인지과학, 제27권 제2호
Korean Journal of Cognitive Science
2016, Vol. 27, No. 2, 159～219.
http://dx.doi.org/10.19066/cogsci.2016.27.2.001

수학적 사고력에 관한 인지신경학적 연구 개관*

김 연 미†
홍익대학교 공과대학

수학적 사고력1)은 STEM(science, technology, engineering, mathematics) 분야에서의 학업적인 성취와 과학기술의 혁신에서 중요한 역할을 하고 있다. 본 연구에서는 학제 간 연구 분야인 수 인지(numerical cognition) 및 수학적 인지2)와 관련된 최근의 인지신경학적 연구 결과들을 종합하여 개관하였다. 첫째로 수학적 사고의 기초가 되는 뇌 기제의 위치와 정보처리 메커니즘을 확인하였다. 수학적 사고는 영역 특정적(domain specific)인 기능인 수 감각과 시공간적 능력뿐만 아니라 영역 일반적(domain general)인 기능인 언어, 장기기억, 작업 기억(working memory) 등을 기초로 하며 이를 토대로 추상화, 추론 등의 고차원적인 사고를 한다. 이 중에서 수 감각과 시공간적 능력은 두정엽(parietal lobe)을 기반으로 한다. 두 번째로는 수학적 사고 능력에서 관찰되는 개인 차이에 대하여 고찰하였다. 특히 수학 영재들의 신경학적인 특성을 신경망 효율성(neural efficiency)의 관점에서 고찰해 보았다. 그 결과 높은 지능이란 두뇌가 얼마나 많이 일하느냐가 아니라 얼마나 효율적으로 일하는가에 달렸다는 사실을 확인하였다. 수학 영재들의 또 다른 특성은 좌반구와 우반구 간의 연결과 반구 내에서 전두엽과 두정엽의 연결이 뛰어나다는 사실이다. 세 번째로는 학습과 훈련, 그리고 성장에 따른 변화 및 발전에 대한 분석이다. 개인이 성장하며, 수학 학습과 훈련을 하게 될 때 이에 따라 두뇌 피질에서도 변화가 반영되어 나타난다. 그 변화를 피질에서의 활성화 수준의 변화, 재분배, 구조적 변화라는 관점에서 해석하였다. 이 중에서 구조적 변화는 결국 신경 가소성(neural plasticity)을 의미한다. 마지막으로 수학적 창의성은 수학적 지식(개념)을 기초로 하여 수학적 개념들을 결합하는 단계가 요구되며, 그 후 결합된 개념들 중에서 심미적인 선택을 통해 수학적 발명(발견)으로 연결된다. 전문성이 높아질수록 결합과 선택이라는 두 단계가 더욱 중요해진다.

주제어 : 수 감각, 공간능력, 신경망 효율성, 신경 가소성, 이중부호화/맥락 가용성 이론

---

* 본 연구는 2016년도 홍익대학교 학술연구진흥비의 지원을 받아 수행되었음.
† 교신저자: 김연미, 홍익대학교, 공과대학 서울 마포구 상수동 72-1
연구분야: 인지심리학, 신경과학
Fax: 02-336-8130, E-mail: kimym@hanmail.net

1) 수학적 문제를 이해하고 해결하는데 요구되는 사고 능력을 의미하며 직관적 통찰능력, 정보의 조직화 능력, 공간화/시각화 능력, 추론능력(귀납적, 연역적 추론), 일반화 능력 등을 포함한다.

2) 인지과학의 한 분야로 인간과 동물들의 수 개념(number sense)과 수학적 사고의 인지적 처리과정, 신경학적인 기반 등을 비교 연구, 발달 연구, 뇌 영상 촬영 등을 통하여 연구하는 분야이다.

서 론

인류 문명의 초기 단계에서부터 인간은 시간과 양과 거리를 정확하게 측정하고 소통해야할 필요성에 직면하여 왔다. 이것을 위하여 인간은 이미 선사시대부터 동물의 뼈에 기록[3]을 새기는 일대일 대응방식으로 셈을 위한 원시적인 체계를 만들었다. 인간이 발명한 숫자는 디지털 시대에 사는 우리의 일상생활에 많은 영향을 주고 있다. 수학은 인류의 노력으로 이루어낸 지적인 결과물이면서 동시에 현대사회에서는 조직화되고 형식적인 체제를 갖추고 있는 학문의 한 분야이다. 수학은 또한 학제 간의 언어이자 도구이다. 읽고 쓰는 것과 마찬가지로 수학은 STEM (science, technology, engineering, mathematics)을 비롯한 많은 학문 분야에서 그것을 학습하는데 필요한 요소이며 사회적인 또는 물리적인 현상을 모형화 하는 도구로 사용된다. 그런 이유로 모든 문명국가에서는 수학을 교양인이 갖추어야 할 지적인 능력의 핵심으로 간주하며 형식적인 교육 체계의 바탕이 되는 '기초(basics)'로 간주한다.

수학적 사고 능력의 발달에 관한 규명은 인지심리학에서 언어를 비롯한 여러 인지 능력과 함께 활발하게 다루어지는 분야이기도 하다. 신경과학자인 Changeux는 수학자 Conne와의 대담 중에 뇌에서 수학이 어떻게 나타나는 지를 밝히는 것이 신경과학의 큰 목표라고 언급하였다(Changeux & Conne, 2002). 논리적 사고, 유추, 추상화 등은 감각과 지각을 넘어선 고차원적 정신활동이기 때문에 신경과학에서 관심을 가지는 것은 당연하다고 생각된다.

수학자들 중에서도 자신들의 사고과정을 성찰하는 과정에서 창의적인 아이디어가 어떻게 발생하는지를 묘사한 경우가 있는데 Poincaré와 Polya 등이 대표적인 인물이다. Poincaré(1908)는 수학적 발명에 대한 논의 중에 영감의 창의적인 측면을 특히 강조하였다. 그는 심리학자들에게 영감이라는 현상을 조사해달라고 부탁하면서 이것에는 게슈탈트적인 통찰력과 유사한 측면이 있으며 (영감을 불러일으키는) '잠재적 자아'가 '의식적 자아'보다 우월한 것은 아닌지 질문하였다. 또 다른 프랑스의 수학자 Hadamard(1975)는 "수학분야에서의 발명의 심리학"에서 다음과 같은 생각을

3) 기원 전 35000년 정도로 추정되며 Lebombo bone으로 불린다. 비비 원숭이의 뼈에 29개의 눈금이 정교하게 새겨져있다. 현재로서는 가장 오래된 수학적 인공물이다.

표현하였다. “수학자들이 뇌의 생리학에 대하여 충분히 알고, 또 신경생리학자들이 수학적 발견에 대하여 충분히 알게 되어서 효율적인 협동이 가능한 그런 날이 과연 올 수 있을까?” 그가 어떤 의도로 이러한 언급을 하였든지 그 후 60 여년이 지난 오늘날 우리는 그의 질문에 대답을 할 만한 준비가 어느 정도 돼있는 것 같다.

‘두뇌의 시대(Decade of Brain)’라고 불리는 1990년대는 인간의 뇌가 연구의 대상으로 주목을 받게 된 시기이다. 그러한 연구가 가능하게 된 배경에는 양전자 방출 단층촬영(PET)나 기능적 자기공명 영상(fMRI)과 같은 새로운 테크놀로지가 발명 되면서 두뇌를 해부학적으로 관찰하고, 시간에 따라서 뇌에서 혈류가 어떻게 움직이는지와 같은 두뇌의 작동 메커니즘을 자세히 알게 된 것을 들 수 있다. 이와 더불어 ‘수 인지(numerical cognition)’ 혹은 ‘수학 인지(mathematical cognition)’라는 학제 간 연구 분야도 탄생하였다. 여기서는 인간의 두뇌가 숫자와 수학적인 계산들을 어떻게 표상하는지를 이해하고, 수학적 능력의 기저에는 무엇이 놓여있는지, 산술적인 개념이나 스킬을 학습하는데 영향을 미치는 요인들은 무엇인가를 연구한다. 그 외에도 다양한 테크놀로지를 사용하여 수학적 지식[4]의 생물학적인 기초를 이해하고 나아가서는 고차원적 사고와 수학적 영감의 본질을 밝히려는 시도까지 하고 있다.

이러한 배경 하에서 본 연구에서는 수학적 사고의 기원과 수학적 능력의 차이, 그리고 수학적 사고력의 발달 등에 대하여 현재까지 알려진 인지신경학적 연구 결과들을 개관하고자 한다. 이것을 위하여 첫째, 수학적 사고와 관련된 영역 특정적(domain specific)인 인지기능들 즉 수 감각, 공간지각 등과 관련된 뇌 영역을 확인하고 그 메커니즘을 규명한다. 또한 영역 일반적(domain general)인 인지 기능인 언어, 장기기억, 작업 기억(working memory)이 수학적 사고력에 어떤 영향을 주는지 살펴보고자 한다. 두 번째 주제인 수학적 능력의 차이를 이해하기 위하여 수학 영재나 우수한 지능을 소유한 개인의 신경학적 특성은 무엇인지를 밝히고자 한다. 세 번째 주제는 수학적 사고력의 발달에 관한 것이다. 학습과 훈련을 통하여 인간의 두뇌에는 변화가 일어난다. 이 변화를 바라보는 심리학적 관점은 행동주의부터 구성주의에 이르기까지 다양하다. 그렇지만 뇌 영상촬영의 연구들은 수학적 경험이나

4) 수학적 지식은 개념적 지식(예를 들면 덧셈의 교환법칙, $m+n=n+m$)과 산술적 사실들(예를 들면 $8\times7=56$), 그리고 절차적 지식(예를 들면 방정식을 풀 때 알고리즘을 수행하면서 해를 얻는 과정) 등을 의미한다.

학습과 훈련, 성장에 따라서 신경세포의 수준에서 어떤 변화가 일어나는지를 구체적으로 보여준다. 그렇기 때문에 과거에는 이론으로만 제시되던 학습 심리학이나 인식론적인 주장들이 이제는 과학적인 검증을 받는 단계에 이르렀다. 이러한 고찰은 Donaldson(2013)이 “두뇌의 성장”에서 ‘당신의 뇌가 어떻게 작동하는지를 이해하는 것은 당신이 더 잘 배울 수 있게 해 준다’고 한 언급처럼 인간이 가지고 있는 두뇌의 작동 메커니즘에 대한 호기심을 만족시켜줄 뿐 아니라 보다 효율적인 학습 방법이나 교육과정의 구성에도 도움을 줄 것으로 기대한다.

본 론

수학적 사고와 관련된 인지 기능들

수학적 사고의 기원

인지신경과학은 수학적 사고의 기원에 대하여 초기 인지과학의 이론들과는 달리 구체적으로 그 메커니즘을 밝혀주고 있다. 수학적 사고의 기원이라고 할 수 있는 첫 번째 체계는 인간이 선천적으로 가지고 태어나는 ‘수 감각’ 체계이다. 인간의 신생아는 수 본능, 즉 작은 숫자 1, 2, 3을 이해하는 지능을 가지고 있으며, 두 집합의 크기 차이가 클 경우에 두 수의 대소 관계를 본능적으로 안다는 것이다. 특히 작은 숫자의 경우는 그 의미를 우리가 애써 배워야 하는 무엇이 아니라 노력하지 않고도 자연스럽게 그 감각을 습득할 수 있는 능력을 인간은 가지고 태어난다(Dehaene, 1997). Wynn(1992)은 실험에서 5～8개월 된 32 명의 아기들에게 인형을 하나 보여주고 나서 스크린으로 가렸다. 잠시 후에 실험자는 똑같은 모양의 두 번째 인형을 추가로 보여준 다음 다시 스크린 뒤로 놓았다(1 + 1 = 2 를 이해하는가를 확인하는 실험이다). 스크린을 치우면 정상적으로 두 개의 인형이 있든지 (1 + 1 = 2 인 경우) 어떤 경우에는 (아기들이 모르게 치워서)장난감이 하나만 남아 있거나, 세 개(아기들 몰래 하나가 더해져서 셋이 된 경우)가 되기도 하였다. 아기들이 주시하는 시간을 기록해보니 아기들은 부자연스러운 상황, 즉 장난감이 하나만 있거나 세 개가 있는 상황을 더 오래 바라보았다. 이것은 아기들이 시간에

따라 대상을 기억하고 있었으며 각각의 표상을 만들었음을 의미한다. Wynn은 이 연구에서 영아들이 작은 개수(세 개 혹은 네 개까지)의 항목들을 수량화(quantify)하는 능력을 이미 가지고 태어났으며, 이 능력은 단순한 패턴의 인식이 아닌 서수적인 정보를 부호화하고 처리하는 산술능력이라고 주장한다.

수 본능은 인간뿐만 아니라 동물들에게도 존재한다. 동물 행동학자들이나 신경학자들은 영장류나 기타 동물이 수 개념을 갖고 있는지에 대한 다양한 실험을 수행하였다. 동물 심리학자인 Mechner(1958)는 다음과 같은 실험을 진행하였다. 쥐를 얼마동안 굶주리게 한 다음에 지렛대가 두 개 있는 방에 넣었다. 지렛대 B는 음식이 나오는 장치와 연결이 돼 있었다. 그러나 이 보상장치는 즉각적으로 작동하지 않고 쥐가 지렛대 A를 정확한 숫자만큼 누른 다음에 B를 눌러야 음식이 나오게 고안되었다. 쥐가 지렛대 B를 너무 빨리 누르면 벌을 받는 구조였다. 실험자가 지렛대 A를 누르는 횟수를 임의로 바꾸어도 쥐는 여러 번의 시행착오 끝에 A를 몇 회 눌러야 하는지를 알게 되었고, 점점 정확하게 지렛대를 눌렀다. 동물 인지를 연구하는 다른 실험에서는 56마리의 말에게 음식이 든 두 개의 통을 보여주었다. 통에 든 음식의 개수는 2 : 1, 3 : 2, 6 : 4 등으로 변하였다. 이 때 말들은 숫자가 크지 않은 경우에는 두 통 중에서 큰 쪽을 코로 선택하였다(Uller & Lewis, 2009). 말들은 한 개와 두 개, 두 개와 세 개는 구분하였지만, 네 개와 여섯 개는 구분하지 못하였다. 학습이 없는 동물들(침팬지, 코끼리, 돌고래, 사자 등)에게서도 발견되는 작은 집합의 크기(농도, cardinality)를 본능적으로 이해하는 능력은 수 개념을 확장시키는 바탕이 된다(Dowker, 2005).

이러한 수 감각 체계는 두뇌의 좌반구와 우반구의 아래 두정엽(inferior parietal lobe)이 관장하고 있다(그림1, 3)(Dehaene et al., 1999). 두정엽의 신경회로들은 수의 크기 인식과 수의 대소 비교, 어림 등의 기초적인 수 연산에서 활성화된다. 그리고 이 영역은 어른이나 아동 그리고 한국인이나 서양인 모두에게서 문화와 관계없이 활성화된다.

수학적 사고의 기초가 되는 두 번째 체계는 아동이 언어를 배우는 과정에서 '하나', '둘', '셋' 같은 수 단어나 '전부(all)', '둘 다', '약간'과 같은 양화사(quantifier)를 사용하면서 생성되는 세분화를 통하여 점차 형성된다. 이것은 언어 체계에 의존한다. 그 후 수학학습을 통하여 아동은 아라비아 숫자를 배우고, 서수 개념과 심적

수직선(mental number line)을 구성할 수 있게 된다(von Aster & Shalev, 2007).

세 번째 체계는 길 찾기(navigation)나 공간적 기억, 그리고 기하학적 추론을 위해서 환경적인 지표나 공간적인 표상을 만드는 체계이다. 공간적 사고와 자극은 후두정엽(posterior parietal lobe)을 활성화 한다. 두정 내 고랑을 비롯하여 아래 두정엽과 후 두정 소엽들은 수학적 사고의 기초가 되는 영역인데, 인간이 성장하면서 사칙연산을 하고, 방정식과 같은 대수 문제를 풀 때 그리고 전개도를 접는 3차원 도형을 상상할 때, 혹은 미분, 적분과 같은 고차적인 사고를 할 때도 이 영역들이 활성화된다(Spelke, 2003).

Dehaene, Piazza, Pinel 그리고 Cohen(2003)에 의하면 우리가 수를 부호화하는 방식은 첫 번째는 아라비아 숫자 열(예 123)과 같은 시각적 부호(visual arabic code)를 사용 하거나, 두 번째는 '백 이십 삼' 같은 구술적 단어의 형태로(verbal code) 입력할 수 있고, 세 번째는 심적 수 직선(mental number line)에 아날로그 방식으로 부호화할 수 있다. 아동이 초등학교 3학년 정도가 되면 심적 수 직선(mental number line)을 형성하게 된다. 심적 수 직선이란 수를 표상하는 은유적 표현이기도 한데, 여기서는 수가 연속적이고 '양'에 기초한 아날로그 방식으로 표상된다. 우리가 두 수의 크기를 비교할 때 왼쪽에서 오른쪽으로 읽는 문화권에서는 큰 수는 심적 수 직선의 오른쪽에 위치한다. 이것은 수를 공간적으로 이해하는 방법이기도 하다.

위의 연구자들이 fMRI 실험에서 참가자들에게 점집합(○ • • ○ ◦)을 보여주었을 때 점의 형태나 물리적 크기와 관계없이 참가자들의 두정 내 고랑(intraparietal sulcus, 이하 IPS)의 수평조각이 활성화되었으며, 두 점집합을 비교하는 과제에서는 위 두정소엽(superior parietal lobule, 이하 SPL)의 어떤 영역은 일관되게 작은 집합에, 어떤 영역은 큰 집합에 반응하였다. 따라서 심적 수직선은 단순한 은유가 아니며 기능적으로는 물리적인 수직선과 동등하다고 볼 수 있다. 이런 의미에서 첫 번째의 시각적 부호화나 두 번째의 구술적 부호화는 의미(semantics)와는 무관한 추상적 부호화이지만, 세 번째 아날로그적 부호화는 의미론적 부호화라고 할 수 있다.

하지만 수가 두정 내 고랑에서 표상되는 방식에 대하여는 아직 완전한 이해가 이루어지지는 못했다. 수는 여러 가지 다양한 모드(숫자 3, 수 단어 '삼', 수 집합 ○○○, 또는 III)로 입력될 수 있다. 이것이 시각적인 처리를 거친 후에 두정 내 고랑에서 표상될 때 입력 모드에 관계없는 단일한 추상적 표상이 이루어지는지 혹

은 입력 방식에 따라 다른 뉴런집합들이 반응하는 지에 대하여는 아직 결론이 도출되지 못했다. Dehaene(1997)은 입력 모드와 관계없이 반응시간이 같다는 점을 근거로 수는 두정 내 고랑에 동일한(추상적인) 형태로 표상된다고 주장한다. 그러나 fMRI 실험에서는 두정엽 내부에서 활성화되는 단위 화소(mm^3)에 약 백 이십 오만 개의 뉴런이 포함되기 때문에 각기 다른 입력 모드에도 불구하고 비슷한 영역이 활성화 된다고 해서 이것이 반드시 두정엽 내에서 하나의 표상을 의미하는 것은 아닐 수 있다(Kadosh et al., 2011). 대학생을 대상으로 한 숫자 Stroop test(예를 들면 숫자: (2, 7); (2, 7); (2, 7)이나 수 단어 (이, 칠); (이, 칠); (이, 칠)을 보고 수의 크기를 비교하는 과제)에서는 숫자(digit)와 수 단어 모두에서 크기 일치 효과(size congruity effect)가 나타났다. 즉 (2, 7) 보다는 (2, 7)로 제시됐을 때가 반응 시간이 짧고, (이, 칠) 보다는 (이, 칠)로 주어질 때 반응시간이 짧았다. 또 아라비아 숫자의 비교가 전반적으로 수 단어에 대한 비교보다 반응시간이 빨랐다. 그러나 물리적 크기가 큰 수를 고르는 과제에서 수 단어로 제시됐을 때는 크기 일치 효과가 거의 나타나지 않았다. 즉 (이, 칠)이나 (이, 칠), (이, 칠)에 대한 반응시간은 거의 동일했으며 아라비아 숫자보다 오히려 반응시간이 빨랐다. 이것은 물리적 크기를 비교하는 과제에서도 숫자(digit)의 수량적 크기는 자동적으로 처리된다는 뜻이고, 수 단어들은 이와는 반대로 수량에 대한 자동적인 처리로 이어진 것은 아니라고 판단할 수 있다. 즉 숫자 3과 수 단어 '삼'에 대하여 반응하는 뉴런집단들이 다르다는 의미이다(Kadosh, Henic, & Rubinsten, 2008; Kadosh et al., 2011).

이와 같이 기호의 사용 및 정확한 계산은 언어를 기반으로 하는 한 축에 의존하고, 수 감각(수의 이해, 추정, 근사, 비교 등)은 비언어적인 시공간적 기능을 담당하는 두정엽에 의존한다는 사실을 근거로 언어와 시공간적 능력을 수학적 사고의 본질로 규정하는 학자들이 있다(Dehaene et al., 1999). 그러나 Simon(1999)은 인간의 언어 능력은 수 감각보다 훨씬 나중에 발달하므로 수학적 능력의 근원으로 볼 수 없다고 생각한다. 그는 인간의 두뇌가 태어날 때 구조적으로는 어느 정도 완성되지만 기능적으로는 25% 이하만 연결되어 있다는 것을 근거로 생후의 급성장과 발달 패턴의 반복을 통하여 수 감각을 담당하는 해부학적인 구조가 천천히 형성된다

고 주장한다. 더불어 Wynn의 실험에서 아기들이 마법처럼 나타나거나 사라지는 물체들을 감지하는 것도 지각과 주의를 담당하는 영역 일반 능력(domain general ability)이 대상을 인식하고 개별화하는 것에서 기원한다는 것이다. 그러므로 수 처리를 담당하는 특수한 영역이 존재한다기보다는 수 처리는 일반적인 시공간 처리를 위해서 특화된 두뇌 영역, 즉 두정엽에 의존한다는 주장이다(van Nes & Jan de Lange, 2007). Kodash, Lammertyn와 Izard(2008)도 수량과 물리적 크기, 시간이나 소리의 세기와 같은 다양한 유형의 크기를 표상하기 위한 크기 체계(magnitude system)가 완전히 같지는 않지만 부분적으로는 공유(shared magnitude system)할 가능성을 주장한다. 이들은 행동 연구(크기 효과[5], 거리 효과[6], SNARC effect[7])나 비교연구, fMRI 촬영 등을 통하여 '수' 이외에도 크기와 관련된 다른 유형의 실험에서도 동일한 효과와 활성 패턴들이 관찰된다는 점을 근거로 들고 있다. 이에 반하여 Feigenson, Dehaene과 Spelke(2004)는 수의 크기 비교나 추정을 담당하는 두정 내 고랑(intraparietal sulcus)의 수평조각(그림 3)은 수의 표상을 위해 특화된, 생물학적으로 결정된 영역이라고 주장한다. 그들은 이에 대한 근거로 수와 연산에서 활성화되는 영역이 문화적 차이와 상관없이 동일하게 나타난다는 사실과 발달상의 계산 장애(dyscalculia)는 두정 내 고랑의 문제(기능부진 또는 회백질[8]의 저밀도)에서 발생한다는 점 등을 들었다. Simon과 Deheane 등의 논쟁은 결국 수 개념의 초기 상태를 어떻게 보는가 하는 관점의 차이라고 판단된다(김연미, 2013).

---

5) 두 수를 비교할 때 수들의 크기가 커질수록 비교가 더 어려워지는 현상. 예를 들면 8과 9를 비교하는 것이 2와 3을 비교하는 것보다 정확도가 낮아진다.

6) 두 수를 비교할 때 심적 수직선에서 두 수 사이의 거리가 많이 떨어져있을수록 반응이 빠르다. 예를 들면 8과 2를 비교할 때가 2와 4의 비교보다 빠르다.

7) Spatial-Numerical Association Response Code Effect(공간-수의 반응 코드 연합 효과)로 작은 수 혹은 적은 수량에 대한 반응은 오른 손보다는 왼손으로 할 때 반응시간이 짧아지며, 반대로 큰 수나 많은 수량에 대한 반응은 왼손보다는 오른 손으로 할 때 반응시간이 짧아지고 정확도도 높아지는 현상을 의미한다.

8) gray matter 라고 불리며 뇌, 척수를 이루는 물질로 뉴런 세포체의 수상돌기, 신경 교세포(glial cells)들로 구성된다. 모세혈관과 뉴런 체세포의 색이 회색, 밤색 계통이기 때문에 붙여진 이름이다. 이와는 대조적으로 백질(white matter)은 미엘린 화 된 축삭(axon)을 의미하는데(축삭을 감싸는 피막) 미엘린의 색이 희기 때문에 붙여진 이름이다.

<표 1>은 연령에 따른 수 개념의 발달과정을 나타낸 것이다.

〈표 1〉 연령에 따른 수 개념의 발달

인지능력	기수	수 단어	아라비아 숫자	서수
예	• • • • • (구체적 크기)	하나, 둘, 셋	1, 2, 3,	• 첫째, 둘째, 셋째 • 심적 수직선
두뇌영역	좌우 두정엽	좌반구 언어영역	좌우 후두-측두엽	좌우 두정엽
기능	• 집합의 크기 이해, • 비교, 어림	• 수 세기 • 세기 전략 • 기본 사실들의 인출	• 지필 계산 • 짝수, 홀수	• 근사적 계산 • 산술적 사고
시기	영아기	취학 전	학령기	

연산과 전두 - 두정 네트워크

두정엽이 산술능력에 필수적이라는 사실은 이미 오래 전부터 알려져 왔다. 이러한 사실들은 언어와 마찬가지로 초기에는 환자들로부터 얻은 정보에 의존했다. 계산 장애(acalculia)에 대한 연구는 1900년 대 초반부터 Henschen 등에 의하여 체계적으로 연구되었다. 그러나 Henschen은 두정엽과 산술 능력 사이의 구체적인 관계를 밝히지는 못하였고, 계산능력이 음악이나 언어와는 다른 능력이라는 사실을 밝혔다. 그 후에 두정엽에 손상이 발생한 환자들에 관한 연구들로부터 국소적인 병변과 특정 연산 장애 사이의 관계가 점차로 밝혀졌다. 예를 들어 Gerstmann 증후군은 주로 좌반구 두정엽의 각 이랑(angular gyrus)에 병변이 있는 경우에 발생하는데, 이 증상은 사칙연산에 대한 장애뿐 아니라 좌우의 구분, 개별 손가락을 구별하는데 어려움을 동반한다(Gerstmann, 1940).

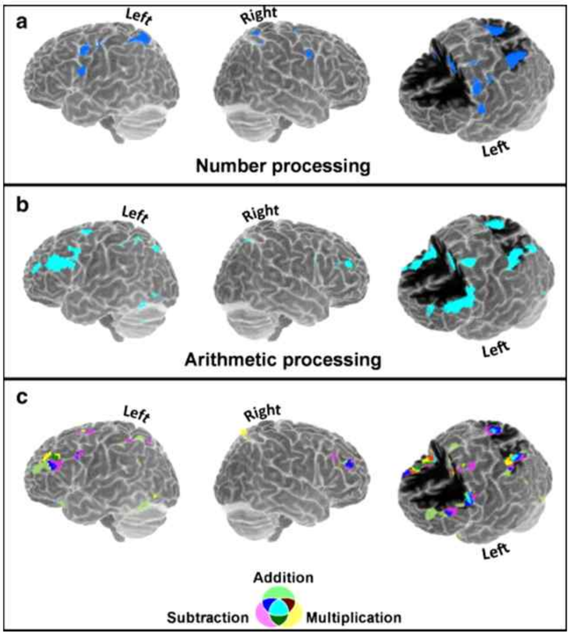
뇌 영상 기술이 발달되면서 환자들로부터의 정보 없이도 전두 -두정 네트워크(위 두정 소엽, 각 이랑, 두정 내 고랑, 모서리 위 이랑, 아래 이마 이랑, 중간 이마 이랑 등, (그림 1) 참조)가 간단한 사칙 연산부터 수식의 표상, 그리고 적분에 이르

기까지 모든 수학적 연산에 연관된다는 것이 밝혀지게 되었다(Arsalidou & Taylor, 2011; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003).

수 인지 분야의 연구자들이 초기부터 관심을 가졌던 질문은 사칙 연산에서 각각의 연산에 고유한 독립적인 신경회로가 존재하는지, 혹은 공통의 신경회로가 사칙 연산을 담당하는지의 여부였다. 계산 장애 환자들의 사례는 장애가 특정 연산에 국한될 수 있다는 사실을 보여주었다. (그림 1)에서 볼 수 있듯이 모든 연산에 공통적으로 관여하는 영역이 좌반구 전두엽과 두정엽에 존재한다. 그리고 연산이 복잡해질수록 동원되는 영역이 많아진다. 한편 연산을 할 때는 연산 기능과 관련된 두뇌 영역들만 활성화되는 것은 아니다. 연산을 실수 없이 수행하기 위해서는 계산 알고리즘에 익숙해야 하지만 동시에 주의집중을 유지한 상태로 계획을 세워야 하고, 간단한 산술적 사실들을 기억에서 인출하여야 한다. 이 때 전두엽의 역할은 통제 센터로서 작업 기억이나, 주의 집중, 정답의 선택, 불필요한 정보의 억제 등과 같은 영역 일반적인 통제 과정을 담당하고, 두정엽과 기저 핵의 활성화는 연산 자체를 처리한다고 추측되었다(Dehaene, 1997). 이 추측은 그 후에 여러 실험에서 연산의 종류, 횟수, 난이도 등을 변화시키는 과제 등을 통하여 확인되었다(Ansari, 2008).

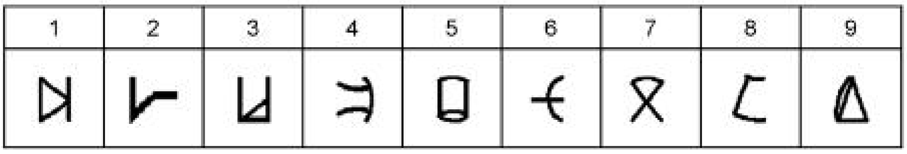
두정엽 내에서도 여러 영역들의 고유한 역할을 확인하는 연구가 계속 되었다. 예를 들면 각 이랑은 연산 도중에 양(quantity)을 직접 조작하는 기능보다는 산술적 사실의 인출(예: 곱셈 구구단)에 관여한다는 사실이 알려졌다(Delazer et al., 2003). 그리고 뺄셈이나 큰 수의 연산에는 두정 내 고랑과 위 두정 소엽(superior parietal lobule, SPL)이 관여한다는 것도 경두개 자기장 자극(transcranial magnetic stimulation, TMS)에 의하여 가상의 병변을 유도함으로써 밝힐 수 있었다(Andres, Pelgrims, Michaux, Oliver, & Pesenti, 2011).

Kadosh, Soskic, Iucculano, Kanai, 그리고 Walsh(2010)의 연구 중에 경두개 직렬 자극으로 산술 학습효과를 올린 사례가 있다. 15명의 대학생들이 6일 간의 학습과정 동안 인위적인 수 체계(그림 2)를 학습하였는데 이 기간 동안 이들의 좌우 두정엽 부위에 비 침습성(noninvasive) 자극을 주었을 때 기억력과 수 체계에 대한 학습효과가 높아졌다. 연구진은 경두개 직렬 자극(transcranial direct current stimulation) 방식을 사용했는데 이것은 두정엽 부위의 뉴런 집단의 흥분을 강화하거나(양극자극, anodal

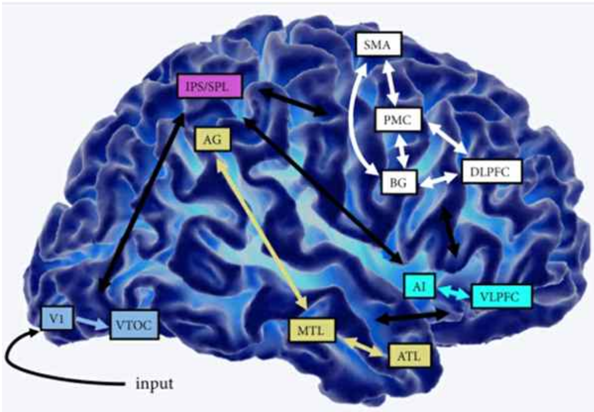


(그림 1) 수 처리와 산술 연산에 관여하는 영역들. a. 수 처리, b. 산술적 처리, c. 연산별 세분화 (Arsalidou & Taylor, 2011)

stimulus) 억제하는(음극자극, cathodal stimulus) 방식으로 1mA의 약한 전류를 통해서 좌우반구를 반대로 자극하는 것이다. 숫자 Stroop task와 수직선에 숫자(인위적으로 학습한 숫자와 일상의 숫자)를 대응시키는 과제들을 통해 평가했을 때 가장 학습효과가 높은 경우가 우반구 두정엽에는 양극자극을 가하고 좌반구에는 음극 자극을 가한 경우였다. 이러한 일련의 시도들은 아직까지는 소규모로 실험실에서 수행된 연구이지만 전기적 자극을 통하여 연산, 나아가서 수학 학습능력을 올릴 수 있다는 가능성은 수학 학습에 어려움을 겪는 아동들에게는 새로운 가능성을 보여준다. 현재까지는 신체적인 부작용은 없지만 한 가지 인지기능에 능숙해짐으로써 다른 인지기능에 문제가 생긴다는 보고(자동적으로 수행되는 기억력과 연산능력 사이의 맞교환이라는 부작용)도 있기 때문에 신중한 접근이 요구된다(Lucculano & Kadosh, 2013).



(그림 2) 인위적 수 체계(Kadosh, Soskic, Iuculano, Kanai, & Walsh, 2010)



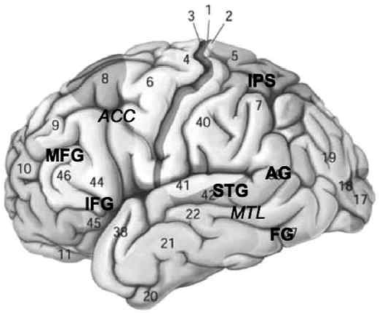
(그림 3) 연산에서 동원되는 두뇌 영역들의 인지 신경학적인 구조와 정보의 이동 경로. 사진은 우반구를 나타낸다(Menon, 2014).

<그림 설명> 연한 보라색(왼쪽 아래) 회로: V1(제1 시각 피질), VTOC(ventral temporal-occipital cortex)은 수의 형태를 해독하고 두정 내 고랑(초록색)과 함께 수량의 시공간적 표상을 구성한다. 빨강색: IPS/SPL(intraparietal sulcus/superior parietal lobule두정 내 고랑/위 두정 소엽)은 수 감각의 핵심 센터이다. 노란색 회로: AG(angular gyrus, 각이랑), MTL(medial temporal lobe, 내측 측두엽), ATL(anterior temporal lobe, 전측 측두엽)은 장기기억인 일화적 기억과 의미적 기억이 형성되는데 중요한 역할을 한다. 흰색 회로: 작업 기억과 절차적 기억을 담당하는 회로로 SMA(supplementary motor area, 보완운동영역), PMC(premotor cortex 전 운동 피질), BG(basal ganglia, 기저 핵), DLPFC(dorsal lateral prefrontal cortex, 등 측 전 전두 피질)을 포함하고 단기적으로 여러 수를 조작할 수 있도록 한다. 옥색(오른쪽 아래) 회로는 목표지향적인 문제해결 과정에서 주의집중을 유지하며 판단을 내리는데 동원된다. AI(anterior insular, 앞 섬)과 VLPFC(ventrolateral prefrontal cortex, 복 외측 전 전두 피질)을 포함한다.

공간능력

공간능력은 상상 속에서 이미지를 생성하고, 기억하며, 다양한 조작을 할 수 있는 능력을 의미한다(McGee, 1979). 공간능력은 공간지각, 공간감각, 공간기술 등 다양한 명칭으로 불리기도 한다. 공간능력은 일상생활에서 여러 문제를 해결하는데 중요하다. 예를 들면 낯선 장소에서 지도를 읽거나, 복잡한 빌딩 안에서 길을 찾을 수 있어야 하고, 여행을 갈 때 여행 가방에 짐을 조밀하게 잘 꾸리는 것, 거울을 보고 헤어 드라이기를 사용하면서 반사된 이미지를 읽는 것도 공간능력이다. 공간능력은 또 많은 학문 영역에서 성공하기 위해서도 매우 중요하다. 수학과 자연과학, 공학, 경제학적 예측, 기상학, 그리고 건축 등의 분야에서는 공간능력이 필수적이다. 예를 들면, 공학자라면 기계의 부품들 사이의 상호작용을 시각화 할 수 있어야 하고, 방사선학자라면 X-레이 영상을 판독할 수 있어야 한다. 화학반응 공식은 공간적인 정보가 생략된 분자들에 대한 추상적 모델이지만, 분자들에 대한 보다 구체적인 정신적 모델이 요구될 때는 공간적 능력을 활용하여 그 정보를 이끌어 내야 한다.

International Dictionary of Spatial Test에 의하면 공간능력 검사의 발달은 몇 단계로 나눌 수 있다. 첫 번째 단계(1901-1938)에서 연구자들은 지능과 관련된 단일 구성 요인(spatial factor)을 찾으려고 노력하였다. 그러나 단일 구성 요인은 존재하지 않는다는 것이 알려지게 되었다. 두 번째 단계(1938-1961)에서는 공간능력을 구성하는 서로 다른 요인들을 찾는 시기였다. 그리고 세 번째 단계(1962-1981)에서는 공간능력을 나이, 성별, 기존의 경험, 인지기능 등과 같은 다른 요인들과의 관련성을 찾기 위한 연구가 진행되는 시기로 구분된다(Eliot & Smith, 1983; Strong & Smith, 2001). 공간능력은 연구자들에 따라 매우 다양한 방식으로 정의된다(Linn & Peterson, 1985; Lohman, 1979; McGee, 1979). 예를 들면 McGee는 공간능력을 공간 시각화(spatial visualization)와 공간 방향화(spatial orientation)로 분류하였다. 그에 의하면 공간 시각화는 “시각적인 자극(그림 또는 이미지)을 정신적으로 조작하고, 회전하고, 뒤집는 능력을 의미하는데, 여기에는 이미지를 인식하고, 머릿속에서 유지하며 회상하는 능력을 포함 한다” 공간 시각화의 예는 평면에 놓인 전개도를 접은 형태를 상상하거나, 3차원 대상을 회전한 형태를 상상하여 시뮬레이션 하는 것이다(그림 4). McGee는 공간 방향화란 “환경 속에서 시각적인 자극이 주어질 때 구성 원



(그림 4) 수학적 사고와 관련된 두뇌 영역들과 Brodmann Area

IPS(두정 내 고랑 intraparietal sulcus, 수의 크기 이해의 핵심 센터이다, BA 5, 7), AG(각이랑, angular gyrus, 구구단과 같은 수학적 사실들의 자동인출과 관련된다, BA 39), IFG(아래이마이랑, inferior frontal gyrus, 언어 영역인 브로카 영역을 포함하고 연산기호의 구분, 복잡한 수 연산에서 더욱 활성화 된다, BA 44, 45), STG(위 측두 고랑으로 음성적 정보를 처리한다 superior temporal gyrus, BA 22, 42), FG(방추 이랑, fusiform gyrus, 시각적 정보를 정교화 한다, BA 37), MTL(내측 측두엽, medial temporal lobe/hippocampus 해마를 포함하며, 일화적 기억이나 의미적 기억과 같은 장기기억의 형성과 관련 있다), MFG(중간 이마 이랑, middle frontal gyrus, 추론 활동 중에 다양한 정보를 통합하고 기억에서 유지한다, BA 10), ACC(전 대상 피질, anterior cingulate cortex, 작업 기억의 중심실행 기능을 담당한다, BA 32). BA 6: 전 운동 영역과 보완 운동 영역을 포함하며 조직된 행위의 계획에 관여한다, 기저 핵(basal ganglia: 절차적 학습과 행동의 선택에 관여한다, 부피질), DLPFC(등측 전 전두피질, BA 9, 10, 46, 8: 계획이나 억제 등의 중심실행기능과 작업 기억에 관여한다. 숫자는 Brodmann 영역을 나타낸다.

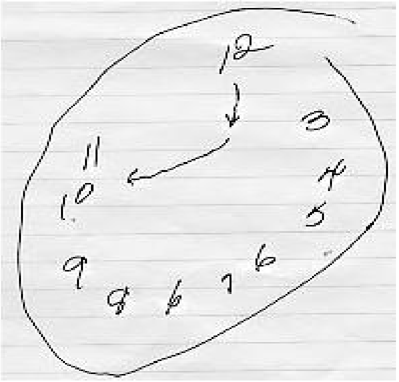
소들의 배열을 이해하고, 방향이 바뀌어도 혼란을 느끼지 않는 능력을 의미 한다" 라고 정의한다. 공간 방향화의 예는 비행사가 비행 곡예 중에 자신의 현 위치로부터 지상의 위치를 파악하거나, 쥐가 미로 실험에서 먹이나 통로를 찾을 때 요구되는 능력을 꼽을 수 있다. 결국 공간 시각화는 대상과 관찰자 중에서 대상의 좌표가 변화하는 것이고, 공간 방향화는 대상의 좌표는 변하지 않지만 관찰자의 좌표가 변화하는 것으로 이해할 수 있다.

공간능력이 관심을 끄는 또 다른 측면은 그것이 고차원적인 수학 능력과 양의 상관관계를 가진다는 점이다. 예를 들면 공간 시각화를 측정하는 심적 회전(mental rotation) 과제에서 높은 점수를 받은 개인들이 SAT(Scholastic Assesment Test)-수학에

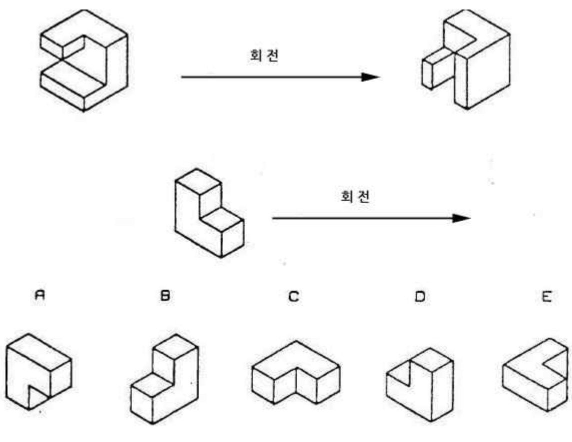
서 성취도도 높다는 사실이 몇몇 연구에서 확인되었다(Casey, Pezaris, & Nuttal, 1992; Gallagher, Levin, & Cahalan, 2002). 국내에서 공과대학 신입생들의 수학능력 시험 중 수학 백분위 점수와 공간 시각화 능력 사이의 상관관계를 조사한 연구에서는 남학생의 공간 시각화 점수가 여학생보다 10% 높게 나타났고 수학 점수도 높았다(김연미, 2015). 공간능력과 수학 성취도가 상관관계를 갖는 이유는 첫째 신경학적으로 수 감각, 시간, 그리고 공간지각을 담당하는 신경회로들이 표상의 정보처리를 위하여 두정엽(parietal lobe)의 메커니즘을 부분적으로 공유하기 때문일 가능성이 있다(Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005). 예를 들면 수의 대소를 비교할 때 심적 수직선에서 오른쪽에 놓인 수가 더 크다고 판단하는데 이것이 수를 공간적으로 이해하는 방식이다. 우뇌가 손상될 때 나타나는 편측 공간 무시(unilateral spatial neglect)에서는 심상을 구성하는 능력이 훼손되고, 이에 따라 심적 수직선에서 수를 나타내고 조작하는 능력도 함께 손상되는 사례가 동반된다(Tostos et al., 2014) (그림 5). 두 번째는 언어적 이해만으로는 문제해결의 도구로서 충분하지 못하고, 여기에 시각적 이미지의 활용과 같은 공간감각이 병행되어야하기 때문이다.

Kintsch와 Greeno(1985)는 문장 이해도를 측정했을 때, 많은 아동들이 수학에서 문장제(word problem)를 해결하지 못하는 이유가 문장 이해의 어려움뿐만 아니라 텍스트에 제시된 모델만으로는 문장제를 해결하기에는 충분하지 못하기 때문이라고 판단하였다. 아동뿐만 아니라 대학생들도 텍스트로부터 정확한 시공간적 표상을 구성해야만 문제를 쉽게 해결하는 경우가 많다.

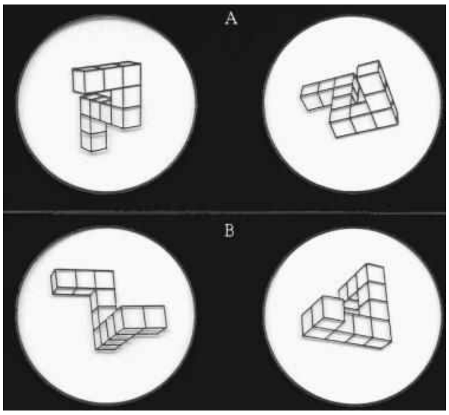
현재 공간능력을 측정하기 위하여 많이 사용되는 검사로는 Bodner와 Guay(1997)에 의해서 개발된 Purdue 공간 시각화 검사(Purdue Spatial Visualization Test- Rotation, 이하 PSVT-R)와 Shepard와 Metzler(1971)가 개발한 심적 회전검사(Mental Rotation Test)가 있다. PSVT-R(그림 6)은 화학, 기계공학을 포함한 STEM 전공의 대학생들에게 학업 성취도와의 관계를 찾기 위하여 실시되었으며, 그 신뢰도는 0.7 ~ 0.85 정도로 알려져 있다(Sorby & Bartmanns, 1996). Shepard와 Metzler의 Mental Rotation Test(그림 7)는 쌍으로 주어진 두 도형이 동일한 것인지의 여부를 판단하는 과제인데, 연구자들은 도형의 회전각이 클수록 비례해서 반응시간이 길어진다는 것을 발견 하였다. 이 검사는 성별 간 차이를 조사하기 위한 목적으로 BBC 방송에서 온라인 설문조사로 사용되었으며 동일한 목적으로 중국, 독일, 일본 등에서도 사용되었다(Lippa, Collaer, & Peters, 2010; Peters, Lehmann, Takahira, Takeuchi, & Jordan, 2006). 다양한 공간능력 검사 중에서 PSVT-R과 Shepard와 Metzler의 심적 회전 과제가 상관관계 ($\gamma = 0.61,\, p < 0.001$)가 가장 높다고 알려졌다(Bodner & Guay, 1997).



(그림 5) 우뇌가 손상된 환자가 그린 시계(Kuhlenschmidt, 2006)



(그림 6) PSVT-R의 예시 문항



(그림 7) 예시. Shepard와 Metzler(1971)
의 심적 회전과제(Mental Rotation Test)

추상적 개념

추상적 단어와 구체적 단어의 차이. 수학적 용어들은 일상생활에서 사용하는 용어들과는 매우 다르다. 과일, 집, 부모, 책 등과 같은 구체적인 단어들에 비하여 수, 집합, 함수, 적분과 같은 수학적 용어들은 자유, 용기, 사랑 등과 마찬가지로 추상적인 단어로 구분된다. 구체적인 단어들과 추상적인 단어 혹은 개념들이 뇌의 동일한 부분에서 동일한 방식으로 처리될지 혹은 다른 경로를 통하여 처리되는지에 대하여 언어 심리학자들은 오랫동안 답을 찾으려고 노력해 왔다. 물론 여기에도 실어증이나 교통사고로 인한 뇌 손상 환자들로부터 얻은 데이터들이 기여한 부분이 많다. 현재까지는 구체적 단어와 추상적인 개념의 처리를 설명하는 두 가지 모델이 유력하다. 첫 번째가 이중 부호화 이론(dual coding theory)이고, 두 번째는 문맥 가용성 이론(context availability theory)이다. 이중 부호화 이론에 의하면 추상적 개념의 처리는 좌반구의 언어적 부호 표현에 전적으로 의존하지만, 구체적인 단어들은 우뇌에서의 이미지에 기초한 처리과정도 동원한다고 주장한다(Paivio, 1991). 그러므로 이중 부호화 이론에 따르면 구체적인 단어와 추상적인 단어들은 두뇌의 서로 다른 영역에서 처리되는, 질적으로 다른 처리과정을 거친다는 것이다. 그런데 또 다른 모델인 문맥 가용성 이론(Schwanenflugel & Shoben, 1983)에 따르면 추상적 개념에 비하여 구체적인 단어들이 쉽게 인식되는 것은 구체적인 단어들이 갖는 광

범위한 맥락으로부터의 지원 때문인 것이지 비언어적인 이미지 시스템의 도움 때문이 아니다. 대부분의 사람들은 추상적인 단어보다 구체적인 단어들이 사용되는 문맥을 쉽게, 더 많이 만들어낸다. 연구진은 구체적인 단어(예: 장미)는 독자적으로 주어질 때는 추상적인 단어(예: 사랑)에 비하여 어휘 판단 과제(lexical decision test)에서 정확도나 속도에서 앞서지만, 문맥이 주어진 상황에서는 구체적인 단어의 우월성이 사라지는 것에 주목하였다. 그러나 구체적인 단어가 사용되는 문맥은 오히려 다양성이 제한적일 수도 있다. 문맥 가용성 이론에서는 구체적인 단어들의 처리과정에 우반구가 동원되는 것을 명확히 배제하지는 않지만, 좌반구의 언어적 정보체계에 보다 많이 의존한다는 주장이다. 문맥 가용성 이론에 의하면 언어의 이해는 당사자의 지식 기반이나 언어 외적인 상황 정보에 필연적으로 의존한다. 예를 들면, 실험 참가자에게 a p p l e 가 단어인지 혹은 단어가 아닌지를 판단하라고 했을 때(lexical decision task), 개인의 판단은 그 단어에 대한 의미 있는 문맥의 생성(예: 사과를 먹는 아이)이나 몸짓과 같은 시각적인 장면에 의해서도 판단을 내리는데 도움을 받을 수 있다. 결국 단어에 대한 문맥적인 정보가 증가할수록 그 단어에 대한 이해와 기억이 증가하게 된다.

추상적인 단어와 구체적인 단어 사이의 분리과정을 설명하기 위하여 Crutch와 Warrington(2005)은 이들의 표현 양식에는 근본적인 차이점이 존재한다고 해석한다. 구체적인 개념의 일차적인 조직은 범주(category)에 의한 것이지만, 추상적인 개념은 다른 개념과의 관계에 의해서 나타난다는 것이다. 다르게 표현하면 추상적인 개념은 의미적 연관성(semantic association)에 의해서 조직화되지만 구체적인 개념은 의미적 유사성(semantic similarity)에 의해서 조직화된다. 이러한 체계에서는 범주적 정보에 부분적인 손상이 왔을 때는 구체적 단어를 개념적으로 표상할 때 영향을 줄 수 있다.

아직까지 뇌 영상촬영 연구들은 구체적인 단어와 추상적 단어들의 신경학적인 상관성에 대하여는 일치하는 결과를 도출하지는 못한 상태이다. 아마도 그 이유는 실험들이 방법론적으로나(PET vs fMRI), 혹은 실험과제들이 달랐기 때문으로 추측할 수 있다. Sabsevitz, Medler, Seidenberg 그리고 Binder(2005)가 실시한 3조의 단어를 주고 의미적 유사성을 판단하는 실험이나 Noppeney와 Price(2004)가 실시한 비슷한 단어를 판단하는 실험에서 구체적인 단어들은 추상적인 단어들과 비교했을 때 좌

반구와 우반구의 측두엽, 전두엽, 두정엽의 연합 영역들을 상대적으로 많이 활성화시켰다. 반면에 추상적인 단어의 처리는 좌반구의 측두엽 상부나 아래 이마이랑(inferior frontal gyrus)을 활성화시켰다.

이제 위의 두 이론을 수학적 개념의 형성과 관련해서 살펴보면 다음과 같다. 먼저 추상화 과정이란 구체적인 개념이나 관찰 가능한 현상으로부터 특정한 목적에 적합한 정보만을 추출해서 높은 단계의 개념을 형성하는 것이다. 그런 이유로 추상적인 개념을 이해하는 것이 더 어려워진다. 그리고 수학적 용어, 대상 혹은 개념은 그 용어를 사용하는 사람의 수학적 수준에 따라 매우 다양한 표상을 만들 것이다. 예를 들어 '함수'라는 개념은 중학생과 고등학생 수준에서 질적으로 다르게 이해될 것이다. 어떤 학생은 함수의 정의를 암기를 통해서 기억할 수도 있고, 혹자는 두 집합(정의역과 공역)을 다이어그램으로 그리고 화살표를 이용하여 대응시키는 이미지를 통하여 기억할 수도 있다. 또 중학생이 이해하는 함수의 예(일차함수와 이차함수)와 대학생이 소유하는 함수의 예(삼각함수, 초월함수 등)는 양적으로도 차이가 있다. 대학생이 되면 함수로 할 수 있는 것들(미분, 적분, 합성함수 등), 함수의 속성(연속함수, 미분 가능성) 등과 관련된 다양한 정보를 구체적으로 다룬다. 이러한 정보들은 시공간적 정보일 수도 있고 언어적 정보일 수도 있다. 그러므로 수학에서 추상적인 개념이 언어적인 시스템에만 의존한다는 것은 지나친 단순화일 수 있다고 판단된다. Barsalou와 Wiemer-Hastings(2005)에 의하면 어떤 개념이 활성화되기 위해서는 여러 회로들에 분산 저장된 그 개념의 부분집합들이 활성화되어야 하고, 그 개념에 대하여 알려진 것들을 재현하는 과정이 포함된다. 이러한 맥락에서 생각하면 수학적 개념은 좌반구의 언어 센터와 우반구의 시공간적 처리를 동시에 필요로 할 수 있기 때문에 이중 부호화 이론과 문맥 가용성 이론 모두를 통합해야만 한다는 것이 필자의 생각이다.

수학적인 개념들은 그 자체가 하나의 체계 혹은 스키마일 수 있다. 그 체계에서는 속성이 구체적으로 드러나지 않기 때문에 오히려 다양한 상황을 나타낼 수 있지만 동일한 이유로 추상적인 개념들은 상상하거나 기억하기가 더 어려워진다. 수학이 전개되고 소통되는 형식은 기호 언어의 사용에 의존하고 논리적인 구조를 가지고 있지만 기호가 지시하는 개념은 사용하는 사람의 수학적 수준에 따라서 다른 심적 이미지를 연상시키며, 그것들을 정신적으로 조작하는 과정은 언어와 논리 이

상의 것들이 포함되는 것이다(김연미, 2013).

추상적 개념의 발달. 아동이 최초로 배우는 수학적 개념은 숫자이다. 두 집합 {□ □ □}과 {◇ ◇ ◇}에서 원소들의 형태, 크기, 색깔과 같은 속성들을 무시하고 두 집합의 공통 성질인 원소의 수를 우리는 3으로 표현한다. 숫자를 배우는 단계는 처음에는 구체물(예를 들면 사과 3개)에서 시작하여 다음 단계는 사과 3개의 그림 → ○ ○ ○ (사과를 나타내는 추상화의 첫 단계) →\\\ 또는 三 → 3의 단계를 거친다. 이것을 '점진적 추상화'라고 부른다. 이 과정은 고등 수학적 사고에도 적용할 수 있다.

Piaget의 인지발달 단계를 구체적으로 수학학습에 적용시킨 이론이 Dubinsky (1991)의 APO(Action - Process - Object)이론이다. 숫자 뿐 아니라 도형, 함수 등의 수학적 개념은 몇 단계를 거쳐서 개인의 내면에서 심화되어 간다. 그 첫 번째 단계는 구체적인 결과를 얻기 위한 수학적 '행위의 단계(action stage)'이다. 이 단계는 한 번에 한 단계씩 사고할 수 있다는 의미에서 정적인 단계이다. 예를 들어 함수 $f(x) = 2x + 3$ 이 주어질 때 구체적인 x값이 주어지면 여기에 2배를 한 다음에 3을 더하여 함숫값을 찾는 단계이다. 그러나 구체적인 공식을 통한 계산을 넘어서 폭넓게 사고할 수는 없기 때문에 개념의 진화 수준에서는 하위 단계라고 할 수 있다. 두 번째 단계는 '과정(process)'의 단계다. 이 단계는 action stage가 내면화 되어 자신의 사고과정을 관찰할 수 있을 때 가능하다. 주어진 공식이나 절차적인 알고리즘에서 자유로워지면서 전체 과정에 대한 이해가 생기는 것이다. 예를 들면 특정한 함수뿐만 아니라 일반적인 함수에 대해서도 x에 구체적인 값을 대입하여 새로운 값을 얻는 과정이라는 것을 총체적으로 보는 관점이 생기는 것이다. 그러나 '과정'의 단계가 생물학적인 성숙처럼 자연스럽게 발생하는 것이 아니며 학습 시간이 길다고 해서 여기로부터 큰 영향을 받는 것도 아니라는데 어려움이 있다. 세 번째 단계는 '대상(object)'의 단계이다. 앞에서 살펴본 '과정'의 단계가 수학적 조작과 관련이 있다면 이제 '대상'의 단계는 수학의 구조적 측면과 관련된 것이다. 예를 들면 '함수'에 대한 대상적 관점은 함수를 새로운 조작(미분이나 적분 등)을 가할 수 있는 대상으로 보는 관점을 형성하는 것이다. 또 위의 함수 $f(x) = 2x + 3$ 에서 x 값이 구체적인 숫자로 주어지지 않아도 그 자체가 계산의 결과를 나타내

는 독립체임을 이해하는 단계를 의미한다. 그러나 이 같은 관점이 형성되는 데는 아주 많은 시간이 필요하며, 기계적인 연산의 수준에서 벗어나기 위해서는 교사의 구체적인 언급이 도움이 된다. 수학적 개념을 행위나 과정으로 제약한 것을 넘어서서 또 다른 조작이 가능한 벡터공간 상의 원소로 이해하는 이러한 지적인 도약을 Dubinski는 '반성적 추상화' 라고 부른다.

언어와 수학적 사고의 관계

언어와 사고가 다양한 방식으로 상호작용을 한다는 것을 부인하는 사람은 아무도 없을 것이다. 그러나 언어와 사고의 발달 중에서 어느 쪽이 더 근본적인 역할을 하는가에 대하여는 초기의 인지 심리학자들 사이에 의견이 일치하지 않는 부분이 있었다. 예를 들어 Piaget는 인지 혹은 사고가 언어보다 선행한다고 주장했지만, Vigotsky(1962)에 의하면 인지적 발달은 '내면화된 언어(internalized language)'의 결과이다. 그에 의하면 생후 3세까지는 언어와 사고는 별개의 시스템이지만, 아동이 언어를 습득하면서 그의 언어구조가 사고를 위한 기본 구조가 되는 것이다. 이것은 아동의 사고나 인지 발달이 아동의 언어능력에 크게 의존한다는 것을 의미한다. 또한 문화권마다 각기 다른 언어가 인간의 사고와 행동 방식에도 영향을 준다는 주장은 언어적 상대성 또는 언어적 결정주의로 불려진다(Whorf, 1940). 이 가설이 사실이라면 언어나 문화가 다를 경우에 그 문화권에 속한 사람들이 수를 처리하는 방식에서도 차이가 나타나야 할 것이다.

서양의 아동들이 5세 무렵까지 익숙해지는 수 단어는 한국이나 중국의 아동들과 비교할 때 많은 차이가 있다고 알려져 있다. 매우 체계적인 한국과 중국의 수 단어(십일, 십이, 삼십 오, 十 一 , 十 二, 三十 五 등)에 비하여 영어권에서는 수 단어(eleven, twelve, thirty five)를 일일이 배워야 한다. 이러한 언어적 차이가 연산 능력에도 심각한 차이를 가져온다는 주장을 자주 접한다. 문화의 차이나 학습법의 차이가 세기와 연산에 어떤 영향을 주는지를 이해하기 위한 실험이 진행되었다. Tang과 동료들(2006)은 각각 서양과 동양 문화를 대표하는 영어와 중국어가 모국어인 참가자들에게 기호(ρ,σ)와 수를(6, 8) 비교하는 것과, 암산으로 덧셈을 하는 과제에 대한 영상 실험(fMRI)을 하였다. 두 그룹 모두에서 암산과 수의 대소비교 과제에서 서로 다른 두뇌 영역들이 활성화되었다. 그러나 몇 가지 다른 점들이 관찰

되었다. 수를 처리할 때 중국인들은 영어권 참가자들과는 달리 브로카 영역이나 그 외의 언어 영역에서는 활성화가 없었다. 연구자들은 그 이유로 중국의 수 단어가 간결하기 때문에 수의 표상을 위해서 언어보다는 오히려 단기기억에 더 의존하는 것으로 해석하였다. 중국인들은 수를 처리하는 과정도 빠르기 때문에 언어 영역에 의존할 필요성이 상대적으로 적어진다. 간단한 덧셈 과제에서 영어권 참가자들은 좌반구의 언어영역(perisylvian cortices)과 보완운동영역(BA 6, supplementary motor area)[9]에서 큰 활성화를 보였지만 중국인들은 활성화된 영역들이 상대적으로 매우 적었으며 시각-전 운동 연합영역(visuo-premotor association network)을 주로 활성화시켰다. 연구자들은 언어 습득 과정에서 한자를 읽는 경험의 차이가 시각-전 운동 연합영역의 활성화를 야기한 것으로 해석하였다. 또한 중국에서 주산을 활용하는 것도 산술문제에서 '심상(mental image)'을 사용하는 것과 모종의 연관이 있을 것으로 추정했다. 수의 대소를 비교하는 과제에서는 두 그룹 모두 아래 전전두 피질(inferior prefrontal cortex)이 공통적으로 활성화되었다. 그러나 영어권 참가자들에서는 브로카 영역과 베르니케 영역이 더욱 활성화되었고, 중국인들은 전 운동 영역이 보다 활성화되었다. 결국 읽기 경험과 수학 학습 전략(주산의 사용)의 차이가 수를 부호화하는 방식에서 차이를 가져온 것으로 추측된다.

앞에서 언어는 수학적 사고의 기원 중 한 축을 이룬다고 소개하였다. 그것은 실어증 환자들의 연구에서도 확인되는 사실이다. 예를 들면 아래 이마 이랑을 포함하는 Broca 영역은 언어의 통사적 구조를 주관하는 영역인데, 이 영역에 병변이나 손상을 입는 경우에는 통사적 구조 없이 단어만을 사용하여 의사전달을 하는 특성을 보인다. 숫자 백 이십삼을 받아쓰게 하는 경우에는 일반인들은 123이라고 받아쓰지만, 이들은 100203이라고 쓴다. 수에 대한 문법 혹은 통사구조를 보존하지 못하는 것이다. 위 측두엽(superior temporal lobe)에 위치한 Wernicke 영역은 정확한 단어의 생성과 부호화 및 인출을 담당하는데, 이 영역에 손상을 입은 환자의 경우는 차이를 인식하는 기능에 문제가 발생하기 때문에 정확한 단어를 사용하지 못하고 부연 설명만을 하게 된다. 이런 환자에게 숫자 백 이십삼을 받아쓰게 하면 어떤 경우는 132로 또 어떤 경우는 321, 혹은 512등으로 표현한다. 이들은 수의 문법 구

9) 운동을 계획하고 실행에 옮기는데 역할을 하며 발성을 하기 위해서는 보완운동영역이 손상되지 않아야 한다.

조(세 자리 숫자)는 보존하지만 수들 사이의 차이는 구분하지 못하는 것이다.

이제 궁금한 점은 과연 언어가 수학적 사고를 지배하는가 하는 문제이다. Monti, Parsons 그리고 Osherson(2012)은 대수 과제를 위계적인 통사 구조를 갖도록 구성하여, 이것을 유사한 통사구조를 갖는 언어적 문법 구조와 비교하였다. 구체적으로 언어적 명제의 쌍과 대수적 명제 쌍을 제시하고 주어진 쌍이 동일한 명제인지 아닌지를 판단하도록 하였다(<표 2>). 그들은 21명의 자원자들에게 일치하거나 불일치하는 64개의 명제 쌍을 자극으로 제시하고, 두 명제가 동일한지의 여부를 판단하게 하면서 fMRI로 미리 선택된 두뇌 영역들의 활성화를 조사하였다.

〈표 2〉 언어적 명제 쌍(왼쪽 칼럼)과 대수적 명제 쌍(오른쪽 칼럼)의 예시 문항

		언어적 명제	대수적 명제
일치하는 경우	예	Y에 의해서 X에게 Z가 지불되었다	X에서 Y를 뺀 것은 Z보다 크다
		Y가 Z를 지불한 것은 X였다	Z와 Y를 더한 것은 X보다 작다
일치하지 않는 경우	예	Z가 Y에게 말한 사실은 X 였다	Z는 X를 Y로 나눈 값이다
		Z가 Y를 이야기 한 것은 X였다	Y는 Z와 X의 곱이다

행동적으로는 언어적 명제들의 처리 속도와 정확도가 대수적 명제들보다 우수하였다[10]. 두뇌 활성화와 관련하여서는 언어적 명제들은 고전적인 언어 영역들인 좌반구의 브로카 영역(BA 44, 45), 측두엽의 베르니케 영역(BA 21, 22), 중간 이마 이랑(BA 6), 각이랑(BA 39)을 비롯하여 두정 내 고랑의 수평조각, 우반구 아래 두정 소엽(inferior parietal lobule) 등이었다.

그러나 대수적 명제들의 활성화를 조사하였을 때는 언어 영역들(perisylvian area)에서는 별다른 활성화를 보이지 않았다. 그 대신 수인지와 연산과 관련해서 활성화되는 영역들인 좌반구와 우반구의 두정 내 고랑의 수평조각, 위 두정 소엽(superior parietal lobule), 좌반구 하 두정 소엽(inferior parietal lobule, BA 40), 중간 이마 이랑(middle frontal gyrus, BA 6), 쐐기 앞 소엽(precuneus, BA 7) 등이었다. 연구자

10) 영어와 한국어 사이에는 통사구조, 표현 양식의 빈도 등에서의 차이가 있기 때문에 한국인에서도 동일한 결과가 나타날지에 대하여는 확인되지 않았다.

들은 이 사실을 근거로 모든 인지 영역에 걸쳐서 언어가 사고의 구조를 지배한다는 견해와는 반대 입장을 보인다.

삼단 논법(P이면 Q이다. Q이면 R이다. 그러므로 P이면 R이다)과 명제적 연역(P이면 Q이다. P가 성립한다. 그러므로 Q이다)과 같은 연역적 추론과정에도 언어와 논리가 중요한 역할을 하지만 경우에 따라서는 정신적 이미지와 공간적인 표상이 필요한 경우도 있다. 예를 들어서 "다섯 명의 학생이 있다. 그 중 세 명은 축구부에 가입했고, 세 명은 음악 동아리에 들었으며, 세 명은 토론회의 멤버이다. 이 학생들 중 세 가지를 모두 하는 학생이 있는가?"를 해결할 때 이 문제는 통사와 논리가 아닌 공간적 이미지 또는 심적 표상을 구성해야만 해결할 수 있다 (Kroger et al., 2008). 이러한 사례도 수학적 추론에는 언어 이상의 사고가 요구된다는 점을 보여준다.

장기기억

수학을 공부할 때 흔히 하는 불평 중 하나가 수학도 외워야 하는 내용이 의외로 많다는 것이다. 삼각 함수를 배울 때는 $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$ 이고, $\cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 임을 기억해야 한다. 또 순열과 조합을 공부할 때는 ${}_nP_2 = n(n-1)$ 이고 ${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2}$ 인 것을 기억해야 한다.

장기기억은 크게 서술적 기억과 비서술적 기억으로 분류된다(Squire, 1994). 서술적 기억은 다시 두 가지로 분류되는데 개념의 이해나 객관적인 지식(프랑스의 수도는 파리이다 혹은 $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$)은 의미적 기억(semantic memory)으로 분류되고, 개인의 자전적인 경험은 일화적 기억(episodic memory)으로 분류된다. 반면에 비서술적 기억은 언어적으로 표현하지는 못하지만 악기를 다루거나 자전거를 타는 능력처럼 일단 습득하면 무의식적으로 수행된다. 그런 의미에서 사칙연산을 수행하는 과정은 비서술적 기억 중에서 절차적 지식(혹은 알고리즘적 지식)으로 분류한다. 서술적 기억과 비서술적 기억은 저장되는 장소도 다르다. 서술적 기억은 해마를 거쳐서 측두엽이나 두정엽의 신 피질(neocortex)에 저장되고, 비서술적 지식은 기저핵 (basal ganglia)[11]에 저장된다. 수학적 개념이나 사실들은 의미적 기억으로 분류되지

만, 의미적 기억의 형성은 일화적 기억을 바탕으로 하고 있다. 왜냐하면 우리가 새로운 사실이나 개념을 배우는 초기에는 개인적인 경험인 일화적 기억에 기초하기 때문이다. 일화적 기억으로부터 의미적 기억으로의 전환은 점진적으로 일어나며, 일화적 기억이 갖는 개별 사건과의 연결이 감소되면서 정보는 의미적 기억으로 일반화된다. 수학적 지식이나 개념도 처음에는 그것을 접할 당시의 여러 상황적 정보와 함께 연상되지만 공고화과정을 거치면서 그 지식은 수학적 사실이나 개념으로 추상화되는 것이다.

일화적 기억과 의미적 기억은 비슷한 입력 방식을 거친다. 그런데 의미적 기억은 주로 전두엽과 측두엽을 활성화 시키지만, 일화적 기억은 최소한 처음에는 해마에 집중되어 있다. 해마에서 처리된 이후에 일화적 기억은 공고화(consolidation) 과정을 거치고 신 피질에 저장된다.

인간의 기억의 저장소가 단일하지 않다는 사실, 예를 들면 개념적 지식과 절차적 지식이 다른 방식으로 처리된다는 것은 수학 학습에도 의미하는 바가 많다. 인지심리학이나 수학학습 심리학에서는 개념적 지식과 절차적 지식 중에서 어떤 것이 먼저 발전하는지에 대하여 많은 논의가 있었다. 예를 들면 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$과 같은 내용을 초등학교 고학년에서 배울 때 그 개념을 정확히 이해해서 계산에 적용하는 아동은 많지 않을 것이다. 많은 경우에 기계적인 계산을 하게 된다. 물론 교육학적인 측면에서는 개념적 지식을 절차적인(알고리즘 적) 지식보다 우위에 놓고 더욱 중요시하는 것도 사실이다. 하지만 두 지식체계가 독립되어있다는 것은 한 가지 지식에 능숙하다고 해서 다른 지식이 자동적으로 습득되지 않는다는 것을 의미한다. 특히 아동기에는 뇌의 여러 영역들 사이의 연결이 상대적으로 적기 때문에 절차적 지식의 학습이 개념 형성으로 직결되지 못한다. 그렇기 때문에 개념 이해와 알고리즘 적 학습은 어느 한 쪽에 치우치지 말고 두 가지가 병행되어야 한다(김연미, 2013).

11) 기저 핵은 선조체라고도 불리며 대뇌반구의 중심부위에 자리 잡은 큰 핵의 집단으로 부분적으로 시상을 둘러싸고 있다. 기저 핵은 불수의적인 운동의 통제와 관련이 있다. 기저 핵이 손상될 때 파킨슨 씨 병이 나타나고 아동들의 틱(tic) 장애도 기저 핵의 기능과 관련이 있다. 그 외에도 습관이나 일상적 활동과 관련된 절차적 학습과도 관련이 있다.

수학학습 성취에서 문제가 발생하거나 어려움을 겪을 때 그것이 불충분한 학습의 결과인지 혹은 인지적인 문제인지를 구별하는 것은 쉽지 않다. 장기기억의 형성에 문제가 있을 경우에는 수학을 포함한 일반적인 학습장애가 발생할 수 있다. 수학학습부진은 학교 교육과정에 따른 수학 성취도에서 하위 20 - 25% 이하인 상황이 2년 간 지속될 때를 일반적으로 의미한다. Geary(2004)에 의하면 수학학습부진은 전 인구의 15 - 20% 정도, 그보다 정도가 심한 수학학습장애는 5 - 8%에서 발생한다. 수학학습장애 아동들의 기억 범위(memory span)[12]는 일반 아동들보다 하나 이상 작다. 수학학습 부진/장애는 몇 가지 유형으로 분류할 수 있는데, 그 중 한 유형이 의미적 기억 유형(semantic memory type)이다. 취학 전 단계에서 수를 셀 때 또래에 비해서 늦게까지도 손가락을 사용해야만 가능하다든지, 초등학생인데도 4 + 5 = 9(1, 2 학년)나 곱셈구구(초등학교 3학년)가 자동적으로 회상되지 않은 경우, 회상하더라도 실수가 잦을 때 혹은 반응시간이 긴 경우가 이에 해당되며 이때는 수학학습 부진/장애를 의심할 필요가 있다.

지능

미국심리학회의 일반지능(general intelligence)의 정의에 따르면 “개인들은 복잡한 아이디어를 이해하는 능력과 환경에 효과적으로 적응하는 것에서 차이를 보이며 경험으로부터 배우는 것과 다양한 형태의 추론 과정과 사고를 통해 어려운 문제를 해결하는 능력들이 서로 다르다. 이 능력의 근간을 이루는 것을 지능이라고 부른다.” 이렇게 정의된 지능은 측정 가능하며, 지능 점수는 학업 성취에서 개인 간 차이와 성인이 되었을 때 직업에서의 성공도 예측 할 수 있다(Nisbet et al., 2012). 그렇지만 지능 검사는 창의성이나 인성과 같은 개인적인 특성을 측정하지는 않는다.

일반지능은 유동성 지능(fluid intelligence)과 결정성 지능(crystallized intelligence)으로 나눌 수 있다(Cattell, 1971). 유동성 지능은 복잡한 관계를 이해하며, 새로운 문제를 해결할 수 있는 능력이라고 정의된다(Martinez, 2000). 유동성 지능은 때로는 ‘비언어적 지능’, ‘추론 능력’으로 불리기도 하는데 학습이나 문화의 영향에 크게 의존하

12) 순행 숫자 주의력(forward digit span)이나 역행 숫자 주의력(backward digit span)으로 측정한다. 숫자를 여러 개 불러주었을 때 그 사람이 정확하게(혹은 거꾸로) 회상할 수 있는 리스트의 최댓값을 의미한다.

지 않는다는 특징이 있다. 유동성 지능은 추상적인 정보나 규칙, 논리적 관계 등을 다루는 능력이기 때문에 수학적 능력과 깊은 관계를 가질 수밖에 없으며 여러 요인들 중에서 학업 성취도에 대해 가장 높은 예측도를 보인다(Spinath, Fruedenthaler, & Neubauer, 2010). 일반적으로 레이븐의 점진 행렬(Raven's Progressive Matrices, 그림 8)을 이용하여 측정한다. 유동성 지능과 수학 성취도와의 관계는 여러 연구자들에 의해서 알려졌다(Holyoak & Morrison, 2005; Preusse et al., 2011; Spinath, Freudenthaler, & Neubauer, 2010).

오스트리아의 연구팀이 8학년 학생 1300 명의 언어와 수, 공간적 능력과 유동성 지능뿐 아니라 정서적 요인들(자아감이나 동기 등)을 모두 고려했을 때도 지능은 모든 영역의 학업 성취(수학, 영어, 독일어)에서 가장 높은 예측력을 보였다(Spinath, Freudenthaler, & Neubauer, 2010). Preusse와 동료들(2011)은 기하적 유추(A : A' = B : B'이다. 즉 A와 A'의 관계는 B와 B'의 관계와 같다)능력과 유동성 지능 사이의 관계를 찾기 위하여 120명의 11학년 고등학생들을 선별하였다. 학생들을 먼저 우수지능그룹(IQ가 119에서 140인 22명으로 IQ 평균은 130, SD8)과 일반그룹(IQ 평균은 104, SD7, IQ는 91점과 110 사이에 위치한 19명)으로 나누고 이들에게 기하적 유추 과제를 해결하도록 했다. 다양한 유형의 대칭성과 관련된 유추 문제에서 우수 지능 그룹이 반응시간도 빨랐으며, 실수율도 난이도가 높을 때 오히려 낮아지는 경향이 있었다.

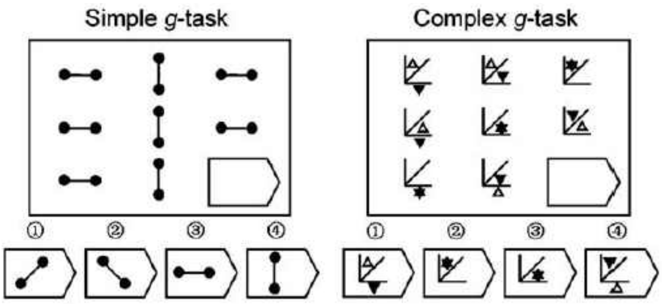
유동성 지능은 타고나는 것이고 변하지 않는다고 생각해왔지만 집중적인 작업 기억[13]의 훈련에 의해서 유동성 지능 점수가 향상된다고 주장하는 학자들도 있다(Jaeggi, Buschkuehl, Jonides, & Perrig, 2008). 이들은 70명의 건강한 성인을 실험군과 대조군으로 나누어 실험군에는 이중(dual) n-back task[14]를 강도 높게 실시하였다.

13) 단기기억이 단순히 기억을 짧은 시간 동안 유지하는 것이라는 개념에 비하여 작업 기억은 기억을 조작하고 처리하는 개념까지 포함한 것이다. 예를 들어 숫자 2 7 3 6을 듣고 따라하는 것은 단기 기억의 측정이지만 거꾸로 6 3 7 2를 말해보는 것은 작업 기억을 측정하는 것이다. 작업 기억이 부진할 경우 일반적인 학습 장애나 부진이 발생 할 수 있다

14) n-back test는 1958년 Wayne Kirchner가 개발한 작업 기억을 측정하는 과제이다. 예를 들면 청각 3-back test에서는 T L H C H O C Q L C K L H ... 과 같은 열을 실험자가 읽어줄 때, 피 실험자는 굵은 알파벳(C, L)이 3 step 전에 읽어준 것과 일치하는 가를 표시

연구자들은 사전 테스트로 조사한 기존의 유동성 지능에서의 개인 차이는 훈련으로 얻어진 유동성 지능 점수의 향상과 관계가 없다고 결론 내렸다. 즉 유동성 지능이 낮은 그룹이나 높은 그룹이나 점수의 향상에서는 차이가 거의 없었다. 발견된 또 다른 사실은 유동성 지능 점수의 향상은 훈련 기간에 절대적으로 의존한다는 점이다. 더 많은 훈련을 한 그룹에서 점수의 향상이 더 크게 나타났다.

Kyllonen과 Christal(1990)의 연구 이후로 작업 기억과 유동성 지능과의 상관관계가 활발히 연구되기 시작했다. 그들은 미국 공군 신병 모집에서 다양한 작업 기억 테스트를 실시하였다. 예를 들면 컴퓨터 스크린에 H, N, C를 잠시 보여주고 각각에 대하여 4 번째 후순위의 알파벳을 찾으라는 지시를 하였다. 물론 답은 L, R, G 이다. 이것은 비교적 간단한 과제이지만 알파벳의 길이가 길어지거나 지시가 복잡해지면 과제는 점차로 어려워진다. Conway, Kane 그리고 Engle(2003)은 다양한 추론 능력 테스트를 실시하였는데, 그들은 작업 기억과 추론 능력 사이에 0.8 ~0.9의 놀라운 상관관계를 발견하였다. 그 후 많은 연구들이 작업 기억이 유동성 지능에 중요한 기여를 한다는 것을 밝혀냈다. 실제로 유동성 지능은 작업 기억과 동일하지는 않지만 작업 기억의 용량과 높은 상관관계($\gamma \sim 0.5$)를 보인다. 유동성 지능과 작업 기억은 주의에 관한 통제 메커니즘과 실행기능을 통해서 일차적으로 연결돼 있을 가능성이 높다. 그 이유는 이 과정들이 전 전두 피질이라는 공통의 신경



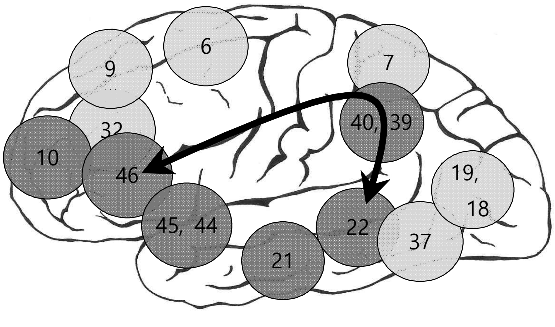
(그림 8) Raven's Progressive matrix의 예(비언어적 도형 분석 /추론 과제)(Lee et al., 2005)

하는 것이다. 이중(dual) n-back test는 n-back 테스트의 변형으로 독립적인 두 개의 열(예를 들면 시각적인 열과 청각적인 자극)이 동시에 주어진다.

회로에 의존하기 때문으로 추측된다. 혹은 추론능력이나 수행력이 작업 기억의 용량에 해 기능적으로 제약을 받기 때문일 가능성도 있다. 작업 기억의 용량은 장기기억으로부터 정보(답)를 인출할 때의 속도나 정확도와 관련이 있다. 왜냐하면 여러 개의 잠재적인 답들이 서로 경쟁을 하거나 불필요한 간섭이 있는 경우에 주의/통제 시스템이 작동해야 간섭을 억제하고 정확한 답을 인출할 수 있기 때문이다. 또 다른 연구자들에 따르면 추상적인 관계를 이끌어내는 능력이나 작업 기억에 여러 개의 가능한 목표를 유지하는 것이 유동성 지능을 측정하는 전형적인 과제들을 수행할 때 개인 차이를 발생시킨다(Carpenter, Just, & Shell, 1990).

많은 학자들이 인간의 지능이 위치하는 두뇌의 구체적인 장소가 있는지를 확인하기 위하여 오랫동안 연구하여 왔다. 그 방법은 주로 지능 검사, 언어적 추론 과제나 비언어적 공간 추론 과제들을 참가자들에게 제시하고 과제와 관련되어 활성화되는 뇌 영역을 확인하는 것이다(Newman & Just, 2005; Prabhakaran, Smith, Desmond, Glover, & Gabrieli 1997). 현재 지능에 관한 영향력 있는 신경학적 연구 중의 하나가 Jung과 Haier(2007)의 연구이다. 그들은 37편의 지능 검사나 다양한 추론과제(연역추론, 관계추론, 3차원 도형의 심적 회전, 공간추론 과제)와 관련된 뇌 영상촬영에 대한 메타분석의 결과를 근거로 하여 지능은 특정 영역들(전전두 - 대상이랑 - 두정피질)의 상호작용으로 발생한다는 '전두-두정 통합이론(Parietal-Frontal Integration Theory, P-FIT)'을 제안하였다(그림 9). 그들은 이 영역들에서 회질 밀도(gray matter density)가 높은 개인들이 높은 심리측정 점수를 받기 때문에 이 피질영역이 인간의 지능과 필연적으로 관련이 있는 두뇌 영역이라고 주장한다.

백질(white matter)이라고 불리는 미엘린(myelin)은 전선의 플라스틱 피복과 마찬가지로 신경세포 중에서 축삭(axon)을 둘러싸는 백색 지방질 물질로 뉴런을 통해 전달되는 전기신호가 누출되거나 흩어지지 않게 보호한다. 그리고 미엘린의 두께는 축삭의 크기와 관계가 있고, 축삭의 지름은 결국 뉴런들 사이에 전송되는 전기 신호의 속도와 비례한다. 그것은 미엘린 화 될 때 수초(myelin sheath)가 뉴런을 절연함으로써 활동전위의 전달이 마디 사이를 점프하는 방식으로 일어나서 속도를 증가시키기 때문이다. 이러한 유형의 전달을 '비약 전도(saltatory conduction)'라고 부른다. 노년이 되어서 지력이 약해지는 것은 정보처리 속도의 감소와 깊은 관련이 있으며 이것은 40세 정도부터 시작되는 미엘린 화의 감소와 직결된다.



(그림 9) 예시, 지능검사, 추론 과제에서 활성화 되는 뇌 영역. Jung & Haier(2007). (그림에서 숫자는 Brodmann area를 의미한다. 화살표는 정보의 이동을 나타낸다. 정보는 뇌의 후반구(지각 영역)에서 연합영역인 전두엽과 측두엽으로 상향 전달된다. 처리된 정보는 하향식으로 명령을 전달 받는다. 그림에서 진한 색은 좌반구가 특히 활성화 된 영역을 나타내고, 흐린 색은 좌우반구 모두 활성화 된 영역을 나타낸다.)

훈련에 의해서 백질의 구조가 변화한다는 사실이 주목을 받기 시작한 것은 회질에 대한 연구와 비교하면 오래되지는 않다. 예를 들자면 복잡한 저글링을 연습한 집단이나 악기를 연주하는 음악가들에서 발견되는 백질에서의 구조적 변화 등을 들 수 있다. Hu와 동료들(2011)은 3년 이상 주산을 연습한 25명의 아동과 대조군에게 암산 문제를 주고 fMRI로 비교했을 때 주산을 연습한 그룹에서 뇌량, 좌반구 측두-후두 접속점, 우반구 전 운동 영역에서 높은 분획 이방성(fractional anisotropy)[15]을 발견하였다. 주산을 연습한 그룹은 순행 숫자 주의력(forward digit span)과 단어 주의력에서도 높은 점수를 받았다. 연구자들은 이에 대하여 어린 시절부터 장기간에 걸쳐 주산을 연습한 것이 기억 용량을 증가시키고, 운동과 시공간적 처리 속도를 높여준다고 해석한다.

Matejko, Price, Mazzocco와 Ansari(2013)는 17 - 18세의 고등학생 30명을 대상으로 확산 텐서 영상법(Diffusion Tensor Imaging)[16]을 사용하여 좌반구 두정엽에서 백질

15) 확산 영상법에서 자주 사용되는 측정으로 확산과정에서 이방성의 정도를 나타낸다. 백질의 미엘린 화 정도나 축삭의 지름의 크기를 반영한다고 믿어진다. 0과 1 사이의 값을 가지며 1의 값은 확산이 한 방향으로만 발생한다는 의미이다.

16) 확산 텐서 영상법은 비 침습성(non invasive) MRI 테크닉으로 백질의 통합성을 측정하는

밀도의 개인차이가 PSAT(미국에서 고등학생들이 SAT 이전에 치는 예비 시험) 수학 점수를 예측할 수 있다는 연구 결과를 보고하였다. 이것은 백질의 밀도가 고등사고와도 높은 상관관계가 있다는 뜻이다. 수학적 기술을 습득함으로써 좌반구의 두정엽에서 가소성을 보인다는 의미로 해석할 수도 있다.

수학영재와 일반 집단의 신경학적 비교

수학문제해결이나 복잡한 사고를 요구하는 과제에서 개인 간의 차이 또는 우수집단과 일반집단의 차이를 이해하는 것은 매우 중요하다. 쉽고 빠르게 배우는 학생과 느리고 어렵게 배우는 학생, 수행력이 높은 학생과 그렇지 못한 학생들을 행동적으로 관찰하고, 결과의 차이에 대한 신경학적인 요인을 이해하는 것은 여러 가지 장점이 있다. 우수한 학생들에게는 그들의 성장과 발달단계에 어울리는 과제들을 제시함으로써 수준을 높일 수 있고, 그렇지 못한 학생들에게도 어려움의 원인을 밝혀냄으로써 도움을 줄 수 있을 것이다. 수학 영재집단과 수학학습장애에 대한 연구는 이런 이유로 최근에는 점차 각 집단의 신경학적 기반을 이해하려는 방향으로 진행되는 경향이 있다(Geake & Hansen, 2005).

미국 국립 영재교육 연구소에 의하면 수학영재의 행동적 특징은 ① 수학적 구조와 핵심을 빠르게 파악하고, ② 문제해결에서 직관적이고 창의적인 사고를 하며(유연성, 유창성, 독창성, 열린 사고, 모험심 등), ③ 과제 집착력(노력, 자신감, 인내심)을 보이는 것 등으로 알려져 있다(Renzulli, 1978). 우리나라의 경우 한국교육개발원에서는 수학 영재성을 수학적 사고능력, 수학적 과제 집착력, 수학적 창의성, 배경지식의 요인에서 평균 이상의 높은 능력을 지니는 경우라고 정의하고 있다. Renzulli는 각 특성이 85% 이상이면서 적어도 한 가지 요인에서는 98% 이상일 때 뛰어난 성취를 할 가능성이 높아진다고 보고 있다. 그는 1 - 3%의 학생만이 영재로서의 특수교육을 받을 자격이 있다는 제한적인 정의에 도전하며 일반 학생의 15 - 20%가 영재교육의 대상이 되어야 한다고 주장한다. 현재 우리나라는 중학생의 경우에 수학영재 선별은 일 단계 학업 성취도를 통한 교사, 학교장 추천과 이 단

데 사용할 수 있고, 축삭(axon)의 조직화에 대한 정보를 제공해 준다. 구체적으로 DTI는 브라운 운동(Brownian motion)과 물 확산(water diffusion)을 측정한다.

계 표준화된 수학 시험 또는 고난도 수학문제해결 검사, 삼 단계 심층면접을 거친다. 우리나라의 경우는 통계적으로 0.59%가 일반적인 영재교육을 받고 있다(이재호, 진석언, 류지영, 2010).

위에서 언급한 영재들의 행동적 패턴을 야기하는 유전적 혹은 신경학적 요인들을 이해하고자 하는 것은 자연스러운 현상이지만 아직은 위의 질문에 대한 해답을 유전학이나 신경과학이 완벽하게 주지는 못하고 있다. 그리고 위에서 언급한 여러 특성들이 뇌의 어느 한 곳에서 통제된다고 생각하기도 힘들다. 왜냐하면 여기에는 일반적인 정보처리나 고등사고에 관련된 신경회로 뿐 아니라 정서나 동기적인 면도 연루되어 있기 때문이다. 과제에 대한 집착은 내재적인 동기에 뿌리를 두고 있다. 성취욕구가 강한 사람은 흥미를 유지하고 집중할 때 시상하부(hypothalamus)에서의 활성화가 두드러진다(Sousa, 2009). 변연계는 해마와 편도체를 포함하는데, 이 중에서 편도체는 보상, 공포심 등과 관련 있다. 동물실험에서 변연계와 연결된 시상하부를 전기적으로 자극할 때 강한 보상감 혹은 쾌락을 일으켜서 전기 자극을 받기 위하여 실험대상 동물이 음식물을 포기할 정도에까지 이른다고 보고된다(Le Doux, 2002).

정보처리의 측면에서 수학영재[17)]의 뇌를 일반인들의 뇌와 비교했을 때 수학 영재들은 다음과 같은 특징을 보인다. 첫째, 우뇌가 특별히 발달했으며, 그 중 시공간적인 처리능력이 뛰어나다고 알려져 있다. 둘째, 연결성(좌반구와 우반구의 연결성, 반구 내에서 영역간의 연결성)이 우수하기 때문에 영역 간의 정보의 교환과 소통이 통합적으로 이루어진다(O'Boyle et al., 2005). 1990년대 이후 많은 연구들을 통해 수학 영재의 두뇌는 기능이나 형태적인 면에서 일반인들과 질적, 양적으로 차이가 있다는 것을 밝혀졌다. Singh와 O'Boyle(2004)은 학습효과를 최소화하기 위하여 13-14세 청소년(수학적 영재로 선별된 집단과 일반집단 36명)을 대상으로 좌반구와 우반구 시야에 제시된 단어들을 비교하는 과제를 제시하고 fMRI를 통하여 뇌 활동을 조사하였다. 이 때 수학 영재학생들은 일반 학생들에 비하여 좌우반구를 균등하게 사용하였으며 좌우 시야로부터 정보를 손쉽게 조직화하였다. 그렇지만 이들

17) 이러한 연구들에서 수학 영재의 조건으로 선별한 집단은 미국의 경우는 10-15세 일 때 치룬 SAT-수학 시험에서 상위 1%에 속하는 학생들 또는 대학의 영재 선발 프로그램을 통과한 학생들이다.

의 연구에는 언어 영재나 음악 영재들이 연구 대상에 포함되지 않았기 수학 영재들만이 좌우반구 간의 연결성과 소통이 뛰어난 것인지는 알 수 없었고, 결과가 상관관계이지 인과관계는 아닐 수 있다는 점도 지적되었다. 이 결과가 생물학적인 부산물(byproduct)인지 혹은 학습이나 그들이 노출된 환경의 산물(product)인지는 확인할 수 없지만 이들의 연구는 fMRI를 수학영재성을 연구하는데 사용하는 계기가 되었다. 위의 결과는 심적 회전과제를 이용한 Prescott 등(2010)에서 다시 확인 되었다.

Desco 등(2011)은 유동성 지능과 시공간적 작업 기억과 관련된 수학 영재들의 신경학적 기질을 조사하였다. 수학 영재 청소년 13명과 평균적인 수학능력을 지닌 14명의 청소년들에게 레이븐의 점진행렬(유동성 지능 검사)과 런던탑 과제(Tower of London, 시공간적 작업 기억 과제)를 주고 과제를 수행하는 동안 뇌 영상촬영(fMRI)을 실시하였다. 과제 수행 중에 두 집단 모두 전두-두정 네트워크가 활성화되었다. 그렇지만 수학 영재집단에서는 좌우반구 모두에서 활성화 정도가 높았고, 특히 우반구에서의 활성화가 두드러졌다. 런던탑 과제에서 수학 영재집단은 우반구의 쐐기소엽(precuneus), 내측 측두엽(BA39), 위 후두엽(BA19)에서 통제집단보다 뚜렷한 활성화의 차이를 보였다. 두 집단 사이의 차이는 레이븐의 점진행렬 중 최고난이도 과제를 수행할 때의 활성화에서 가장 큰 차이를 보였는데, 그 영역들은 우반구 아래 두정소엽(BA 40), 전 대상이랑(anterior cingulate gyrus, BA 32), 전두엽(BA 6, 9) 이었다. 난이도가 어려운 문제와 쉬운 문제를 비교했을 때 일반그룹은 활성화에서 별다른 변화를 보이지 않았고 영재그룹에서만 몇 영역(BA 18, 19, 40, 32, 6)에서 변화가 나타났다. 이들의 연구는 복잡한 수학적 추론능력에는 양반구가 모두 동원되며 유동성 지능과 시공간적 처리와 관련된 수학 영재들의 뛰어난 능력은 전두-두정 네트워크의 효율성에 의존함을 보여준다.

영재의 특성을 과거에는 전두엽이나 두정엽이 특별히 발달된 것으로 구조적으로 해석 했다면 최근에는 신경망의 효율성이나 연결성의 측면에서도 바라보고 있다. '신경망 효율성 이론(neural efficiency theory)'은 높은 지능의 소유자는 평균적인 수준의 개인들과 비교할 때 문제해결을 위하여 정신적으로 적게 활동한다는 것을 뜻한다. 높은 지능이란 뇌가 얼마나 많이 일하느냐가 아니라 얼마나 효율적으로 일하는가에 달렸다는 이론이다. Haier와 동료들(1992)은 8명의 청소년들이 시공간/

운동 과제의 하나인 테트리스 게임을 연습시키고 게임 전후에 걸쳐서 양전자 단층 촬영(PET)을 실시하여 비교하였다. 학생들은 실험 초에 레이븐의 행렬 검사도 받았다. 4- 8주간 매일 연습을 한 후에는 수행력은 7배 가까이 증진 되었지만 피질의 포도당 대사율은 오히려 감소하였다. 뇌의 여러 영역에서 포도당 대사율이 가장 감소한 그룹은 레이븐 행렬 점수가 가장 높은 참가자들이었다. 이 연구결과는 학습을 통해서 불필요하거나 비효율적인 뇌 영역의 사용이 감소한다는 것을 의미한다. 또한 훈련과 함께 포도당 대사율이 감소한다는 것은 문제해결을 위해 에너지를 적게 사용한다는 것, 즉 쉽게 해결한다는 뜻이므로, 학습과정의 일부인 인지전략의 변화가 반영된 것으로 해석된다. 결국 수행력이 증가하면 문제해결을 위해 전략을 짜거나 계획할 필요가 없어지고 과제에 필수적인 영역간의 직접적인 연결이 많아지면서 활성화 정도는 오히려 감소하는 것으로 판단된다.

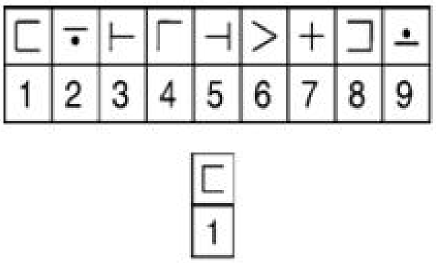
Rypma와 동료들(2006)는 두뇌 영역에서 나타나는 활성화 정도는 결국 문제해결의 속도를 반영한다는 가정을 하였다. 그는 다음과 같은 Wechsler 지능 검사에 포함된 숫자-부호 치환과제(그림 10)을 대학생들에게 연습시킨 후에 fMRI촬영을 뇌 전 영역에 대하여 실시하고, 영상분석을 8개의 영역(BA 9, 46, 44, 40)에 대해서 실시하였다. 그 후 시계열 데이터(time series data)를 추출하여 Granger방식에 의한 인과 분석[18]을 실시하였다. 이 영상촬영에 의하면 문제해결 속도가 빠른 참가자들은 등 측 전 전두피질(BA 9)에서의 활성화가 낮고 반면에 두정엽(BA 40)의 활성도가 높았지만 느린 참가자들은 반대로 등 측 전전두피질의 활성도가 높고 두정엽의 활성도는 낮았다. 또 수행력이 떨어지는 참가자들은 (그림 11)과 같이 전두엽에 많이 의존하는 것을 알 수 있었다. 수행력이 느린 참가자들에 대한 (그림 11)은 그들이 과제를 성공적으로 수행하기 위해서 전 전두피질의 실행통제를 더욱 필요로 함을 의미한다. 반대로 우수 집단의 경우는 전두엽에서 작업 기억이나 계획을 수행하는데 비계(飛階, scaffolding)를 덜 필요로 하고 곧바로 문제를 표상하는 단계로 넘어간

---

18) 인과관계에 대한 통계적 개념으로 예측에 기반하고 있다. 어떤 신호X_1이 다른 신호 X_2의 Granger -cause 라고 불리는 것은 X_1과 X_2의 과거 값들이 X_2의 과거 값만 사용한 경우보다 X_2를 더 잘 예측하는 경우를 의미한다. 수학적 공식은 확률 과정(stochastic process)에 대한 선형 회귀방식을 사용하여 나타낸다. 1960년대부터 경제학에서 주로 사용하였는데 신경과학에서는 최근부터 사용되기 시작하였다.

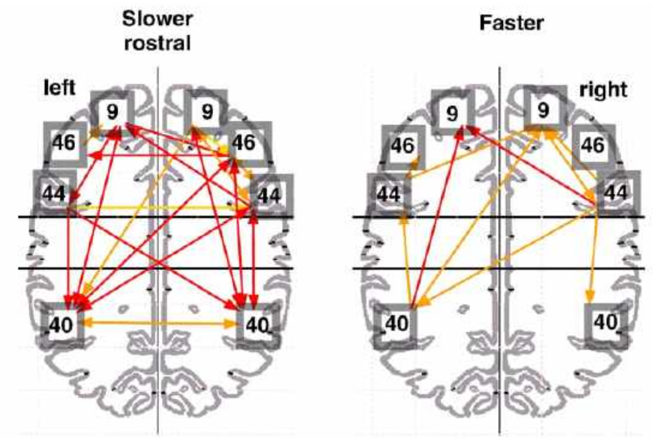
다는 것(두정엽의 활성화)이 확인되었다.

측 전 전두피질이(BA 9, 45, 46, 47, 8) 작업 기억의 기능에 있어서 핵심적이며 작업 기억이 높은 지능과 연결된다는 연구결과들을 앞에서 소개하였다. 측 전 전두 피질은 아래 두정소엽, 기저 핵, 해마, 운동 피질들과 내적으로 연결되어있고 이들로부터 정보를 전달받아 통합하기도 하고(bottom up), 운동 피질로 명령을 전달하기도(top down)한다. 작업 기억의 역할은 정보를 활성화된 상태로 유지하면서 조작(manipulate)하는 것인데, 정보의 유지는 간섭(interference)이 있는 경우에 방해요인을 차단해주므로 특히 중요하게 된다. 측 전 전두 피질의 기능 중에는 이 외에도 정보를 기억에 유지하면서 동시에 선별적으로 주의(attention)를 기울이는 것, 부적절한 정보를 여과(filtering) 또는 억제(inhibition)하고, 문제해결의 순서를 정하는 등 계획과 관련된 인지과정을 모니터하는 역할을 한다(Tanji & Hoshi, 2008).



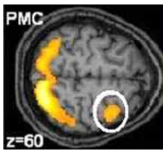
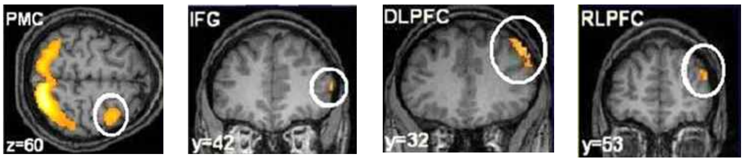
(그림 10) 숫자-부호 치환과제(digit-symbol substitution task)
(위의 표를 외운 후에 아래 칼럼이 주어지면 정답 여부를 판단한다)

그러나 전 전두피질의 역할이 작업 기억, 실행기능, 그리고 주의 집중 등에만 국한된 것은 아니다. 시각적, 언어적, 그리고 추상적인 추론을 할 때 요구되는 유동성 지능의 신경학적 기반이 등 측 전 전두피질(DLPFC) 내에서 겹친다는 사실들이 fMRI 촬영을 통해서도 알려졌다(Duncan et al., 2000). Duncan과 동료들은 고 난이도와 낮은 난이도의 유동성 지능과제를 해결할 때 활성화되는 뇌 영역을 비교한 결과 뛰어난 유동성 지능은 넓은 두뇌 영역을 분산되게 사용하는 것이 아니라 측 전전두 피질을 선별적으로 동원하는 것임을 보였다. 이것은 레이븐의 점진행렬을 이용한 실험(Kroger et al., 2002)이나 시공간적 관계의 추론과제, 그리고 유추적 추



(그림 11) Granger 방식에 의한 두뇌 영역들 간의 인과관계 분석, 왼쪽 그림은 느린 개인들에 대한 분석이고 오른쪽 그림은 수행력이 빠른 개인들에 대한 분석이다 (Rypma et al., 2006). (일련의 번호는 Brodmann 영역을 나타낸다. 화살표는 정보의 이동 경로를 나타낸다.)

론과제 등에서도 밝혀졌다(Krawczky, Mcclelland, & Donovan, 2010). 이 연구들에서는 추론이 복잡해지고 고려해야 할 변수(수, 위치, 운동 방향)가 많아질수록 이에 따라 동원되는 영역이 (그림 12)와 같이 변화했는데 이것은 전 전두 피질 내에서도 정보처리의 복잡성이 가중되면 뒤쪽으로부터 앞쪽(posterior to anterior)으로 활성화 양상이 점진적으로 바뀐다는 것을 보여준다(Krawczky, Mcclelland, & Donovan, 2010). 전 전두 피질 내에서의 기능적 세분화는 아직 완전히 알려진 것은 아니지만 인지적 복잡성이 증가하고 정보처리가 추상화될수록 전두 극(frontopolar 혹은 rostrolateral PFC)이 점차로 동원된다는 것이 여러 연구들로부터 수렴되는 결과다. 전두극의 역할은 현재로서는 정보의 통합과 추론, 반응의 확인 등으로 생각된다. 그런데 이것은 Kroger 등(2002)에 의하면 작업 기억과는 다른 역할이지만 만일 순차적으로 하나씩 개별적인 관계를 해결하고 그 결과를 통합하기 위하여 기억하는 것이라면 작업 기억을 통한 조작으로 설명할 수도 있을 것이다.

과제의 난이도	동원되는 영역
변수(관계)가 하나인 경우	
변수(관계)가 두 개인 경우	
변수(관계)가 세 개인 경우	

(그림 12) 시공간적 추론과 유추과제에서 난이도에 따라 동원되는 전 전두피질의 영역들 (Krawczky, Mcclelland, & Donovan, 2010)

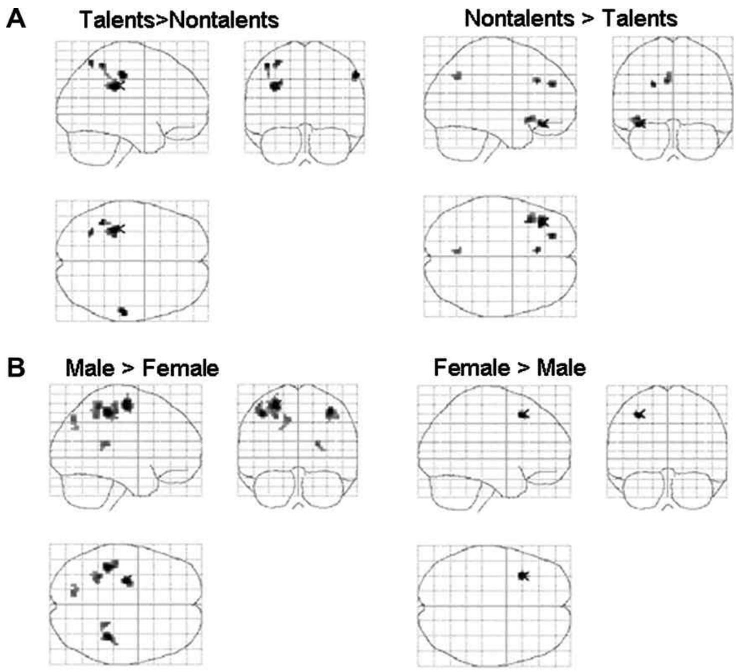
과제 해결에서 개인차가 발생할 수 있는 경로는 추론과제를 해결할 때 영재 집단과 일반 집단이 완전히 다른 신경회로를 사용하기 때문일 수도 있고 혹은 두 집단이 지적인 추론에서 비슷한 신경회로를 사용하지만 이와 관련된 신경회로의 활성 정도가 다르기 때문일 수도 있다.

우리나라에서도 영재학교 고등학생들을 대상으로 우수한 지능과 관련된 신경회로를 확인하는 연구가 수행되었다. Lee와 동료들(2005)은 영재학교 학생들 중 자원자 18명(레이븐의 점진 행렬 점수가 33/35보다 높은 집단)과 통제 집단 고등학생 18명(레이븐 점진 행렬 점수가 33/35 미만인 경우)을 대상으로 아래와 같은 공간-도형 추론과제를 난이도에 따라 제시하고, fMRI 촬영을 실시하였다. 그들이 발견한 사실들은 다음과 같다. ① 우수지능 그룹(IQ: 137±12)은 수행력이 매우 뛰어나서 레이븐 점진 행렬 점수가 상위 99% 이상이었으며, 일반그룹(IQ:105±17)의 점수는 22.8± 6.6(35점 만점) 수준이었다. ② 고난이도 과제는 낮은 난이도 과제들에 비하여 측 전전두엽(lateral prefrontal), 전 대상(BA 32), 그리고 두정엽 뒷부분(BA 7,

40)을 활성화시켰다. ③ 우수그룹이 일반그룹에 비하여 위의 영역들에서 더 많은 활성화를 보였는데 낮은 수준에서 고난이도 문제로 갈수록 차이는 더욱 두드러졌다. 이것을 토대로 연구자들은 뛰어난 유동성 지능의 신경학적 기반은 그들에게만 고유하게 존재하는 신경회로를 추가로 동원하는 데 있는 것이 아니라, 전두-두정 신경 회로 전체, 특히 좌우 위 두정 소엽(BA 5, 7)과 우반구 두정 내 고랑(BA 40)을 효율적으로 활성화하는데 달렸다고 결론을 내렸다. 이 연구는 또한 신경망 효율성 이론은 고난이도의 과제에서는 성립하지 않는다는 것도 알려주었다. 왜냐하면 우수 집단의 경우에는 고난이도 과제에서 문제해결을 위하여 더욱 노력하지만 평균이하의 집단에서는 문제해결 자체를 포기하는 경향을 보이기 때문이다.

Hoppe 등(2012)은 수학 영재 그룹(18명)과 일반 그룹(18명), 남학생과 여학생 각 18명에게 도형의 공간회전과제를 제시하고 성취도를 비교하였다. 물론 영재집단의 정확도가 높았지만 수학적 재능과 성별은 유의미한 관계는 없는 것으로 나타났다. 활성화와 관련하여서는 아래 (그림 13)과 같은 결과를 보였다. 여기에서 주목할 것은 도형회전 과제가 주어졌을 때 영재집단에서 일반 집단보다 더욱 활성화되는 영역과 남학생에서 여학생보다 더 활성화 되는 영역이 일정부분 중복된다는 것이다. 영재집단은 아래, 위 두정엽(BA 40, 7)을 사용하지만, 일반집단은 전두엽(BA 47, 10)과 전 대상(BA 32)을 주로 사용한다. 남학생은 영재집단과 비슷한 영역을 동원하지만 여학생은 전두엽 중간이마이랑(BA 8)을 동원하였다. 이것은 Rypma 외(2006)의 연구 결과와 동일한 맥락에서 해석할 수 있다. 즉 수학 우수 집단은 전두엽에 적게 의존하고 문제표상의 단계로 빠르게 전환한다는 의미이다. 도형회전과제에서 일반집단과 여학생들은 영상촬영 결과로 판단할 때 이들이 영재집단과는 다른 (상대적으로 효율적이지 않을 가능성이 있는)전략을 사용한다. 이러한 성별 간의 전략적 차이에 대하여는 Linn과 Peterson(1985)이 이미 가능성을 제기하였다. 즉 남학생은 게슈탈트적인(gestalt, 혹은 전인적인) 전략을 사용하여 도형을 한 번에 회전하는데 비하여 여학생들은 분석적으로 도형의 인접한 면들을 비교하고 대조하는 순차적인(serial) 또는 분석적인 전략을 사용할 것이라는 추측이다.

이제 대두되는 또 다른 질문은 일반 영재와 구분되는 수학 영재들만의 신경학적 특성이다. 많은 경우에 수학 영재들은 IQ가 높은 경우도 많기 때문에 이 두 집단 사이에는 차이점이 존재함에도 불구하고 개념적인 혼재가 있는 것도 사실이다.



(그림 13) A:(좌) 수학 영재그룹이 일반집단 보다 더욱 활성화된 영역들, (우) 일반집단에서 영재집단보다 더욱 활성화된 영역들, B:(좌) 남학생이 여학생보다 더 높은 활성화를 보이는 영역 (우) 여학생이 남학생과 비교하여 더 높은 활성화를 보이는 영역(Hoppe et al., 2012)

Navas-Sánchez 등(2014)은 36명의 12-14세의 청소년 중에서 수학 영재집단(스페인의 영재교육 프로그램에 등록된 13명의 학생들)과 통제집단(26명)을 대상으로 확산텐서 영상법(Diffusion Tensor Imaging)으로 백질의 미세구조를 분획 이방성(fractional anisotropy)을 통하여 조사하였다. 수학 영재집단의 평균 IQ는 130.7(표준편차는 10.7)로 112- 149범위고 통제집단의 평균 IQ는 105.5(표준편차는 15.7)로 88-140점의 범위에 있었다. 이들의 연구는 수학 영재성과 IQ, 그리고 백질의 분획 이방성 사이의 관계를 밝히려고 시도된 것이다. 이전에도 백질에서의 분획 이방성과 지능 사이의 관계(Schmithorst & Holland, 2007), 작업 기억의 용량과의 상관성(Nagy et al., 2004), 시공간적 처리 능력(Klingberg, 2006) 등과의 관련성이 전두-두정 네트워크를 중심으로 수행된 바 있다. 먼저 전체 그룹을 대상으로 한 3D 화소 분석은 IQ가 분

획 이방성과 양의 상관관계를 가진다는 점이다. 이것은 특히 뇌량(corpus callosum)의 여러 부위(띠구조(splenium), 무릎(genu), 전 전두(prefrontal))에서 두드러졌다($\gamma \sim 0.48$). 뇌량은 좌반구와 우반구 간의 정보 소통에 매우 중요한 역할을 하는 것으로 알려져 있으며, 작업 기억의 처리, 유동성 추론(fluid reasoning)에서도 중요하다(Fryer et al., 2008). 통제집단 중에서 높은 IQ를 소유한 학생들과의 비교를 통해서 IQ의 효과를 통제한 후에도 수학 영재집단은 위의 영역 뿐 아니라 전두엽과 기저핵이 연합되는 좌우반구의 영역과 전두엽과 측두-두정영역 간의 연합영역(아래 두정소엽에 인접한 곳)에서 높은 분획 이방성을 보였다. 두 연합영역에서의 분획 이방성은 일반집단에서는 나타나지 않는 특성이었다. 실제로 전두엽과 측두-두정영역을 연결하는 세로 다발(longitudinal fasciculus)은 각 반구 내에서 정보를 통합하는데 필수적이다. 또 이러한 집단 간의 차이는 우반구의 전두엽과 측두-두정영역을 연결하는 수평 다발에서, 주어진 과제가 복잡해질수록 두드러졌다. 아래 두정소엽(BA 40)은 다중 모드(시각, 청각, 촉각)의 정보처리 및 통합 영역으로 시공간 과제에서는 심상을 형성하고, 수감각과 연산에도 핵심적이라는 것을 앞에서 밝혔다. 수학 영재들에서 이 영역과 전반적인 통제 기능을 담당하는 전두엽의 연결이 매우 우수하다는 것은 어쩌면 당연한 사실인지도 모른다. 이들의 연구를 종합하면 높은 지능은 반구 간(interhemispheric)의 연결을 담당하는 뇌량의 섬유질의 밀도나 지름(분획 이방성)과 상관관계가 높고, 수학 영재의 경우는 이와는 독립적으로 반구 내(intrahemispheric)에서 전두-두정 네트워크의 백질의 분획 이방성과 상관관계가 높다는 것으로 요약할 수 있다.

변화

성장에 따른 변화

아동이 나이가 들면서 산술 연산의 속도가 빠르고 실수도 줄어든다. 이러한 경우에 뇌에서는 어떠한 변화가 일어나는 것일까? 그것은 연산을 담당하는 신경회로에서 효율성이 증가하기 때문일까? Rivera, Reiss, Eckert 그리고 Menon(2005)은 8세부터 19세까지의 17명의 학생들에게 $a+b=c$, $c-b=a$ 형태의 간단한 산술문제를 제시하고 학생들이 정답여부를 판단하는 과제를 수행하는 동안 뇌 영상을 촬영

하였다. 연구의 목표는 나이가 들면서 연산을 할 때 두뇌에서 나타나는 활성화의 변화를 조사하기 위한 것이었다. 또 다른 목표는 연령에 따라서 연산과 관련 있는 영역들에서 기능적이거나 구조적인 변화가 발생하는 지를 확인하는 것이었다. 먼저 행동적으로 정확도는 거의 모든 참가자들에서 100%에 가까웠다. 더불어 연구자들은 나이가 들면서 계산 속도가 연속적으로 빨라지는 것을 관찰하였다 ($\gamma = -0.678$, $p < 0.01$). 그렇지만 나이에 따라서 활성화가 증가하는 영역이 있는 반면에 활성화가 감소하는 영역도 존재했다. 나이에 따라서 활성화가 증가하는 영역은 좌반구 외측 후두-측두 피질(BA 37, 21)과 모서리 위 이랑(BA 40), 좌반구 두정 내 고랑(BA 7) 등 이었다. 나이가 들면서 활성화가 감소하는 영역들은 전두엽(우반구 위 이마이랑(BA 8), 중간이마이랑(BA 9, 46), 전 대상(BA 32, 24)), 기저 핵, 중간 측두엽(해마) 등이었다. 전두엽은 통제와 실행기능을 담당하고, 해마는 장기기억과 관련 있다. 전두엽과 해마, 전 대상은 영역 일반 과제(domain general)처리를 담당한다고 알려져 있다. 한편 위모서리 이랑, 해마, 기저 핵과 같은 영역에서의 회질 밀도(gray matter density)는 나이와는 상관관계가 없는 것으로 나타났다.

나이가 들고 성장하면서 연산에 특화된 영역들이 점차로 더 활성화되는데 이 영역들은 수와 시공간적 처리에 관여하는 두정 내 고랑과 언어적 처리를 하는 각이랑이다. 이러한 변화는 성장에 따라서 특정한 연산을 담당하는 특정회로의 효율성이 연속적으로 변화하기 때문만은 아니라는 것을 보여준다. 차라리, 그것은 영역 일반 과제(domain general)처리 영역으로부터 영역 특정(domain specific)처리 영역으로의 전환 때문으로 해석해야 할 것이다(Andres et al., 2011). 성장하면서 전두엽의 활성화가 감소한다는 것은 주의집중이나 부적절한 정보의 억제, 그리고 성숙하지 못한 문제해결 전략과 같은 아동기의 특성이 해소된다는 것을 의미한다. 초등학교 1학년 아동에게 “민수는 장난감을 열 개 가지고 있다. 그런데 이것은 철호가 가진 장난감보다 3개가 적은 것이다. 철호는 몇 개의 장난감을 가졌는가?”를 물어보면 7개라고 대답하는 경우가 많은데, 이러한 실수는 3개가 적다는 힌트를 뺄셈으로 잘못 적용한 결과이다. 전두엽의 기능이 미숙한 경우에 힌트가 재빠르게 뺄셈 10 - 3 = 7로 연결된 것이다(김연미, 2013).

전두엽에서 두정엽으로 전이가 발생한다는 것은 중요한 발견이며, 자칫하면 성장에 따라 신경회로의 기능이 효율적으로 개선된 것으로 해석할 수 있었던 것을

신경과학이 정확하게 이해시켜준 사례로 볼 수 있다. 또한 이 연구는 아동들이 사고할 때 전두엽 중심의 영역 일반 과제처리 방식으로부터 성인과 같은 특정 과제처리 영역(두정엽)으로 전환시킬 수 있는 수학적 활동을 어떻게 구현하고 설계할 것인가에 대한 매우 흥미로운 주제를 던져준다. 전두엽의 역할을 비계(scaffolding)로 생각했을 때 많은 반복훈련으로 장기기억에서의 저장과 인출을 자동적인 수준으로 끌어 올려 전두엽에서의 의존도를 줄이게 하는 것도 한 방법이다. 그러나 이 방법은 19단의 암기에서 볼 수 있듯이 지루하고 힘들며 의미 없는 기계적 암기가 될 가능성이 있다. 혹은 사고를 불러일으키는 문제(thought provoking)를 일정량씩 제공하는 전략도 고려할 수 있다. 과연 어떤 학습방법이 일반적인 과제처리 영역인 전두엽 의존에서 특정 과제처리 영역인 두정엽으로의 전이에 더 큰 도움이 되는지는 인지신경과학이 불러일으킨 해결해야 할 중요한 과제로 판단된다(Varma, McCandliss, & Schwartz, 2008).

훈련의 효과

경험이나 훈련을 통하여 혹은 특정 과제에 지속적으로 노출될 때 두뇌에 어떤 변화가 생기는지에 대하여 많은 학자들이 지난 20여 년간 탐구해 왔다. 이 주제에 대한 이해는 학습과 기억에 대한 우리의 시야를 넓힐 뿐만 아니라 뇌 손상 후의 재활치료, 또는 학습장애 분야에 대한 잠재적 기여에 이르기까지 활용도가 다양할 것이다. 뇌 영상촬영은 훈련이나 반복경험에 의해서 피질에서 변화가 일어나는 것을 구체적으로 보여주는데 그 변화들은 구체적으로 피질의 활성 수준의 변화, 활성 영역의 재분배(redistribution), 구조적 변화(reorganization) 등이다.

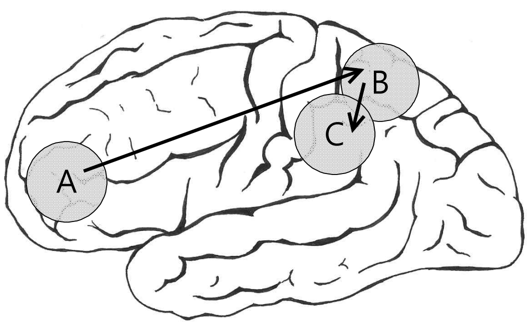
피질 활성화에서의 다양한 변화. 인지적 과제를 훈련한 후에 위에서 언급한 다양한 변화가 생기는 이유는 훈련을 통해서 최초에 적용했던 전략에 더욱 숙달되거나 이전과는 다른 새로운 전략을 구사할 수도 있기 때문이다. 일반적으로 감각이나 운동과 관련된 과제에서는 훈련 후에 1차 감각운동 영역에서의 활성화는 증가하지만, 계획이나 시각적 집중, 복잡한 인지기능, 자유연상 등의 과제에서는 연습과 훈련 후에는 관련된 영역의 활성화가 오히려 감소하는 것으로 나타났다(Landau, Schumacher, Garavan, Druzgal, & D'Esposito, 2004; Tomasi, Ernst, Caparelli, &

Chang, 2004). 복잡한 인지 과제에서 활성화가 감소하는 것은 전략을 보다 효과적으로 사용하는 것과 관계가 있다.

훈련 후에 활성화가 증가하는 예들은 Braille 점자를 읽는 사람의 경우 검지 손가락에 해당하는 운동피질이 일반인에 비하여 매우 발달했다는 것을 들 수 있다(Pascual-Leone & Torres, 1993). 또는 바이올린 연주가의 왼쪽 손을 제어하는 오른쪽 운동피질이 발달한 경우도 그에 해당하는 예이다(Elbert, Pantev, Wienbruch, Rockstroh, & Taub, 1995). 활성화가 감소하는 것은 신경망의 효율성 향상으로 해석할 수 있다. 위의 사실을 학습 후에는 우회경로를 통하지 않고 과제에 특화된 신경회로에 직접 연결할 수 있게 된 것으로 해석할 수 있다. 혹은 적은 수의 뉴런만으로도 과제를 수행할 수 있게 된 것으로도 설명할 수 있다. 활성화의 증가는 신경망이 발화(firing)하는 강도가 높아지거나 더욱 넓은 영역이 활성화되는 것을 의미하는데 후자는 과제 해결을 위해 광범위하게 자원을 탐색하는 것을 뜻한다.

재분배는 과제해결에 동원되는 영역이 훈련 전후에 변화하지는 않지만 그 영역들 내부에서 활성화의 감소와 증가가 동시에 발생하는 것을 의미한다(그림 14). 재분배는 학습 초기에 주로 활성화되는 주의/집중과 통제를 담당하는 비계(飛階, scaffolding)에 대한 의존은 점차 감소하게 되고, 학습을 통해서 심적 표상을 담당하는 회로나 자동인출을 담당하는 회로들에 대한 사용이 증가하기 때문에 발생한다.

재 조직화(reorganization)는 학습 후에 활성화되는 영역이 완전히 변화하는 것인



(그림 14) 연산의 훈련과 연습의 효과로 나타타는 활성화 영역의 재분배. 화살표는 활성화 패턴의 변화를 보여준다. A: 전전두 피질(주의/ 집중), B: 두정 내 고랑(심적 표상), C: 각 이랑(자동 인출) (Delazer 외(2003)에 기초함)

데 이것은 과제수행의 인지적 처리과정이 근본적으로 바뀌는 것을 뜻한다. 새로운 전략의 구사는 재 조직화를 설명해 준다. 이것은 학습 후에 새로운 형태의 표상이 이루어짐을 의미한다. 한 예로 25×32 를 계산할 때 처음에는 각 숫자들을 매번 곱하면서 계산을 수행하지만, 많은 훈련 후에는 $25 \times 30 = 750$ 과 $25 \times 2 = 50$ 을 각각 암산으로 구한 후에 $750 + 50 = 800$ 을 얻는 새로운 전략을 사용할 수도 있다. 그러므로 연습 후에 최초에 배울 때와는 다른 전략을 사용한다면 처음과는 다른 신경회로가 사용되는 것이다.

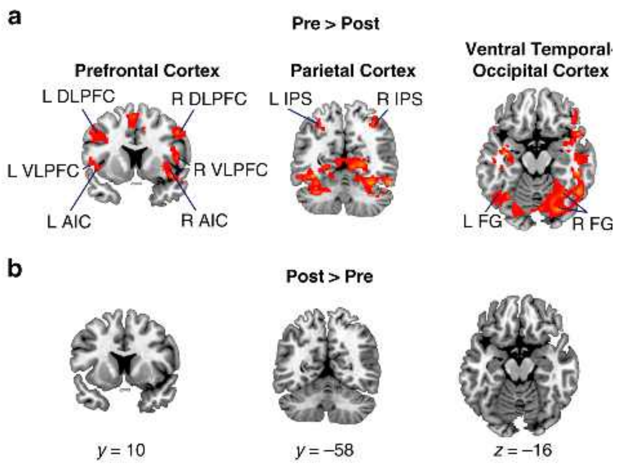
신경 가소성: 새로운 신경회로의 구성. 위에서 살핀 것처럼 특정한 기술을 획득하기 위해 훈련이나 연습을 한 후에 뇌의 구조가 새롭게 바뀔 수 있는데 이것을 '신경가소성(neuroplasticity)'이라고 부른다. 오랫동안 지능이나 시공간지각력, 작업 기억의 용량과 같은 인지능력은 유아기의 "결정적 시기(critical period)"라고 불리는 기간을 일단 지나면 성인이 될 때까지 변하지 않는 고정된 것이라고 믿어져왔다. 그러나 뇌의 구조와 기능이 성년기에도 경험이나 환경적 자극, 학습 등에 의해서 변할 수 있다는 것이 밝혀지기 시작했다. 가소성이라고 부르는 이 능력은 학습과 기억, 그리고 뇌 손상 후의 회복 등에서 잘 알려졌다. 많은 양의 공간적 정보(도로지도)를 외운 뒤에 오른쪽 해마(공간 내비게이션 센터)에서 회백질의 밀도가 증가한 런던의 택시 운전기사들도 뇌 가소성의 한 예이다(Maguire, Woollett, & Spiers, 2006). 집중적인 피아노 연습으로 운동, 청각 영역의 백질의 밀도가 두꺼워진 사례도 보고되었다(Bengtsson et al., 2005).

Aydin 외(2007)는 23명의 수학교수와 동일한 수의 통제그룹(의사와 철학 교수 등)을 대상으로(평균 연령 35.50 ± 6.95) 복셀 기반 형태계측(voxel-based morphometric) MR[19]연구를 수행하였다. 연구의 목적은 장기간에 걸친 집중적인 수학적 사고의 훈련이 수학자의 뇌에 구조적인 변화를 가져오는지 확인하기 위함이었다. 연구자들은 수학자들의 집중적이고 전문적인 훈련이 경험에 의존하는 구조적인 변화에 유리한 뇌 환경을 만들었을 것이라고 가정하였다. 두 집단에 대한 뇌 전체에 대한 촬영의 결과 다음의 사실들을 얻었다. 수학자들은 우반구 아래 두정엽(BA 4, 39,

19) 통계적인 영상촬영 기법으로 다양한 집단 간의 회백질의 미세한 차이를 영역별로 조사할 수 있다.

40), 좌반구 두정엽(BA 40)과 왼쪽 아래 이마이랑(BA 46)의 회질 밀도가 통제그룹에 비하여 높았다. 하지만 백질의 밀도에서 통제집단과 차이가 없었다. 또한 우반구 두정엽의 밀도는 수학자로서 봉직한 기간과 상관관계($\gamma = 0.85$)가 있는 것으로 나타났다. 이러한 예들은 훈련과 경험에 의해서 피질에서 가소성이 나타날 수 있음을 보여주는 사례들인데 이것은 신경 구성주의적 견해를 뒷받침 해준다고 볼 수 있다.

Lucculano와 동료들(2015)은 신경가소성의 원리가 수학학습 장애에도 적용될 수 있음을 보여준다. 이들은 8주간의 일대일 개인지도를 통해서 수학학습장애 아동들의 수학학습 수행력이 15% 정도 높아졌을 뿐 아니라 뇌의 활성화에서도 광범위한 변화를 유도하였다. 수학학습장애 아동들을 전형적인 발달을 보이는 아동들과 비교했을 때 개인지도 이전에는 전 전두, 두정, 내측 측두피질의 광범위한 영역에서 과잉 활성화를 보였지만 개인지도 이후에는 이상 기능들이 정상화되었다(그림 15). 수학학습장애 아동들에게 적용한 개인지도는 주로 수 개념의 학습, 세기 전략의 속도 연습, 빙고 게임, 다양한 방식으로 수 그룹 만들기(number family) 등이었다.



(그림 15) a. (개인지도를 받기 전) 전 전두, 두정, 배측 측두-후두 피질에서 과잉 활성을 보인다. b. (개인지도를 받은 후) 이전과 비교할 때 활성화가 두드러진 영역이 없다(Lucculano et al., 2015).

수학적 창의성 및 문제해결의 과정

이제 서론에서 언급한 Hadamard(1954)로 돌아가서 수학적 창의성 혹은 문제해결의 과정을 인지신경학적 관점에서 다시 살펴보고자 한다. Hadamard는 수학적 지성과 창의가 일반적인 지성과 창의와 무관한 것이 아니라고 주장한다. 그리고 자신의 경험이나 다른 수학자와의 대화 혹은 예술가들의 진술 등을 토대로 창의성이 발현되는 과정을 네 단계, 즉 (1) 준비기, (2) 배아기(incubation period), (3) 영감(계시, 통찰illumination), (4) 확인의 네 단계로 구분하였다. 많은 사람들이 이 통찰의 순간에 관심을 가질 수 있다. 영감의 순간은 어떤 문제를 기존의 경험에 의한 방식으로는 해결하기 못할 때 새로운 방식으로 해답이나 해결 방법을 찾는 순간에 발생한다. 그렇지만 이 영감이라고 부르는 갑작스런 계시가 우연에 의해서 생기는 것은 결코 아니다. 배아기 단계에서 무의식은 수많은 무작위한 아이디어들을 만들어 내며 이들 중 하나를 선택하게 될 때 영감이 떠오른다. 그는 “수학이든 다른 분야든 간에 발견이나 발명이 관념의 결합에 의해서 일어난다는 것은 명백한 사실이다. 그런데 그 결합의 수는 무척 많아서 대부분 흥미가 없는 것이고 그 결합들 중 극소수만이 생산적인 것이다.... <중략>... 그러한 결합을 찾기 위해서는 대단히 많은 수의 결합을 구성해야 하고 그 중에서 유익한 것을 선정해야 한다. 창조라는 것은 불필요한 결합을 만들지 않는 것이며 유익한 결합만을 검토하는데 있다. 따라서 발명이란 판별이자 선택이다”라고 말한다. 더불어 Hadamard는 선택의 기준으로 심미감(수와 형식의 조화, 수학적 아름다움, 기하학적 설득력) 등을 꼽는다. 결국 천재성이라고 부르는 것은 결합하는 과정보다는 생성된 것의 가치를 이해하고 통찰하는 다음 단계의 신속성에 있다는 것이다. 그가 인용한 발레리도 유사한 언급을 한다. “발명하기 위해서는 두 가지가 필요하다. 첫 번째는 결합을 형성하는 것이고, 두 번째는 첫 단계에서 나온 생성물들 중에서 중요한 것을 식별하고 선택하는 것이다”

Changeux는 신경 다윈주의[20]를 수학적 창조행위에 적용하여 설명한다(Changeux

20) 노벨 의학상 수상자인 Gerald Edelman(1987)이 저서 ‘Neural Darwinism’에서 처음 언급하였다. 그에 따르면 뇌는 면역 시스템과 유사하며, 기능적으로 비슷한 작용을 하는 뉴런 그룹들 사이의 상호작용을 통해서 정보를 처리하는 선택적 시스템이다. 이 때 뉴런 그룹

& Conne, 2002). 그는 인간의 지성이나 수학적 추론도 기계적인 방식(mechanical means)에 의해서 모형화 할 수 있고, 복제할 수 있으며, 모의실험 될 수 있다고 주장한다. 그에 의하면 수학적 발명 혹은 창의의 과정도 결국은 뇌 안에서 여러 단계를 거치면서 일어나는 신경계가 수행하는 작업의 결과다. 첫 번째 단계에서는 의식적이든 무의식적이든 엄청나게 많은 수학적 대상을 끌어 모으고, 두 번째로 가능성을 타진하는 단계에서 재조합된 정신적 변이가 상당부분 만들어지고, 세 번째 선택과정에 의해서 그 중 한 변이가 문제에 적합하다는 것이 알려지면 드디어 계시의 형태로 해결책이 드러난다는 것이다. 우리는 이 창조적 문제해결의 과정을 2016년 3월 인공지능 컴퓨터인 알파고와 바둑기사 이세돌과의 대결에 적용해볼 수 있다. 대국에서 인공지능 컴퓨터인 알파고는 엄청난 횟수의 계산을 매우 빠른 속도로 진행하였다. 이것은 위에서 언급한 두 번째 단계에 해당한다. 그리고 확률 계산에 의해서 가장 승률이 높은 수를 찾는 것은 세 번째 단계에 해당한다. 첫 번째 요소는 어떻게 대응시킬 수 있을까. 그것은 연결시키기 위한 관념, 또는 개념, 혹은 (수학적)지식이라고 불릴 수 있는 대상 그 자체이다. 제 4대국에서 이세돌 9단이 놓은 78 수는 알파고에는 입력되어있지 않는 지식(혹은 개념)에 해당한다. 많은 바둑 전문가들이 4국의 78 수를 '신의 한 수'라고 불렀지만 정작 이세돌 기사 본인은 이 선택을 '너무나 당연한 한 수, 그것 말고는 선택의 여지가 없었던 한 수'였다고 말한다. 이 차이, 즉 문제해결에 필요하고 결합을 만들어낼 수 있는 지식(혹은 개념이나 대상)을 가지고 있는가의 여부도 창의적 활동에는 필수적이다. 전문가인 수학자들에게는 문제해결에 필요한 기초적인 지식이나 개념들이 이미 장기기억의 형태로 저장되어있다. 그들에게는 그 개념들을 의미 있게 결합시키는 것이 중요하지만 초보자는 전문가와는 달리 문제해결에 필요한 배경지식이 부족한 경우도 많다. 그렇기 때문에 수학적 지식을 배우는 단계가 이들에게는 필수적이다. 나아가서 그 지식이 결핍되어 있는 경우에 스스로 그 지식을 찾아내는 능력 역시 전문가

들의 내적인 구조의 다양성(혹은 변이)이 주어진 환경의 자극에 어떻게 반응할 지를 결정한다. 이 자극에 더 쉽게, 더 자주 반응하는 뉴런 그룹이 생기면, 환경의 자극은 특정 뉴런 집단을 강화하거나 다른 뉴런 집단보다 자주 선택하게 된다. 또 그런 잠재력이 축적된 뉴런 집단은 미래의 비슷한 자극에 대하여 보다 효과적으로 반응하는 장기적인 결과도 가져온다는 이론으로 다윈의 적자생존이론을 신경학에 적용한 것이다.

와 초보자 또는 창의적인 경우와 그렇지 못한 경우를 구분하는 차이점이라고 볼 수 있다. 종합하면 창조적 활동 또는 수학적 문제해결에 필요한 요소들은 (1) 수학적 개념(혹은 지식), (2) 개념의 연결, (3) 심미적 판단능력이며 전문가의 영역으로 올라갈수록 (2)와 (3)의 역할이 중요해진다.

통찰이나 영감에 대한 신경학적 요인을 다룬 일반적인 연구들에 의하면 분석적인 처리를 더 많이 하는 좌반구보다는 우반구가 상대적으로 통찰을 통해 문제를 해결하는데 더 기여한다고 알려진다. 그 이유는 우반구가 의미적 부호화에는 상대적으로 약하게 관여하며(coarse semantic coding), 상황이나 개념과 관련된 결합을 좌반구에 비해서 멀리 떨어진 의미 장(semantic field)에서도 불러오기 때문에 상황이나 관념과 연결되는 경우의 수는 오히려 늘어날 수 있다는 장점이 생긴다. 제한된 방식으로만 사고와 주의를 집중하기 때문에 등잔 밑이 어두운 경우처럼 오히려 발명이나 발견으로 이어지지 못한 경우가 수학이나 과학의 역사에서 비일비재하다. 그러므로 이 사실은 추론을 하거나 핵심을 추출하는데, 그리고 통찰을 위한 중요한 열쇠가 된다(Virtue et al., 2006). EEG와 fMRI 실험들은 통찰을 통한 문제해결의 준비기에 좌우반구의 측두엽 피질과 전 대상(anterior cingulate cortex, BA32)이 활성화된다는 것을 보여준다(Kounios et al., 2006). 측두엽이 활성화된다는 것은 어휘나 의미처리와 관련된 피질이 반응할(의식으로 나타날) 준비가 되었다는 것을 의미한다. 전 대상피질의 역할 중에는 여러 개의 경쟁하는 반응들을 모니터하는 것도 있다. Kounios와 동료들(2006)은 이 개념을 문제해결 중에 경쟁하는 전략이나 잠재적인 가능한 답들이 활성화되는지를 감지하는 역할로까지 확장하였다. 문제가 제시될 때 전 대상이 충분히 활성화 돼 있다면, 전 대상은 우세하지 않은(약하게 활성화된) 해결 방법들을 감지할 것이고, 이들 중 하나로 주의를 돌려서(switch attention) 확률적인 계산을 거치고 최종적으로 통찰의 형태로 의식하게 만든다는 것이다. 위의 실험들은 수수께끼를 해결하거나 스토리에서 추론을 할 때처럼 비교적 짧은 시간에 발생하는 통찰의 순간을 연구한 것이며, 상대적으로 긴 시간과 다른 유형의 사고도 요구되는 수학적 창의성이나 문제해결 과정과 직접 관련된 연구들은 아니다. 그렇지만 통찰을 통한 문제해결이라는 관점에서는 수학적 문제해결에서도 비슷한 과정이 일어날 것으로 조심스럽게 예측해 본다.

결 론

본 연구에서는 최근까지의 인지신경학적인 연구결과들을 종합하여 수학적 사고가 두뇌에서 어떤 경로를 거치면서 만들어지며 이를 담당하는 뇌 기제는 무엇인지를 규명하고자 하였다. 아울러 수학 능력에서의 개인 차이는 어떻게 발생하는지, 수학학습과 훈련에 의하여 혹은 성장에 따라서 두뇌에서는 어떤 변화가 나타나는지에 대하여 그동안 밝혀진 연구결과들을 개관하고자 하였다.

첫째, 수학적 사고는 수학에 특화된 영역특정적인 기능인 수 감각과 시공간적 능력을 바탕으로 하고 있다. 그 이외에도 연산과 고차원적인 사고를 위해서는 언어능력과, 장기기억이나 작업 기억과 같은 영역 일반적인 인지기능도 필수적이다. 인간이 선천적으로 가지고 태어나는 수 감각은 두정 내 고랑에서 관장한다. 수 감각은 작은 수 집합을 즉각적으로 알아보는 능력과 수의 대소를 판단하고, 추정하는 능력을 기초로 한다. 그 이후 아동들은 수 단어를 배우고 학교교육을 통하여 연산을 배우게 된다. 이때부터는 좌반구의 언어영역들이 정확한 계산과 기호의 식별을 위하여 동원되며, 알고리즘을 통한 연산이나 절차적 지식에는 기저 핵(basal ganglia)이 중요한 역할을 한다. 연산에는 수를 조작하는 능력뿐만 아니라 전체적인 목표를 유지하면서, 계획을 세우고, 현재 상황을 모니터하고 두뇌 자원을 배분하며 불필요한 정보를 억제하는 작업 기억이 요구된다. 이것은 측 전전두 피질에서 담당하는데, 작업 기억의 집행기능이 부진한 경우에는 계산실수로 이어질 수 있다. 또한 수학적 사실을 장기기억에 저장하고 인출하는 데는 일화적 기억과 의미적 기억이 잘 통합되어야 하는데 이때에는 측두엽에 위치한 해마의 역할이 중요하다. 이렇게 다양한 두뇌 영역들이 수학적 사고에 동원되기 때문에 어느 한 곳에서 기능이 부진하거나 회질의 밀도가 낮다든지 하여 구조적으로 문제가 있다면 다양한 유형의 수학학습부진 또는 계산 장애(dyscalculia)로 나타날 수 있다.

두 번째 주제는 수학적 능력에서의 개인 차이를 규명하는 것이다. 먼저 수학 영재의 특징을 살펴보면 우뇌가 발달했다는 점과 좌반구와 우반구의 연결성이 뛰어나다는 점, 그리고 반구 내에서도 전두엽과 두정엽의 연결성이 뛰어나다는 점이다. 우뇌가 발달했다는 것은 표상의 정보처리를 위하여 심적 이미지나 시공간적 표상에 많이 의존하고 그것을 손쉽게 만든다는 의미이다. 이것을 담당하는 뇌 기제가

후 두정소엽과 쐐기소엽(BA 5, 7)이다. 수학영재들은 좌반구와 우반구의 연결성과 영역 내에서의 연결성이 뛰어나기 때문에 다양한 정보를 손쉽게 통합하고 판단을 내릴 수 있다. 영재 혹은 뛰어난 지능을 가진 개인을 최근에는 '신경망 효율성'의 관점에서도 보고 있다. 이것은 우수한 지능이란 힘들게 노력하는 것이라기보다는 두뇌 자원을 보다 효율적으로 활용한다는 의미이다. 어떤 과제가 주어졌을 때 우수한 지능을 가진 개인은 뇌 자원을 효율적으로 사용하여 문제를 해결하기 때문에 포도당 대사율이 낮으며 따라서 피질에서의 활성화도 낮다는 특징이 있다. 그러나 이것은 과제의 난이도가 너무 높지 않은 경우에 해당한다. 난이도가 올라가면 우수한 지능을 소유한 개인들도 과제를 해결하기 위하여 더 넓은 두뇌 영역을 탐색하게 된다. 그러나 일반인들은 문제해결 자체를 포기할 수도 있기 때문에 이 경우에는 우수한 지능의 소유자들의 피질 활성화가 높아진다.

세 번째 주제는 성장과 수학적인 훈련에 의해서 피질에서는 어떤 변화가 발생하는가를 고찰하는 것이다. 여기에는 활성화 수준의 변화와 활성 영역의 재분배, 재 조직화 등이 포함된다. 반복적인 학습을 하면 비슷한 유형의 문제를 쉽고 빠르게 해결할 수 있게 된다. 문제 푸는 속도가 빨라진 경우라면 이것은 기능적인 효율성이 올라간 것으로 백질이 더욱 두터워진다는 의미이고, 피질에서의 활성화는 감소할 것이다. 만일 이전과는 다른 전략을 사용하거나 정답을 장기기억에서 인출한다면 그것은 재 조직화를 의미하며 과거와는 다른 신경회로를 사용했음을 의미한다.

아동과 성인의 비교, 수학 우수 집단과 일반 집단의 비교, 훈련 전후의 비교 등이 공통적으로 알려주는 것은 아동기 혹은 훈련 전에는 작업 기억과 실행을 모니터하는 전두엽과 장기기억과 관련 있는 해마가 보다 활성화되지만, 성장하고 훈련을 한 후에는 문제해결을 위하여 계획을 세우거나 장기기억에서 과거의 전략을 회상할 필요 없이 곧바로 두정엽이 담당하는 문제 표상의 단계로 넘어간다는 점이다. 이것은 수학 우수 집단과 일반 집단의 차이에서도 동일하게 나타난다.

마지막으로 수학적 발명이나 창의적 문제해결의 과정에는 몇 가지 단계가 필요하다. 그것은 수학적 지식이라는 첫 번째 요소와 관념 및 개념들을 다양한 방식으로 결합하는 두 번째 단계, 그리고 그 결합들 중에서 유용한 것을 선택하는 과정이다. 전문성이 높아질수록 두 번째와 세 번째 단계인 결합과 선택하는 과정이 중

요해진다.

이와 같이 인지심리학은 수학 인지와 수학적 사고능력의 발달 과정이나 개인 차이에 대하여 과거에는 예상하지 못했던 새로운 사실들을 밝혀주고 있다. 이에 따라서 인지심리학이나 교육학계에서 해결해야 할 새로운 과제들도 제시하고 있다. 예를 들면 영재들뿐만 아니라 일반학생들을 위한 학습설계에 시각적 이미지의 사용과 공간능력을 향상하는 프로그램의 도입이나 수학학습장애 또는 부진 학생들을 위한 맞춤형 중재방안의 설계, 그리고 다양한 학습 전략의 비교를 통하여 최적의 방식을 찾는 것 등이다.

참고문헌

김연미 (2013). 수학적 사고에 동원되는 두뇌영역들과 이의 교육학적 의미. **한국수학교육학회지 시리즈** A, 52(1), 19-41.

김연미 (2015). 공과대학 신입생들의 공간 시각화 능력, 수학 성취도와 언어 성취도 사이의 관계 및 성별 차이에 관한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈** E, 29(3), 553-571.

이재호, 진석언, 류지영 (2010). 창의·인성을 갖춘 미래사회 영재 판별방법 연구. 한국과학 창의재단.

Andres, M., Pelgrims, B., Michaux, N., Olivier, E., & Pesenti, M. (2011). Role of distinct parietal areas in arithmetic: an fMRI-guided TMS study. *NeuroImage, 54*(4), 3048-3056.

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature reviews neuroscience, 9*(4), 278-91.

Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is 2+2=4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage, 54*(3), 2382-93.

Aydin, K., Ucar, A., Oguz, K., Okur, O., Agayev, A., Unal, Z., Yilmaz, S., & Ozturk, C. (2007). Increased gray matter density in the parietal cortex of mathematicians: A Voxel-Based Morphometry study. *American Journal of Neuroradiology, 28*(10), 1859-1864.

Barsalou, L. W., & Wiemer-Hastings, K. (2005). Situating abstract concepts. In D. Pecher & R. A. Zwaan (Eds.), *Grounding cognition: The role of perception and action in memory, language, and thinking* (pp. 129-163). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Bengtsson, S. L., Nagy, Z., Skare, S., Forsman, L., Forssberg, H., & Ulle´n, F. (2005). Extensive piano practicing has regionally specific effects on white matter development. *Nature Neuroscience, 8*(9), 1148-1150.

Bodner, G., & Guay, R. (1997). Purdue spatial visualization Test-Rotation. *The Chemical Educator, 2*(4), 1-14.

Carpenter, P. A., Just, M. A., & Shell, P. (1990). What one intelligence test measures: A theoretical account of the processing in the Raven Progressive Matrices Test. *Psychological Review, 93*(7), 404-431.

Casey, M. B., Pezaris, E., & Nuttall, R. L. (1992). Spatial ability as a predictor of math achievement: the importance of sex and handedness patterns. *Neuropsychologia, 30*(1), 35-40.

Cattell, R. B. (1971). *Abilities: Their structure, growth, and action.* New York: Houghton Mifflin.

Changeux, J. P., & Conne, A. (2002). **정신, 물질, 그리고 수학.** (강주현 역). 서울: 경문사.

Conway, A., Kane, M., & Engle, R. (2003). Working memory capacity and its relation to general intelligence. *Trends in Cognitive Science, 7*(12), 547-552.

Crutch, S. & Warrington, E. K. (2005). Abstract and concrete concepts have structurally different representational frameworks. *Brain, 128(3),* 615-627.

Dehaene, S. (1997). *The number sense.* Oxford University Press, New York, NY: Penguin.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20*(3-6), 487-560.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brainimaging evidence. *Science, 284*(5416), 970-974.

Delazer, M., Domahs, F., Bartha, L., Brenneis, C., Lochy, A., Trieb, T., & Benke, T. (2003). Learning complex mathematics – a fMRI study. *Cognitive Brain Research, 18*(1), 76-88.

Desco, M., Navas-Sanchez, F. J., Sanchez-Gonzalez, J., Reig, S., Robles, O., Franco, C., Guzman-De-Villoria, J. A., Garcia-Barreno, P., & Arango, C. (2011). Mathematically gifted adolescents use more extensive and more bilateral areas of the fronto-parietal network than controls during executive functioning and fluid reasoning tasks. *Neuroimage, 57*(1), 281- 292.

Donaldson, H. (2013). *The growth of brain: A study of the nervous system in relation to education.* London: Forgotten Books. (Original work published 1895)

Dowker, A. D. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education.* Hove: Psychology Press.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In (D. Tall, Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer, 95-126.

Duncan, J., Seitz, R., Kolodny, J., Bor, D., Herzog, H., & Ahmed, A. (2000). A neural basis for general intelligence. *Science, 289*(5478), 457-460.

Elbert, T., Pantev, C., Wienbruch, C., Rockstroh, B., & Taub, E. (1995). Increased cortical representation of the fingers of the left hand in string players. *Science, 270*(5234), 305-307.

Eliot, J., & Smith, T. M. (1983). *An international directory of spatial tests.* Windsor, UK: NFER-Nelson.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8*(10), 307-314.

Fryer, S. L., Frank, L. R., Spadoni, A. D., Theilmann, R. J., Nagel, B. J., Schweinsburg, A. D., & Tapert, S. F. (2008). Microstructural integrity of the corpus callosum linked with neuropsychological performance in adolescents. *Brain Cognition, 67*(2), 225-233.

Gallagher, A., Levin, J., & Cahalan, C. (2002). Cognitive patterns of gender differences on mathematics admission tests. *Educational Assessment, 8*(1), 27-41.

Geake, J., & Hansen, P. (2005). Neural correlates of intelligence as revealed by fMRI of fluid analogies. *NeuroImage, 26*(2), 255-264.

Geary, D. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*(1), 4-15.

Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia, and acalculia: local diagnostic value. *Archives of Neurology and Psychiatry, 44*(2), 398-408.

Hadamard, J. (1975). **수학분야의 발명의 심리학**. (정계섭 역). 서울: 범양사 출판부.

Haier, R., Siegel, B. V., MacLachlan, A., Soderling, E., Lottenberg, S., & Buchsbaum, M. S. (1992). Regional glucose metabolic changes after learning a complex visuospatial/ motor task: a positron emission tomographic study. *Brain Research, 570*(1), 4-143.

Holyoak, K. J., & Morrison, R. (2005). *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning*. Cambridge: University Press.

Hoppe, C., Fliessbacha, K., Stausberga, S., Stojanovica, J., Trautner, P., Elgera, C., & Weber, B. (2012). A key role for experimental task performance: Effects of math talent, gender and performance on the neural correlates of mental rotation. *Brain and Cognition, 78*(1), 14-27.

Hu, Y., Geng, F., Tao, L., Hu, N., Du, F., Fu, K., & Chen, F. (2011). Enhanced white matter tracts integrity in children with abacus training. *Human Brain Mapping, 32*(1), 10-21.

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience, 6*(6), 435-448.

Iucculano, T., & Kadosh, C. R. (2013). The mental cost of cognitive enhancement. *The Journal of Neuroscience, 33*(10), 4482-4486.

Jaeggi, S., Buschkuehl, M., Jonides, J., & Perrig, W. (2008). Improving fluid intelligence with training on working memory. *PNAS, 105*(19), 6829 -6833.

Jung, R., & Haier, R. (2007). The parieto - frontal integration theory of intelligence: converging neuroimging evidence. *Behavioral* & *Brain Sciences, 30*(2), 135-187.

Kadosh, C. R., Bahrami, B., Walsh, V., Butterworth, B., Popscu, T., & Price, C. (2011). Specalization in the human brain: The case of numbers. *Frontiers in human Neuroscience,* *5*(62), 1-9.

Kadosh, C. R., Henic, A., & Rubinsten, O. (2008). Are Arabic and verbal numbers processed differently?. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *34*(6), 1377-1391.

Kadosh, C. R., Kadosh, C. K., Kaas, A., Henik, A., & Goebel, R. (2007). Notation dependent and independent representations of numbers in the parietal lobes. *Neuron 53*(2), 307-314.

Kodash, C. R., Lammertyn, J., & Izard, V. (2008). Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology, 84*(2), 132-147.

Kadosh, C. R., Soskic, S., Iuculano, T., Kanai, R., & Walsh, V. (2010). Modulating neuronal activity produces specific and long lasting changes in numerical competence. *Current Biology, 20*(22), 2016-2020.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, 92*(1), 109-129.

Klingberg, T. (2006). Development of a superior frontalintraparietal network for visuo-spatial working memory. *Neuropsychologia, 44*(11), 2171-2177.

Kounios, J., Frymiare, J. L., Bowden, E. M., Fleck, J., & Subramaniam, K. (2006). The preparedmind: Neural activity prior to problem presentation predicts subsequent solution by sudden insight. *Psychological Science, 17*(10), 882-890.

Krawczky, D., Mcclelland, M., & Donovan, C. (2011). A hierarchy for relational reasoning in the prefrontal cortex. *Cortex, 47*(5), 588-597.

Kroger, J. K., Nystrom, L. E., Cohen, J. D., & Johnson-Laird, P. N. (2008). Distinct neural subtrates for deductive and mathematical processing. *Brain Research*, *1243*, 86-103.

Kroger, J. K., Saab, F. W., Fales, C. L., Bookheimer, S. Y., Cohen, M. S., & Holyoak, K. J. (2002). Recruitment of anterior dorsolateral prefrontal cortex in human reasoning: a parametric study of relational complexity. *Cerebral Cortex, 12*(5), 477-485.

Kuhlenschmidt, S. (2006). My mother's response to stroke. Retrieved from http://people.wku.

edu/sally.kuhlenschmidt/stroke/ with permission.

Kyllonen, P., & Christal, R. (1990). Reasoning ability is (little more than) working memory capacity?!. *Intelligence, 14*(4), 389-433.

Landau, S., Schumacher, E., Garavan, H., Druzgal, T. J., & D'Esposito, M. (2004). A functional MRI study of the influence of practice on component processes of working memory. *Neuroimage, 22*(1), 211-221.

Le Doux, J. E. (2002). *Synaptic self: How our brains become who we are.* New York, NY: Viking.

Lee, K. H., Choi, Y. Y., Gray, J., Cho, S. H., Chae, J. H., Lee, S., & Kim, K. (2005). Neural correlates of superior intelligence: Stronger recruitment of posterior parietal cortex. *NeuroImage, 29*(2), 578-586.

Linn, M. C., & Peterson, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development, 56*(6), 479-498.

Lippa, R., Collaer, M., & Peters, M. (2010). Sex differences in mental rotation and line angle judgement are positively associated with gender equality and economic development across 53 nations. *Archives in Sexual Behaviors, 39*(4), 990 -997.

Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: A review and reanalysis of the correlational literature* (Tech. Rep. No. 8). Stanford, CA: Stanford University. Aptitude Research project, School of Education.

Lucculano, T., Rosenberg-Lee, M., Richardson, J., Tenison, C., Fuchs, L., Supekar, K., & Menon, V. (2015). Cognitive tutoring induces widespread neuroplasticity and remidiates brain function in children with mathematical learning disabilities. *Nature Communications, 6*(8453). doi: 10.1038/ncomms9453.

Maguire, E., Woollett, K., & Spiers, H. (2006). London Taxi drivers and bus drivers: a structural MRI and neuropsychological analysis. *Hippocampus, 16*(12), 1091-1101.

Martinez, M. E. (2000). *Education as the cultivation of intelligence.* Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Matejko, A., Price, G. R., Mazzocco, M. M., & Ansari, D. (2013). Individual differences in left parietal white matter predict math scores on the Preliminary Scholastic Aptitude

Test. *Neuroimage. 66*(1), 604-610.

McGee, M. (1979). Human Spatial Abi1ities: Psychometric Studies and Environmental, Genetic, Hormonal, and Neurological Influences. *Psychological Bulletin, 86*(5), 889-918.

Mechner, F. (1958). Probability Relations within Response Sequences under Ratio Reinforcement. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior, 1*(2), 109-21.

Menon, V. (2014). Arithmetic in the child and adult brains. In C. Kodash & A. Dowker (Eds.), *The Oxford Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 1-23). Oxford: Oxford University Press.

Monti, M., Parsons, L., & Osherson, D. (2012). Thought beyond language: Neural dissociations of algebra and natural language. *Psychological Science, 20*(10), 1-9.

Nagy, Z., Westerberg, H., & Klingberg, T. (2004): Maturation of white matter is associated with the development of cognitive functions during childhood. *Journal of Cognitive Neuroscience, 16*(7), 1227- 1233.

Navas-Sánchez, F., Aleman-Gomez, Y., Sánchez-Gonzales, J., Villoria, G., Franco, C., Robles, O., Arango, C., & Desco, M. (2014). Whitematter microstructure correlates of mathematical giftedness and intelligence quotient. *Human Brain Mapping, 35*(6), 2619-2631.

Newman, S. D., & Just, M. A. (2005). The neural bases of intelligence: a perspective based on functional neuroimaging. In J. Sternberg and J. Pretz (Eds.), *Cognition and Intelligence: Identifying the Mechanisms of the Mind* (pp. 88-103). New York: Cambridge University Press.

Nisbet, R., Blair, J., Dickens, W., Halpern, D., Flynn, J., & Tuckheimer, E. (2012). Intelligence: New findings and theoretical development. *American Psychological Association, 67*(2), 130-159.

Noppeney, U., & Price, C. J. (2004). Retrieval of abstract semantics. *NeuroImage, 22*(1), 164-170.

O'Boyle, M., Cunnington, R., Silk, T., Vaughan, D., Jackson, G., Syngeniotis, A., & Egan, G. (2005). Mathematically gifted male adolescents activate a unique brain network during mental rotation. *Cognitive Brain Research, 25*(2), 583-587.

Paivio, A. (1991). Dual coding theory: Retrospect and current status. *Canadian Journal of Psychology. 45*(3), 255-287.

Pascual-Leone, A., & Torres, F. (1993). Plasticity of the sensorimotor cortex representation of the reading finger in Braille readers. *Brain, 116*(1), 39-52.

Peters, M., Lehmann, W., Takahira, S., Takeuchi, Y., & Jordan, K. (2006). Mental rotation test performance in four cross cultural samples (n=3367): Overall sex differences and the roll of academic program in performance. *Cortex, 42*(7), 1005-1014.

Poincaré, H. (1908). *Science et Methode.* Paris: Flammarion (translation in 1913).

Prabhakaran, V., Smith, J. A., Desmond, J. E., Glover, G. H., & Gabrieli, J. D. (1997). Neural substrates of fluid reasoning: An fMRI study of neocortical activation during performance of the Ravens Progressive Matrices Test. *Cognitive Psychology, 33*(1), 43-63.

Prescott, J., Gavrilescu, M., Cunnington, R., O''Boyle, M. W., & Egan, G. F. (2010). Enhanced brain connectivity in math-gifted adolescents: An fMRI study using mental rotation. *Cognitive Neuroscience, 1*(4), 277-288.

Preusse, F., van der Meer, E., Deshpande, G., Kreuger, F., & Wartenburger, I. (2011). Fluid intelligence allows flexible recruitment of parieto – frontal network in analogical reasoning. *Frontiers in Human Neuroscience, 5*(22), 1-14.

Renzulli, J. S. (1978). What Makes Giftedness? Reexamining a Definition. *Phi Delta Kappan, 60*(3), 180-184.

Rivera, S. M., Reiss, A. L., Eckert, M. A., & Menon, V. (2005). Developmental changes in mental arithmetic: Evidence for increased specialization in the left inferior parietal cortex. *Cerebral Cortex, 15*(11), 1779-1790.

Rypma, B., Berger, J. Prabhakaran, B., Bly, B., Kimberq, D., Biswal, B., & E'spisto, M. (2006). Neural correlates of cognitive efficiency. *NeuroImage, 33*(3), 969-979.

Sabsevitz, D. S., Medler, D. A., Seidenberg, M., & Binder, J. R. (2005). Modulation of the semantic system by word imageability. *NeuroImage, 27(1),* 188-200.

Schmithorst, V. J., Holland, S. K. (2007). Sex differences in the development of neuroanatomical functional underlying intelligence found using Bayesian connectivity analysis. *Neuroimage, 35*(1), 406-419.

Schwanenflugel, P. J., & Shoben, E. J. (1983). Differential context effects in the comprehension of abstract and concrete verbal materials. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 9*(1), 82-102.

Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science, 19*(171), 701-703.

Simon, T. J. (1999). The foundations of numerical thinking in a brain without numbers. *Trends in Cognitive Sciences, 3*(10), 363-365.

Singh, H., & O'Boyle, M. W. (2004). Interhemispheric interaction during global-local processing in mathematically gifted adolescents, average-ability youth, and college students. *Neuropsychology, 18*(2), 371-377.

Sorby, S., & Baartmans, B. (1996). A course for the development of 3-D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal, 60*(1), 13-20.

Sousa, D. (2009). *How the gifted brain learns*. New York, NY: Corwin.

Spelke, E. S. (2003). Core knowledge. In N. Kanwisher & J. Duncan (Eds.), *Attention and Performance: Functional neuroimaging of visual cognition* (pp. 29-56). New York: Oxford University Press.

Spinath, B., Freudenthaler, H. H., & Neubauer, A. C. (2010). Domain-specific school achieve ment in boys and girls as predicted by intelligence, personality and motivation. *Personality and Individual Differences, 48*(4), 481-486.

Squire, L. R. (1994). Declarative and non-declarative memory: Multiple brain systems supporing learning and memory. In D. L. Schacter & E. Tulving (Eds.), *Memory Systems* (pp. 203-231). Cambridge, MA: MIT Press.

Strong, S., & Smith, R. (2001). Spatial visualization: Fundamentals and trends in engineering graphics. *Journal of Industrial Technology, 18*(1), 1-6.

Tang, Y., Zhang, W., Chen, K., Feng, S., Ti, Y., Shen, T. Reiman, E., & Liu, Y. (2006). Arithemetic Processing in the brain shaped by cultures. *PNAS, 103*(28), 10775-10780.

Tanji, J. & Hoshi, E. (2008). Role of the lateral prefrontal cortex in executive behavioral control. *Physiological Review, 88*(1), 37-57.

Tomasi, D., Ernst, T., Caparelli, E. C., & Chang, L. (2004). Practice-induced changes of brain function during visual attention: a parametric fMRI study at 4 Tesla. *Neuroimage, 23*(4), 1414-1421.

Tostos, M., Hanscombe, K., Haworth, C., Davis, O., Petrill, S., Dale, P., Malykh, S. Plomin, R., & Kovas, Y. (2014). Why do spatial abilities predict mathematical performance?. *Developmental Science, 17*(3), 462-470.

Uller, C., & Lewis, J. (2009). Horses(Equus caballus) select the greater of two quantities in small numerical quantities. *Animal Cognition, 12*(5), 733-738.

van Nes, F., & Jan de Lange, J. (2007). Mathematics Education and Neuroscience: Relating spatial structures for the development of spatial sense and number sense. *The Montana Council of Teachers of Mathematics, 4*(2), 210-229.

Varma, S., McCandliss, B. D., & Schwartz, D. L. (2008). Scientific and pragmatic challenges for bridging education and neuroscience. *Educational Researcher, 37*(3), 140-152.

Virtue, S., Haberman, J., Clancy, Z., Parrish, T., & Jung-Beeman, M. (2006). Neural activity of inferences during story comprehension. *Brain Research. 1084*(1), 104-114.

von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology, 49*(11), 868-873.

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and language.* Cambridge MA: MIT Press.

Whorf, B. L. (1940). Science and Linguistics. *Technology Review*, *42*(6), 229-248.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infant. *Nature*, *358*(6389), 749-750.

1차원고접수 : 2016. 03. 10
1차심사완료 : 2016. 04. 10
2차원고접수 : 2016. 04. 25
2차심사완료 : 2016. 05. 08
3차원고접수 : 2016. 05. 09
3차심사완료 : 2016. 05. 10
4차원고접수 : 2016. 05. 15
최종게재확정 : 2016. 05. 17

(*Abstract*)

A Review of the Neurocognitive Mechanisms for Mathematical Thinking Ability

Yon Mi Kim
Hong Ik University, School of Engineering

Mathematical ability is important for academic achievement and technological renovations in the STEM disciplines. This study concentrated on the relationship between neural basis of mathematical cognition and its mechanisms. These cognitive functions include domain specific abilities such as numerical skills and visuospatial abilities, as well as domain general abilities which include language, long term memory, and working memory capacity. Individuals can perform higher cognitive functions such as abstract thinking and reasoning based on these basic cognitive functions. The next topic covered in this study is about individual differences in mathematical abilities. Neural efficiency theory was incorporated in this study to view mathematical talent. According to the theory, a person with mathematical talent uses his or her brain more efficiently than the effortful endeavour of the average human being. Mathematically gifted students show different brain activities when compared to average students. Interhemispheric and intrahemispheric connectivities are enhanced in those students, particularly in the right brain along fronto-parietal longitudinal fasciculus. The third topic deals with growth and development in mathematical capacity. As individuals mature, practice mathematical skills, and gain knowledge, such changes are reflected in cortical activation, which include changes in the activation level, redistribution, and reorganization in the supporting cortex. Among these, reorganization can be related to neural plasticity. Neural plasticity was observed in professional mathematicians and children with mathematical learning disabilities. Last topic is about mathematical creativity viewed from Neural Darwinism. When the brain is faced with a novel problem, it needs to collect all of the necessary concepts(knowledge) from long term memory, make multitudes of connections, and test which ones have the highest probability in helping solve the unusual problem. Having followed the above brain modifying steps, once the brain finally finds the correct response to the novel problem, the final response comes as a form of inspiration. For a novice, the first step of acquisition of knowledge structure is the most important. However, as expertise increases, the latter two stages of making connections and selection become more important.

Key words : number sense, spatial ability, mathematical cognition, neural efficiency, myelination, neuroplasticity, dual coding/context availability theory