

# 준2차원 하상변동 모형인 GSTARS와 유사이송이론



**안정규** ●●●  
인천대학교 건설환경공학부 교수  
ahnjk@inu.ac.kr

## 1. 머리말

하천의 침식, 운반, 퇴적과정 하천의 지형변화, 다목적댐 등의 저수지에서의 유사퇴적 및 운영기법을 이해하기 위하여 기본적인 이론에 대한 이해가 필요하다. 예로부터 많은 연구자들에 의하여 유사이동 현상과 하천 및 저수지에서의 현상을 이해하려는 노력이 있었으나 대부분이 공학적인 경험에 의존하고 있다. 하천의 유사의 침식, 퇴적, 운반에 관련된 각종 공식이 존재한다. 이들 공식들은 복잡한 현상은 단순화된 가정을 바탕으로 개발되었으며 제한적인 실험이나 현장 데이터에 의존하고 있다. 즉 공식이 유도된 자료로는 정확도를 보이나 다른 지역이나 실험장치에서는 각 공식별로 서로 상이한 값을 도출한다. 심지어는 하나의 공학적인 공식을 유도하는데 다르거나 서로 모순된 가정을 활용하기도 하였다. 이러한 모순이 각 공식별로 다른 결과를 도출하는 이유가 되어왔다. 따라서 이론 또는 공식에 대한 명확히 이해하

고 그 한계점에 대해 정확히 알고 있어야 올바른 하천공학적 결정을 할 수 있을 것이라고 판단된다 (황진환과 안정규, 2016).

## 2. 수치해석 모형의 종류

하상 변동은 실측데이터를 분석하거나 수치해석적 연구를 통하여 예측할 수 있다. Fan and Morris (1992a) and (1992b)는 중국 황하강에 설치된 Sanmenxia(三门峡) 저수지에서의 하상의 변동을 실측된 데이터를 바탕으로 홍수 사상 및 배사 전후의 하상의 변동을 예측하였다. 저수지 퇴사에 대한 수치해석적인 연구는 수치모형의 차원에 따라 표 1에 요약된 1, 2, 3 차원 모형으로 나뉠 수 있다. 이중 2차원 3차원 모형은 교각, 배사구 직상류 등의 수리 구조물 주변의 단기간의 하상을 예측하는데 유용하며 장기간의 긴 구간에서의 예측에는 많은 시간과 노력이 소요된다. 실제로 2차 혹은 3차원 모형에서는 입력자료 역시 2, 3차로 주어야 하며, 모형의 검보정에도 2, 3차원 실측 자료를 필요로 하게 된다. 그러나 일반적인 경우, 하도의 2, 3차원 측정은 시간과 예산의 한계에 의해 일부의 국부적인 지역에 한정이 되며 하도의 전체적인 측정은 1차원 측정이 대부분이다. White (2001), Morris and Fan (1997), Yang

and Simoes (2008), Simoes and Yang (2008), 석은 1차원 모형이 적합하다고 결론지었다. Yang (2010)은 장기간의 긴 구간에 대한 수치해

표 1.1 1차원 하상변동모형 (revised from Papanicolaou et al. 2008)

프로그램	흐름	하상토 이동	부유사 이동	비균질사	점착성유사	유사 교환과정	출처
HEC-6	정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Thomas and Prashum (1977)
MOBED	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Krishnappan (1981)
IALLUVIAL	준정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Karim and Kennedy (1982)
FLUVIAL 11	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Chang (1984)
GSTARS	비정상류	가능	가능	가능	가능	침식 및 퇴적	Yang and Molinas (1986)
CHARIMA	비정상류	가능	가능	가능	가능	침식 및 퇴적	Holly et al (1990)
SEDICOU	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Holly and Rahuel (1990)
OTIS	비정상류	불가	가능	불가	불가	이송 확산	Runkel and Broshears (1991)
EFDC-1D	비정상류	가능	가능	가능	가능	침식 및 퇴적	Hamrick (2001)
3STD1	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Papanicolaou et al (2004)
SRH-1D	비정상류	가능	가능	가능	불가	이송 확산	Greimann, B.P. (2006)

표 1.2 2차원 하상변동 모형 (revised from Papanicolaou et al. 2008)

프로그램	흐름	하상토 이동	부유사 이동	비균질사	점착성 유사	유사 교환과정	출처
SERATRA	비정상류	가능	가능	불가	가능	이송 확산	Onishi and Wise (1982)
SUTRENCH-2D	준정상류	가능	가능	불가	불가	이송 확산	Van Rijn and Tan (1985)
TABS-2	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Thomas and McAnally (1985)
MOBED2	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Spasojevic and Holly (1990)
ADCIRC	비정상류	가능	가능	불가	가능	이송 확산	Luetlich et al (1992)
MIKE21	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Danish Hydraulic Institute (1993)
UNIBEST-TC	준정상류	가능	가능	불가	불가	침식 및 퇴적	Bosboom et al (1997)
USTARS	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Lee et al (1997)
FAST2D	비정상류	가능	가능	불가	불가	침식 및 퇴적	Minh Duc et al (1998)
FLUVIAL12	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Chang (1998)
Delft 2D	비정상류	가능	가능	불가	가능	이송 확산	Walstra et al. (1998)
CCHE2D	비정상류	가능	가능	가능	불가	이송 확산	Jia and Wang (1999)
RAMS	비정상류	가능	불가	불가	불가	이송 확산	Engelund and Hansen (1972)
SMS SED-2D	비정상류	가능	가능	가능	가능	이송 확산	Ackers, P., and White, W. R. (1973)
TRIM2D	정상류	가능	불가	불가	불가	이송 확산	Casulli (1990)

표 1.3 3차원 하상변동 모형

프로그램	흐름	하상도 이동	부유사 이동	비균질사	점착성 유사	유사 교환과정	출처
ECOMSED	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Blumberg and Mellor (1987)
RMA-10	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	King (1988)
GBTOXe	비정상류	불가	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Bierman et al (1992)
EFDC3D	비정상류	가능	가능	가능	가능	침식 및 퇴적	Hamrick (1992)
ROMS	비정상류	가능	가능	가능	불가	침식 및 퇴적	Song and Haidvogel (1994)
CH3D-SED	비정상류	가능	가능	가능	가능	침식 및 퇴적	Spasojevic and Holly (1994)
SSIIM	정상류	가능	가능	가능	불가	이송 확산	Olsen (1994)
MIKE3	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Jacobsen and Rasmussen (1997)
FAST3D	비정상류	가능	가능	불가	불가	침식 및 퇴적	Landsberg et al (1998)
Delft 3D	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Delft Hydraulics (1999)
TELEMAC	비정상류	가능	가능	불가	가능	침식 및 퇴적	Hervouet and Bates (2000)
Zeng et al.	비정상류	가능	가능	불가	불가	침식 및 퇴적	Zeng et al. (2005)

1차원 하상변동 모형중 국내외에서 널리 쓰이는 모형으로는 HEC-6와 Fluvial-12 모형이 있다. 이들 모형은 순수 1차원 하상변동 모형으로 하상의 횡방향 변화를 예측하기 어렵다. GSTARS(The Generalized Sediment Transport model for Alluvial River Simulation) 모형은 하천에서 발생하는 공학적인 문제, 저수지에서의 퇴적 문제 등을 분석하는데 세계적으로 널리 활용되어왔다. GSTARS 모형은 수류튜브의 개념을 활용하는데 이는 하천공학적인 문제를 푸는데 유속등의 수리변량은 준 2차원적으로, 하천의 지형변화는 준3차원적으로 각 수류튜브 별로 구할 수 있게 한다. 이와 달리 하상의 지형의 변화를 유선 개념을 도입하여 준 2차원으로 해석할 수 있기 때문이다 (황진환과 안정규, 2016).

GSTARS 모형은 국내외의 학자들에 의해서 그 적용성이 검증된 바 있다. 국외의 경우 Yang and Simoes (2002), Yang and Simoes (2008), Simoes and Yang (2008), Ahn et al. (2013),

Ahn and Yang (2014), Ahn and Yang (2015), Ahn and Yen (2015)에 의해 저수지의 퇴사의 예측 및 관리 방안 모색에 GSTARS을 활용한 바 있다. 국내에서 GSTARS 모형의 적용 사례는 최호등(2011)이 지천에서의 약 1년 동안의 하도 변화를 검토하였으며, 안정민 등(2010)과 안정민 등(2012)은 형산강에서의 적용성이 높은 유사이송 공식을 산정하는데 활용하였다. 안정규 등 (2016)은 기후변화에 따른 하상변동의 양상을 분석하는데 활용하였다. 이외에도 이종형 (2006), 김용호와 배상근 (2001)이 있으나 국내의 연구는 주로 하천의 변화에 대한 모의 및 예측이었다.

### 3. GSTARS 모형의 기본 이론

1차원 모형중 GSTARS가 두드러지는 특징은 1차원 모형임에도 불구하고 준 2차원적으로 하상의 변동을 모의 할 수 있다는 점이다. 유관(stream

tube)를 활용하여 준2차원적인 하상의 변동의 모의가 가능하며, 아울러 최소에너지소진률 이론을 적용하여 하도의 횡방향 이동역시 모의 가능하다. 이 변장에서는 유사이송공식, 최소에너지소진률, 유관활용법, 그리고 이들을 모두 포함한 GSTARS 모형과 타 수치모형의 계산방식의 차이점에 대해 서술하였다.

### 3.1 유사이송공식

하상변동을 모의하기 위하여 적절한 유사이송 공식을 활용하여야 한다. 대부분의 유사이송 공식은 유사량을 몇가지의 지배적인 수리변량의 함수(식 1~6)의 형태로 나타내고 있다.

$$q_s = A_1(Q - Q_c)^{B_1} \quad (1)$$

$$q_s = A_2(V - V_c)^{B_2} \quad (2)$$

$$q_s = A_3(S - S_c)^{B_3} \quad (3)$$

$$q_s = A_4(\tau - \tau_c)^{B_4} \quad (4)$$

$$q_s = A_5(\tau V - \tau_c V_c)^{B_5} \quad (5)$$

$$q_s = A_6(VS - V_c S_c)^{B_6} \quad (6)$$

여기서  $q_s$ 는 단위폭당 유사 이송량,  $Q$ 는 유량,  $Q_c$ 는 단면평균 유속,  $V$ 는 에너지 또는 수면경사,  $S$ 는 전단력,  $\tau$ 는 단위 바닥 면적당 수류일률,  $\tau V$ 는 단위 물 무게 당 수류 일률(단위수류일률, unit stream power),  $A_1 \sim A_6$ ,  $B_1 \sim B_6$ 는 흐름과 유사의 성격에 관련된 매개변수들,  $c$ 는 유사 이송 초기조건을 의미한다. Yang(1996)은 식 (1)~(6)을 그림 1과 같이 비교하여 각 주요변수들과 구하려는 변수인 유사량의 관계를 도시하였다.

그림 1 (a)의 경우 유사이송량과 유량과의 관계에서는 일대일 대응이 아니라 두개의 곡선이 존재

한다. 즉 함수관계가 없다고 볼 수 있다. 그림 1 (b)의 경우 유사량과 평균유속과의 관계가 일대일로 명확하게 나타난다. 그러나 일대일 직선이 수직에 가까우며 이는 함수 관계가 성립한다고 볼 수 없다. 즉 유사량이 평균유속에 무관하다. 그림 1(c)는 그림 1(a)와 비슷하게 유사량은 에너지 경사와 선이 두 개로 나타난다. 그림 1 (d)의 경우 유사량이 전단력과 일대일 관계를 보이고 있다. 그러나 전단력이 작은 경우와 큰 경우에는 유사이송량과의 관계가 수직의 관계를 보인다. 즉 전단력이 일정한 범위에 존재하는 경우에는 유사이송량과 전단력이 함수관계가 있다고 할 수 있으나 이 범위를 벗어나는 경우에는 유사 이송량이 전단력의 함수가 아니라 서로 무관하다고 할 수 있다. 그림 1 (e)에서는 유사 이송량이 수류일률과 일정한 일대일 함수관계가 존재하여 (a) - (d) 경우보다는 정확한 계산이 가능하다. 그러나 여전히 두개의 실측 데이터가 주어진 곡선에서 벗어나 있다. (f)에 도시된 유사량과 단위수류일률은 (e)의 경우와 같이 확실한 일대일 함수관계가 존재하는 것이 확인 된다. 아울러 (e)에 존재하던 두 개의 벗어난 값들이 존재하지 않고 모두 하나의 일대일 함수관계로 설명이 된다. 즉 유사 이송량을 구할 때는 가장 명확한 일대일 함수관계가 존재하는 단위수류일률을 주요변수로 하여 계산하는 것이 가장 정확하다(Yang 1996, 황진환과 안정규 2016). 그림 2에는 하천의 형태(직선하천, 사형하천, 다지하천)에 따라 유사량과 단위수류일률과의 관계를 표시하였다. 직선, 사형, 다지하천등의 하천의 형태에 관계없이 유사농도가 단위수류일률에 비례하고 일대일 함수관계를 가진다. 즉 하상형태에 관계없이 유사량을 단위수류일률을 활용하여 구할 수 있다. 단위수류일률에 기반하여 유도된 공식이 Yang (1973) 모래공식, Yang (1983) 자갈공식, Yang (1979)의 유사농도 100 ppm이상에 적용 가능한 모래공식, Yang 등 (1996)의 황하공식이 있다.

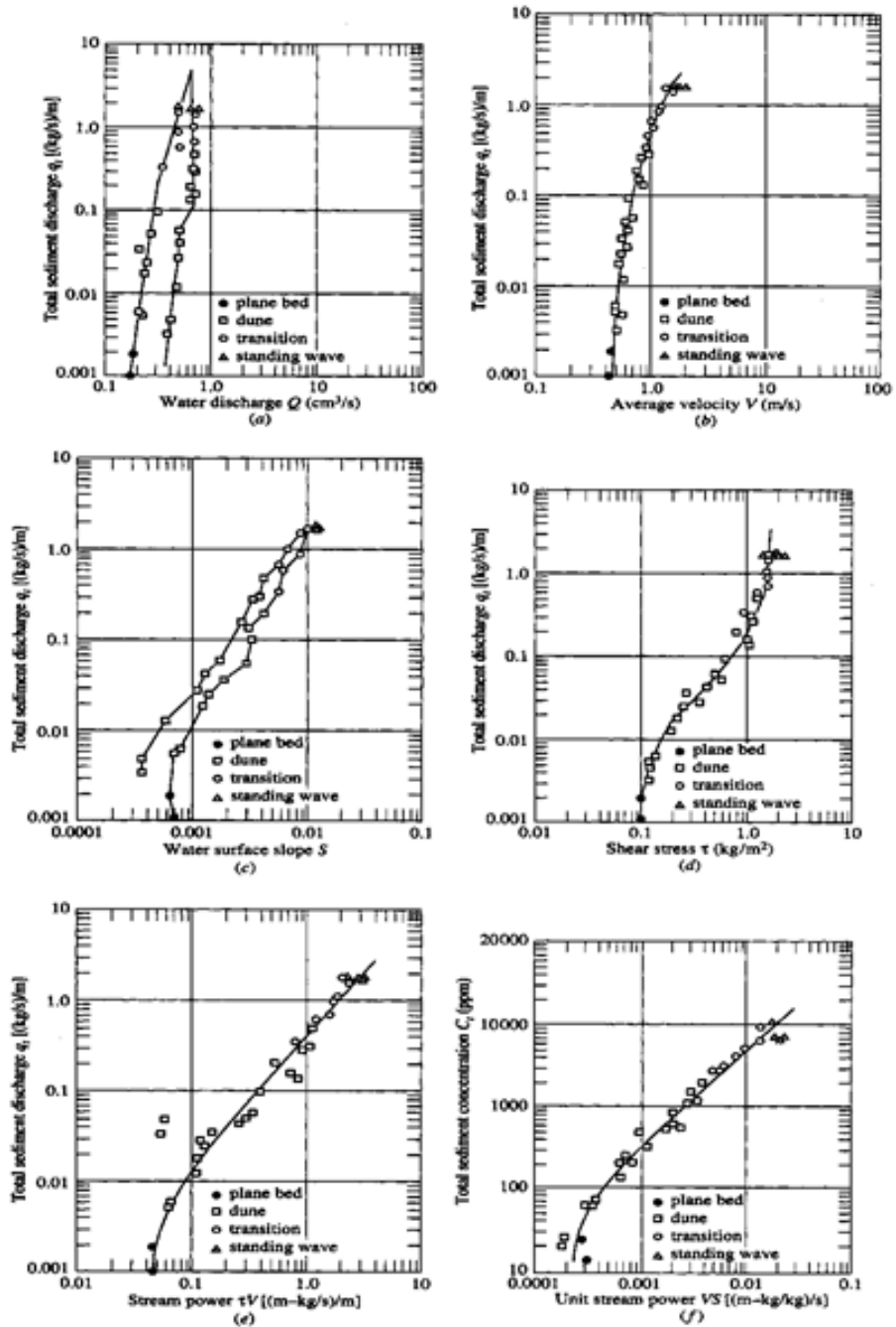


그림 1. 총 유사 이송량과 (a) 유량, (b) 평균유속, (c) 에너지경사, (d) 바닥 전단력, (e) 수류일률, (f) 단위수류일률과의 관계 (Yang, 1996)

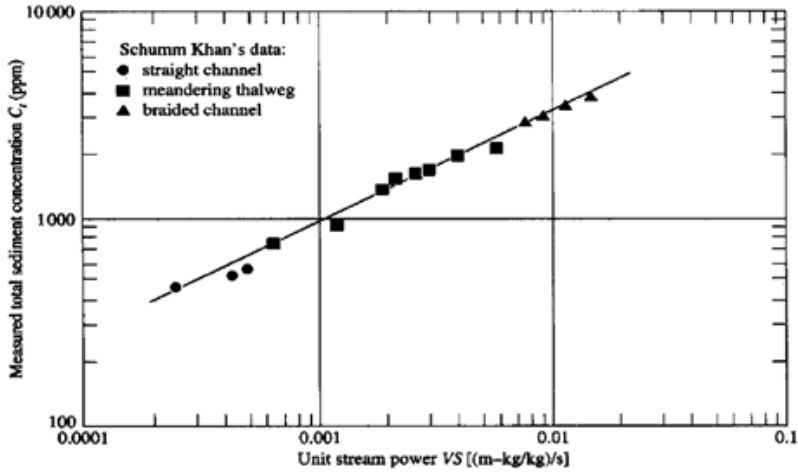


그림. 2 유사 농도와 단위 수류 일률과의 관계 (Yang, 1996)

### 3.2 최소에너지소진률의 정리(Theory of Minimum Energy Dissipation rate)

열역학에서 일컫는 엔트로피(식 7)를 하천공학에 적용하여 Yang은 최소에너지소진률의 정리를 도출하였다.

$$\phi = \int \frac{dE}{T} \quad (7)$$

여기서,  $E$ 는 단위 질량 당 에너지,  $T$ 는 에너지 차이를 밝히기 위해 측정된 절대 온도이다.

여기서 엔트로피의 정의를 하천시스템으로 대입하면 에너지는 물의 단위 질량당 위치에너지  $H$ 와 에너지의 차이를 결정하기 위해 측정하는 높이  $Z$ 로 바꾸면 된다. 따라서 하천시스템에 적용시킨 엔트로피는 다음과 같다.

$$\psi = \int \frac{dH}{Z} \quad (8)$$

여기서,  $H$ 는 단위물의 질량 당 위치에너지,  $Z$ 는 표고 높이이다. Prigogine(1967)에 따르면 평형상

태로 진화해나가는 과정에서는 열역학적인 계에서 단위질량당 엔트로피의 변화률은 최소값을 가져야하며 그 최소값은 외부조건에 의해 결정된다. 그리고 Yang (1971)은 하천시스템에서 물의단위 질량(혹은 단위중량)당 위치 에너지 감소률이 최소가 된다는 사실을 증명하였으며 그 최소값은 시스템에 주어진 조건(유역 및 하천의 유사량, 유량, 지형학적 요소 등)에 따라서 달라진다는 결론에 도달하였다.

최소에너지소진률 이론을 도출하기 위하여 Yang and Song (1986)과 Yang (1987)은 수학적 방법을 활용하였다. 하나의 닫힌 시스템에서 평형상태로 도달해가는 과정에서 에너지가 소진되어야 한다. 일례로 하천의 흐름을 생각해볼 때 하류로 흘러내려 가면서 마찰로 인하여 지속적으로 에너지가 소진되는 것을 들 수 있다. 즉 에너지 소진되는 시스템 즉 저항이 존재하는 시스템에서 에너지  $E$ 는 시간에 대하여 항상 줄어들어야 한다. 즉 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dE}{dt} < 0 \quad (9)$$

이 주어진 시스템에서 에너지가 소진되어 정적인 평형상태(static equilibrium condition)에 도달하게 되면, 에너지는 최소값으로 수렴하며 그 값은 주어진 시스템의 조건에 따라 결정되게 되는데 이를 최소에너지이론이라고 일컫는다. 에너지 소진률(P)과 에너지와의 관계식을 쓰면 다음과 같다.

$$P = - \frac{dE}{dt} > \quad (10)$$

에너지 소진률은 항상 양수가 되어야 하므로 에너지를 미분한 항 앞에 ‘-’ 부호가 포함되어 있다.

정적인 평형상태에서는 주어진 시스템은 최소 에너지를 가지고, 만일 동적인 평형상태가 정적인 평형상태와 가까워진다면 에너지 소진률은 점점 작아져서 0에 수렴하여야 한다. 일례로 하천의 경우 항상 흐름 혹은 에너지 변화가 있어 정적인 시스템이 아닌 동적인 시스템을 고려하여야 한다. 동적 시스템의 에너지 소진률 식은

$$\frac{dP}{dt} = - \frac{d^2E}{dt^2} \leq 0 \quad (11)$$

식 (11)에서 에너지 소진률을 시간으로 미분한 것이 항상 0보다 같거나 작다. 즉 하나의 동적인 시스템이 평형상태로 진행되는 과정에서 에너지소진률 시간이 갈수록 줄어든다. 만일 주어진 시스

템에 동적인 평형상태에 도달하면 에너지소진률이 최소값을 가져야 한다는 것이 최소에너지소진률 이론이다.

유체역학에서는 전통적으로 뉴턴의 운동법칙을 활용하여 시스템에서의 식을 수립하여 문제를 해결하려는 시도를 하였다. 문제의 답을 제시하기 위하여 경계조건과 초기조건은 필수로 주어져야만 하였다. 경계 조건이 상수이거나 시간에 대하여 바뀌지 않는 경우에는 뉴턴의 운동법칙을 활용한 전통적인 유체역학적인 접근이 효과적이다. 그러나 하천지형, 하천공학의 영역에서 하천의 경계는 물과 유사의 흐름에 따라 항상 바뀐다. 즉 경계 조건이 상수가 아니라 시간에 따라 변화하는 것으로 고려하여야 한다. 그리고 하천의 경계가 하천공학에서는 주어진 경계조건이 아니라 답을 찾아야 하는 대상이다. 따라서 경계가 바뀌지 않는다고 가정하여 전통적인 유체역학적인 방법을 활용하여 하천공학적 문제를 해결하고자 하는 경우에 매우 신중하게 가정하여야 한다 (황진환과 안정규, 2016).

GSTARS 모형에서는 이 이론을 하천의 깊이변화와 횡변화를 계산하는데 활용하고 있다. 예를 들어 침식이 발생하는 경우 HEC-RAS 등의 순수 1차원 모형의 경우에는 하상의 저하만 발생하게 모의를 실시하지만 실제로는 하상이 저하되거나 하

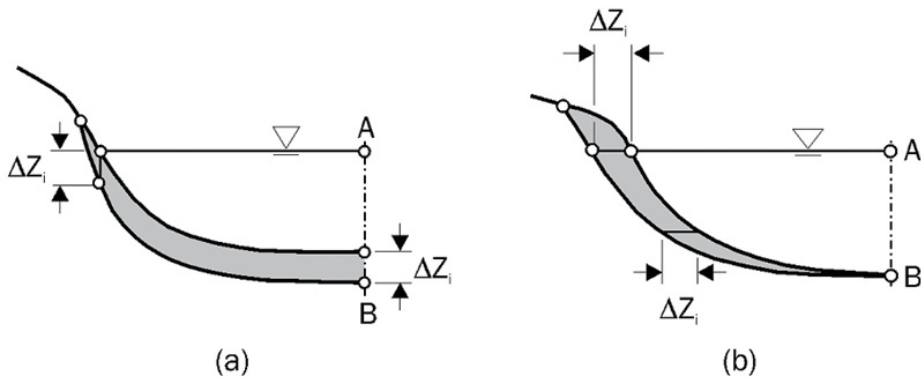


그림. 3 폭과 깊이 변화 계산의 개념도 (Yang and Simoes, 2002)

천의 폭이 넓어질 수도 있다. GSTARS 모형은 그림 3과 같이 침식 발생시 하상저하와 하폭 변화를 에너지 소진률이 최소가 되는 값을 찾도록 적절히 분배할 수 있다.

### 3.3 유관개념(Stream Tube Concept)

GSTARS 모형은 유관의 개념을 도입하여 각 단면에서 흐름을 가상의 경계로 나누어 각 관마다 서로 다른 유속 및 유사 이송량을 계산하며 각 유관의 경계면은 유선(stream line)을 따른다 (Yang and Simoes, 2008). 그림 4와 같이 각각의 유관에서의 통수능은 동일하다고 가정하고 유속과 단

면적은 서로 다르다고 가능하여 각 유관마다 각각의 유사량, 하상변동량, 하상도 입경분포 등을 계산한다. 하상을 업데이트한 이후에 다음 계산시간 ( $\Delta t$  이후)에서는 하상변동에 따라 유관의 경계면이 바뀌게 된다. 즉, 유관경계면이 매 계산시간마다 횡방향으로 변화하므로 하상의 2차원적인 변동을 고려할 수 있다. GSTARS 모형은 1 ~ 10개의 유관이 가능하며 Ahn and Yen (2015)은 3개의 유관을 활용이 가장 효과적이라고 보였다. 일반적으로 유량의 횡방향 변화가 극심하지 않으며 각 유관의 경계가 매 계산시간마다 바뀌므로 하도를 좌, 중, 우 3개의 유관만으로 나누어도 하도의 횡방향 변화를 모의할 수 있다.

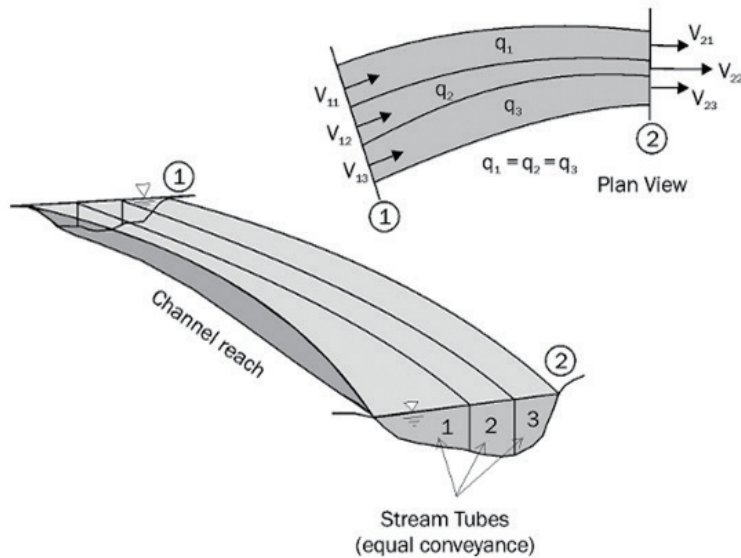


그림 4 유관의 개념도 (Yang and Simoes, 2002)

### 3.4 계산흐름도

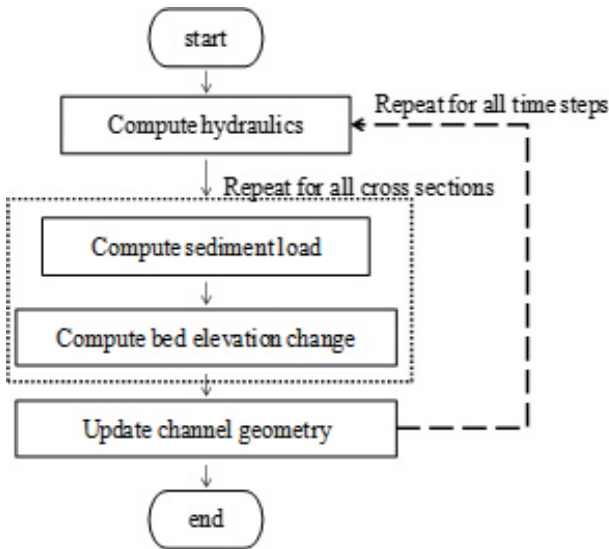
준 2차원적인 하상변동 모의를 위하여 최소에너지소진률과 유관개념을 도입하였다. 일반적인 1차원 하상변동 모형과 GSTARS의 계산흐름도를 그림 5에 비교하였다. 만일 GSTARS를 사용하지

만 준2차원적인 모의를 하지 않을 때는 그림 5(a)와 같다. 그러나 준2차원적인 모의를 위하여 유관개념을 도입하면 그림 5(b)에서 도시된 \*과 \*\*항목이 추가되었으며, 횡방향과 연직방향 변화를 적절히 분배하기 위한 최소에너지소진률을 적용하면 \*\*\*항목이 추가된다. GSTARS 모형은 횡, 연

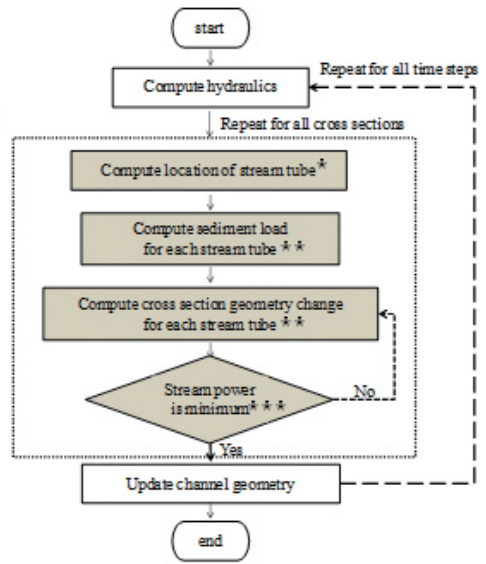


직방향 변화를 조절해가며 최소에너지소진률(혹은 Stream power)가 최소가 될 때까지 반복적인 계산을 실시한다. 따라서 최소에너지소진률 이론을 적용할 경우 계산에 소요되는 시간이 많이 증가된

다. 따라서 하도 양안이 암반으로 구성되거나 혹은 침식이나 퇴적이 활발하지 않는 지역에서는 최소에너지소진률 이론을 적용하지 않고 계산을 수행하면 계산용량을 줄일 수 있다.



(a) 일반적인 하상 변동 모형의 흐름도



\* added procedure with stream tubes, compared to Fig. 5(a)  
 \*\* revised procedure with stream tubes  
 \*\*\* added procedure with theory of minimum stream power

(b) GSTARS의 흐름도

그림 5. 하상변동 모형의 흐름도



참고문헌

김용호, 배상근 (2001) GSTARS 모형을 이용한 하상변동해석, 산업기술연구소논문보고집, 계명대학교산업기술연구소, 제 24-2집, pp. 109-118

안정규, 이종문, 김영도, 강부식 (2016) GSTARS 모형을 이용한 한강 상류부에서 유량변동에 따른 하상변동 민감도 분석 J. Korea Water Resour. Assoc. Vol. 49, No. 4, pp. 347-359

안정민, 류시완, 이남주(2010) 형산강 수계 최적 유사량 공식 선정을 위한 연구. 한국수자원학회논문집, 한국수자원 학회, 제43권 제11호, pp. 977-984

안정민, 류시완, 이남주(2012) GSTARS모형을 이용한 형산강의 최적 유사량공식 결

정, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제32권 제 1B호, pp. 1-7

이종형 (2006) GSTARS 모형을 이용한 달천의 하상변동 해석, 한국산학기술학회논문지, 한국산학기술학회, 제7권, 제 6호, pp. 1264-1270

최호, 임창수, 정재욱 (2011) 수치모형을 이용한 지천하류부 하상변동 분석. 한국방재학회 논문집, 한국방재학회, 제11권 3호, pp. 117&#8211;125

황진환, 안정규 (2016) 다기능보 세굴 및 하상변동양상 분석 기법과 영향저감에 관한 기술보고서, 첨단기술기반 하천운영 및 관리선진화 연구단.

Ahn, J., Yang, C. T., Boyd, P. M., Pridal, D. B., and Remus, J. I. (2013). Numerical modeling of sediment flushed from Lewis and Clark Lake, *International Journal of Sediment Research*. Vol. 28, No. 2, pp. 182-193.

Ahn, J. and Yang, C. T. (2014). Simulation of lateral migration of all American canal with semi-two dimensional sediment transport model, *KSCE Journal of Civil Engineering*. Vol. 18, No. 6, pp 1896-1903.

Ahn, J. and Yen, H. (2015). Semi-two dimensional numerical prediction of non-equilibrium sediment transport in reservoir using stream tubes and theory of Minimum stream power. *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol .19, No. 6, pp. 1922-1929.

Ahn, J. and Yang, C. T. (2015). Determination of recovery factor for simulation of non-equilibrium sedimentation in reservoir, *International Journal of Sediment Research*. Vol. 39, No. 1, pp. 68-73.

Fan, J., and Morris, G. L. (1992a) Reservoir Sedimentation I: Delta and Density Current Deposits, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 3, pp. 354-369.

Fan, J., and Morris, G. L. (1992b) Reservoir Sedimentation. II: Reservoir Desiltation and Long-Term Storage Capacity.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 3, pp. 370-383.

Morris, G. L. and Fan, J., (1997) *Reservoir Sedimentation Handbook: Design and Management of Dams, Reservoir, and Watersheds for Sustainable Use*, McGraw Hill, New York.

Papanicolaou, A. N., Elhakeem, M., Prakash, S., and Edinger, J. (2008). Forum of “sediment transport modeling review &#8211; current and future development.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 134, No. 1, pp. 1-14.

Prigogine, I.(1967). *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes*, 3rd Edition, John Wiley, New York, NY.

Simoes, F. J. M. and Yang, C. T. (2008) GSTARS Computer Models and Their Applications, Part II: Applications. *International Journal of Sediment Research*, Vol. 23, No. 4, pp. 299-315, Beijing, China.

Yang, C. T.(1971) Potential energy and stream morphology. *AGU Water Resources Research*, Vol. 7, No. 2, pp.311-322

Yang, C. T. (1973) Incipient Motion and Sediment Transport. *Journal of the Hydraulics*

---

Division, ASCE, Vol. 99, No. HY10, Proceeding Paper 10067, pp. 1679–1704.

Yang, C. T. (1979). Unit stream power equations for total load, *Journal of Hydrology*, Vol. 40, pp. 123 – 138.

Yang, C. T. (1984) Unit stream power equation for gravel, *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 110, No. HY12, pp. 1783–1797.

Yang, C. T. (1987). Energy dissipation rate approach in river mechanics, *Sediment Transport in Gravel-bed Rivers*, ( Thorne, C. R., Bathurst, J. C. and Hey, R. D. eds), John Wiley & Sons, pp. 753–766.

Yang, C. T. (1996) *Sediment Transport: Theory and Practice*. McGraw–Hill Companies, Inc., New York (reprint by Krieger Publishing Company, 2003).

Yang, C. T., and Song, C. C. S. (1986). Theory of minimum energy and energy dissipation rate, *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Vol. 1, Chapter 11, Gulf Publishing Company, N. P. Cheremisinoff (ed), pp. 353 &#8211; 399.

Yang, C. T., Molinas, A., and Wu, B. (1996). Sediment transport in the Yellow River, *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 122, No. 5, pp. 237 – 244.

Yang, C. T., and Simoes, F. J. M. (2002) *User’s Manual for GSTARS3 (Generalized Sediment Transport model for Alluvial River Simulation version 3.0)*. Technical Service Center, U.S. Bureau of Reclamation, Denver, Colorado.

Yang, C.T., Simoes, F. J. M. (2008) *GSTARS Computer Models and Their Application*, part I : Theoretical Development. *International Journal of Sediment Research* , Vol. 23, No. 3, pp. 197–211.

White, W. R. (2001). *Evacuation of sediments from reservoirs*. Thomas Telford Publishing, London.

---