점 아래 첫째자리가 되더라도 중요한 역할을 하게 된다. 즉, 나눗셈의 결과를 다루는 데 있어 몫을 자연수로 나타낼 필요가 있을 경우에 한정하여 내용을 제시하는 것의 의도를 분명히 제시하는 것이 바람직하다고 생각되며 이는 박교식·권석일(2012)이 '소수 나눗셈에서의 몫과 나머지와 관련한 교과서의 교수학적 의도를 명확히 제시해야 한다'고 지적한 내용과도 일맥 상통한다.

새로운 내용을 학습할 때 사용하는 소재는 학생에게 익숙하고 쉬운 것일 때 학생들이 받아들이기에 부담을 느끼지 않을 가능성이 높다는 것은 일반적으로 받아들일 수 있을만한 내용일 것이다. 이러한 관점에서, 소수의 나눗셈 지도에서 정수에서 학습한 세로 나눗셈을 소재로 택하는 것은 자연스럽다고 볼 수 있다. 그러나 그 소재를 활용하더라도 학생들이 겪는 어려움이 여전히 존재하는 현 실태를 고려한다면 나눗셈 결과를 분수 형태로 나타내고 그것에서 몫과 나머지를 구하는 방식의 사용을 통해, 기존의 방식이 갖는 한계를 보완하면서 지도 방법의 다양화를 꾀할 수 있을 것으로 보인다. 또한 기존에 형성된 지식을 그대로 이용하므로 학생들의 인지적 갈등을 최소화할 수 있을 것으로 생각된다.

Ashlock(2010)은 학생들에게 이해되지 않는 계산절차는, 학생들이 정확히 기억하지 못하고 또한 적절하고 능숙하게 사용할 수도 없음을 지적한 바 있다. 또한 Reys 외(2009)는 나머지가 있는 문제는 나중으로 미루고, 항상 나누어떨어지는 나눗셈에 대한 학습부터 시작하는 것은 자연스럽지 못할 뿐만 아니라 비효율적임을 언급한 바 있다. 이러한 의견들을 고려한다면 세로 나눗셈 형태와, 나머지보다는 몫에 치우친 현재의 내용 제시 방법이 갖는 한계는 개선이 필요하며, 본 연구에서 제안하는 분수 형태를 이용하는 방안이 하나의 대안이 될 수 있을 것으로 생각된다.

새로운 것을 학습할 때에 기존에 학습한 내용을 바탕으로 하는 것은 자연스러운 일이며, 지도방법을 구안할 때에 많은 학자들이 고려하는 부분이기도 하다. 자연수는 초등학생도 비교적 다루기 쉬운 수이며, 자연수 연산을 후속 학습에 활용하는 것은 크게 문제되지 않을 수도 있다. 그러나 소수의 나눗셈이 자연수 연산과는 다른 특징이 있고, 이미 가분수와 대분수의 조작을 학습한 학생들에게 분수를 소재로 몫과 나머지를 다루는 것은 기존의 학습내용을 바탕으로 한다는 점에서 기존의 방식과는 다른 장점을 가질 수 있다고 생각된다.

소수의 나눗셈은 초등학교 수와 연산 영역의 내용을 고려할 때, 정수와 분수의 나눗셈을 모두 학습한 후에 제시된다. 이는 나눗셈이라는 소재의 관점에서 보면 수의 확장만 이루어졌을 뿐, 여러 차례 학습하여 큰 어려움이 없다고 생각할 가능성도 있다. 이와 관련하여 이대현(2011)은 '소수의 계산은 분수의 계산보다 훨씬 더 쉽고, 근본적으로 자연수의 계산과 똑같은 계산 규칙에 따른다'고 언급한 바 있으며 이용률(2010)은 '소수의 나눗셈에 대한 계산 방법을 정수의 나눗셈의 계산방법에서 유추하여 정립하게 한다'고 말한 바 있다.

그러나 이 연구에서 살펴보았듯이 소수의 나눗셈에서 학생들이 겪는 어려움은 이러한 내용으로 설명하기에는 무리가 있다고 판단된다. 특히 현재 교과서의 내용이 소수의 나눗셈이 세로 나눗셈에 많은 부분 의존하는 현실을 고려하면 학생을 돕기 위한 방안이 반드시 필요하다고 생각된다. 이 연구는 소수 나눗셈에서의 몫과 나머지를 분수의 관점에서 조명하였다는 데 의의가 있으며, 계열성을 최대한 유지하면서 분수 해석을 의미 있게 활용한 특징을 지닌다. 더불어 이 연구는 특정한 방법에 치우치는 것이 아니라 다양한 방식에서 장점을 찾아 적절히 활용하는 교육의 지향점과도 일치하는 방향성을 지닌다.

## 참 고 문 헌

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1999). 초등 수학 학습 지도의 이해. (강문봉 외 18인 역). 서울: 양서원. (영어 원작은 1998 출판)

강문봉 외 (2013). 초등수학교육의 이해. 서울: 경문사.

Kang, M. M., Kang, H. K., Kim, S. M., Park, K. S., Park,

M. H., Seo, D. Y., Song, S. H., Yoo, H. J, Lee, J. Y., Lim, J. H., Jeong, D. K., Jeong, E. S. & Jeong, Y. O. (2013). *The Understanding of Elementary Mathematics Education.* Seoul: Kyungmoonsa.

강옥기 외 (2012). 초등수학교육학 신서. 서울: 교우사.

Kang, O. K., Kang, Y. S., Ko, S. S., Ko, H. K., Kwon, N. Y., Kim, K. Y., Kim, R. Y., Kim M. K., Kim, E. H., Kim, I. P., Roh, S. S., Seo, B. E., Shin, J. H., Lee, S. J., Lee, J. K., Jeong, I. C., Han, I. K., Heo, H. J. & Hwang, W. H. (2012). *The New Book of Mathematics Education.* Seoul: Kyowoosa.

교육부 (2011). 초등학교 수학 6-1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2011). *Elementary School Mathematics Textbook 6-1.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2014a). 초등학교 수학 3－1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2014a). *Elementary School Mathematics Textbook 3-1.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2014b). 초등학교 수학 3－2. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2014b). *Elementary School Mathematics Textbook 3-2.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2014c). 초등학교 수학 4－1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2014c). *Elementary School Mathematics Textbook 4-1.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2015a). 초등학교 수학 5－1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2015a). *Elementary School Mathematics Textbook 5-1.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2015b). 초등학교 수학 5－2. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2015b). *Elementary School Mathematics Textbook 5-2.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2015c). 초등학교 수학익힘책 5－2. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2015c). *Elementary School Mathematics studing book 5-2.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2015d). 초등학교 수학 6－1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2015d). *Elementary School Mathematics Textbook 6-1.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2015e). 초등학교 수학익힘책 6－1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2015e). *Elementary School Mathematics studing book 6-1.* Seoul: Chunjae Education.

교육부 (2015f). 초등학교 교사용 지도서 6－1. 서울: 천재교육.

Ministry of Education (2015f). *Elementary School Mathematics teacher's guide book 6-1.* Seoul: Chunjae Education.

김응태·박승안 (2016). 정수론(제 8판). 서울: 경문사

Kim, S. T. & Park, S. A. (2013). *Number theory.* Seoul: Kyungmoonsa.

김창수·전영배·노은환 (2011). 유한소수에서의 나눗셈 알고리즘. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 50(3), 309-327.

Kim, C, S.; Jun, Y, B. & Roh, E, H. (2011). The divission algorithm for the finite decimals. *Journal of the Korean Society of Mathematical Educational Series A <Mathematical Education>* 50(3), 309-327.

노은환·정상태·김민정 (2015). 초등 수학에서 자연수와 분수의 사칙연산에 대한 개념 익히기 및 연산 사이의 연결 분석. 한국초등수학교육학회지, 19(4), 563－588.

Roh, E. H., Jeong, S. T. & Kim, M. J. (2015). An analysis of matering concept and connection with operations in natural number and fraction in elementary school mathematics. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 19(4), 563-588.

박교식 (2011). 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에서의 용어 등재와 수학 교과서에서의 용어 사용의 적합성에 관한 논의. 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, 21(4), 361-378.

Park, K, S. (2011). A discussion on suitability of registering terms in elementary school mathematics curriculum and using terms in elementary school mathematics text books in Korea. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics <Journal of Educational Research in Mathematics>* 21(4), 361-378.

박교식·권석일 (2012). 우리나라 초등학교 수학 교과서의 소수 나눗셈에서의 몫과 나머지 취급에서 나타나는 부적절한 관념과 그 개선에 관한 연구. 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, 22(4), 445-458.

Park, K. S. & Kwon, S. I. (2012). A study on improper notions appeared in dealing with quotient and remainder in division for decimal numbers in Korean elementary math textbooks and its improvements. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics <Journal of Educational Research in Mathematics>* 22(4), 448-458.

이대현 (2011). 초등수학 지도의 원리와 방법. 경기:

동명사.

Lee, D. H. (2011). *The Principles and Method to Teach Elementary School Mathematics.* Gyeonggi: Dongmyungsa.

이용률 (2010). 초등학교 수학의 중요한 지도 내용. 서울: 경문사.

Lee, Y. L. (2010). *The Important contents of Elementary School Mathematics.* Seoul: Kyungmoonsa.

R, Ashlock. (2013). 남승인·류성림·권오용·남현준·류윤재·이목형·이장호 역. 예비교사와 현직교사를 위한 초등수학 교수법. 서울: 경문사. (영어 원작은 2010 출판)

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

Reys, R. E, Suydam, M. N., Lindquist, M. M, & Smith, N. L. (2012). 박성선·김민경·방정숙·권점례 역. 초등교사를 위한 수학과 교수법. 서울: 경문사. (영어 원작은 2009 출판)

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay−Williams, J. M. (2008). 남승인·서찬숙·최진화·강영란·홍우주·배혜진·김수민 역. 수학을 어떻게 가르칠 것인가?. 서울: 경문사. (영어 원작은 2004 출판)

## A Study on the Quotient and Remainder in Division of Decimal

**Jeong Sangtae**

Dongsung Elementary School, 45, Donggye-gil, Sacheon-si, Gyeongsangnam-do 52521 Korea
E-mail : hwarang0130@naver.com

In the $10 \div 2.4$ problem situation, we could find that curious upper and middle level students' solution. They solved $10 \div 2.4$ and wrote the result as quotient 4, remainder 4. In this curious response, we researched how students realize quotient and remainder in division of decimal. As a result, many students make errors in division of decimal especially in remainder. From these response, we constructed fraction based teaching method about division of decimal. This method provides new aspects about quotient and remainder in division of decimal, so we can compare each aspects' strong points and weak points.

* ZDM Classification : D73
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : division of decimal, quotient, remainder