한국음향학회지 제35권 제4호 pp. 253~260 (2016)
The Journal of the Acoustical Society of Korea Vol.35, No.4 (2016)
http://dx.doi.org/10.7776/ASK.2016.35.4.253

pISSN : 1225-4428
eISSN : 2287-3775

임피던스 튜브 내에 설치된 이중 평판의 음파투과연구

A study on the sound transmission through double plates installed inside an impedance tube

김현실,† 김봉기, 김상렬, 서윤호, 마평식

(Hyun-Sil Kim,† Bong-Ki Kim, Sang-Ryul Kim, Yun-Ho Seo, and Pyung-Sik Ma)

한국기계연구원 음향소음팀

(Received May 11, 2016; revised June 22, 2016; accepted June 23, 2016)

초 록: 본 논문은 중간에 공기층을 포함한 이중 판이 임피던스 튜브 내에 고정된 경우 이중 판의 음향투과손실(Sound Transmission Loss, STL)을 해석적으로 구하는 방법을 다루었다. 평판의 진동과 튜브 내부 음장을 모드 함수의 무한급수의 합으로 전개하였다. 평면파 가정을 이용하여 처음 몇 개의 모드만 고려하여도 충분히 정확한 결과를 얻음을 보였으며 피크와 골(dip)의 발생 위치를 조사하였다. 이중 판의 피크는 각각의 단일 판의 피크와 같은 주파수에서 발생함을 보였다. 두 개의 판이 동일한 경우 STL은 단일 판과 마찬가지로 판의 고유진동수에서 제로가 된다. 공기층 간격이 작은 경우에 대한 근사식을 사용하여 STL의 골과 크기를 규명하였다.
핵심용어: 이중 판, 임피던스 튜브, 음향투과손실(STL), 공기 층

ABSTRACT: In this paper, derivation of the STL (Sound Transmission Loss) of the double plates installed in an impedance tube is discussed using an analytic method, where an air cavity exists between the plates. Vibration of the plates and sound pressure field inside the tube are expressed in terms of infinite series of modal functions. Under the plane wave assumption, it is shown that consideration of the first few modes yields sufficiently accurate results, and locations of peaks and dips are investigated. It is determined that the peak frequencies of the double plates coincide with those of each single plate. When the two plates are identical, the STL of the double plates as well as that of the single plate become zero at the natural frequencies of the single plate. The location and amplitude of the dips are investigated using an approximation solution when the cavity depth is very small.
Keywords: Double plates, Impedance tube, Sound transmission loss (STL), Air cavity

PACS numbers: 43.40.Dx, 43.55.Rg

I. 서 론

음향투과손실(Sound Transmission Loss, STL)은 차음재의 음파차단성능을 평가하는 척도로 널리 사용되는데 건축용 차음재처럼 판의 면적이 크고 중 · 고주파수대역이 중요한 경우에는 잔향실을 이용하여 STL을 평가한다. 그러나 판의 면적이 작고 저주파수 대역이 중요한 경우에는 임피던스 튜브를 이용하여 STL을 평가한다.[1] 면적이 작은 판의 STL은 경계조건에 의해 크게 영향을 받는데 Kim *et al.*[2]은 임피던스 튜브 내에 설치된 단일 평판의 STL을 해석적인 방법으로 평면파가 성립하는 저주파수 대역에 대해 유도하였다. Osipov *et al.*[3]은 유한한 판의 STL을 저주파수대역에 대해 연구하였는데 시편의 모달 거동이 큰 영향을 미침을 보였다. Varanasi *et al.*[4]은 임피던스 튜브 내에 고정된 정사각형 판의 STL을 계측과 FEM (Finite Element Method) 해석을 이용하여 구하였다. References [1] ~ [4]는 모두 단일 판의 STL을 다루었는데 판의 가장 낮은 모드에 해당하는 공진주파수에서 STL이 골(dip)을 보이며 공진주파수보다 주파

†**Corresponding author:** Hyun-Sil Kim (hskim@kimm.re.kr)
156 Gajeongbuk-ro, Yuseong-gu, Daejeon 34103, Republic of Korea
(Tel: 82-42-868-7461, Fax: 82-42-868-7440)

수가 작아질수록 STL은 증가함을 보여준다.

본 연구는 단일 판을 다룬 Reference [2]의 방법을 이중 판에 대해 확대하여 적용한 것으로 중간에 공기층이 있는 이중 판의 STL을 해석적으로 다루었다. 건축용으로 사용되는 큰 면적의 차음재의 경우 단일 판보다 중간에 공기층을 둔 이중 판을 사용하면 표면밀도가 같은 경우라도 중·고주파수 대역에서 STL이 크게 증가하는 장점이 잘 알려져 있다.[5] 그러나 저주파수 대역에서는 두 판과 내부 공기층과의 상호작용으로 인하여 단일 판에서는 나타나지 않는 복잡한 현상이 발생한다.

임피던스 튜브 내의 이중 판의 STL에 대해서는 아직 알려진 연구결과가 없다. 본 연구에서는 이중 판과 내부 음장을 무한 모드의 합으로 전개하였으며 평면파의 가정 하에서 처음 몇 개의 모드만 사용하여도 Reference [2]처럼 저주파수 대역에서는 충분히 정확한 STL을 얻음을 보였다. 본 연구에서 제시된 과정의 정확성을 검증하기 위해 FEM을 사용하여 얻은 STL과 비교하였다.

본 연구에서 제시한 저주파수 대역의 이중 판의 STL 해석은 HVAC (Heating, Ventilation, Air Conditioning) 덕트 소음, 바닥충격음, 변압기소음 등 저주파수 대역 소음저감이 중요한 여러 분야에 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

II. STL 이론해석

Fig. 1과 같이 임피던스 튜브 중간에 고정된 이중 판에 음파가 입사하는 경우를 고려한다. 두 판사이의 간격은 q이며 튜브 단면은 크기가 $L \times L$인 정사각형이고, (x,y)는 단면의 좌표, z는 튜브 길이방향의 좌표로 정의한다.

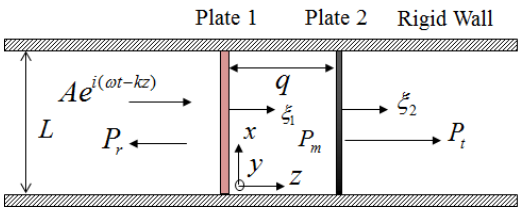

Fig. 1. Incidence of a plane wave onto the double plates in a rigid duct.

왼쪽에서 평면파 $Ae^{i(\omega t-kz)}$가 입사할 때 덕트 내부에 발생하는 압력은 임피던스 튜브가 강체라고 하면 표면 $x=(0,\ L)$과 $y=(0,\ L)$에서는 속도가 제로가 되어야 하기 때문에 (x,y)에 대해서는 cosine 함수이다. 두 판 사이에 발생하는 압력 p_m은 다음과 같이 주어진다.

$$p_m = \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s}\left[b_{rs}e^{i(\omega t-k_z z)} + c_{rs}e^{i(\omega t+k_z z)}\right] \times \cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right), \quad (1)$$

여기서 ω, k는 각속도, 파수(wavenumber), b_{rs}과 c_{rs}는 미지수 계수이며 k_z는 다음 관계식을 만족한다.

$$\frac{\pi^2}{L^2}(r^2+s^2)+k_z^2=k^2. \quad (2)$$

Eq.(1)에서 급수의 한계 값 N_r, N_s는 Eq.(2)의 k_z가 허수가 되지 않는 범위로 정해진다. 평판 2의 오른 쪽에서는 투과되는 파가 다음과 같이 발생한다.

$$p_t = \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} d_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right)e^{i(\omega t-k_z z)}. \quad (3)$$

평판 1의 왼쪽에서는 반사파가 다음과 같이 주어진다.

$$p_r = Ae^{i(\omega t+kz)} - \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} e_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right)e^{i(\omega t+k_z z)}. \quad (4)$$

경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2} = \omega^2\xi_1, \text{ at } z=0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} = \omega^2\xi_2, \text{ at } z=q, \quad (6)$$

여기서 ρ는 공기의 밀도, ξ_1와 ξ_2는 판의 진동 변위이다. Eq.(1)과 Eqs.(3) ~ (6)에서 계수사이에 다음과 같

은 관계가 주어진다.

$$e_{rd} = -b_{rs} + c_{rs} \text{ at } z = 0. \tag{7}$$

$$-b_{rs}e^{-ik_z q} + c_{rs}e^{ik_z q} = -d_{rs}e^{-ik_z q} \text{ at } z = q. \tag{8}$$

판의 진동변위를 시간에 대해 하모닉 진동으로 $\xi_1 = \tilde{\xi}_1 e^{i\omega t}$, $\xi_2 = \tilde{\xi}_2 e^{i\omega t}$라고 하면 평판의 변위에 대한 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$D_1 \nabla^4 \tilde{\xi}_1 - M_1 \omega^2 \tilde{\xi}_1 = 2A + \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s}(e_{rs} - b_{rs} - c_{rs})\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right), \tag{9}$$

$$D_2 \nabla^4 \tilde{\xi}_2 - M_2 \omega^2 \tilde{\xi}_1 = \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s}(b_{rs}e^{-ik_z q} + c_{rs}e^{ik_z q} - d_{rs}e^{-ik_z q})\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right). \tag{10}$$

단, $D_j = Eh_j^3/12(1-\nu^2)$, $M_j = \rho_p h_j$ $(j = 1,2)$. 평판은 같은 물성치를 가지며 두께만 다르다고 가정하였으며 E, ν, ρ_p는 평판의 탄성계수, Poisson 비, 밀도이며 h_1, h_2는 판 1과 2의 두께를 나타낸다. M_j은 판의 표면밀도를 나타낸다. Eq.(9)에서 $2A$는 블록 압력을 나타낸다. 판의 댐핑은 Eqs.(9)와 (10)에서 복소수 탄성계수 $E(1+i\eta)$를 사용하여 고려하였는데 손실계수 η는 0.001을 가정하였다.

판 1과 2의 경계조건은 같다고 가정한다. 단순지지라면 판의 모드 (m,n)의 진동변위 Φ_{mn}는 다음과 같이 모드 m과 n의 보의 진동변위의 곱으로 표현이 가능하다.

$$\Phi_{mn}(x,y) = \phi_m(x)\phi_n(y), \tag{11}$$

여기서 $\phi_m(x) = \sin(m\pi x/L)$. 고유진동수는 모드 (m,n)에 대해 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_{mn} = \frac{\pi^2 h(m^2+n^2)}{L^2}\sqrt{\frac{E}{12\rho_p(1-\nu^2)}}. \tag{12}$$

클램프 지지의 경우 판의 변위는 Eq.(11)과 같이 x와 y 방향의 보의 모드의 곱으로 표현이 불가능하며 일반적으로 다음과 같이 표현된다.[6]

$$\tilde{\xi}_1 = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \Phi_j(x,y),\ \tilde{\xi}_2 = \sum_{j=1}^{\infty} T_j \Phi_j(x,y), \tag{13}$$

여기서 a_j, T_j는 판 1과 2의 진동변위 계수이다.

Reference [6]에서는 정사각형 클램프지지 판의 모드를 다음과 같이 가정하여 Ritz 방법[7]을 사용하여 고유진동수와 계수 a_{mn}을 구하였다.

$$\tilde{\xi} = \sum_{m=1}^{6}\sum_{n=1}^{6} a_{mn}\psi_m(x)\psi_n(y), \tag{14}$$

여기서 $\psi_m(x)$는 x의 함수로 주어지는 클램프 지지된 보의 m번째 모드이며[6,8] j 모드의 고유진동수는 파라메터 λ_j를 사용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\omega_j = \frac{\lambda_j h}{L^2}\sqrt{\frac{E}{12\rho_p(1-\nu^2)}}. \tag{15}$$

Reference [6]에서 인용한 처음 3개의 모드에 대한 계수 a_{mn}값을 Table 1에 나타냈으며 λ_j는 Table 2에 보였다. Table 1에서 mode 1의 계수를 보면 a_{11}에 비해 다른 계수는 대략 1 % 이하의 크기를 보이므로 근사적으로 $\Phi_1 \approx \psi_1(x)\psi_1(y)$로 표현할 수 있다. 마찬가지로 $\Phi_2 \approx \psi_1(x)\psi_2(y)$, $\Phi_3 \approx \psi_2(x)\psi_2(y)$로 나타낼 수 있다. Table 2에는 기여도가 미미한 계수를 무시한 Φ_j를 나타냈으며 또한 고유진동수 계수 λ_j[6]도 나타냈다.

Table 2에서 ψ_m^x은 $\psi_m(x)$를 의미한다. $j = 1,2,3,6$의 경우는 $\Phi_j(x,y)$를 Eq.(11)처럼 두 방향의 모드의 곱으로 나타낼 수 있으나 $j = 4,5$의 경우는 $\Phi_j(x,y) \neq \psi_m(x)\psi_n(y)$가 됨을 알 수 있다. Table 2에 주어진 Φ_j를 Eqs. (9)와 (10)에 대입하고 양 변에 Φ_j를 곱하고 단면에 대해 적분하고 모드의 직교성을 이용하면 결과는 다음과 같이 주어진다.

Table 1. Values of the coefficient a_{mn} in Eq.(14) from Reference [6].

Mode 1	Mode 2	Mode 3
a_{11} = 1.0000	a_{12} = 1.0000	a_{22} = 1.0000
a_{13} = 0.0142	a_{14} = 0.0101	a_{24} = 0.0326
a_{15} = 0.0020	a_{16} = 0.0020	a_{26} = 0.0073
a_{31} = 0.0142	a_{32} = 0.0406	a_{42} = 0.0326
a_{33} = -0.0031	a_{34} = -0.0022	a_{44} = -0.0019
a_{35} = -0.0009	a_{36} = -0.0007	a_{46} = -0.0010
a_{51} = 0.0020	a_{52} = 0.0070	a_{62} = 0.0073
a_{53} = -0.0009	a_{54} = -0.0011	a_{64} = -0.0010
a_{55} = -0.0004	a_{56} = -0.0005	a_{66} = -0.0006

Table 2. Simplified expression of the mode shape Φ_j for a clamped square and parameter λ_j.

j	Φ_j	λ_j
1	$\psi_1^x\psi_1^y$	35.99
2	$\psi_1^x\psi_2^y$	73.41
3	$\psi_2^x\psi_2^y$	108.27
4	$\psi_1^x\psi_3^y$-$\psi_3^x\psi_1^y$	131.64
5	$\psi_1^x\psi_3^y$+$\psi_3^x\psi_1^y$+$0.1267\psi_3^x\psi_3^y$	132.25
6	$\psi_3^x\psi_2^y$	161.25

$$M_1\Gamma_j(\omega_j^2-\omega^2)a_j = 2A\beta_{j,00} - 2\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} b_{rs}\beta_{j,rs}, \quad (16)$$

$$M_2\Gamma_j(\Omega_j^2-\omega^2)T_j = 2\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} c_{rs}\beta_{j,rs}e^{ik_z q}, \quad (17)$$

여기서

$$\Gamma_j = \frac{1}{L^2}\int_0^L\int_0^L \Phi_j^2(x,y)dxdy, \quad (18)$$

$$\beta_{j,rs} = \frac{1}{L^2}\int_0^L\int_0^L \cos\left(\frac{\pi rx}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi sy}{L}\right)\Phi_j(x,y)dxdy. \quad (19)$$

Eqs.(5)와 (6)의 경계조건에 Eqs.(1), (3), (4), (13)을 대입하고 양변에 $\cos(\pi r'x/L)\cos(\pi s'y/L)$를 곱하고 판의 표면에 대해 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$k_z(b_{rs}-c_{rs})I_rI_s = i\rho\omega^2\sum_{j=1}^{\infty} a_j\beta_{j,rs}, \quad (20)$$

$$k_z(b_{rs}e^{-ik_z q}-c_{rs}e^{ik_z q})I_rI_s = i\rho\omega^2\sum_{j=1}^{\infty} T_j\beta_{j,rs}, \quad (21)$$

여기서

$$I_r = \frac{1}{L}\int_0^L \cos^2\left(\frac{\pi rx}{L}\right)dx = \begin{cases}\frac{1}{2} & \text{when } r \ge 1,\\ 1 & \text{when } r = 0.\end{cases} \quad (22)$$

Eqs.(16), (17), (20), (21)은 $[a_j]$, $[T_j]$, $[b_{rs}]$ 및 $[c_{rs}]$에 관한 매트릭스 식이 된다.

입력파워는 다음과 같다.

$$W_1 = \frac{|A|^2L^2}{2\rho c}, \quad (23)$$

여기서 c는 음속을 나타낸다. 판의 진동으로 인해 방사되는 파워 W_2는 판2의 표면에서 적분하며 다음과 같이 주어진다.

$$W_2 = \frac{1}{2}\int_0^L\int_0^L \frac{k_z}{\rho\omega}|p_t^2|dxdy. \quad (24)$$

Eq.(3)을 Eq.(24)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$W_2 = \frac{L^2}{2\rho\omega}\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} k_z I_r I_s |d_{rs}|^2. \quad (25)$$

음향투과율 τ는 입력된 파워와 투과된 음향파워의 비이며

$$\tau = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{k|A|^2}\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} k_z I_r I_s |d_{rs}|^2, \quad (26)$$

STL은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{STL} = 10\log(1/\tau). \quad (27)$$

III. 저주파수대역 STL 근사식

Eq.(2)에서 평면파가 성립하는 주파수 상한은 단

면의 크기에 의해 주어지는데 다음 장의 예제에서 고려하는 $L = 0.28$ m의 경우 $k_z = 0$를 대입하면 평면파 가정의 상한선은 $r = 1$, $s = 0$ 또는 $r = 0$, $s = 1$인 경우로 $k = \pi/L$ 또는 $f = 607$ Hz에 해당한다. Fig. 2처럼 본 연구에서 관심있는 주파수 대역인 600 Hz 이하는 평면파 영역이며 Eq.(2)에서 $r = s = 0$만 해당한다. 따라서 Eq.(1)에서 $N_r = N_s = 0$이며 Eqs.(2)와 (22)에서 $k_z = k$, $I_0 = 1$이 된다. Eqs.(16), (17), (20), (21)은 다음과 같이 된다.

$$M_1\Gamma_j(\omega_j^2-\omega^2)a_j = 2\beta_{j,00}(A-b_{00}), \tag{28}$$

$$M_2\Gamma_j(\Omega_j^2-\omega^2)T_j = 2\beta_{j,00}c_{00}e^{ikq}, \tag{29}$$

$$b_{00}-c_{00} = i\rho c\omega\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{j,00}a_j, \tag{30}$$

$$b_{00}e^{-ik_zq}-c_{00}e^{ik_zq} = i\rho c\omega\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{j,00}T_j. \tag{31}$$

Eqs.(28) ~ (31)에서 Φ_j의 대칭 모드만 포함되는데 이는 Eq.(19)의 $\beta_{j,00}$의 정의에서 비대칭 모드는 $\beta_{j,00} = 0$가 된다. 그러나 Eq.(19)에서 대칭 모드지만 $\beta_{4,00} = 0$가 됨을 확인할 수 있다. Eqs.(30)과 (31)에서 b_{00}와 c_{00}는 다음과 같이 주어진다.

$$b_{00}/A = \alpha_1(1+\alpha_2)e^{ikq}/\Delta, \tag{32}$$

$$c_{00}/A = \alpha_1 e^{-ikq}/\Delta. \tag{33}$$

단

$$\alpha_1 = \sum_j \frac{2i\rho c\omega\beta_{j,00}^2}{M_1\Gamma_j(\omega_j^2-\omega^2)}, \tag{34}$$

$$\alpha_2 = \sum_j \frac{2i\rho c\omega\beta_{j,00}^2}{M_2\Gamma_j(\Omega_j^2-\omega^2)}, \tag{35}$$

$$\Delta = (1+\alpha_1)(1+\alpha_2)e^{ikq}-e^{-ikq}. \tag{36}$$

투과율 τ는 다음과 같이 주어진다.

$$\tau = |d_{00}/A|^2 = |b_{00}-c_{00}e^{2ikq}/A|^2 = |\alpha_1\alpha_2/\Delta|^2. \tag{37}$$

경계조건이 단순지지인 경우 α_1과 α_2는 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha_1 = \sum_m\sum_n \frac{2i\rho c\omega J_m^2 J_n^2}{M_1 Y_m Y_n(\omega_{mn}^2-\omega^2)}, \tag{38}$$

$$\alpha_2 = \sum_m\sum_n \frac{2i\rho c\omega J_m^2 J_n^2}{M_2 Y_m Y_n(\Omega_{mn}^2-\omega^2)}, \tag{39}$$

여기서

$$Y_j = \frac{1}{L}\int_0^L \psi_j^2(x)dx,\ J_j = \frac{1}{L}\int_0^L \psi_j(x)dx. \tag{40}$$

단일 판의 STL은 Reference [2]에서 다음과 같이 주어진다.

$$\tau = |b_{00}/A|^2 = |\alpha_1/(1+\alpha_1)|^2. \tag{41}$$

IV. STL의 특성해석

예제로 합판을 고려하였는데 판의 폭과 물성치는 다음과 같다.

$$L = 280\ \mathrm{mm},\ \rho_p = 860\ \mathrm{kg/m^3},$$
$$E/(1-\nu^2) = 4.6\ \mathrm{GPa}.$$

공기의 밀도와 음속은 각각 1.2 kg/m^3, 343 m/s를 가정하였고 평면파 상한 주파수는 607 Hz이며 본 논문에서는 600 Hz 이하의 평면파 영역만 고려한다. Fig. 2에는 클램프 지지된 단일 판에 대해 모드 수에 따른 STL을 비교하였는데 2개 이상의 모드에서는 거의 구별이 되지 않음을 알 수 있다. Fig. 2에서 f_1,f_5는 Table 2에서 1번째, 5번째 모드에 해당하는 고유진동수이다. f_p는 피크 주파수를 나타내며 자세한 유도 과정은 Reference [2]에 나와있다.

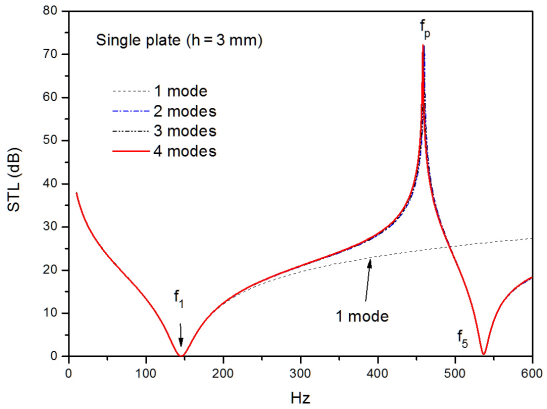

Fig. 2. Convergence of the STL of a clamped single plate (h = 3 mm) vs. number of the modes.

본 논문에서 유도한 STL의 정확성을 검증하기 위해 클램프지지된 이중판에 대해 FEM 결과와 Fig. 3에 비교하였는데 잘 일치함을 알 수 있다. FEM 모델은 덕트내 음장과 판요소의 연성을 포함하며 해석모델과 동일하다. Fig. 3에서 $f_{p1}^{(1)}, f_{p2}^{(1)}$는 판 1의 피크 1과 피크 2를, $f_{p1}^{(2)}$는 판 2의 피크 1을 나타낸다. Fig. 3 이하 모든 예제에서 판의 모드는 4개를 고려하였다.

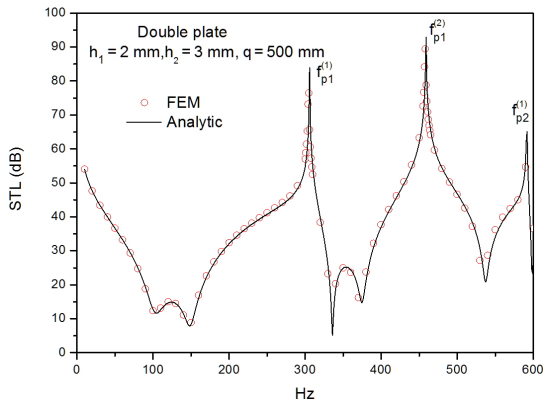

Fig. 3. Comparison of the STL of clamped double plates (h_1 = 2 mm, h_2 = 3 mm, q = 500 mm) by Eq.(37) and FEM.

Fig. 4에는 이중 판의 STL을 단순지지와 클램프 지지된 경우에 대해 비교하였는데 클램프지지가 더 강성이 크며 STL 곡선은 단순지지에 비해 고주파수 대역으로 이동함을 알 수 있다.

이중 판에서 두 평판이 동일하다면 Eq.(37)은 다음과 같이 된다.

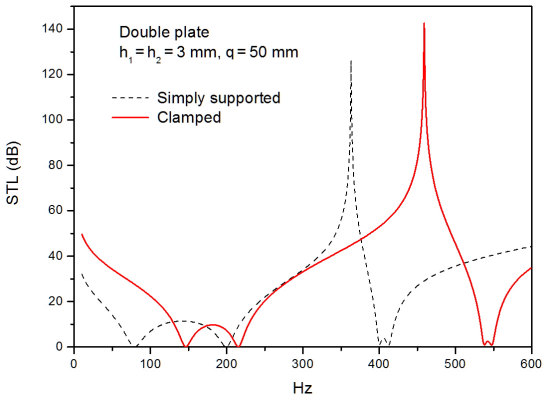

Fig. 4. Comparison of the STL of double plates for clamped and simply supported boundary condition.

$$\tau = 1/\left|(1+1/\alpha_1^2)e^{ikq} - e^{-ikq}/\alpha_1^2\right|^2. \tag{42}$$

Eq.(42)는 $1/\alpha_1 = 0$에서 이중 판의 STL이 제로가 됨을 보여주는데 Eq.(41)에서 단일 판의 STL이 제로가 되는 조건과 일치함을 알 수 있다. Fig. 5는 개별 판의 두께가 모두 3 mm인 이중 판의 STL과 단일 판의 STL을 비교하였는데 Table 2의 모드 1과 5의 고유진동수에 해당하는 주파수 f_1과 f_5에서 공통적으로 STL = 0임을 보여준다. Fig. 5에서 f_b는 Eq.(52)로부터 $f_b = \omega_b/2\pi$로 주어지는데 여기에서도 Eq.(43)에 의해 STL = 0임을 확인할 수 있다.

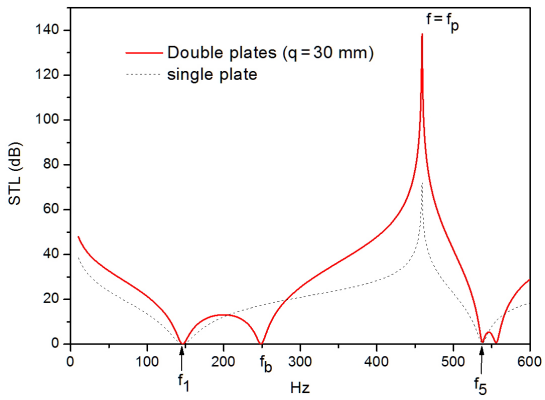

Fig. 5. Comparison of the STL of a single plate (h = 3 mm) and double plates ($h_1 = h_2 =$ 3 mm, q = 30 mm). The boundaries are clamped.

Eq.(37)에 의하면 이중 판의 STL은 $\alpha_1 = 0$, 또는 $\alpha_2 = 0$에서 피크를 보이는데 이 조건은 Eq.(41)에서 단일 판의 피크 발생조건과 같음을 알 수 있다. Fig. 6

에 두께 2 mm, 3 mm 단일 판의 STL과 각각의 판을 간격 30 mm를 두고 설치한 이중 판의 STL을 비교하였는데 피크의 일치를 확인할 수 있다.

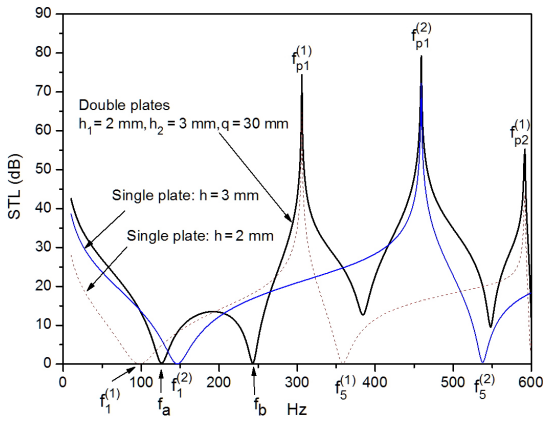

Fig. 6. Comparison of the STL of the double plates (h_1 = 2 mm, h_2 = 3 mm, q = 30 mm) and the STLs of each plate with h = 2 mm, and h = 3 mm). The boundaries are clamped.

서로 다른 이중 판의 STL이 골을 보이는 주파수는 Eq.(37)을 수치적으로 해석해야 알 수 있지만 $kq \ll 1$의 경우 근사적으로 살펴 볼 수 있다. Eq.(37)에서 $kq \ll 1$인 경우 STL은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathrm{STL} \approx 10\log[1+(r_a+r_b kq)^2+r_c^2k^2q^2]. \tag{43}$$

여기서

$$r_a = \frac{[M_1Y_1^2(\omega_1^2-\omega^2)+M_2Y_1^2(\Omega_1^2-\omega^2)]}{2\rho c\omega J_1^4}, \tag{44}$$

$$r_b = \frac{[M_1M_2Y_1^4(\omega_1^2-\omega^2)(\Omega_1^2-\omega^2)]}{2\rho^2c^2\omega^2J_1^8}, \tag{45}$$

$$r_c = \sqrt{r_a^2-2r_b}. \tag{46}$$

Eq.(43)에서 다음 식을 만족할 때 STL은 골을 보인다.

$$r_a + r_b kq = 0. \tag{47}$$

Eq.(47)의 근은 $kq \ll 1$일 때 근사적으로 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_a^2 \approx \frac{(M_1\omega_1^2+M_2\Omega_1^2)}{(M_1+M_2)} - q\frac{M_1^2M_2^2Y_1^2(\omega_1^2-\Omega_1^2)^2}{\rho c_2 J_1^4(M_1+M_2)^3}, \tag{48}$$

$$\omega_b^2 \approx \frac{1}{q}\frac{(M_1+M_2)\rho c J_1^4}{M_1M_2Y_1^2} + \frac{(M_1\Omega_1^2+M_2\omega_1^2)}{(M_1+M_2)}. \tag{49}$$

두 개의 근은 q가 커짐에 따라 저주파수 대역으로 이동하며 두 번째 근은 판-공기층-판의 공진주파수를 나타낸다. 만일 두 개의 판이 동일하면 Eqs.(48)과 (49)는 다음과 같이 된다.

$$\omega_a = \omega_1, \tag{50}$$

$$\omega_b^2 = \frac{1}{q}\frac{2\rho c^2 J_1^4}{M_1Y_1^2} + \omega_1^2. \tag{51}$$

Fig. 7에는 여러 가지 간격 q에 대해 이중 판의 STL을 비교하였는데 골을 나타나는 주파수 f_a와 $f_b(f_{a,b} = \omega_{a,b}/2\pi)$는 q가 커짐에 따라 Eqs.(48)과 (49)에 따라 왼쪽으로 이동하며 골의 높이도 점점 커짐을 보여준다.

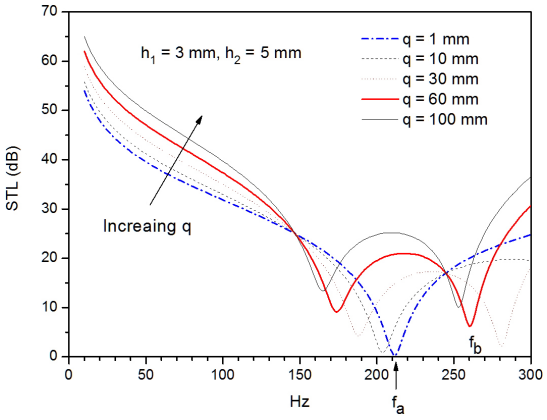

Fig. 7. Effect of increasing q on the STL of the double plates: h_1 = 3 mm, h_2 = 5 mm.

V. 결 론

평면파 가정이 성립하는 저주파수 영역에서는 본

논문에서 고려한 예제의 경우 처음 4개의 평판 진동 모드만 고려하여도 STL을 충분한 정밀도로 예측할 수 있음을 보였다. 이중 판의 피크는 각각의 단일 판의 피크와 같은 주파수에서 발생한다. 두 개의 판이 동일한 경우 STL은 단일 판과 마찬가지로 판의 고유 진동수에서 제로가 된다. 공기층 간격이 작은 경우에 STL이 제로에 근접하는 주파수를 유도하였는데 두번 째 근은 판-공기층-판의 공진주파수를 나타내며 공기층 간격이 커질수록 저주파수 대역으로 이동함을 보였다.

감사의 글

본 논문은 한국기계연구원의 연구과제인 "저주파 흡/차음용 극한 물성 시스템 융합기술 개발"과 주요 사업과제 "풍력발전시스템의 고장진단 및 예지보전 기술 개발"의 연구 결과 중 일부이다.

References

1. R. Piscoya and M. Ochmann, "Calculation of the transmission loss of thin plates in Kundt's tube," in Proc. Euronoise, 560-565 (2012).
2. H. S. Kim, B. K. Kim, S. R. Kim, and S. H. Lee, "An analysis of the sound transmission through a plate installed inside an impedance tube" (in Korean), J. Acoust. Soc. Kr. **34**, 219-226 (2015).
3. A. Osipov, P. Mees and G. Vermeir, "Low-frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings," Appl. Acoust. **52**, 273-288 (1997).
4. S. Varanasi, J. S. Bolton, T. H. Siegmund and R. J. Cipra, "The low frequency performance of metamaterial barriers based on cellular structures," Appl. Acoust. **74**, 485-495 (2013).
5. F. Fay, *Sound and Vibration* (Academic Press, San Diego, 1985). Chap. 4.
6. A. W. Leissa, *Vibration of Plates* (Acoustical Society of America, New York, 1993), Chap. 4.
7. L. Meirovitch, *Analytical Methods in Vibrations,* (The MacMillan Company, New York, 1967), Chapter 6-3.
8. R. D. Blevins, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, (Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979), pp. 261.

저자 약력

▸ 김 현 실 (Hyun-Sil Kim)

1980년: 서울대학교 기계공학과 학사
1982년: KAIST 기계공학과 석사
1989년: Georgia Tech 기계공학과 박사
1991년 ~ 현재: 한국기계연구원 책임연구원

▸ 김 봉 기 (Bong-Ki Kim)

1990년 2월: KAIST 기계공학과 학사
1992년 2월: KAIST 기계공학과 석사
1997년 2월: KAIST 기계공학과 박사
1997년 3월 ~ 2000년 2월: 삼성자동차
2000년 3월 ~ 현재: 한국기계연구원 책임 연구원

▸ 김 상 렬 (Sang-Ryul Kim)

1993년 2월: 부산대학교 기계공학과 학사
1995년 2월: KAIST 기계공학과 석사
2006년 2월: KAIST 기계공학과 박사
1995년 3월 ~ 현재: 한국기계연구원 책임 연구원

▸ 서 윤 호 (Yun-Ho Seo)

2003년 2월: 연세대학교 기계공학과 학사
2009년 2월: KAIST 기계공학과 박사
2012년 6월: 현대중공업
2012년 7월 ~ 현재: 한국기계연구원 선임 연구원
<관심분야> 소음/진동제어, 상태감시 및 고장진단, 신호처리 및 분석

▸ 마 평 식 (Pyung-Sik Ma)

2008년 2월: 서울대학교 기계항공공학부 학사
2010년 2월: 서울대학교 기계항공공학부 석사
2014년 2월: 서울대학교 기계항공공학부 박사
2014년 3월 ~ 2015년 3월: 삼성전자 종합 기술원
2015년 4월 ~ 현재: 한국기계연구원 선임 연구원