

Hourly electricity demand forecasting based on innovations state space exponential smoothing models

Dayoung Won^a · Byeongchan Seong^{a,1}

^aDepartment of Applied Statistics, Chung-Ang University

(Received February 5, 2016; Revised April 21, 2016; Accepted June 21, 2016)

Abstract

We introduce innovations state space exponential smoothing models (ISS-ESM) that can analyze time series with multiple seasonal patterns. Especially, in order to control complex structure existing in the multiple patterns, the model equations use a matrix consisting of seasonal updating parameters. It enables us to group the seasonal parameters according to their similarity. Because of the grouped parameters, we can accomplish the principle of parsimony. Further, the ISS-ESM can potentially accommodate any number of multiple seasonal patterns. The models are applied to predict electricity demand in Korea that is observed on hourly basis, and we compare their performance with that of the traditional exponential smoothing methods. It is observed that the ISS-ESM are superior to the traditional methods in terms of the prediction and the interpretability of seasonal patterns.

Keywords: seasonal time series model, Holt-Winters model, multiple seasonal patterns, unobserved components model, smoothing parameters

1. 서론

전력부족사태의 근본원인은 전력 수요예측 실패와 잘못된 수급계획이다. 특히, 전력 수요예측의 실패는 미시적으로 전력 수급 불안과 전력시장에서 제약발전 정산비용을 상승시키며 전력시장에서 가격뿐만 아니라 수요관리 비용을 상승시키게 된다. 거시적으로는 국민에게 경제적 부담으로 전가되며 국가경제에도 영향을 미치게 된다. 따라서 정확한 전력 수요의 예측은 안정적인 전력공급을 통해 경제적 절약효과를 기대할 수 있게 한다.

단기 전력 수요를 예측하기 위한 방법에는 여러 가지 통계적 방법론들이 존재하는데, 대표적으로 Box 등 (1993)의 ARIMA 모형과 Holt-Winters(HW)의 지수평활법 (Winters, 1960)이 사용되어 왔다. 이러한 모형들을 통하여 전력 수요량에 존재하는 다양한 계절성(seasonality)의 움직임이 모형화 및 예측되었다. 그러나, 전력 수요 예측을 위한 ARIMA 모형은 계절성을 위한 추가적인 모수 구조의 복잡성과 해석의 어려움으로 인하여 그 사용 빈도가 급격히 줄어들고 있으며, 반대로 지수평활법은 복잡한 구조의 계절성을 상대적으로 간단하게 다룰 수 있음으로 인하여 전력 수요 예측에서 그 우수성이 입증되어 널리 사용되고 있다.

¹Corresponding author: Department of Applied Statistics, Chung-Ang University, 84 Heukseok-ro, Dongjak-gu, Seoul 06974, Korea. E-mail: bcseong@cau.ac.kr

Taylor (2003)는 Winters의 HW 모형을 확장한 이중 계절형(double seasonal) 모형을 제안하였으며, 이를 확장하여 삼중 계절형(triple seasonal) 모형으로 발전시켰다 (Taylor, 2010). 국내에서는 Kim (2013)이 일간, 주간, 연간의 삼중 주기성을 고려한 trigonometric, Box-Cox transform, ARMA errors, trend, and seasonal components(TBATS) (De Livera 등, 2011) 모형을 이용하여 전력 수요를 예측하였다. TBATS 모형은 Box-Cox 변환 및 ARIMA 모형의 장점을 지수평활법과 결합한 형태로 볼 수 있다. 이러한 이중 및 삼중의 다중 계절형(multiple seasonality)은 하나의 계절이 더 긴 주기를 가지는 다른 계절에 내포되는 구조를 가지고 있다. 그러나, Taylor의 방법은 동일한 계절 내에서 존재할 수 있는 다양성을 표현할 수 없는 한계를 지니고 있다 (Gould 등, 2008).

Harvey (1989)의 비관측 요인 모형(unobserved components model)은 복잡한 계절성을 모형화하기에 좋은 구조로 알려져 있다. 왜냐하면, 모형의 기본 구조가 상태공간모형(state space model)으로 이루어져 있고, 각 상태방정식(state equation)은 서로 독립인 다중 오차들(multiple sources of error)을 사용하고 있기 때문이다. 본 논문에서 소개하는 계절 지수평활 모형들은 기본적으로 비관측 요인 모형의 구조에서 출발하지만 Harvey의 모형과 달리 단일 오차(single source of error)를 사용한다. 단일 오차에 근거한 상태공간모형은 Anderson과 Moore (1979)에 의하여 제안되었으며 이노베이션(innovations) 상태공간모형으로 명명되었다. 이 모형은 다중 오차 상태공간모형에 비하여 다음과 같은 장점들을 가지고 있다 (Ord 등, 2005).

- (1) 칼만필터(Kalman filter)를 사용하지 않고 최소제곱법을 이용하여 모수를 쉽게 추정할 수 있다.
- (2) 갱신방정식(updating equations)은 모형식과 동일한 형태이며, 이로 인하여 직관적인 해석이 쉽다.
- (3) HW 승법 모형과 같은 비선형 모형에도 쉽게 적용할 수 있다.
- (4) 선형과 비선형 방법에 관계없이 예측 신뢰구간을 쉽게 구할 수 있다.

위의 같은 장점들을 이용하기 위하여, Gould 등 (2008)은 이노베이션 상태공간모형을 근간으로 HW 모형 및 이중·삼중 계절형 HW 모형을 포괄할 수 있는 다중 계절형 모형을 제안하였다. 특히 제안된 모형은, 기존 모형의 한계를 극복하고 동일한 계절 내에서도 다양성을 표현할 수 있도록 계절 성분을 행렬로 표현하는 정교한 구조를 가지고 있다. 이런 구조를 이용하면 비슷한 패턴을 가지는 계절 성분의 모수를 그룹별로 분류하여 모수의 개수를 줄일 수 있다는 큰 장점이 있다.

본 논문에서는, Gould 등 (2008)이 새롭게 제안한 이노베이션 상태공간 계절형 모형을 이용하여 한국의 시간별 전력 수요량을 예측한다. 예측된 결과를 통하여 HW 모형과 이중 계절형 HW 모형의 예측 결과와 비교하여 다중 계절형 모형의 우수성을 입증한다.

본 논문은 총 5장으로 구성되어 있다. 2장에서 이노베이션 상태공간모형 및 기존의 계절형 HW 모형을 설명하고 3장에서는 다중 계절형 모형을 설명한다. 4장에서 한국의 전력 수요량 데이터를 이용하여 각 모형들을 적합하고 그 예측 성능을 비교한다. 마지막 5장에서 결론을 맺는다.

2. 상태공간 지수평활 모형

2.1. 이노베이션 상태공간모형

상태공간(state space)이란 미래의 변화를 표현할 수 있는 현재와 과거의 정보로 이루어진 최소집합으로 이루어져 있고, 예측의 구조를 상태공간 표현법(state space representation)으로 표현하는 것으로 마코비안 표현법(Markovian representation)이라고도 한다. 일반적인 상태공간모형은 다음과 같다 (De

Livera 등, 2011; Ord 등, 1997).

$$y_t = Gx_{t-1} + e_t, \quad (2.1)$$

$$x_t = Fx_{t-1} + \eta_t. \quad (2.2)$$

단, 오차항 e_t 와 η_t 는 다변량 정규분포를 따르는 백색잡음으로서 서로 독립으로 가정한다. 두 오차항이 서로 종속인 경우로 확장된 상태공간모형에 관해서는 Shumway와 Stoffer (2011)을 참고하여라.

y_t 는 실제로 관측된 m 차원 벡터로서 관측벡터(observation vector)라고 하며 G 는 $(m \times k)$ 차원의 행렬로서 관측행렬(observation matrix)이라고 한다. 식 (2.1)은 관측벡터와 k 차원 상태벡터(state vector) x_t 의 관계를 관측행렬 G 를 통해 설명하는 것으로 관측방정식(observation equation)이라고 한다. 식 (2.2)는 상태방정식(state equation)이라고 부르며, t 시점의 값은 가장 가까운 과거값인 $(t-1)$ 에만 의존하는 마코프 체인(Markov chain)의 성격을 가지고 있다. 여기서, x_t 는 관측되지 않으며 F 는 $(k \times k)$ 차원의 행렬로서 전이행렬(transition matrix)이라고 한다.

식 (2.1)과 (2.2)의 상태공간모형은 서로 독립인 오차 e_t 와 η_t 를 이용하고 있으나, $\eta_t = ge_t$ 로 두면 이노베이션 상태공간모형을 다음과 같이 유도할 수 있다. 여기서, g 는 $(k \times m)$ 차원 행렬이다.

$$y_t = Gx_{t-1} + e_t, \quad (2.3)$$

$$x_t = Fx_{t-1} + ge_t. \quad (2.4)$$

단, $e_t \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, V_e)$ 이다. 이러한 단일 오차에 근거한 상태공간모형은 최근 여러 연구들에 의해서 사용 및 발전되고 있으며 그 우수성이 다양한 각도에서 부각되고 있다. 이에 관한 내용은 대표적으로 Hyndman 등 (2008) 및 Ord 등 (2005)을 참고하여라.

2.2. HW 모형

HW 지수평활법은 3가지 비관측 요인인 수준(level), 추세(trend) 및 계절(seasonal) 성분이 모형에 포함되는 방식에 따라 가법(additive)과 승법(multiplicative)으로 구분된다. 이노베이션 상태공간모형에 기초한 가법 HW 모형은 다음과 같이 표현된다.

$$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + e_t, \quad (2.5)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t, \quad (2.6)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta e_t, \quad (2.7)$$

$$s_t = s_{t-m} + \gamma_w e_t, \quad (2.8)$$

여기서 y_t 에 관한 식은 관측방정식이고, ℓ_t, b_t, s_t 에 관한 식은 상태방정식이다. e_t 는 독립이고 평균이 0, 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 오차항이다. ℓ 은 수준, b 는 추세, s 는 계절 성분을 나타내며, α, β, γ_w 는 각 구성 성분을 위한 평활모수(smoothing parameters)이다. 계절성은 계절주기인 m 번째마다 반복되는 패턴을 가지며, 이 m 개의 계절주기에 모두 동일한 평활모수인 γ_w 가 사용되고 있다.

이노베이션 상태공간모형에 기초한 승법 HW 모형은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m} + e_t,$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \frac{\alpha e_t}{s_{t-m}},$$

$$b_t = b_{t-1} + \frac{\beta e_t}{s_{t-m}},$$

$$s_t = s_{t-m} + \frac{\gamma_w e_t}{\ell_{t-1} + b_{t-1}}.$$

가법 모형은 시계열의 변동폭이 시간에 따라 변하지 않고 일정할 때 사용하며, 승법 모형은 변동폭이 시간에 따라 증가하는 경우 사용한다.

계절주기가 m 인 HW 모형(이후 HW(m)로 표시)을 추정하기 위해서는 계절성에 대한 초기값 m 개와 수준과 추세에 대한 초기값 2개를 포함하여 총 $(m+2)$ 개의 초기값이 필요하다.

2.3. 이중 계절형 HW 모형

기존 HW 모형이 단일 계절성만 고려한 것과 달리 Taylor (2003)은 이를 두 개의 계절성으로 확장한 이중 계절형 모형으로 발전시켰다. 이노베이션 상태공간모형에 기초한 이중 계절형 HW 모형식은 다음과 같다.

$$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m_1}^{(1)} + s_{t-m_2}^{(2)} + e_t, \quad (2.9)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t, \quad (2.10)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta e_t, \quad (2.11)$$

$$s_t^{(1)} = s_{t-m_1}^{(1)} + \gamma_{d_1} e_t, \quad s_t^{(2)} = s_{t-m_2}^{(2)} + \gamma_{d_2} e_t. \quad (2.12)$$

위의 모형식은 계절성이 $s_t^{(1)}$ 와 $s_t^{(2)}$ 의 두 개의 항으로 표현된다는 점이 HW 모형과 다르다. m_1 과 m_2 는 각각 첫 번째 계절성과 두 번째 계절성의 주기로, m_2 는 m_1 보다 더 긴 주기를 가진다고 가정하자. 각 계절성에 해당하는 평활모수는 각각 γ_{d_1} 와 γ_{d_2} 이다. 이중 계절형 HW 모형(이후, DS(m_1, m_2)로 표시)을 추정하기 위해서는 총 $(m_1 + m_2 + 2)$ 개의 초기값이 필요하다.

3. 이노베이션 상태공간 다중 계절형 모형

Gould 등 (2008)은 HW 모형과 이중 계절형 HW 모형을 일반화하여 다중 계절형 모형으로 발전시켰다. 이 모형은 계절성의 평활모수를 나타내기 위하여 행렬을 도입하였으며 계절 성분을 각 주기별로 다양한 형태로 변형할 수 있다. 특히, 계절 성분에 제약 조건을 부여함으로써 초기값의 개수 및 추정해야 하는 모수의 개수를 줄여서 모수절약의 원칙(principle of parsimony)을 달성할 수 있다.

3.1. 모형식

Gould 등 (2008)이 제안한 가법 다중 계절형 모형식은 아래와 같다.

$$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \sum_{i=1}^r x_{it} s_{i,t-m_1} + e_t, \quad (3.1)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t, \quad (3.2)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta e_t, \quad (3.3)$$

$$s_{it} = s_{i,t-m_1} + \left(\sum_{j=1}^r \gamma_{ij} x_{jt} \right) e_t, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (3.4)$$

여기서 $r \leq k = m_2/m_1$ (r 과 k 는 자연수)이다. k 는 m_2 -주기의 계절을 m_1 -길이 단위로 나눈 것으로, 더 긴 계절성에 내포된 짧은 계절성의 최대 개수를 나타낸다. 따라서, 식 (3.1)의 우변에 나타나는 세 번째 항은 r 개의 서로 다른 계절 성분들로 구성되어 있는 것이다. 예를 들어, 시간별 전력 수요 자료에서 $m_2 = 168$ 은 주별 주기를 나타내며, $m_1 = 24$ 는 일별 주기를 나타낸다. $k = 7$ 은 1주일동안 반복되는 1일 주기(24시간)의 사이클의 회수로 파악할 수 있다. r 은 서로 다른 사이클의 개수로서 1부터 7까지의 자연수이다. 가변수(dummy variable)인 x_{jt} 는 다음과 같이 정의된다.

$$x_{jt} = \begin{cases} 1, & t \text{시점이 } j \text{번째 사이클에 해당될 때,} \\ 0, & \text{o.w,} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, r.$$

식 (3.1)–(3.4)의 다중 계절형 모형식은 계절성의 다양성 및 모수 절약을 더 쉽게 다루기 위하여 다음과 같은 행렬 및 벡터 형태로 표현될 수 있다.

$$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \mathbf{x}'_t \mathbf{s}_{t-m_1} + e_t, \quad (3.5)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t, \quad (3.6)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta e_t, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{s}_t = \mathbf{s}_{t-m_1} + \Gamma \mathbf{x}_t e_t, \quad (3.8)$$

여기서 $\Gamma = (\gamma_{ij})_{1 \leq i, j \leq r}$ 은 계절성의 평활모수 행렬이며, 벡터 \mathbf{x}_t 와 \mathbf{s}_t 는 다음과 같이 정의된다;

$$\mathbf{x}_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{rt})', \quad \mathbf{s}_t = (s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{rt})'.$$

관측방정식인 식 (3.5)에서 t 시점의 계절 성분은 \mathbf{s}_t 로부터 \mathbf{x}_t 에 의해서 추출되고 있으며, 계절 성분을 위한 상태방정식인 식 (3.8)에서는 계절 성분의 값들이 평활모수의 행렬 Γ 에 의해서 갱신되고 있다. 즉, 행렬 Γ 에서 대각성분 γ_{ii} 는 같은 패턴을 가지는 계절 사이클을 갱신하기 위해서, 비대각성분 γ_{ij} ($i \neq j$)는 서로 다른 패턴을 가지는 계절 사이클을 갱신한다. 예를 들어, 1주일 동안 7번의 반복 사이클을 고려할 때 ($r = 7$), γ_{11} 이 월요일에 대한 평활모수라고 하자. 그렇다면 $\gamma_{12}, \gamma_{13}, \dots, \gamma_{17}$ 은 각각 월요일 시점에서 화요일, 수요일 등 서로 다른 패턴을 가지는 요일 변동을 갱신하는 모수들이다. 이러한 접근법은 동일한 계절 변동 사이에서도 다양성을 표현할 수 있게 해줄 뿐만 아니라 비슷한 패턴을 보이는 계절 성분들을 그룹화하여 추정해야 하는 모수의 개수 및 초기값의 개수를 줄일 수 있다는 장점이 있다.

식 (3.5)–(3.8)과 같은 다중 계절형 모형(이후 MS($r; m_1, m_2$)로 표시)을 추정하기 위하여 필요한 모수의 개수는 수준(α) 및 추세(β)에서 각 1개와 계절 성분의 모수 행렬 Γ 에서 r^2 개를 더하여 ($r^2 + 2$)개이다. 초기값 역시 수준과 추세에 대하여 각 1개, 그리고 계절 성분을 위하여 ($r \times m_1$)개가 필요하므로 총 ($r \times m_1 + 2$)개가 필요하다.

승법 HW 모형과 유사하게, 승법 다중 계절형 모형식은 다음과 같다.

$$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1}) \left(\sum_{i=1}^r x_{it} s_{i,t-m_1} \right) (1 + e_t),$$

$$\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha e_t),$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})e_t,$$

$$s_{it} = s_{i,t-m_1} \left[1 + \left(\sum_{j=1}^r \gamma_{ij} x_{jt} \right) e_t \right], \quad i = 1, \dots, r.$$

3.2. 평활모수의 제약조건

$MS(r; m_1, m_2)$ 의 행렬 Γ 가 가지는 r^2 개의 평활모수는 적절한 제약조건을 통하여 그 개수를 줄일 수 있다. 이러한 제약조건은 최대 k 개의 계절 사이클이 가지는 패턴의 공통점 또는 유사성을 계절 성분에 반영함으로써 구할 수 있다. 특히, 제약조건의 특별한 형태를 통하여 $MS(r; m_1, m_2)$ 이 $HW(m)$ 과 $DSHW(m_1, m_2)$ 을 포괄함을 보일 수 있다.

우선, 본 연구에서는 다음과 같이 행렬 Γ 의 대각성분의 값들을 γ_1^* 로, 비대각성분을 γ_2^* 로 둔다;

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \gamma_1^*, & i = j, \\ \gamma_2^*, & i \neq j. \end{cases} \quad (3.9)$$

식 (3.9)와 같은 제약조건에 추가로 다음과 같은 3가지 경우의 제약조건을 고려할 수 있다.

- 제약조건 1 ($MS(r; m_1, m_2)$ -Rstr.1로 표시): $\gamma_1^* \neq 0$ 과 $\gamma_2^* = 0$ 의 경우
즉, 평활모수를 동일한 계절 변동끼리만 고려하고, 다른 계절 변동끼리는 그 영향이 없다고 가정하는 것이다. $r = k$ 이고 $\gamma_1^* = \gamma_w$ 로 두면 이 제약조건을 가지는 $MS(r; m_1, m_2)$ 은 $HW(m_2)$ 와 일치한다.
- 제약조건 2 ($MS(r; m_1, m_2)$ -Rstr.2로 표시): $\gamma_1^* = \gamma_2^*$ 의 경우
계절 변동의 상호 동일성과 관계없이 한 개의 평활 모수만을 고려하는 것이다. $\gamma_1^* = \gamma_2^* = \gamma_w$ 로 두고, $MS(r; m_1, m_2)$ 의 r 개 계절 변동에 대한 초기값이 모두 동일하다면 이 모형은 $HW(m_1)$ 과 동일하다. 일반적으로 $MS(r; m_1, m_2)$ 에서 r 개의 계절에 대한 초기값은 서로 다르며 ($r \times m_1$)개가 필요하다. 따라서, r 개 계절의 초기값이 모두 같게 되면 초기값은 m_1 개가 되고, 이 모형은 $HW(m_1)$ 과 동일하게 되는 것이다.
- 제약조건 3 ($MS(r; m_1, m_2)$ -Rstr.3으로 표시): 식 (3.9)만 가정하는 경우
계절 변동이 같거나 다름에 따라 평활 모수를 다르게 사용하되, 각각 한 개의 평활 모수를 사용하는 경우이다. $r = k$ 이고 $\gamma_1^* = \gamma_{d_1} + \gamma_{d_2}$, $\gamma_2^* = \gamma_{d_1}$ 으로 두면, 이 제약조건은 $DSHW(m_1, m_2)$ 와 동일하다.

3.3. 모형의 추정 및 선택

$MS(r; m_1, m_2)$ 의 모수는 다음과 같은 오차제곱합(sum of squares; SSE)의 최소화를 통하여 구한다;

$$SSE = \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2, \quad (3.10)$$

여기서 n 은 관측값의 개수를 나타내며 $\hat{y}_{t|t-1}$ 은 $(t-1)$ 시점에서 t 시점의 실제값 y_t 를 예측한 값이다. 보통 평활모수는 0과 1사이의 값으로 제약한다.

수준, 추세 및 계절 성분의 초기값 추정은 Hyndman 등 (2002)에 의해서 계산할 수 있다. 예를 들어, 시간별 자료의 첫 4주 동안의 시계열 자료에 대하여 단순선형회귀분석을 실시하고, 절편 및 기울기의 정보를 이용하여 각각 수준 및 추세의 초기값으로 정할 수 있다. m_2 개 계절 성분의 초기값은 $HW(m_2)$ 의 초기값 계산 방식을 따르며, k 개의 각 계절 사이클을 위한 m_1 개의 초기값들은 첫 4주 동안의 자료 중 동일한 요일을 추출하여 계산할 수 있다. 자세한 계산 방식은 Gould 등 (2008)을 참고하여야.

$MS(r; m_1, m_2)$ 에서 최적의(optimal) r 값은 다음과 같은 프로시저를 통하여 구한다.

- (1) n 개의 표본에서 자료의 마지막 20%를 보류 표본(withheld-sample)으로 남겨둔다. 보류 표본은 후보 모형의 평가를 위하여 사용될 것이다. 이때, 보류 표본의 시계열 길이를 q 라고 두자.

- (2) 일반 상식이나 계절별 그래프 등을 통하여 적절한 r 의 후보값들을 정하고 보류 표본을 제외한 나머지 표본을 이용하여 각 r 값에 대한 다중 계절형 모형의 모수를 추정한다.
- (3) (2)에서 구한 모형 및 모수를 이용하여 $(n - q + 1)$ 시점부터 n 시점까지의 1단계 미래 예측값(\hat{y}_t)을 계산하고 다음과 같이 평균 예측오차 제곱(mean squared forecast error; MSFE)을 구한다;

$$\text{MSFE}(1) = \sum_{t=n-q+1}^n \frac{(y_t - \hat{y}_t)^2}{q}. \quad (3.11)$$

- (4) 최소의 MSFE(1)를 가지는 r 의 값을 선택한다.

3.2절에서 소개된 평활모수 행렬 Γ 의 제약조건 중 최적의 조건은, 제약조건이 없는 $\text{MS}(r; m_1, m_2)$ 의 MSFE(1)값과 비교하여 더 작은 값을 가지는 경우를 선택하면 된다. 이때, $(n - q + 1)$ 시점부터 n 시점까지의 보류 표본 및 위에서 구한 후보 모형(들)의 r 값을 이용한다.

3.4. 예측 및 예측 신뢰구간

n 시점에서 $(n + h)$ 시점의 예측값 $\hat{y}_n(h)$ 을 구하는 방법은 다음과 같이 조건부 기대값을 이용한다;

$$\hat{y}_n(h) = E(y_{n+h} | \mathbf{a}_0, y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (3.12)$$

여기서 벡터 \mathbf{a}_0 는 다음과 같이 수준, 추세 및 계절 성분의 초기값들로 이루어져 있다;

$$\mathbf{a}_0 = (\ell_0, b_0, s_{1,0}, \dots, s_{1,-m_1+1}, s_{2,0}, \dots, s_{2,-m_1+1}, s_{r,0}, \dots, s_{r,-m_1+1})'. \quad (3.13)$$

예측값 $\hat{y}_n(h)$ 의 예측 신뢰구간은 식 (3.5)를 이용하여 e_{n+h} 및 y_{n+h} 를 반복 생성하고 y_{n+h} 의 경험적 분포(entire distribution)의 백분위수를 통하여 구할 수 있다. 자세한 내용은 Ord 등 (1997)을 참고하여라.

4. 실증 분석: 한국의 시간별 전력 수요량 예측

4.1. 자료 설명 및 모형 수립

본 논문에 사용된 데이터는 2013년 3월 1일부터 2013년 8월 1일까지의 시간별 전력 수요 실적 시계열 자료이다. 이 자료는 전력거래소(<http://www.kpx.or.kr>)를 통해서 얻을 수 있다. 총 시계열 자료의 길이는 3,696시간(총 22주)이며, 모형 적합을 위한 표본내(in-sample) 기간은 2013년 7월 4일 24시까지($n = 3,024$, 18주)이다. 예측 성능 평가를 위한 표본외(out-of-sample) 기간은 2014년 7월 5일 이후이며 자료의 길이는 $p = 672$ 시간(4주)이다. 분석을 위하여 사용된 프로그램은 R 패키지인 forecast와 Gould 등 (2008)의 Ox 코드(<http://robjhyndman.com/papers/multiple-seasonal-patterns/>)를 사용하였다.

Figure 4.1은 표본내 기간의 전력 수요량에 대한 시계열 그림이다. 기온 및 날씨의 영향으로, 5월($t = 1800$ 은 5월15일)을 전후로 전력 수요량이 서서히 감소하다가 다시 증가하는 경향을 보이고 있다. 그러나, 전력 수요량의 변화는 계절에 따른 수준의 변화로 보이며, 시간에 따른 추세를 없다고 판단하여 추세에 대한 평활모수는 $\beta = 0$ 으로 두었다. 즉, 전력 수요량의 시계열은 추세없이 수준만 존재하는 것으로 판단된다. 전력 수요량의 변동폭이 시간에 따라 증가하지 않는다고 보아 가법모형을 사용하였다.

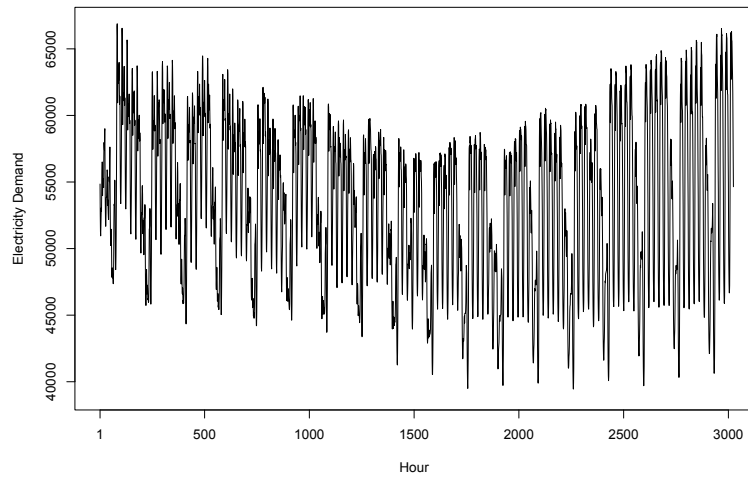


Figure 4.1. Time series plot of hourly electricity demand during the in-sample period.

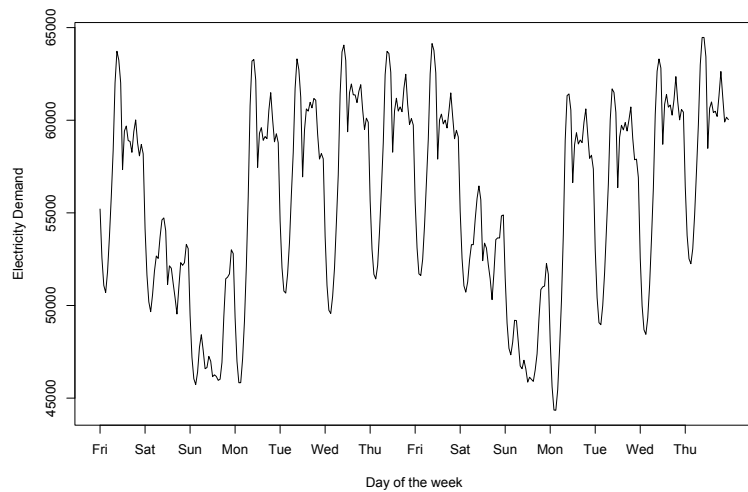


Figure 4.2. Time series plot of hourly electricity demand during some 2 weeks of the in-sample.

Figure 4.2는 표본내 기간 임의의 2주의 시간별 전력 수요량에 대한 시계열 그림이다. 이를 통하여 요일별로 일정한 패턴을 가지고 있다는 것을 알 수 있다. 대체로 주말인 토요일과 일요일에 전력 수요량이 줄어들고 있으며, 다시 월요일부터 수요량이 늘어난다. 또한, 요일별로 전력 수요량의 패턴이 다르게 나타나므로 서로 다른 변동을 적용하는 것이 더 적절하다고 판단된다. 이와 같은 변동 사이클이 일주일 단위로 반복되고 있으므로 변동의 주기는 일별 및 주별로 고려할 수 있으며, 시간별 자료이므로 주기의 길이를 각각 $m_1 = 24$ 와 $m_2 = 168$ 로 둘 수 있다.

모형에 반영되어야 하는 수많은 중요 특징들이 존재할 수 있다. 예를 들어, 법정 공휴일을 포함하여 연중 날씨 및 기온에 따른 효과 등이 그것이다. 본 연구에서는 일별 및 주별 변동에만 초점을 맞추기로 한다.

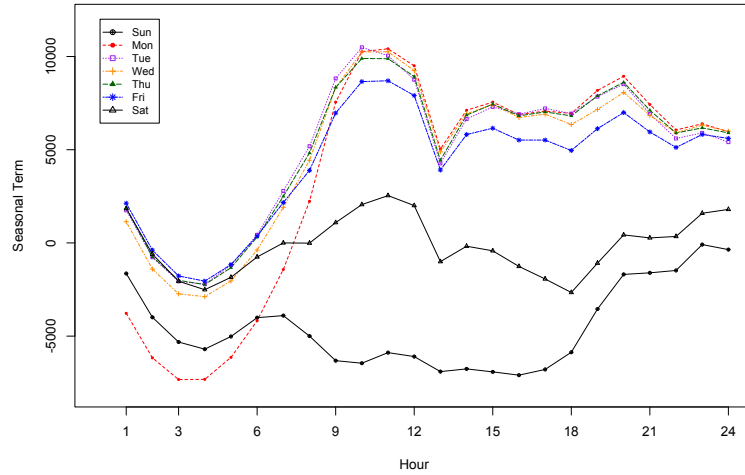


Figure 4.3. MS(7; 24, 168): hourly sub-cycles by day, based on the last 168 observations.

4.2. 모형의 제약조건 및 모형 선택

MS(r ; 24, 168)에서 최적의 r 값을 찾기 위하여, Figure 4.3은 완전모형(full model)인 MS(7; 24, 168)에 의하여 추정된 표본내 기간의 마지막 1주일의 요일별(계절별) s_t 의 값들을 나타낸 것이다. 이에 의하면 주말과 평일의 전력 수요량의 시간별 패턴이 다른 것을 알 수 있다. 특히, 토요일과 일요일은 오전 10시 이후의 패턴이 평일과 다른 것을 알 수 있다. 월요일의 경우는 다른 요일과 달리 새벽 시간대에 전력 수요량이 가장 낮고, 오전 10시 이후부터는 다른 평일과 유사한 패턴을 보이는 것을 알 수 있다. 즉, 완전 모형의 $r = 7$ 은 필요 이상의 값이 될 가능성이 있으며, 요일별 비슷한 패턴의 그룹화를 모형에 가미하여 $r < 7$ 의 값을 가지는 축소모형(reduced model)이 필요하다는 것을 보여주고 있다. 이런 특징에 의하여 최적의 r 값 후보를 위하여 다음과 같은 경우를 고려하였다.

- MS(7; 24, 168): $r = 7$ 인 경우의 완전모형으로, 모든 요일을 서로 다른 변동 사이클로 고려한다. 즉, 월요일부터 일요일까지 7가지의 변동을 고려하는 모형이다.
- MS(5; 24, 168): $r = 5$ 인 경우로 1주일을 5가지의 변동(월요일, 화-목요일, 금요일, 토요일, 그리고 일요일)으로 구분하는 모형이다.
- MS(4; 24, 168): $r = 4$ 인 경우로서, 1주일을 4가지 변동으로 이루어진 것으로 간주한다. 즉, 월요일, 화요일-금요일, 토요일, 그리고 일요일을 각각 변동으로 고려하는 모형이다.
- MS(3; 24, 168): $r = 3$ 인 경우로서, 1주일을 평일과 토요일, 일요일로 구분하여 3가지의 변동으로 고려하는 모형이다.
- MS(2; 24, 168): $r = 2$ 인 경우로서, 1주일을 평일과 주말로만 구분하여 2가지의 변동으로 고려하는 모형이다.

Table 4.1은 위에서 고려된 5가지 r 값에 따른 다중 계절형 모형의 MSFE(1)값을, 3.3절에서 설명한 20%의 보류 표본(4주)을 이용하여 계산한 것이다(평균 예측오차 절대값(mean absolute forecast error; MAFE)을 사용할 수도 있으나 본 연구에서는 모든 경우에 있어서 MSFE에 의한 결과와 동일한 결과를 보여주었으므로 생략하였다). 이에 따라서 MSFE(1)값이 상대적으로 작은 MS(7; 24, 168)과

Table 4.1. Comparison of withheld-sample MSFE(1) according to potential r values

Model	Restriction	MSFE(1)	Parameters	Seed values
MS(7; 24, 168)	None	506.48	50	169
MS(5; 24, 168)	None	508.39	26	121
MS(4; 24, 168)	None	507.80	17	97
MS(3; 24, 168)	None	668.73	10	73
MS(2; 24, 168)	None	723.65	5	49

MSFE = mean squared forecast error.

Table 4.2. Comparison of withheld-sample MSFE(1) for MS(7; 24, 168) and MS(4; 24, 168) with the three types of restrictions

Model	Restriction	MSFE(1)	Parameters	Seed values
MS(7; 24, 168)	1	891.91	2	169
MS(7; 24, 168)	2	516.17	2	169
MS(7; 24, 168)	3	513.27	3	169
MS(4; 24, 168)	1	784.32	2	97
MS(4; 24, 168)	2	495.13	2	97
MS(4; 24, 168)	3	505.55	3	97

MSFE = mean squared forecast error.

MS(4; 24, 168)을 축소모형의 후보로 정하였다. 즉, 모든 요일을 구분하거나 7개의 요일을 4가지로 그룹화하는 모형이 좋은 적합력을 보이고 있다. MS(4; 24, 168)은 완전모형에서 추정하여야 할 모수의 수 및 초기값의 수가 각각 66%와 43% 정도 줄어든 것이다.

다음으로 3.2절에서 고려된 3가지 평활모수의 제약조건을 완전모형 MS(7; 24, 168)과 MS(4; 24, 168)에 가미하여 MSFE(1)값을 계산하였다. Table 4.2에 의하면, 완전모형의 경우에 모든 제약조건은 적합력을 떨어뜨리는 결과를 초래하나 MS(4; 24, 168)은 제약조건 2와 3을 고려할 때 더 좋은 적합력을 보여주었다. 본 연구에서는 더 작은 MSFE값을 보여주는 MS(4; 24, 168)-Rstr.2를 최종 모형으로 선택하였다. 이 모형은 특정 시간의 전력 수요량 정보가 같은 요일이든 다른 요일이든 관계없이 동일한 평활모수으로써 변동 사이클을 갱신하는 특징을 가진다.

이와 같은 모형의 선택 과정을 통하여, 다중 계절형 모형의 장점 중의 하나인 모수절약이 어떻게 달성되는지는 Table 4.1과 4.2에 계산된 각 모형의 모수 및 초기값의 필요 개수를 통하여 쉽게 알 수 있다. 예를 들면, 제약조건이 없는 MS(7; 24, 168)의 경우 추정해야 하는 모수는 50개와 필요한 초기값의 개수는 169개이나, 최종모형을 통하여 추정 모수는 48개와 초기값은 72개가 줄어든 것을 알 수 있다.

4.3. 다중 계절형 모형의 예측 성능 평가

일반적으로 다중 계절형 모형은 HW 및 이중 계절형 HW 모형보다 더 좋은 예측력을 가진다. 각 모형의 예측력을 비교하기 위하여 표본외 기간의 자료($p = 672$)를 이용하여 h -시간 미래 예측에 대한 다음과 같은 MSFE를 계산하였다;

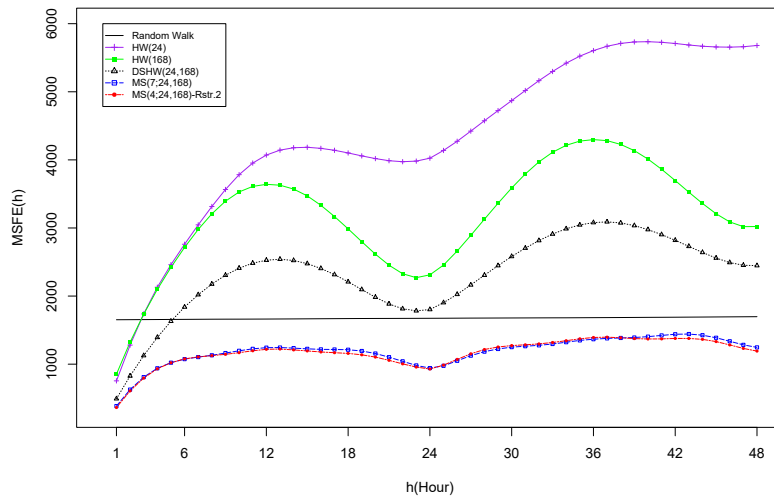
$$\text{MSFE}(h) = \frac{\sum_{t=n}^{n+p-h} (y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}(t))^2}{p - (h - 1)}, \quad 1 \leq h \leq 48. \quad (4.1)$$

단, $\hat{y}_{t+h}(t)$ 는 t 시점에서 y_{t+h} 의 예측치를 의미한다.

Table 4.3. Comparison of out-of-sample forecasts

	Restriction	MSFE(1)	Parameters	Seed values
Random Walk	na ¹	1652.4	0	0
HW(24)	na	754.96	2	25
HW(168)	na	852.44	2	169
DS(24, 168)	na	491.99	3	193
MS(7; 24, 168)	None	384.50	50	169
MS(4; 24, 168)	2	363.30	2	97

Note: ¹ Restrictions not applicable to this model; MSFE = mean squared forecast error.

**Figure 4.4.** Comparison of MSFEs for lead-times from 1 to 48 hours.

1시간 미래 예측에 대한 예측 성능을 평가하기 위하여, Table 4.3은 임의보행모형(random walk model) 및 5가지 경쟁 모형들(HW(24), HW(168), DS(24,168) 및 MS(7, 24, 168), MS(4, 24, 168)-Rstr.2)에 대한 MSFE(1)을 보여준다. 임의보행모형은 직전 주일의 해당 시간과 같은 값으로 예측하는 모형으로서, 어떠한 모수도 사용하지 않기 때문에 예측 성능 평가시 다른 모형들의 비교 기준으로 고려하기에 편리하다. Figure 4.4는 5가지 모형들에 대한 1시간 미래부터 48시간 미래 예측의 MSFE(h)값을 보여준다.

Table 4.3 및 Figure 4.4를 통해서 볼 때, 다중 계절형 모형은 모든 미래 예측에서 가장 좋은 예측력을 가지고 있다. HW 및 이중 HW 모형은 약 3-5시간의 미래 예측까지 임의보행모형보다 좋은 예측력을 보이지만 그 이후부터는 임의보행모형보다 나쁜 예측력을 보이고 있다. 즉, HW 및 이중 HW 모형은 단시간 전력 수요 예측에만 유리하며 장시간 미래 예측에는 많은 주의가 필요하다는 것을 보여 준다.

이중 계절형 HW 모형은 예상대로 HW 모형보다는 좋은 예측력을 보여주었다. 특히, 더 먼 미래로 갈수록 MSFE값이 커지고 있으나, 5가지 모형들이 공통적으로 자정 시간대에 예측력이 더 향상됨을 볼 수 있다. 그 시간대의 전력 수요량은 요일별 변화가 크지 않아서 그런 것으로 판단된다.

임의보행모형을 포함한 6가지 경쟁 모형 중 MS(4; 24, 168)-Rstr.2가 가장 우수한 예측력을 보여주고 있다. 1시간 미래부터 24시간 미래 시점까지는 완전모형 MS(7; 24, 168)보다도 좋은 예측력을 보여준다;

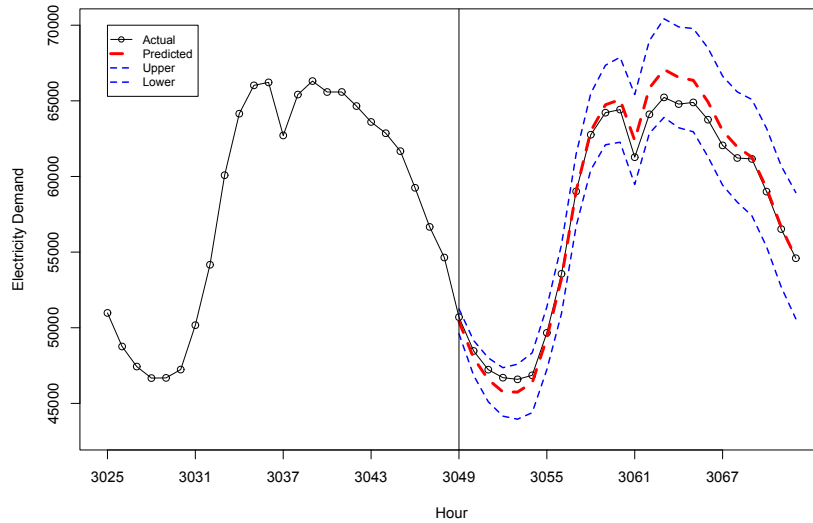


Figure 4.5. MS(4; 24, 168)-Rstr.2: point forecasts and 95% prediction intervals for the first day ($t = 3029, \dots, 3072$) after the in-sample period.

단, 6시간 및 7시간 미래 시점에서는 완전모형이 더 작은 MSFE를 가진다. 그러나, 24시간 미래 이후의 비교적 더 먼 미래로 갈수록 MS(4; 24, 168)-Rstr.2와 MS(7; 24, 168)의 상호 비교는 일관되지 않은 것으로 보인다. MS(4; 24, 168)-Rstr.2는 2개의 모수 및 97개의 초기값을 가지고 있기 때문에 다른 경쟁 모형과 비교할 때 모수절약의 원칙에서 우수한 모형으로 평가할 수 있다.

Figure 4.5는 MS(4; 24, 168)-Rstr.2를 이용하여 표본외 기간의 미래 24시간(2013년 7월 5일 금요일)에 대해 예측한 그래프다. 95%의 예측 신뢰구간이 전력 수요의 단위에 비해서 좁지는 않으나 표본외 기간의 실제값을 잘 포함하고 있음을 볼 수 있다. 이때, 95% 예측 신뢰구간 값은 3.4절에서 설명된 경험적 분포의 백분위수를 토대로 계산한 것이다.

5. 결론

본 연구에서는 한국의 시간별 전력 수요를 예측하기 위한 다중 계절형 모형을 소개하고 기존의 HW 모형 및 이중 계절형 HW 모형과 비교 분석하였다. 다중 계절형 모형은 기존 모형이 표현할 수 없었던 계절 내의 다양성을 포함할 수 있을 뿐만 아니라, 계절 성분들의 공통점을 고려하는 계절 그룹화가 가능하여 모수절약의 원칙에 충실하며 해석 가능성이 높은 모형임을 확인할 수 있었다. 또한, 최소제곱 추정법을 이용한다는 점 및 비선형 모형에도 쉽게 적용할 수 있는 점도 다중 계절형 모형의 큰 장점으로 볼 수 있다.

향후 보완이 필요한 점은 크게 2가지 측면에서 고려할 수 있겠다. 첫째, 외생 변수(exogenous variables)를 고려하지 못한다는 것이다. 최근 빅데이터 기술의 발전과 더불어 특정 변수를 설명하기 위한 다양한 관련 외생 변수들을 쉽게 찾을 수 있다. 이들을 바탕으로 모형의 설명력을 높이는 방안이 필요하다. 둘째, 다중 계절형 모형의 다변량 시계열로의 확장을 고려할 수 있다. 이를 통하여 다변량 계절형 시계열들 사이의 상호 연관성 및 인과성 등을 밝힐 수 있을 것이며, 더불어 결측치(missing observations) 보간법을 고안할 수 있을 것이다. 결론적으로 다중 계절형 모형은, 기존의 경쟁 계절형 모형과 비

교하여, 단변량 및 다변량 시계열에서 나타나는 다양한 계절성을 모형화하기 위한 잠재력 높은 모형으로 평가할 수 있다.

References

- Anderson, B. D. and Moore, J. B. (1979). *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, New Jersey.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1993). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Prentice Hall, New Jersey.
- De Livera, A. M., Hyndman, R. J., and Snyder, R. D. (2011). Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing, *Journal of the American Statistical Association*, **106**, 1513–1527.
- Gould, P. G., Koehler, A. B., Ord, J. K., Snyder, R. D., Hyndman, R. J., and Vahid-Araghi, F. (2008). Forecasting time series with multiple seasonal patterns, *European Journal of Operational Research*, **191**, 207–222.
- Harvey, A. C. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hyndman, R., Koehler, A. B., Ord, J. K., and Snyder, R. D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Springer-Verlag.
- Hyndman, R. J., Koehler, A. B., Snyder, R. D., and Grose, S. (2002). A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods, *International Journal of Forecasting*, **18**, 439–454.
- Kim, C. H. (2013). Short-term electricity demand forecasting using complex seasonal exponential smoothing, *Korea Development Institute*, 13–06.
- Ord, J. K., Koehler, A. B., and Snyder, R. D. (1997). Estimation and prediction for a class of dynamic nonlinear statistical models, *Journal of the American Statistical Association*, **92**, 1621–1629.
- Ord, J. K., Snyder, R. D., Koehler, A. B., Hyndman, R. J., and Leeds, M. (2005). Time series forecasting: The case for the single source of error state space approach, (Working paper series), Department of Econometrics and Business Statistics, Monash University, Australia.
- Shumway, R. H. and Stoffer, D. S. (2011). *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples*, Springer, New York.
- Taylor, J. W. (2003). Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing, *Journal of Operational Research Society*, **54**, 799–805.
- Taylor, J. W. (2010). Triple seasonal methods for short-term electricity demand forecasting, *European Journal of Operational Research*, **204**, 139–152.
- Winters, P. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages, *Management Science*, **6**, 324–342.

이노베이션 상태공간 지수평활 모형을 이용한 시간별 전력 수요의 예측

원다영^a · 성병찬^{a,1}

^a중앙대학교 응용통계학과

(2016년 2월 5일 접수, 2016년 4월 21일 수정, 2016년 6월 21일 채택)

요약

본 논문은 이노베이션 상태공간모형을 근간으로 기존의 지수평활법을 포괄할 수 있는 다중 계절형 모형을 소개한다. 특히 이 모형은, 기존 모형의 한계를 극복하고 동일한 계절 내의 다양성을 표현할 수 있도록 계절 성분을 행렬로 표현하는 정교한 구조를 가지고 있다. 이런 구조를 이용하면 비슷한 패턴을 가지는 계절 성분의 모수를 그룹별로 분류할 수 있다. 따라서, 다중 계절형 모형은 모수절약 원칙을 달성할 수 있으며 모형의 해석이 용이한 장점을 가지고 있을 뿐만 아니라, 잠재적으로 임의의 개수의 계절성도 수용 가능하다. 본 연구에서는 다중 계절형 모형을 이용하여 시간 단위로 관측된 한국 전력 수요량을 분석하고 예측한다. 특히, 시간별 전력 수요량의 계절성은 1일 및 1주일의 두 가지로 고려되었고 이를 토대로 유사한 요일들은 공통 계절로 그룹화하였다. 모형의 예측 성능을 평가하기 위하여 기존 지수평활법의 예측 결과와 비교하였다. 그 결과, 다중 계절형 모형이 기존 지수평활법보다 예측력이 우수함을 확인하였다.

주요용어: 계절 시계열 모형, Holt-Winters 모형, 다중 계절형, 비관측 요인 모형, 평활모수

¹교신저자: (06974) 서울시 동작구 흑석로 84, 중앙대학교 경영경제대학 응용통계학과.
E-mail: bcseong@cau.ac.kr