

우리나라 초등학교 수학 교과서 및 익힘책에서 취급하는 내포량에 관한 연구

최종현¹⁾ · 고준석²⁾ · 이정은³⁾ · 박교식⁴⁾

본 논문에서는 우리나라 초등학교 수학 교과서 및 익힘책에서 취급하는 내포량과 관련하여 다음 세 가지 쟁점에 관해 논의하고 있다. ① 내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이에 어떠한 관계가 있는가? ② 어떤 율을 어떻게 취급하고 있는가? ③ 어떤 도를 어떻게 취급하고 있는가? 이에 대한 논의 결과를 바탕으로, 내포량 취급의 발전 방향을 모색하기 위한 다음 세 가지 시사점을 결론으로 제시한다. 첫째로, 내포량을 취급하는 일련의 과정을 체계화할 필요가 있다. 예를 들어 비율을 취급하기 전에 속력, 속도라는 표현을 사용하는 것 등은 재고할 필요가 있다. 둘째로, 특정한 이름이 붙는 내포량의 정의를 재고할 필요가 있다. 예를 들어 속력의 정의에서 평균 거리, 인구밀도의 정의에서 평균 인구를 사용하는 것은 재고할 필요가 있다. 셋째로, 초등학교 수학과에서 취급하는 율의 종류를 한정하는 것을 생각해 볼 필요가 있다. 예를 들어 일상생활에서 사용하는 율에 한정하고, 전문적인 율의 취급은 재고할 필요가 있다. 또, 타율에 %를 붙여 나타내는 것은 재고할 필요가 있다.

주제어: 내적 비율, 내포량, 단위량당의 크기, 외적 비율

I. 서 론

내포량은 일반적으로 (외연량)÷(외연량)으로 구해지는 제3의 양이다. 예를 들어 이자율은 (이자)÷(원금)으로, 속력은 (거리)÷(시간)으로 구해지는 바, 이렇게 구해지는 이자율과 속력이 내포량이다. 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011a; 이하, 2009 개정 교육과정)의 5~6학년군 <규칙성 영역> 교수·학습상의 유의점 “속력, 인구 밀도, 축척 등과 같이 타 교과 및 실생활에서 비율이 적용되는 예를 찾아보고, 그와 관련된 간단한 문제를 해결하게 한다.”에서 내포량을 명시적으로 거론하고 있다. 이 유의점에서는 특별히 속력, 인구 밀도, 축척의 세 가지를 거론하고 있지만, 2009 개정 교육과정에 따라 출판된 초등학교 수학 교과서와 익힘책(이하, 각각 교과서, 익힘책)에서는 이 이외의 내포량도 취급하고 있다.

1) 경인교육대학교 대학원

2) 경인교육대학교 대학원

3) 경인교육대학교 대학원

4) 경인교육대학교 (교신저자)

교과서와 익힘책에서 취급하고 있는 내포량과 관련하여, 먼저 예를 들어 내포량인 속력을 단위 시간당 주행 거리와 같이 표현하기도 하고, 또 그것을 비율이 적용 또는 사용되는 예로 표현하기도 한다는 점에서, 내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이의 관계를 명확히 해 둘 필요가 있다. 둘째로, 교과서에서 정의하는 율(率) 즉, 같은 종류의 두 양으로 구해지는 내포량이 있는 반면에 익힘책에서 정의하고 있는 율이 있고, 또 정의 없이 사용하는 율도 있다는 점에서, 교과서와 익힘책에서 어떤 율을 어떻게 취급하고 있는지 명확히 할 필요가 있다. 셋째로, 교과서와 익힘책에서 정의하는 도(度) 즉, 다른 종류의 두 양으로 구해지는 내포량이 있는 반면에, 정의 없이 사용하는 도가 있다는 점에서, 교과서와 익힘책에서 어떤 도를 어떻게 취급하고 있는지 명확히 할 필요가 있다. 이러한 이유에서, 본 논문에서는 다음 세 질문을 교과서 및 익힘책에서 취급하는 내포량과 관련한 쟁점으로 설정하고, 이에 대해 논의하기로 한다. ① 내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이에 어떠한 관계가 있는가? ② 어떤 율을 어떻게 취급하고 있는가? ③ 어떤 도를 어떻게 취급하고 있는가?

내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이의 관계를 논의하고 있는 국내의 연구는 드물다. 비율이 내포량이라는 것을 언급하고 있는 한 연구(정은실, 2003)와 우리나라와 일본의 교과서를 비교하면서, 우리나라 교과서에서는 단위량당의 크기라는 용어를 사용하고 있지 않다는 것을 지적하는 한 연구(이정은 외, 2015)가 있을 뿐이다. 단위량당의 크기 자체를 설명하는 문헌도 이용률(2010)에 한정되고 있다. 초등학교 수학과에서의 율과 도의 취급에 관해서 논의하는 연구는 거의 없다. 다만 정은실(2010)이 우리나라 초등학교 수학과에서 내포량을 체계적으로 취급하고 있지 않다는 것을 지적하고, 속도, 농도, 인구 밀도와 같은 내포량을 다루어야 한다고 주장하고 있다. 2009 개정 교육과정에 따른 교과서와 익힘책에서는 속력, 인구 밀도, 용액의 진하기를 취급하고 있는 바, 이것은 그의 주장을 반영한 것이라 할 수 있다. 이러한 선행 연구에서는 우리나라 초등학교 수학과에서의 내포량 취급에 관해 체계적인 논의를 하고 있는 것은 아니다. 이에 비해, 본 논문에서는 그것에 관해 체계적인 논의를 시도하고 있다는 점에서 차이가 있다.

본 논문에서는 먼저 II에서 내포량, 단위량당의 크기, 그리고 비율 사이의 관계에 관해 논의한다. 다음으로 III 및 IV에서 교과서 및 익힘책에서 어떤 율과 도를 각각 어떻게 취급하고 있는지에 관해 논의한다. II-IV의 논의를 위해 관련 문헌을 분석하는 문헌 분석 연구 방법을 사용한다. 이때 앞에서 설정한 세 개의 쟁점 ①, ②, ③을 분석의 틀로 사용한다. 주요 분석 대상이 되는 문헌은 2009 개정 교육과정에 따라 출판된 1~6학년 교과서와 익힘책이다.⁵⁾ 2009 개정 교육과정에서 제시하고 있는 속력, 인구 밀도, 축척은 6학년 1, 2학기용 교과서와 익힘책에서 나타나고 있다. 그러나 본 논문에서는 1~5학년용 교과서와 익힘책에서도 그 이외의 내포량이 나타나고 있는지 확인한다.⁶⁾ V에서는 II-IV에서의 논의 결과를 바탕으로 교과서 및 익힘책에서의 내포량 취급의 발전 방향을 모색하기 위한 시사점을 결론으로 제시한다.

5) 본 논문에서는 예를 들어 2009 개정 교육과정에 따라 출판된 6학년 1학기용 교과서, 6학년 1학기용 익힘책, 6학년 1학기용 교사용 지도서를 각각 《수학 6-1 교과서》, 《수학 6-1 익힘책》, 《수학 6-1 지도서》와 같이 나타낸다. 또, 참조를 위해, 2007 개정 교육과정에 따라 출판된 6학년 2학기용 교과서를 《2007 수학 6-2 교과서》와 같이 나타낸다.

6) 1, 3학년 교과서와 익힘책에서는 내포량이 나타나고 있지 않다. 따라서 실제로 분석 대상이 되는 것은 2학년 및 4-6학년 교과서 및 익힘책이다.

II. 내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이의 관계

1. 내포량과 단위량당의 크기 사이의 관계

초등학교 수학과에서 취급하는 양은, 일종의 크기를 의미하는 바, 이때 그것을 수로 나타내는 것이 가능하다(김수환 외, 2011; 日本數學教育學會, 2011, 2013). 이러한 양을, 연속성의 유무에 따라 연속량(連續量)과 분리량(分離量)의 두 가지로 대별한다.⁷⁾ 예를 들어 길이와 넓이는 연속량이고, 인원수(人員數)와 대수(臺數)는 분리량이다. 또, 양을 가법성의 유무에 따라 외연량(外延量)과 내포량(內包量)으로 대별한다. 예를 들어 인원 수, 길이는 외연량이고, 속력과 인구 밀도는 내포량이다. 분리량은 가법성을 가지므로 외연량(平林一榮, 石田忠男, 1992; 日本數學教育學會, 2011)이다. 내포량은 대개 외형적으로 (외연량)÷(외연량)으로 구해진다. 한편 (섭씨)온도는 이렇게 구해지지 않는다. 그러나 온도는 가법성을 가지고 있지 않다는 점에서 흔히 내포량으로 간주한다(銀林浩 외, 2009; 日本數學教育學會, 2011). 일반적으로 내포량과 관련해서 다음 세 가지를 내포량의 기준이라고 할 수 있다.

- ① 수 또는 명수로 나타낼 수 있다.
- ② 가법성을 갖지 않는다.
- ③ 외형적으로 (외연량)÷(외연량)으로 구해진다.

온도를 예외로 하고, 그 이외의 다른 내포량은 외형적으로 (외연량)÷(외연량)으로 구해진다고 할 때, 우리나라 초등학교 수학과에서는 각 외연량의 단위를 붙인 채로 계산하는 대신, 수만으로 계산한 뒤, 그 몫에 단위를 붙이는 방식을 사용한다.⁸⁾ 이렇게 구해지는 내포량은 그 두 외연량이 같은 종류인지, 아니면 다른 종류인지에 따라 율과 도의 두 가지로 구분된다(數學教育學研究會, 1994; 강시중, 1995; 日本數學教育學會, 2011; 中原忠男, 2011). 예를 들어 (이자율)=(이자)÷(원금)은 율이고, (속력)=(거리)÷(시간)은 도이다. 율과 도는 각각 <표 1>과 같이 더 세분할 수 있다. <표 1>에서 볼 수 있듯이, 어떤 내포량의 경우는 특정한 이름을 붙여 부른다. 온도는 도로 간주하고 있다(銀林浩 외, 2009).

<표 1> 내포량의 유형

구분	유형	예
율(같은 종류의 두 외연량)	㉠ (연속량)÷(연속량)	축척, 용액의 진하기
	㉡ (분리량)÷(분리량)	타율, 경쟁률, 출석률
도(다른 종류의 두 외연량)	㉢ (연속량)÷(연속량)	속력, 연비, 밀도
	㉣ (연속량)÷(분리량)	
	㉤ (분리량)÷(연속량)	인구 밀도
	㉥ (분리량)÷(분리량)	단가

7) 분리량을 이산량(離散量)이라고 하기도 한다(이용률, 2010).

8) 단위를 붙여 계산하게 할 수 있도록 하자는 주장(정은실, 2010)이 있지만, 그 구체적인 방안에 대한 논의가 이루어지고 있는 것은 아니다.

<표 1>에서 유형 ㉔을 제외한 다른 유형의 경우는 잘 알려진 특정한 이름을 사용하고 있는 예를 찾을 수 있다. 이에 비해 유형 ㉔의 경우는 특정한 이름을 사용하는 예를 찾기는 어렵다. 그러나 ‘농민 1인당 경지 넓이’와 같은 표현으로 사용될 수 있다. 속력, 인구 밀도, 연비는 그러한 이름 이외에 각각 단위 시간당 주행 거리, 단위 넓이당 인구 수, 단위 연료당 주행 거리와 같이 나타낼 수 있다. 이러한 점에서, 일상적으로 ‘-당 ~’와 같은 표현을 취하고 있는 단위량당의 크기(片桐重男, 1995; 이용률, 2010; 日本數學教育學會, 2011, 2013)⁹⁾는 내포량의 다른 표현이라 할 수 있다(平林一榮, 石田忠男, 1992; 日本數學教育學會, 2011). 다만 이때 단위량당의 크기를 내포량 중 도로 보는 견해(片桐重男, 1995)도 있고, 도와 올 모두로 보는 견해(이용률, 2010; 平林一榮, 石田忠男, 1992; 日本數學教育學會, 2011)도 있다. 그러나 우리나라 교과서와 익힘책에서는 단위량당의 크기라는 용어를 사용하고 있지 않다(이정은 외, 2015).

2. 내포량과 비율 사이의 관계

개념적으로 내포량은 두 외연량으로 만들어지는 새로운 양을 통칭(統稱)하는 것이고, 비율은 두 양 사이의 관계를 나타내기 위한 것이다. 그런 만큼 내포량과 비율 사이에는 개념적으로 차이가 있다. 그러나 위에서 내포량의 기준으로 제시한 ‘㉓ 외형적으로 (외연량)÷(외연량)으로 구해진다.’에서 볼 수 있듯이 (외연량)÷(외연량)은 비율을 구하는 것과 같다. 그래서 나눗셈을 한 결과에 주목하면, 내포량과 비율을 같은 것으로 생각할 수 있다. 실제로 내포량과 비율 사이의 관계와 관련하여 이 두 가지 입장이 모두 있다. 하나는 내포량을 같은 종류 또는 다른 종류의 두 외연량의 ‘비율로 표현되는’ 양으로 보는 입장이다(日本數學教育學會, 2011). 이러한 입장에서는 내포량이 곧 비율이라고 하는 대신, 내포량이 ‘비율로 표현된다’고 말하고 있다. 다른 한 입장은 내포량과 비율은 ‘같다’고 보는 입장이다(片桐重男, 1995, 2012).

우리나라 교과서와 익힘책에서는 이 두 입장이 혼재하여 나타나고 있다. 《수학 6-1 교과서》 116쪽에서 속력, 118쪽에서 인구 밀도, 120쪽에서 용액의 진하기를 취급하면서, 목표로서 “비율이 사용되는 경우를 알 수 있어요.”를 제시하고 있는 바, 이것은 전자의 입장에 있는 것이다. 그러나 《수학 6-1 교과서》 120쪽에서는 용액의 진하기를 “용액의 양에 대한 용질의 양의 비율”, 《수학 6-1 익힘책》 62쪽에서는 할인율을 “정가에 대한 할인된 금액의 비율”과 같이 정의하고 있다. 이와 같이 ‘-에 대한 ~의 비율’과 같이 정의하고 있는 바, 이것은 후자의 입장에 있는 것이다.

이 이외에 내포량과 비율을 결부시키지 않는 경우도 있다. 예를 들어 김수환 외(2011)에서는 내포량은 두 외연량의 ‘몫’으로 나타난다고 설명하고 있다. Freudenthal(1983)도 비율과 내포량을 개념적으로 구분하고 있지 않다. Freudenthal(1983, p.183)은 비율에 초점을 맞추어, 두 양이 같은 종류이면 그때의 비율을 내적 비율(internal ratio), 두 양이 다른 종류이면 그때의 비율을 외적 비율(external ratio)이라고 구분한다.¹⁰⁾ 또, 그는 내적 비율과 외적 비율을 구한 결과에 초점을 맞추어 내적 비율은 수로, 외적 비율은 양으로 보고 있는

9) 단위량당의 크기는 두 양이 있어 ‘어떤 양의 단위량당에 상응하는 다른 한 양의 크기’를 간단히 한 것으로 볼 수 있다.

10) Freudenthal(1983)은 비율에 해당하는 것을 rate가 아니라 ratio라고 하고 있다. 따라서 그가 사용한 ratio를 ‘비’라고 번역하면 의미가 변형된다. 그래서 본 논문에서는 internal ratio와 external ratio를 각각 내적 비율, 외적 비율이라고 번역한다. 본 논문에서도 두 양이 같은 종류이면 내적 비율, 두 양이 다른 종류이면 외적 비율이라고 하기로 한다.

바, 이러한 접근에서는 비율과 내포량이 개념적으로 구분되고 있지 않다.

ratios formed within a system as internal …… the internal ratio is a number

ratios between two systems as external …… the external ratio is a magnitude

지금까지의 논의를 바탕으로, 본 논문에서는 내포량과 비율의 관계를 <표 2>와 같이 정리하고자 한다. 이러한 정리를 통해 우리나라 초등학교 수학과에서 지도하는 내포량의 체계화를 시도할 수 있고, 그것은 교사 교육에 도움을 줄 수 있다. 본 논문에서는 첫째로, 내포량과 비율은 개념적으로는 같지 않다고 보는 바, 내포량은 두 외연량으로 만들어지는 새로운 양을 통칭하는 것으로 보며, 비율은 두 양 사이의 관계를 통칭하는 것으로 본다. 다만 내포량이 비율로 표현될 뿐이다. 이때 온도는 예외적으로 도로 인정한다. 둘째로, 내포량을 같은 종류의 두 양으로 만들어지는 율과 다른 종류의 두 양으로 만들어지는 도로 구분한다. 율의 일상적인 표현은 ‘-에 대한 ~의 비율’ 이고, 도의 일상적인 표현은 ‘-당 ~’ 이다.

<표 2> 내포량과 비율

두 외연량	내포량		비율
	종류	일상적인 표현	
같은 종류	율	-에 대한 ~의 비율	내적 비율
다른 종류	도	-당 ~	외적 비율

* 온도는 예외

율과 도의 어느 경우든 내포량은 비율을 사용하여 구하기 때문에 비율을 취급한 후에 내포량을 취급해야 한다. 즉, 취급 순서는

비율 → 내포량

이 되어야 한다. 다만, 온도(기온, 체온)는 예외로 했기 때문에 비율과 무관하게 일상적으로 쉽게 경험할 수 있는 것으로서 어디서든 취급할 수 있다.

III. 교과서와 익힘책에서 취급하는 율

1. 용액의 진하기, 원주율, 가능성

용액의 진하기는 《수학 6-1 교과서》 120쪽, 《수학 6-1 익힘책》 67쪽에서 나타나고 있다. 두 곳 모두 ‘용액의 양에 대한 용질의 양의 비율’ 과 같이 그 정의를 제시하고 있다. 용액에 따라 소금물의 진하기, 설탕물의 진하기 등과 같이 사용하며, 간단히 진하기라고 하기도 한다. 표준국어대사전에 진하기는 등재되어 있지 않다. 진하기는 이전 용어인 농도(濃度)를 순화한 것이고, 표준국어대사전에도 농도가 등재되어 있다. 이 사전에서는 그것을 화학 분야에서 사용하는 전문어로 ‘주어진 양의 용매나 용액에 들어 있는 용질의

양' 과 같이 설명하고 있다. 한편 《수학 6-2 교과서》 103쪽에서 이산화탄소의 연평균 농도라는 표현을 사용하고 있다. 하지만 교과서와 익힘책에서 농도가 진하기로 대체되었다는 점에서, 이와 같이 농도라는 용어를 사용하는 소재를 제시하는 것은 재고할 필요가 있다.

원주율도 <표 1>에서 (연속량) \div (연속량)의 유형 ㉠에 해당하는 율로 볼 수 있다(日本數學教育學會, 2011). 《수학 6-1 교과서》 143쪽에서는 “원의 크기와 관계없이 지름에 대한 원주의 비는 일정합니다. 이 비의 값을 원주율이라고 합니다.” 와 같이 원주율을 정의하고 있다.¹¹⁾ 《수학 6-1 교과서》 107쪽에서 비의 값과 비율을 동의어로 정의하고 있으므로, ‘비율’ 을 원주율로 보고 있다고 할 수 있다. 위에서 이미 논의한대로 이러한 정의에 따르면, 내적 비율과 율이 동의어인 것처럼 보일 수 있다. 더욱이 원주율의 경우에는 원주와 지름이 어떻게 주어지든, (원주) \div (지름)의 결과가 하나의 값으로 언제나 일정하다는 점에서 그러한 혼란을 가중시킬 수 있다. 그러나 지금까지의 논의에 따라서 원주율이라고 할 때 그 자체는 율로 본다. 다만 그것을 구할 때 내적 비율을 사용한다. 원주율을 제외한 율은 %를 붙여 나타내는 것이 일반적이지만, 원주율은 %를 붙여 나타내지 않는다는 점에서도 원주율은 여타의 율과 다소 다르다.

2009 개정 교육과정에서는 2007 개정 초등학교 수학과 교육과정(교육인적자원부, 2007; 이하, 2007 개정 교육과정)에서 취급하던 확률을 대신하여 ‘어떤 사건이 일어날 가능성’ 을 취급하게 하였다. 2007 개정 교육과정에 따른 《2007 수학 6-2 교과서》 77쪽에서는 “모든 경우의 수에 대한 어떤 사건이 일어날 경우의 수의 비율을 확률이라고 합니다.” 와 같이 확률을 정의하였다. 경우의 수가 분리량이므로, 이때의 확률은 <표 1>에서 (분리량) \div (분리량)의 유형 ㉡에 해당하는 율로 볼 수 있다. 이때는 비율을 취급한 후에 확률을 취급하는 순서가 지켜지고 있다. 그러나 2009 개정 교육과정에서 도입된 ‘가능성’ 은, 비율을 취급하기 훨씬 전인 《수학 5-2 교과서》의 <단원 6 자료의 표현>에서 1차적으로 취급하고, 이어 《수학 6-1 교과서》의 <단원 4 비와 비율>에서 비율을 도입한 후에, 비율의 맥락에서 2차적으로 다시 한 번 취급하고 있다.¹²⁾ 즉, 취급 순서가

가능성(1차적 취급, 5학년) \rightarrow 비율 \rightarrow 가능성(2차적 취급, 6학년)

과 같이 되고 있다. 《수학 6-1 교과서》 110~111쪽에서는 가능성을 내적 비율을 사용하여 구한다는 것을 명확히 보여주고 있다. 여기서도 지금까지의 논의에 따라서 ‘가능성’ 이라고 할 때 그 자체는 율로 본다.

《수학 5-2 교과서》 186~187쪽에서 사건이 일어날 가능성을 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ 이라는 수로 나타내는 것을 취급하고 있다. 이때 소재로 사용하는 것은 동전 던지기와 주머니에서 바둑돌 꺼내기이다. 그런데 아직 비율을 취급하기 전이므로 여기서는 비율을 이용하여 사건이 일어날 가능성을 구하는 대신, 동전 던지거나 바둑돌 던지기에서 전체 경우의 수를 생각하고, 그중에서 어떤 사건이 일어나는 경우의 수를 생각하여 답하게 하고 있다. 예를 들어 ‘전체가 4가지 경우이고, 그 중 어떤 사건이 일어나는 것이 1가지 경우이면 그 가능성은 $\frac{1}{4}$ ’ 과 같이 답하게 하고 있다. 여기서 가능성은 ‘경우의 수’ 라는 같은 종류의 양으로

11) 원주율의 정의에서 ‘비가 일정하다’ 라는 표현은 재고할 필요가 있다. 《수학 6-1 교과서》 104쪽에서의 비의 정의에 따르면, 예를 들어 7 : 1 과 같은 표현이 비이다. 따라서 “원의 크기와 관계없이 지름에 대한 원주의 비율은 일정합니다.” 와 같이 수정할 필요가 있다.

12) 《수학 5-2 교과서》, 《수학 5-2 익힘책》, 《수학 6-1 교과서》, 《수학 6-1 익힘책》 어디에서도 ‘사건’ 그 자체를 정의하고 있는 것은 아니다. 2009 개정 중학교 수학과 교육과정에 따르면, ‘사건’ 은 중학교 수학과에서 사용하는 용어이다.

만들어지는 율로 볼 수 있지만, 그것을 명시적으로 비율의 맥락에서 취급하고 있는 것은 아니다. 그러나 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ 에서 분모가 기준량, 분자가 비교하는 양의 역할을 하고 있다.

2. 기타의 율

가. 비율 이전에 취급하는 율

교과서와 익힘책에서 비율 이전에 율을 취급하는 바, 먼저 《수학 5-2 교과서》 323쪽에서 환율을 취급하고 있다. 환율은 (다른 나라 화폐 금액)÷(우리나라 화폐 금액)으로 구해질 수 있지만, 화폐가치가 다르기 때문에 관습적으로 ‘미국 1달러에 해당하는 우리나라 화폐 금액’, ‘일본 100엔에 해당하는 우리나라 화폐 금액’과 같이 나타내고 있다. 교과서에서는 ‘필리핀 1페소에 해당하는 우리나라 화폐 금액 24.72원’과 같이 표현하는 대신, 1페소=24.72원과 같이 제시하고 있다. 우리나라와 필리핀의 화폐 단위는 다르지만, 화폐라는 점에서 보면, 같은 종류의 분리량이다. 즉, 환율은 (분리량)÷(분리량)의 유형 ㉠에 해당하는 율로 볼 수 있다. 다음으로 《수학 5-2 교과서》 199쪽에서 인터넷 이용 시간, 문화 활동 횟수 등의 맥락에서 %를 사용한 비율을 제시하고 있다. 다만, 여기서는 비율을 취급하기 전이므로, 그러한 비율을 직접 구하는 것이 아니라, 각각 제시된 수를 이용하고 있다. 그럼에도 불구하고, %를 사용하는 것은 그것들이 율임을 말해준다. 그런데 기호 %는 《수학 6-1 교과서》 109쪽에서 정의하므로, 《수학 5-2 교과서》에서 %를 사용하는 것은 시기상조이며, 재고할 필요가 있다.

나. 비율 이후에 취급하는 율

교과서와 익힘책에서 비율을 정의한 후에, 이 비율을 구하는 것을 연습하는 활동에서 ‘-에 대한 ~의 비율’을 구하는 상황을 많이 제시하고 있다. 예를 들어 직사각형에서 ‘세로에 대한 가로에 대한 비율’을 구하는 상황이 그렇다. 지금까지의 논의에 의하면, 이것은 하나의 율이 된다. 만약 이 표현을 예를 들어 ‘정사각형률’과 같이 줄여서 표현한다고 하면, 그 값이 1에 가까울수록 정사각형에 가깝다는 것을 말해주는 특정한 율로 기능할 수 있다. 그러나 초등학교 수학과에서 이러한 것이 필요한 것은 아니다. 본 논문에서는 이와 같은 이유에서, 단지 비율을 구하는 것을 연습하기 위한 상황으로 주어진 ‘-에 대한 ~의 비율’을 제외하고 이자율, 타율 등과 같이 일상생활에서 독립적으로 기능할 수 있는 것, 그리고 전문 분야에서 사용하는 것에 한정한다. 국립국어원에서 제공하는 표준국어대사전에 표제어로 등재되어 있으면 일상생활에서 독립적으로 기능하는 것으로, 전문 기관에서 찾을 수 있으면 전문 분야에서 사용하는 것으로 간주한다. 이러한 입장에서 보면, 교과서와 익힘책에서 취급하는 율은 <표 3>과 같다.

<표 3> 교과서와 익힘책에서 취급하는 율

교과서 및 익힘책	율
《수학 6-1 교과서》	축소비율, 할인율, 용액의 진하기, 성공률
《수학 6-1 익힘책》	축척, 할인율, 이자율, 용액의 진하기, 타율, 회수율, 파쇄율, 재사용률
《수학 6-2 교과서》	축척, 농도, 연령별 인구 구성비

축소비율은 《수학 6-1 교과서》 112쪽과 114쪽에서 나타나고 있지만, 그 정의가 제시되고 있지는 않다. 표준국어대사전에서는 축소율을 ‘축소하거나 축소된 비율’과 같이 설명하고 있고, 축소비율을 그것과 동의어로 제시하고 있다. 교과서에서 ‘축소비율’과 호응하는 ‘확대비율’도 있어야 할 것으로 생각할 수 있으나, 그러한 표현은 나타나고 있지 않다. 그러나 113쪽과 115쪽에서 각각 ‘150% 확대’, ‘120% 확대’와 같은 표현을 볼 수 있다. 여기서 150%와 120%는 확대비율을 의미한다. 표준국어대사전에 ‘확대비율’은 표제어로 등재되어 있지 않고, 확대율이 확대비의 동의어로 등재되어 있다. 그리고 확대비를 수학 분야에서 사용하는 전문어로 ‘답은꼴에서 서로 대응되는 부분이 늘어나 크게 된 비율’과 같이 설명하고 있다.

할인율은 《수학 6-1 교과서》 113쪽과 《수학 6-1 익힘책》 62쪽, 63쪽, 68쪽에서 나타나고 있다. 《수학 6-1 교과서》에서는 그 정의를 제시하고 있지 않지만, 《수학 6-1 익힘책》에서는 ‘정가에 대한 할인된 금액의 비율’과 같이 정의하고 있다. 표준국어대사전에서는 할인율을 경제 분야에서 사용하는 전문어로 ‘어음을 할인할 때 빼는 이율’과 같이 설명하고 있다. 비록 할인율이 표준국어대사전에 표제어로 등재되어 있기는 하지만, 그 의미는 교과서와 익힘책에서 사용하는 의미와 전혀 다르다.

성공률은 《수학 6-1 교과서》 122쪽에서 나타난다. 그러나 그 정의를 제시하고 있는 것은 아니다. 표준국어대사전에서는 성공률을 ‘어떤 일을 이룰 수 있는 비율’과 같이 설명하고 있다. 교과서에서 ‘성공률’과 호응하는 ‘실패율’도 있어야 할 것으로 생각할 수 있으나, 그러한 표현은 나타나고 있지 않다. 표준국어대사전에서는 실패율을 ‘일을 잘못하여 그르칠 수 있는 비율’과 같이 설명하고 있다.

축척은 《수학 6-1 익힘책》 59쪽과 《수학 6-2 교과서》 46쪽에서 나타난다. 축척을 교과서에서는 정의하고 있지 않고, 익힘책에서 ‘실제의 거리를 지도에서 축소하여 나타낸 비율’과 같이 정의하고 있다. 그런데 ‘-에 대한 ~의 비율’이라는 일관성을 위하여 축척을 ‘실제 거리에 대한 지도상의 거리’와 같이 정의하는 것을 생각해 볼 필요가 있다. 또, 46쪽에서 ‘축척이 1 : 5000’이라는 표현과 ‘지도상의 거리와 실제 거리의 비는 지도의 축척과 같습니다.’라는 표현은 재고할 필요가 있다. 축척이 비율이라고 했으므로, 각각 ‘1/5000’, ‘지도상의 거리에 대한 실제 거리의 비율이 축척입니다.’와 같이 수정할 필요가 있다. 표준국어대사전에서는 ‘지도에서의 거리와 지표에서의 실제 거리와의 비율’과 같이 설명하고 있다. 한편, 《수학 6-2 교과서》 40-41쪽에서 “도면상의 길이와 실제 길이의 비율”이라고 하고 있는 바, 비의 경우에 A : B를 ‘A와 B의 비’라고 할 수 있다는 점에서, 이 표현은 ‘실제 길이에 대한 도면상의 길이의 비율’을 의미하는 것으로 보인다. 그렇게 보면, 그것은 축척과 같다고 할 수 있다.

이자율은 《수학 6-1 익힘책》 63쪽에서 나타나고 있다. 그리고 “예금한 돈에 대한 이자의 비율”과 같이 그 정의를 제시하고 있다. 표준국어대사전에서는 이율을 ‘원금에 대한 이자의 비율’과 같이 경제 분야에서 사용하는 전문어로 설명하고 있고, 이자율을 그것과 동의어로 제시하고 있다.

타율은 《수학 6-1 익힘책》 68쪽에서 나타나고 있다. 그리고 “전체 타수에 대한 안타 수의 비율”과 같이 그 정의를 제시하고 있다. 2009 개정 교육과정에서는 할, 푼, 리를 취급하지 않기 때문에 익힘책에서는 타율을 %를 붙여 나타내고 있지만, 실제의 야구 경기에서는 타율을 %를 붙여 나타내지 않으며, 할, 푼, 리를 붙여 나타낸다. 표준국어대사전에서는 타격률을 ‘안타 수를 타격수로 나눈 백분율’과 같이 운동(야구) 분야에서 사용하는 전문어로 설명하고 있고, 타율을 그것과 동의어로 제시하고 있다.

이들 이외에 《수학 6-1 익힘책》 70쪽에서는 빈병의 재사용과 관련하여 회수율, 파쇄율, 재사용률이라는 표현을 사용하고 있다. 표준국어대사전에서는 이들이 등재되어 있지 않지만, 이들은 빈병 재활용과 관련하여 사용하는 전문 용어이다. 예를 들어 환경부의 공식 블로그에서 이들 용어를 사용하고 있는 것을 볼 수 있다. 또, 《수학 6-2 교과서》 109쪽에서 사용하는 ‘연령별 인구 구성비’라는 용어는 통계청에서 사용한다. 한편, 《수학 6-2 교과서》 114~115쪽에서도 율을 취급하고 있다. 여기서 취급하는 율도 전문 분야에서 사용하는 것이다. 114쪽에서 원그래프의 제목으로 ‘에너지 소비량’, 그리고 115쪽에서 원그래프의 제목으로 ‘신·재생 에너지 발전량’을 제시하고 있지만, 이 제목은 적절하지 않다. 두 원그래프는 소비량, 발전량을 나타내는 것이 아니라, 각각 전체 에너지 소비량에 대한 에너지원별 소비량의 비율, 전체 신·재생 에너지 발전량에 대한 신·재생 에너지원별 발전량의 비율을 나타내는 것이기 때문이다. 교과서에서는 에너지 관리 공단의 자료를 인용하고 있는데, 실제로 이 공단에서 제시하고 있는 자료를 보면, 그 각각에 대해 ‘에너지원별 최종에너지 소비 구성비(에너지관리공단, 2015)’, ‘신·재생에너지원별 발전량 비중(에너지관리공단 신·재생에너지 센터, 2014)’이라는 표현을 사용해서 율이라는 것을 명확히 하고 있다.

IV. 교과서와 익힘책에서 취급하는 도

1. 속력, 인구 밀도, 연비

《수학 6-1 교과서》 116쪽 및 《수학 6-1 익힘책》 65쪽에서 제시하는 속력의 정의와 《수학 6-1 교과서》 118쪽과 《수학 6-1 익힘책》 66쪽에서 제시하는 인구밀도의 정의는 각각 다음과 같다. 먼저 이 두 정의에서는 ‘평균’이라는 용어를 사용하고 있다. 그런데 《수학 5-2 교과서》 177쪽에서는 평균을 ‘각 자료의 값을 모두 더하여 자료의 수로 나눈 값’과 같이 정의하고 있다. 그러나 속력과 인구 밀도의 정의에서 나타나고 있는 ‘평균’은 이렇게 구할 수 있는 것이 아니다. 이런 점에서, 속력과 인구 밀도의 정의에서 평균을 사용하는 것은 재고할 필요가 있다.

단위시간에 간 평균 거리를 속력이라고 합니다.

$$(\text{속력}) = (\text{간 거리}) \div (\text{걸린 시간})$$

1시간, 1분, 1초 동안에 가는 평균 거리를 각각 시속, 분속, 초속이라고 합니다. 예를 들어 1시간 동안 평균 60 km 가는 속력을 60 km/시라 쓰고 시속 60 km라고 읽습니다. 또 1분 동안 평균 50 m 가는 속력을 50 m/분이라 쓰고 분속 50 m라고 읽습니다.

1 km²에 사는 평균 인구를 인구 밀도라고 합니다.

$$(\text{인구 밀도}) = (\text{인구}) \div (\text{넓이(km}^2\text{)})$$

예를 들어 인구 밀도는 500 명/km²이라 쓰고 km² 당 500명이라고 읽습니다.

《수학 6-1 교과서》 124쪽의 [문제 9]에서 연비를 취급하고 있다. 여기서는 연비를 ‘자동차의 단위 연료(1 L)당 주행 거리(km)의 비율’이라고 정의하고 있다. 이 정의를 인

구 밀도의 정의와 비교해서 (연비)=(간 거리) \div (사용한 연료)와 같이 나타낼 수 있다.

속력, 인구 밀도, 연비를 구하기 위해 나눗셈을 할 때에는 먼저 단위를 제거한 수만으로 나눗셈을 하며, 구한 몫에 두 양의 단위로 이루어진 제3의 단위를 붙이는 것이 보통이다. 예를 들어 5시간에 440 km를 달렸다면, 먼저 단위를 제거하고 $440 \div 5 = 88$ 을 하고, 거리의 단위 km와 시간의 단위 시로 이루어진 제3의 단위 km/시를 사용하여, 그 속력을 88 km/시로 나타낸다.

교과서와 익힘책의 속력과 인구 밀도의 정의에서 두 양의 단위로 이루어진 제3의 단위를 붙이고 있다. 즉, 각각 예를 들어 60 km/시, 500 명/km²와 같이 제3의 단위 km/시, 명/km²를 붙여 적는다. 그러한 단위를 붙이지 않은 채, 예를 들어 속력을 60이라고, 그리고 인구 밀도를 500이라고 하지 않는다. 이에 비해 《수학 6-1 지도서》 258쪽에서는 연비를 나타내면서 단위를 붙이지 않고 있다. 그러나 이렇게 나타내는 것에 대해서는 재고할 필요가 있다. 연료 25 L로 450 km를 달렸다면, 계산 과정에서는 $450 \div 25 = 18$ 이지만, 그 연비는 18 km/L와 같이 단위를 붙여 나타내야 오해가 없다.

인구 밀도의 정의에서의 ‘km² 당 500명’ 과 연비의 정의에서 ‘단위 연료당 주행 거리’ 라고 하고 있는 것에도 주목할 필요가 있다. 이때 ‘km² 당 500명’ 을 ‘단위 넓이당 인구 수’ 로 볼 수 있다. 속력의 정의에서는 그러한 표현을 사용하고 있지 않지만, 인구 밀도와 연비의 정의에 비추어 속력의 경우에도 ‘단위 시간당 주행 거리’ 라는 표현이 가능하다.

2. 기타의 도

가. 비율 이전에 취급하는 도

교과서와 익힘책에서 비율 이전에 도를 취급하는 바, 첫째로 《수학 2-2 교과서》 102쪽에서 “썰매 손잡이를 잡고 직선 코스 약 30~40 m를 달려 속력을 내고” 와 같이 속력이라는 단어를 사용하고 있다. ‘속력을 내다’ 라는 표현을 일상적으로 사용할 수는 있지만, 그 의미를 2학년 학생들이 이해할 수 있는지는 분명하지 않다. 더욱이 《수학 6-1 교과서》 116쪽에서 속력을 정의하고 있으므로, 2학년 수학에서 굳이 속력을 먼저 사용하는 것은 재고할 필요가 있다. 예를 들어 ‘썰매 손잡이를 잡고 직선 코스 약 30~40 m를 달린 다음, 썰매에 엎드리듯이 올라타서’ 와 같이 속력을 사용하지 않아도 스키텐을 설명할 수 있다.

둘째로 《수학 4-2 교과서》 152~153쪽에서는 꺾은선 그래프를 그리기 위한 소재로 학급당 학생 수와 가구당 아이 수를 취급하고 있다. 앞에서의 논의에 의하면, 이들은 모두 유형 ㉔ (분리량) \div (분리량)에 해당하는 도이다. 다만 여기서는 비율을 취급하기 전이므로, 학급당 학생 수나 가구당 아이 수를 직접 구하는 것이 아니라, 각각 제시된 수를 이용하고 있다. 즉, 실제로는 각각 (학급 수) \div (학생 수), (가구 수) \div (아이 수)를 계산하지 않는다. 그럼에도 불구하고, ‘-당 ~수’ 라는 표현이 그것들이 도입을 말해준다.

셋째로, 《수학 4-2 교과서》 167쪽에서 연평균 기온을 취급하고 있다. 이 연평균 기온은 《수학 6-1 교과서》 116쪽에서 속력을 정의할 때의 “단위 시간에 간 평균 거리”, 《수학 6-1 교과서》 118쪽에서 인구 밀도를 정의할 때의 “1 km²에 사는 평균 인구” 와 유사하다. 연평균 기온은 1월부터 12월까지의 월평균기온을 평균한 것(한국민족문화대백과, 한국학중앙연구원)이다. 따라서 (온도) \div (개월)로 구할 수 있다. 그러나 앞에서 온도를

도로 간주하기로 했으므로, 연평균 기온 자체는 유형 ㉠ ~ ㉣의 어느 하나에 해당한다고 보기 어렵다. 그런데 ‘평균’은 《수학 5-2 교과서》 177쪽에서 정의하므로, 《수학 4-2 교과서》에서 ‘평균’이라는 용어를 사용하는 것은 시기상조이며, 따라서 여기서 그와 같은 소재를 취급하는 것은 재고할 필요가 있다.

넷째로, 《수학 4-2 익힘책》 87쪽에서 속도를 “속도를 120 이상 150 미만” 등과 같이 사용한다. 《수학 5-2 교과서》 133쪽에서도 “일정한 속도”라고 하고 있는 바, 여기서 속도를 일상적인 의미로 사용하는 것으로 보기 어렵고, 그것은 사실상 《수학 6-1 교과서》 116쪽에서 정의하는 속력과 같다. 그런 만큼, 여기서 이러한 표현을 사용하는 것은 적절하지 않다고 할 수 있는 바, 그러한 사용을 재고할 필요가 있다.

한편, 교과서와 익힘책에서는 비율 이전에 도의 기초가 되는 것을 취급하고 있다. 《수학 5-2 교과서》 132쪽에서도 “한 사람당 1 m³를 24개씩”, 134쪽에서 “자동차가 연료 1 L로 갈 수 있는 거리”, 158쪽에서 “논 1 a당 쌀 40 kg”, 《수학 5-2 익힘책》 80쪽에서 “자동차가 휘발유 1 L로 갈 수 있는 거리”는 모두 ‘-당 ~’와 관련이 있는 바, 그것은 도를 학습하기 위한 기초가 될 수 있다.

나. 비율 이후에 취급하는 도

교과서와 익힘책에서 비율을 취급한 이후에 속력, 인구 밀도, 연비 이외에 취급하는 도로 《수학 6-2 익힘책》 78쪽에서 ‘타자 빠르기’가 있다. 여기서 빠르기 300타는 1분에 300글자를 입력할 수 있다는 것을 의미한다. 이것은 (입력한 글자 수)÷(입력 시간)으로 표현되는 도로 <표 1>에서 유형 ㉣(분리량)÷(연속량)에 해당한다. 이 이외에 취급하는 도는 없다. 다만, 속력을 ‘빠르기’라는 표현으로 사용하는 예를 볼 수 있다. 《수학 6-2 교과서》 42쪽과 49쪽에서 ‘일정한 빠르기’라는 표현을 사용하고 있는 바, 이때의 빠르기는 속력과 같다. 그러나 《수학 6-1 교과서》에서 이미 속력을 정의했으므로, 여기서 빠르기라는 표현을 사용하는 것은 재고할 필요가 있다. 《수학 6-2 익힘책》 78쪽에서 “1 L로 11 km를 갈 수 있고”와 같이 표현하고 있다. 이것은 연비의 초보적인 표현이라고 할 수 있다. 그런데 《수학 6-1 교과서》에서 이미 연비를 정의했으므로, 여기서 이와 같은 표현을 사용하는 것은 재고할 필요가 있다.

V. 요약 및 결론

본 논문에서는 우리나라 초등학교 수학 교과서 및 익힘책에서 취급하는 내포량과 관련하여 다음 세 가지 쟁점을 설정하고, 그에 관해 논의하고 있다. ① 내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이에 어떠한 관계가 있는가? ② 어떤 율을 어떻게 취급하고 있는가? ③ 어떤 도를 어떻게 취급하고 있는가? 본 논문에서의 논의 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째로, 내포량과 단위량당의 크기는 동의어로 볼 수 있지만, 내포량과 비율은 개념적으로 차이가 있다. 내포량은 두 외연량의 몫으로 만들어지는 새로운 제3의 양을 통칭하는 것이고, 비율은 두 양의 관계를 나타내기 위한 것이다. 다만 비율을 사용해서 내포량을 구한다. 내포량에는 율과 도가 있고, 그 각각에 대응하는 비율이 각각 내적 비율과 외적 비율이라고 할 수 있다. 일상적으로 율은 ‘-에 대한 ~의 비율’, 도는 ‘-당 ~’와 같이 표현된다. 둘째

로, 교과서와 익힘책에서는 원주율, 가능성, 용액의 진하기라는 율을 체계적으로 취급한다. 그러나 이 이외에 주로 비율을 구하는 맥락에서 축소비율, 할인율, 성공률, 축척, 이자율, 타율 등을 취급하고 있다. 셋째로, 교과서와 익힘책에서는 속도, 인구 밀도, 연비라는 도를 체계적으로 취급한다.

다음으로 이러한 논의 결과를 바탕으로, 교과서 및 익힘책에서의 내포량 취급의 발전 방향을 모색하기 위한 다음 세 가지 시사점을 결론으로 제시한다. 첫째로, 내포량을 취급하는 일련의 과정을 체계화할 필요가 있다. 즉, 어떤 내포량을 언제 어떻게 취급할 것인지에 대한 체계화가 필요하다. 예를 들어 비율을 취급하기 전에 속력, 속도라는 표현을 사용하는 것 등은 재고할 필요가 있다. 속력을 정의한 이후에도 속력 대신 빠르기라는 표현을 사용하는 것도 재고할 필요가 있다. 속도, 빠르기, 속력을 속력으로 통일하고 정비할 필요가 있다. 또, %를 정의하기 전에 %를 사용하는 것도 재고할 필요가 있다. 둘째로, 특정한 이름이 붙는 내포량의 정의를 재고할 필요가 있다. 예를 들어 속력의 정의에서 ‘평균 거리’, 인구 밀도의 정의에서 ‘평균 인구’를 사용하는 것은 재고할 필요가 있다. 여기서의 평균은 5학년 2학기에서 정의한 평균과 다르다. 5학년 2학기에서 평균은 (양)÷(분리량)의 형태를 취하지만, 여기서의 평균은 (양)÷(연속량)의 형태를 취하고 있다는 점에서 같지 않다. 사실상 이러한 정의에서 ‘평균’을 삭제하는 것도 가능하다. 셋째로, 초등학교에서 취급하는 율과 도의 종류를 한정하는 것을 생각해 볼 필요가 있다. 이때 일상생활에서 사용하는 것에 한정하고, 전문적인 율의 취급은 재고할 필요가 있다. 예를 들어 속력, 인구 밀도, 축척 이외에 이자율은 일상적으로 필요한 것이라 할 수 있다. 그러나 빈 병의 파쇄 율, 회수율, 재활용률 등은 그렇다고 보기 어렵다. 이들의 경우 필요하다면, 비율을 구하는 맥락에서 ‘-에 대한 ~의 비율’ 등과 같이 일상적인 표현으로 바꿀 수는 있을 것이다. 타율은 일상생활에서 자주 사용하는 것이지만, 그것에 %를 붙여 나타내는 것은 재고할 필요가 있다. 일상적으로는 타율에 %를 붙여 나타내지 않는다. 이런 점에서 타율을 취급하는 것을 재고하던지 아니면 할, 푼, 리를 다시 사용할 것인지에 대한 논의가 필요하다.

참 고 문 헌

- 강시중 (1995). **수학교육론**. 서울: 교육출판사.
- 교육과학기술부 (2011a). 교육과학기술부 고시 제 2011-361호. [별책 8] **수학과 교육과정**. 서울: 교육과학기술부.
- 교육과학기술부 (2011b). **수학 6-2**. 서울: 두산동아(주).
- 교육부 (2015a). **수학 6-1 교사용 지도서**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015b). **수학 6-1 익힘책**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015c). **수학 6-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015d). **수학 6-2 익힘책**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015e). **수학 2-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015f). **수학 4-2 익힘책**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015g). **수학 4-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015h). **수학 5-2 익힘책**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015i). **수학 5-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015j). **수학 6-2**. 서울: 천재교육.
- 교육인적자원부 (2007). 교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책 8] **수학과 교육과정**. 서울: 교육인적자원부.
- 김수환, 박성택, 신준식, 이대현, 이의원, 이종영, 임문규, 정은실 (2011). **초등학교 수학과 교재연구**. 파주: 동명사.
- 에너지관리공단 신·재생에너지 센터 (2014). **2013년 신·재생에너지 보급통계**. 용인: 에너지관리공단 신·재생에너지 센터.
- 에너지관리공단 (2015). **2015년 에너지통계 핸드북**. 용인: 에너지관리공단.
- 이용률 (2010). **초등학교 수학의 중요한 지도 내용**. 서울: 경문사.
- 이정은, 김지원, 박교식 (2015). 우리나라와 일본 초등학교 수학 교과서에 제시된 비율의 정의 비교 연구. **한국초등수학교육학회지**, 19(4). 385-498.
- 정은실 (2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구**, 13(3), 247-265.
- 정은실 (2010). 초등학교 수학 교과에서의 비례 추론에 대한 연구. **수학교육학연구**, 23(4), 505-516.
- 통계청 e 나라 지표 <http://www.index.go.kr> 2016년 1월 접속
- 표준국어대사전(국립국어원). <http://stdweb2.korean.go.kr> 2016년 1월 접속
- 한국민족문화대백과(한국학중앙연구원). <http://encykorea.aks.ac.kr> 2016년 1월 접속
- 환경부 공식 블로그 <http://blog.naver.com/mesns> 2016년 1월 접속

-
- 數學教育學研究會(編) (1994). **新算數教育の理論と實際**. 東京: 聖文社.
- 銀林浩, 榊忠男, 小沢健一(編) (2009). **遠山啓エッセンス**. 東京: 日本評論社.
- 日本數學教育學會(編) (2011). **算數教育指導用語辭典(第四版)**. 東京: 教育出版株式會社.
- 日本數學教育學會(編) (2013). **和英/英和 算數·數學 用語活用辭典(輕裝版)**. 東京: 東洋館出版社.
- 中原忠男 (2011). **算數科授業の理論と實踐**. 京都: ミネルヴァ書房.
- 片桐重男 (1995). **數學的な考え方を育てる量と測定の指導**. 東京: 明治圖書.
- 片桐重男 (2012). **算數教育學概論**. 東京: 東洋館出版社.
- 平林一榮, 石田忠男 (1992). **算數·數學科重要用語300の基礎知識**. 東京: 明治圖書.
- Freudenthal, H. (1983). **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Dordrecht: D.Reidel Publishing Company.

<Abstract>

A Study on Intensive Quantities Handled in Korean Elementary Math Textbooks and Workbooks

Choi, Jong Hyeon¹³⁾; & Ko, Jun Seok¹⁴⁾; & Lee, Jeong Eun¹⁵⁾;
& Park, Kyo Sik¹⁶⁾

In this paper, the following three issues are discussed in connection with intensive quantities. ① Is there any relationship among intensive quantity, per unit quantity, and ratio? ② Which intensive quantities obtained by two same extensive quantities are handled? And How are they handled? ③ Which intensive quantities obtained by two different extensive quantities are handled? And How are they handled? Based on the results of this discussions, three implications are suggested as conclusions to explore the direction for the development of handling intensive quantities in elementary math textbooks and workbooks. Firstly, it is necessary to systematize a series of processes to handle intensive quantities. There is a need to rethink to use terms like speed and velocity before handling the ratio. Secondly, there is a need to rethink the definition of intensive quantities which have the particular names. For example, it is necessary to rethink using average distance in the definition of speed and the average population in the definition of density of population. Thirdly, it is necessary to consider the limiting the kinds of intensive quantities obtained by two same extensive quantities handled in the elementary math. There is a need to set limit to them which are used in daily life, and there is a need to rethink to use them which are used in the specialized area. There is a need to rethink the using hitting ratio in the form of %.

Key word: external ratio, intensive quantity, internal ratio, per unit quantity

논문접수: 2016. 01. 15

논문심사: 2016. 02. 15

게재확정: 2016. 02. 19

13) duck0808@hanmail.net

14) wideepmath@naver.com

15) cocolletter@naver.com

16) pkspark@ginue.ac.kr (corresponding author)