

공정 자동화를 위한 싱글 휠 드라이빙 모바일 로봇의 견실제어에 관한 연구

A Study on Robust Control of Mobile Robot with Single wheel Driving Robot for Process Automation

신행봉^{1*}, 차보남²

Haeng-Bong Shin¹, BO-Nam Cha²

〈Abstract〉

This paper presents a new approach to control of stable motion of single wheel driving robot system of a pitch that is controlled by an in-wheel motor and a roll that is controlled by a reaction wheel. This robot doesn't have any actuator for a yaw axis control, which makes the derivation of the dynamics relatively simple. The Lagrange equations were applied to derive the dynamic equations of the one wheel driving robot to implement the dynamic speed control of the mobile robot. To achieve the real time speed control of the unicycle robot, the sliding mode control and optimal regulator are utilized to prove the reliability while maintaining the desired speed tracking performance. In the roll controller, the sigmoid-function based robust controller has been adopted to reduce the vibration by the situation function. The optimal controller has been implemented for the pitch control to drive the unicycle robot to follow the desired velocity trajectory in real time using the state variables of pitch angle, angular velocity, angle and angular velocity of the driving wheel. The control performance of the control systems from a single dynamic model has been illustrated by the real experiments.

Keywords : *Balancing Control, Sliding Mode Control, Dynamic Equation, LQR, Unicycle Robot*

1* 교신저자, 정회원, 경남대학교 대학원 첨단공학과
(E-mail: hb.shin@sgservo.co.kr)

2 정회원, 두산인프라코어(주)

1* Corresponding Author, Dept. of Advanced Engineering,
Kyungnam University

2 Doosaninfracore co., Ltd.

1. 서 론

싱글 휠 구동 로봇에 관한 연구는 80년대부터 미국과 일본에서 연구가 진행되고 있다.

제어 성능을 제어스위칭 평면으로 구축 함으로써 강인한 제어 특성을 보이는 건실제어 제어를 이용하였다. 강인제어 제어의 제어 입력은 등가 제어 입력과 강인제어 입력으로 구성된다. 등가 제어 입력은 시스템을 모델화하여 얻어진 시스템 상태를 이용하여 리아프노프 안정도 조건을 만족시키는 입력으로 결정이 된다. 그리고 강인 제어 입력은 시스템 모델화 고정에서 발생하는 오차와 외부 외란 등을 보완해 주는 역할을 하고 일반적으로 강인 제어 입력으로 스위칭 함수를 사용한다. 하지만 함수 응답 특성 때문에 이 함수의 출력 이득을 점점 증가시키면 채터링 현상이 발생하게 되고 이 현상은 구동부에 심각한 손상을 초래하거나 시스템 상태에 외란으로 작용하므로 자세 제어를 위해서는 반드시 줄여야 한다. 본 연구에서는 떨림 현상을 스위칭 함수 중에서 S자형 신호 함수를 이용하여 떨림 현상을 감소시키는 방법으로 제어 성능을 개선하였다.

2. 운동방정식 유도

이번 장에서는 싱글 휠 구동 로봇의 운동 방정식이 유도된다. 이 운동 방정식은 시스템의 운동 에너지와 위치 에너지의 정보를 이용하는 라그랑지 방정식을 이용하여 도출된다.

좌표축은 Fig 1와 같이 설정이 되고 M_1 은 바퀴의 질량, M_2 는 몸체의 질량, M_3 는 회전 디스크의 질량을 나타낸다. 그리고 θ 는 바퀴의 회전 각도, ψ 는 몸체가 피치 방향으로 기울어진 각도,

θ_R 은 몸체가 roll 방향으로 기울어진 각도, θ_D 는 디스크의 회전 각도를 의미한다. R_w 은 바퀴의 반지름을 의미하고, L 은 몸체의 중심까지의 거리를 의미한다.

일반적으로 라그랑지 방정식을 이용하여 시스템의 동역학을 구하는 방법은 그 시스템의 운동에너지와 위치에너지를 필요로 한다.[3,4]

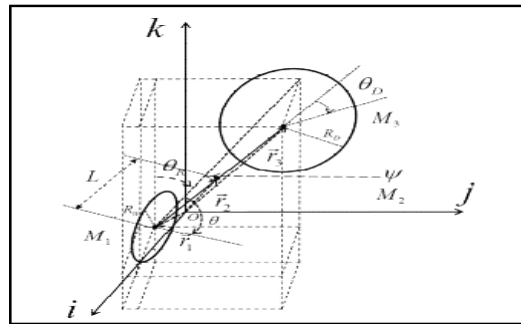


Fig. 1 The Coordinates of single wheel Driving Robot

먼저 운동에너지를 구하기 위해서는 위치벡터를 알아야 한다. 여기서 \vec{r}_1 은 바퀴의 위치 벡터, \vec{r}_2 는 몸체의 위치 벡터, \vec{r}_3 는 구동축의 위치벡터를 의미한다.

$$\vec{r}_1 = R_w \theta \hat{i} + R_w \sin \theta_R \hat{j} + R_w \cos \theta_R \hat{k} \tag{1}$$

$$\vec{r}_2 = (R_w \theta + L \sin \psi) \hat{i} + (R_w \sin \theta_R + L \cos \psi \sin \theta_R) \hat{j} + (R_w \cos \theta_R + 2L \cos \psi \cos \theta_R) \hat{k} \tag{2}$$

$$\vec{r}_3 = (R_w \theta + 2L \sin \psi) \hat{i} + (R_w \theta \sin \theta_R + L \cos \psi \sin \theta_R) \hat{j} + (R_w \theta \cos \theta_R + 2L \cos \psi \cos \theta_R) \hat{k} \tag{3}$$

여기서 속도벡터는 $\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ 로부터 구할 수 있고, 속도 벡터는 아래와 같다.[4]

$$\vec{v}_1 = R_w \dot{\theta} \hat{i} + R_w \dot{\theta}_R \cos \theta_R \hat{j} - R_w \dot{\theta}_R \sin \theta_R \hat{k} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_2 = & (L\dot{\psi} \cos \psi + R_w \dot{\theta}) \hat{i} + (-L\dot{\psi} \sin \psi \sin \theta_R \\ & + R_w \dot{\theta}_R \cos \theta_R + L\dot{\theta}_R \cos \psi \cos \theta_R) \hat{j} \\ & + L\dot{\psi} \cos \theta_R \sin \psi - R_w \dot{\theta}_R \sin \theta_R \\ & - L\dot{\theta}_R \cos \psi \sin \theta_R) \hat{k} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_3 = & (2L\dot{\psi} \cos \psi + R\dot{\theta}) \hat{i} (-2L\dot{\psi} \sin \psi \sin \theta_R \\ & + R_w \dot{\theta}_R \cos \theta_R + 2L\dot{\theta}_R \cos \psi \cos \theta_R) \hat{j} \\ & + (-2L\dot{\psi} \cos \theta_R \sin \psi - R_w \dot{\theta}_R \sin \theta_R \\ & - 2L\dot{\theta}_R \cos \psi \sin \theta_R) \hat{k} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 로봇의 왕복 운동에너지를 알 수 있게 된다. 운동에너지 T_1 은

$$T_1 = \frac{1}{2} M_1 (\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_1) + \frac{1}{2} M_2 (\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_2) + \frac{1}{2} M_3 (\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_3) \quad (7)$$

을 통해서 구할 수 있고, 아래와 같다.

$$\begin{aligned} T_1 = & \frac{1}{4} (2L^2 (M_2 + 4M_3) \dot{\psi}^2 + 4L (M_2 + 2M_3) \\ & R_w \dot{\theta} \cos \psi + 2(M_1 + M_2 + M_3) R_w^2 \dot{\theta}^2 + (L^2 M_2 \\ & + 4L^2 M_3 + 2M_1 R_w^2 + 2M_2 R_w^2 + 2M_3 R_w^2 + 4L (M_2 + M_3) \\ & R_w \cos \psi + L^2 (M_2 + 4M_3) \cos 2\psi) \theta_R^2) \end{aligned} \quad (8)$$

그리고 운동에너지는 회전 관성 에너지를 포함하므로, 회전 관성에너지 T_2 는 [5]

$$T_2 = \frac{1}{2} J_w \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_{mo} n^2 (\dot{\theta} - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_D)^2 \quad (9)$$

전체 운동에너지는 T 는 T_1 과 T_2 를 합하여 구할 수 있다.

다음으로 위치에너지 V 를 구하면

$$\begin{aligned} V = & M_1 g R_w \cos \theta_R + M_2 g (R_w \cos \theta_R + L \cos \psi \cos \theta_R) \\ & + M_3 g (R_w \cos \theta_R + 2L \cos \psi \cos \theta_R) \end{aligned} \quad (10)$$

이제 라그랑지안(Lagrangian)을 구할 수 있고, 라그랑지안은 운동에너지에서 위치에너지를 뺀 것과 같다. 본 논문에서 라그랑지안을 Lag로 표기하였다. Lag는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} Lag = & T - V \\ = & \frac{1}{4} (2L^2 (M_2 + 4M_3) \dot{\psi}^2 + 4L (M_2 + 2M_3) R_w \dot{\theta} \cos \psi \\ & + 2(M_1 + M_2 + M_3) R_w^2 \dot{\theta}^2 + (L^2 M_2 + 4L^2 M_3 + 2M_1 R_w^2 \\ & + 2M_2 R_w^2 + 2M_3 R_w^2 + 4L (M_2 + M_3) R_w \cos \psi + L^2 (M_2 \\ & + 4M_3) \cos 2\psi) \theta_R^2) + \frac{1}{2} J_w \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_{mo} n^2 (\dot{\theta} - \dot{\psi})^2 \\ & + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_D)^2 - M_1 g R_w \cos \theta_R \\ & + M_2 g (R_w \cos \theta_R + L \cos \psi \cos \theta_R) + M_3 g (R_w \cos \theta_R \\ & + 2L \cos \psi \cos \theta_R) \end{aligned} \quad (11)$$

이제 동역학 방정식을 구하기 위해서 라그랑지 방정식에 라그랑지안을 대입하여 계산한다. 라그랑지 방정식은 다음과 같다.[8]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial Lag}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial Lag}{\partial q} = \tau_q \quad (12)$$

여기서

$$q = [\theta_R \ \theta_D \ \psi \ \theta]^T$$

싱글 휠 로봇의 전체 운동방정식이 구해지고, 아래와 같은 결과를 얻을 수 있다.[6]

$$\begin{aligned} J_w \ddot{\theta} + J_{mo} n^2 (-\ddot{\psi} + \ddot{\theta}) + \frac{1}{4} (-4L (M_2 + 2M_3) R_w \sin \psi \dot{\psi}^2 \\ + 4L (M_2 + 2M_3) R_w \cos \psi \dot{\psi}^2 + 4(M_1 + M_2 + M_3) R_w^2 \dot{\theta} = \tau_\theta \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} J_\psi (\ddot{\psi}) - J_{mo} n^2 (-\dot{\psi} + \dot{\theta}) + \frac{1}{4} (-4L (M_2 + 2M_3) \\ R_w \sin \psi \dot{\psi} \dot{\theta} + 4L^2 (M_2 + 4M_3) \dot{\psi} + 4L (M_2 + 2M_3) \\ R_w \cos \psi \dot{\theta}) - (g L M \cos \theta_R \sin \psi + 2g L M B \cos \theta_R \sin \psi \\ + \frac{1}{4} (-4L (M_2 + 2M_3) R_w \sin \psi \dot{\psi} \dot{\theta} + (-4L (M_2 + 2M_3) \\ R \sin \psi - 2L^2 (M_2 + 4M_3) \sin 2\psi) \dot{\theta}_R^2)) = \tau_\psi \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(-4L(M_2+2M_3)R_w \sin\psi\dot{\psi}-2L^2(M_2+4M_3)\sin\psi\dot{\psi}\dot{\theta}) \\ & + J_b\ddot{\theta}_R + \frac{1}{2}(L^2M_2+4L^2M_3+2M_1R_w^2+2M_2R_w^2+2M_3R_w^2 \\ & + 4L(M_2+2M_3)R_w \cos\psi+L^2(M_2+4M_3)\cos 2\psi)\ddot{\theta}_R \\ & + J_d(\ddot{\theta}_D+\ddot{\theta}_R)-gM_1R \sin\theta_R-gM_3(-R \sin\theta_R \\ & -2L \cos\psi \sin\theta_R)-gM_2(-R_w \sin\theta_R-L \cos\psi \sin\theta_R))=\tau_R \end{aligned} \quad (15)$$

$$J_d(\ddot{\theta}_D+\ddot{\theta}_R)=\tau_D \quad (16)$$

위에서 $\tau_D, \tau_R, \tau_\theta, \tau_\psi$ 는 각 디스크에 작용하는 토크, roll 축으로 작용하는 토크, 바퀴에 작용하는 토크, pitch 축으로 작용하는 토크를 의미한다. 전압을 이용한 시뮬레이션과 실험을 하기 위해서 모터 동역학을 이용하여 도출된 동역학 방정식에서의 토크 입력을 전압 입력으로 변환할 필요가 있다.

전압과 토크는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\tau = \frac{nK_t}{R_m}v - \left(\frac{nK_t}{R_m}K_b + f_m\right)(\dot{\theta} - \dot{\psi}) \quad (17)$$

위의 식을 토크 입력에 대입하면 전압 입력의 동역학 방정식이 얻어진다. 위 식에서 $\frac{nK_t}{R_m}$ 와 $\left(\frac{nK_t}{R_m}K_b + f_m\right)(\dot{\theta} - \dot{\psi})$ 는 α 와 β 로 표기 되었고, 밑에 첨자를 붙여 roll과 pitch를 구분하였다.

3. 제어시스템 구성

이 장은 지금까지 구해진 싱글 휠 로봇의 운동 방정식을 이용하여 제어기를 구성하는 부분이다. 싱글 휠 로봇은 롤과 피치에 각각의 액추에이터를 가지고 있고, 이 액추에이터들을 이용하여 자세

제어와 주행 제어를 하 때문에 두 개의 액추에이터를 적절히 제어하기 위해서는 두 개의 제어기를 설계한다. 즉, 롤 축에는 슬라이딩 모드 제어기를 피치 축에는 최적 제어기를 설계한다.

Fig. 2는 싱글 휠 로봇의 자세 제어를 위해 구성된 시스템의 전체 블록선도를 나타낸다. 싱글 휠 로봇의 센서를 통해서 각 상태를 피드백 받아서 기준 값과의 비교를 거쳐 제어기로 들어간다.

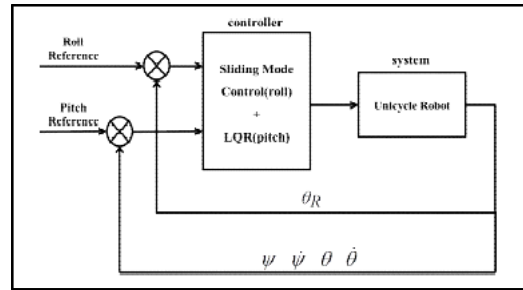


Fig. 2 The block diagram of control system

표시된 이득 K는 압장에서 도출된 동역학을 이용하여 Matlab에서 제공하는 LQR toolbox로 얻어졌다[9-11].

시스템 행렬은 아래와 같고,

$$\dot{x} = Ax + Bu_{pit} \quad (8)$$

시스템의 상태는 $x = [\psi \ \dot{\psi} \ \theta \ \dot{\theta}]$ 로 설정하였다. 여기서 u_{pit} 는 전압을 뜻하고, 식 (14), (15)를 식 (18)을 이용해 변환하여 얻어지는 전압과의 관계식에서 얻어진다. 전압과의 관계식을 정리하여 표현하면 다음과 같다[8].

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41} & A_{42} & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} u_{pit} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
A_{21} &= (gL(M_2 + 2M_3)(J_W + J_{mo}n^2 \\
&\quad + (M_1 + M_2 + M_3)R^2))/\ddot{\psi}_{-den} \\
A_{22} &= (\beta_{pit}(-J_W - R(L(M_2 + 2M_3) \\
&\quad + (M_1 + M_2 + M_3)R)))/\ddot{\psi}_{-den} \\
A_{24} &= (-\beta_{pit}(-J_W - R(L(M_2 + 2M_3) \\
&\quad + (M_1 + M_2 + M_3)R)))/\ddot{\psi}_{-den}
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
A_{41} &= (gL(M_2 + 2M_3)(J_{mo}n^2 \\
&\quad - L(M_2 + 2M_3)R))/\ddot{\theta}_{-den} \\
A_{42} &= (\beta_{pit}(J_\psi + L(L(M_2 + 4M_3) \\
&\quad + (M_2 + 2M_3)R)))/\ddot{\theta}_{-den} \\
A_{44} &= (-\beta_{pit}(J_\psi + L(L(M_2 + 4M_3) \\
&\quad + (M_2 + 2M_3)R)))/\ddot{\theta}_{-den}
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
B_{21} &= (\alpha_{pit}(-J_w - R(L(M_2 + 2M_3) \\
&\quad + (M_1 + M_2 + M_3)R)))/\ddot{\psi}_{-den} \\
B_{41} &= (\alpha_{pit}(J_w + L(L(M_2 + 4M_3) \\
&\quad + (M_2 + 2M_3)R)))/\ddot{\theta}_{-den}
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
&\ddot{\psi}_{-den}, \ddot{\theta}_{-den} \\
&= J_{mo}L^2M_2n^2 + 4J_{mo}L^2M_3n^2 \\
&\quad + J_W(L^2(M_2 + M_3) + J_{mo}n^2) + 2J_{mo}LM_2n^2R \\
&\quad + 4J_{mo}LM_3n^2R + L^2M_1M_2R^2 + 4L^2M_1M_3R^2 \\
&\quad + L^2M_2M_3R^2 + J_{mo}M_1n^2R^2 + J_{mo}M_2n^2R^2 \\
&\quad + J_{mo}M_3n^2R^2 + J_\psi(J_W + J_{mo}n^2 + (M_1 + M_2 + M_3)R^2)
\end{aligned} \tag{23}$$

이득 K 를 구하기 위해서 가중치 행렬 R 과 Q 도 결정을 해야 한다. R 값은 1이고, 가중치 행렬 Q 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 105 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45 \end{bmatrix} \tag{24}$$

위의 과정을 통해서 구해진 행렬들을 구하면

이득 행렬 K 는 다음과 같이 얻어진다.

$$K = [-165.1 \quad -50.51 \quad -2.15 \quad -8.51] \tag{25}$$

최종 입력 전압 u_{pit} 는 $u_{pit} = -Kx$ 로 결정되고 x 는 시스템 행렬에서 설정된 상태와 동일하다.

4. 모의 실험 및 결과

S자형 신호함수를 사용함으로써 떨림 현상이 제거되는지 roll제어기의 시뮬레이션을 통해서 알아보았고, 동역학을 통해 구현된 시스템이 시뮬레이션을 통해서 제어가능한지 확인한다.

Fig 5는 직선주행을 할 때에 측정된 roll 축의 각도 데이터로 $\pm 2^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 직선 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

Fig 6은 전방향으로만 주행을 할 때에 측정된 피치 축의 각도 데이터로 $\pm 5^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 직선 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

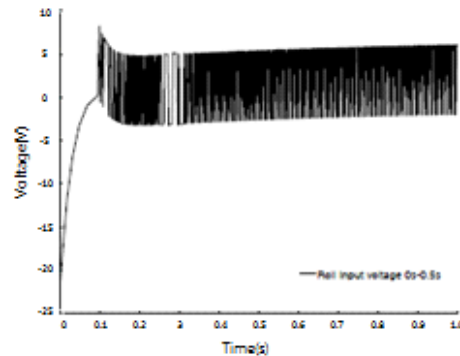


Fig. 3 The reduced chattering states

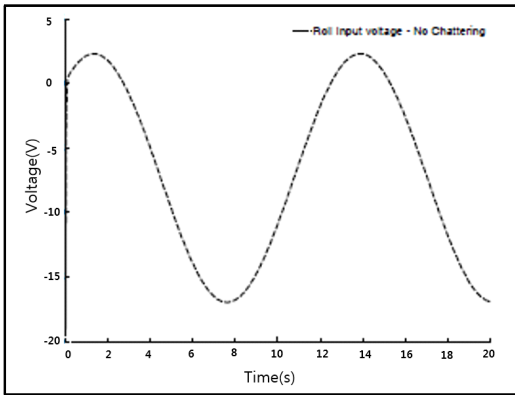


Fig. 4 Reduced chattering phenomenon

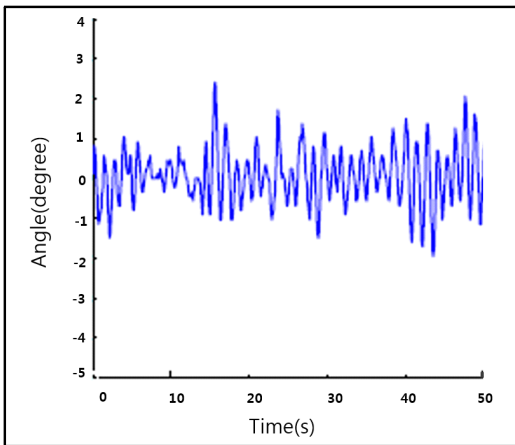


Fig. 5. Measured roll angle data when straight driving

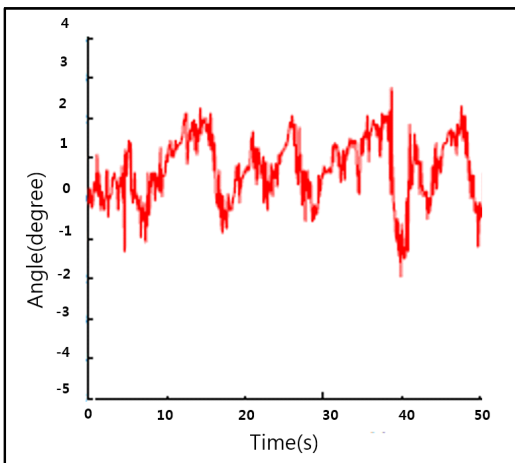


Fig. 6 The pitch angle result in case of forward driving

5. 결론

본 연구에서는 싱글 구동 드라이브 로봇의 안전한 모션 제어에 관한 연구를 수행하고 그 결과를 분석하였다. 설계된 슬라이딩 모드 제어가 roll 축의 자세 제어에 적합함을 알 수 있었다. 직진주행, 반복 주행, 속도 제어 주행 실험을 한 제어에서도 모델링된 운동 방정식으로 각 상태의 이득 값들이 자세 제어와 주행 제어에 적합함을 확인 할 수 있었다.

따라서 본 연구를 통해 싱글 구동 드라이브 로봇의 안전한 모션제어의 안정성을 확인함으로써 제조공정이나 공공기관의 좁은 공간에서는 Double wheel 구동 로봇의 외형의 크기 때문에 대두되는 문제점들을 해결할수 있게되어 병원, 공공기관, 제조공정 등에서의 활용가능성을 제시하였다.

참고문헌

- [1] Lennart Ljung, System Identification
- [2] Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Prentice-Hall international, Inc.,1990
- [3] William L. Brogan, Modern Control Theory
- [4] Herbert E. Merritt, Hydraulic Control System
- [5] Edward P. Cunningham, Digital Filtering
- [6] Franklin, Powell, Workman, Digital Control of Dynamic Systems
- [7] 손익희, “전기 · 유압식 핀-온-레시프로케이팅-플레이트형 마멸 시험기의 설계 및 제어”, 부산대학교 석사학위 논문, 2000
- [8] John F. Blackburn, Fluid Power Control
- [9] Anthony Esposito, Fluid Power with applications
- [10] Bin Yao, Fanping Bu, John Reedy, George T.-C. Chiu, “Adaptive Robust Motion Control of Single-Rod Hydraulic Actuators : Theory and Experiments”, Vol.5, No.1, March 2000