

분수의 곱셈과 나눗셈 오류 유형 진단 및 지도방안 연구¹⁾

안소현²⁾ · 최창우³⁾

본 연구는 분수의 곱셈과 나눗셈 계산 과정에서 학생들이 보이는 오류 유형을 분석하고 진단하여, 오류를 효과적으로 교정하기 위한 오류 유형별 지도방안을 구안하는 데 그 목적이 있다. 이를 위하여 초등학교 6학년 2개의 학급을 대상으로 분수의 곱셈과 나눗셈에서 보이는 주요 오류 유형을 6가지로 분류하고 연구 대상의 오류 유형을 진단하였으며, 각 오류 유형에 맞는 교정 지도방안을 구안하여 적용하였다. 오류가 교정되었는지를 판단하기 위하여 사후평가를 2회 실시한 결과 연구 대상의 오류가 교정된 것으로 나타났다.

주제어: 분수의 곱셈, 분수의 나눗셈, 오류 유형

I. 서 론

복잡하고 전문화되어가는 미래 사회에서 사회 구성원에게 필요한 핵심 역량은 창의적 사고 능력, 문제 해결 능력, 정보처리 능력, 의사소통 능력 등으로, 이는 주로 수학적 추론, 수학적 문제 해결, 수학적 의사소통과 같은 ‘수학적 과정’의 교수·학습을 통하여 증진된다(교육과학기술부, 2011).

수학적 과정의 교수·학습은 문제해결의 결과보다는 문제를 해결해나가는 과정에 관심을 두어야 한다. 학습하는 과정에서 발생하는 오류는 학습 실패의 원인에 대한 가치 있는 정보를 제공하고 그 대안을 제시한다는 점에서 학생들의 오류를 진단하고 오류 유형별 지도방안을 연구해보는 것은 의미 있는 일일 것이다.

초등수학의 ‘수와 연산’ 영역 중 분수는 학생들이 개념을 이해하고 지식을 적용하여 문제를 해결하는 데 많은 어려움을 겪고 있는 부분이다. 학교에서의 분수 수업이 2009 개정 교육과정을 적용하며 상황 중심의 실생활을 반영하도록 개선되었지만, 아직 상당 부분이 분수 개념과 연산에 대한 근본적인 이해보다는 절차적 기능과 계산적인 측면을 강조하는 등 부족한 점이 많다. 대부분의 교실 수업에서 분수의 연산과 관련된 개념적 이해가 충분하지 못한 상황에서 알고리즘 지도만을 중시하기 때문에 분수 연산 학습을 마친 학생들에

1) 본 논문은 제1저자의 2015년 석사학위 논문을 수정 보완한 것임.

2) [제1저자] 대구수성초등학교

3) [교신저자] 대구교육대학교 수학교육과

계 분수 연산 문제를 제시했을 때 상위권 학생들마저도 문제해결에서 어려움을 느끼는 경우가 허다하다. 분수 개념은 다양한 해석과 측면을 가지고 있어 개념적 이해가 선행되어야 분수의 개념을 구체적으로 이해하고 의미 있는 연산이 이루어질 수 있다.

문제 해결 과정에서 나타나는 학생들의 오류는 분명히 그 이유가 있으며 그것이 무엇인지를 알 수 있다면 교사의 지도방법을 개선하는 데 큰 도움을 줄 수 있다. 지금까지 분수 연산의 오류에 관한 다양한 연구가 진행되어 왔지만 최근 이루어진 연구보다는 6차, 7차 교육과정 시기에 이루어진 연구가 대부분이며 체계적인 오류와 단순한 실수를 구분하지 않고, 단 1회의 검사만으로 오류 유형을 분석한 연구가 주를 이룬다. 특히 계산을 하지 않았거나, 중도에 계산을 포기한 경우도 오류로 포함되어 있기도 하다. 그러나 체계적 오류는 지속성과 반복성을 보이기에 일회적 실수와는 구분되어야 한다.

이에 본 연구는 분수의 곱셈과 나눗셈 문제 해결 과정에서 오류 유형을 진단할 수 있는 진단지를 개발하여, 학생들이 보이는 오류 유형을 진단하고, 오류를 효과적으로 교정하기 위한 오류 유형별 지도방안을 구안·적용하여 그 효용성을 검증하는 데 목적이 있다.

II. 이론적 배경

분수 자체가 가지고 있는 다양한 의미들 때문에 분수 개념은 초등학교 학생들이 어려워하는 수학 개념 중 하나이다. 분수의 의미는 여러 가지로 소개되고 있는데 대체로 전체-부분의 의미, 측정의 의미, 비의 의미, 몫의 의미, 연산자의 의미 등 5가지로 요약할 수 있다.

분수의 곱셈은 부분의 부분을 찾는 것, 또는 거듭되는 분수 연산이라 할 수 있다. 분수의 곱셈 계산 방법은 분자는 분자끼리, 분모는 분모끼리의 곱으로 구한다는 것으로 매우 간단하다. 그러나 학교에서의 수업이 분수의 곱셈 의미와 분수가 포함된 상황을 어떻게 적용할 수 있는지에 대해 정확히 알지 못한 채 그 방법에만 초점을 맞추기 때문에 학생들이 어려움을 겪는다. 학생들이 분수의 곱셈을 이해하고 실생활에 효과적으로 응용할 수 있도록 하기 위해서는 자연수의 곱셈의 의미를 분수의 곱셈으로 확장시켜 주어야 한다. 또한 분수의 곱셈 방법을 학생 스스로 재발견하고, 그러한 절차가 왜 그렇게 되는지 이해시키는 데 중점을 두어야 한다. 분수의 곱셈은 다음과 같은 순서로 지도한다.

$$(분수) \times (자연수) \rightarrow (자연수) \times (분수) \rightarrow (분수) \times (분수)$$

자연수의 나눗셈에는 등분제와 포함제가 있다. 학생들은 일반적으로 나눗셈을 포함제보다는 등분제로 생각하는 것에 익숙해져 있다. 나눗셈이 필요한 상황을 제시하라고 했을 때 ‘사과 12개를 3명에게 나누어 주면 한 사람에게 몇 개씩 주게 되겠는가?’ 또는 ‘피자 한판을 6명이 나누어 먹을 때 한 사람이 먹는 양은 얼마가 되겠는가?’ 와 같이 제수가 자연수인 상황을 떠올리는 것이 나눗셈에 대한 일반적인 개념이다.

그런데 만일 제수가 분수인 나눗셈을 학생들에게 제시하고 이러한 상황을 이야기해 보라고 하면 학생들은 선뜻 대답하지 못하거나 오 개념을 보이는 경우가 발생한다. 이는 학생들이 나눗셈의 개념을 등분제로 이해하는 것에 익숙하기 때문인데 분수에서는 포함제와

등분제 둘 모두가 성립이 불가능하다는 주장에서부터, 포함제는 가능하지만 등분제는 불가능하다는 주장, 그리고 적절히 정의를 변경하면 등분제도 가능하다는 주장까지 다양하다(강홍규, 2014). 학생들이 문제 해결 과정에서 보이는 대부분의 오류는 단순한 실수에 의한 것이 아니며 학생들이 주의력을 가지고 차분히 계산했다 하더라도 알고리즘 자체에 체계적 오류가 있는 경우가 대부분이다. 따라서 학생들이 어떤 체계적 오류를 가지고 있다면 교사는 이를 정확하게 교정대해 살펴보면 조병윤(1992)은 6학년 학생 52명을 대상으로 분수의 곱셈과 나눗셈에서의 오류 유형을 다음 <표 1>과 같이 4가지로 구분하였다.

<표 1> 조병윤(1992)의 오류 유형

조병윤	<ul style="list-style-type: none"> · 분수 연산 원리의 이해 부족 · 통분 오류 · 대분수, 가분수의 처리 미숙 · 받아올림과 내림의 원리 이해 부족
-----	---

또한 김진식(1995)이 6학년 학생 60명을 대상으로 분석한 분수의 곱셈과 나눗셈에서 나타나는 오류 유형은 다음 <표 2>과 같다.

<표 2> 김진식(1995)의 오류 유형

김 진 식	분수의 곱셈	<ul style="list-style-type: none"> · 승수를 역수를 고쳐서 계산하는 오류 · 분수의 분자, 분모에 자연수를 모두 곱하는 오류 · 계산 결과를 기약분수로 나타내지 않는 오류
	분수의 나눗셈	<ul style="list-style-type: none"> · 자연수를 역수로 고치지 않고 계산하는 오류 · 피제수를 역수로 고쳐서 계산하는 오류 · 계산 결과를 기약분수로 나타내지 않는 오류

이경아(1997)는 6학년 학생 191명을 대상으로 분석한 분수 계산에서 나타나는 오류 유형을 다음 <표 3>과 같이 9가지로 구분하였다.

<표 3> 이경아(1997)의 오류 유형

이 경 아	① 대분수 변환의 오류
	· 가분수의 분자 크기가 클 때, 대분수의 자연수를 제대로 구하지 못하는 경우
	· 가분수의 분자를 분모로 제대로 나누어 몫은 구했으나, 나머지를 제대로 구하지 못해 진분수가 옳지 못하게 되는 경우
	· 가분수의 분자가 대분수의 자연수가 되고 가분수를 뒤집은 분수가 나머지 진분수가 되는 경우
	② 가분수 변환의 오류
	· 자연수 부분과 분모를 곱한 것이 가분수 분자가 되는 경우
	· 분모와 분자를 곱한 값이 가분수의 분자가 되거나 분모와 분자를 곱한 값이 가분수의 분모가 되는 경우
	· 분모는 그대로 두고 나온 수 모두를 곱으로 가분수의 분자를 곱한 것이 가분수의 분모가 되는 경우
	· 규칙 없이 제대로 이해하지 못하고 쓰는 경우
③ 통분 오류	
· 통분을 위해 분모끼리 최소공배수를 찾을 때, 큰 분모와 같게 하기 위해 나머지 작은 분모에 수를 더해 찾는 경우	
· 공통분모는 서로 같게 고쳤으나 분자를 그대로 쓰는 경우	
· 공통분모를 서로 같게 고쳤으나 각 분자에 서로 엇갈려 곱하는 경우	
④ 약분 오류	
· 분수 덧, 뺄셈에서 분모-분자, 분모-분모, 분자-분자끼리 약분하는 경우	
⑤ 역수 오류	
· 분수의 덧, 뺄셈에서 역수를 취해 답을 구하는 경우	
⑥ 덧셈의 오류	
⑦ 구성의 오류	
⑧ 계산 순서의 오류	
⑨ 기술적 오류	

이경아는 학생들이 범하는 분수 계산에서의 오류 유형을 비교적 자세히 유형화하였고, 각 오류 유형이 발생하는 원인도 분석하고 있다. 한편 민인영(2003)은 이경아의 오류 유형을 참고하여 6학년 학생 82명을 대상으로 분수의 나눗셈에서의 오류 유형을 <표 4>와 같이 제시하고 있다.

<표 4> 민인영(2003)의 오류 유형

민인영	분수의 나눗셈	① 역수 오류
		② 대분수 변환 오류
		③ 곱셈구구 오류
		④ 알고리즘 오류
		⑤ 약분 오류
		⑥ 기술적 오류

선행연구들에 의하면 분수 개념에 대한 이해 부족으로 많은 오류들이 나타나고 있다는 것을 알 수 있다. 바른 개념을 형성하지 못한 학생들이 분수 연산을 할 때, 연산의 결과에 대해 판단할 능력이 없으므로 알고리즘만을 암기하게 된다. 분수의 곱셈에서는 대분수와 자연수의 곱셈에서 대분수를 가분수로 고치지 않고 자연수를 분자에 곱하는 오류가 많이 발생하였고, 분수의 나눗셈에서는 역수를 곱하는 과정에서 수많은 오류가 발생하였다.

이러한 선행연구를 토대로 본 연구에서는 분수의 곱셈과 나눗셈에서 학생들에게 나타나는 오류 유형을 진단 분석하고 교정지도하는 방안을 구안함과 동시에 적용에서 나타나는 효과를 알아보려고 하였다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 분수 곱셈과 나눗셈 해결 과정에서의 오류 유형을 분석하고 진단하여 오류 유형별 지도방안을 모색하고자 한다. 이를 위해 분수의 연산과 관련된 기본적인 내용을 모두 학습한 D광역시 S초등학교 6학년 2개 학급 50명을 대상으로 분수의 곱셈과 나눗셈 예비 검사를 실시하였다. 예비 검사에서 60점 이하의 점수를 받은 학생들(8명)을 1차 선발하여 진단평가를 치른 후 진단평가 결과 분석과 면담을 통해 최종적으로 교정 지도할 연구 대상(5명)을 선발하였다.

2. 연구 방법

학생들이 분수 곱셈과 나눗셈에서 보이는 오류 유형을 분석 및 진단하고 오류 유형별 지도방안의 구안·적용은 2014.11 ~ 2015.4 까지 약 6개월에 걸쳐 Enright, Gable, Hendrikson(1988)의 오류를 진단하고 교정하기 위한 9단계 모델을 참고로 하여 본 연구에서는 예비검사, 진단지 개발 및 진단평가, 학생 면담을 통한 오류 분석, 학생별 오류 분석 및 진단, 지도방안 구안 및 교정지도, 사후평가 2회 등의 6단계로 나누어 실시하였다.

3. 검사 도구

예비 검사를 통해 본 연구에서의 오류 유형을 선정하고, 60점 이하의 점수를 받은 학생들을 1차 선발하였다. 예비 검사의 결과 선정한 6개의 오류 유형을 바탕으로 진단지를 개발하였으며 개발한 진단지로 1차 선발 학생들을 대상으로 진단평가를 치른 후, 진단평가 결과와 면담을 통해 연구 대상을 최종 선발하고, 이들의 오류 유형을 분석 및 진단하였다. 끝으로 오류 유형별 지도방안을 구안하여 학생들에게 적용한 후, 사후평가를 2회 실시하여 그 효과를 검증하였다.

4. 진단지 개발

본 연구에서의 진단지 개발을 위해 고려한 점들은 다음과 같다.

- ① 오류를 분석하고 진단하기 위해서는 동일한 유형의 문제를 3문제 이상 풀어보아야 한다. 또한 단순 계산 오류는 오류로 간주하지 않는다.
- ② 모든 유형의 오류가 골고루 포함될 수 있도록 문항을 작성한다.
- ③ 오류 유형별 진단 문항의 개수가 비슷하도록 적절히 문항수를 안배한다.

IV. 결과 분석

1. 예비 검사 결과 분석

가. 예비 검사 결과

예비 검사에서 학생들의 점수를 100점을 만점으로 환산한 결과, 80점 이상의 점수를 받은 학생이 64%로 많은 수의 학생들이 분수의 곱셈과 나눗셈 계산을 잘 할 수 있었으나, 60점 이하의 학생이 8명으로 16%나 되었다. 이 8명의 학생들을 1차 선발하였다.

나. 1차 대상 선정 분석

예비 검사에서 1차로 선발된 60점 이하의 점수를 받은 학생들의 수는 2개 학급 50명 중 8명이었다.

<분석 결과>

- ① 대부분의 학생들이 각자 자신의 주된 오류 유형을 가지고 있었다.
- ② 학생3의 경우 체계성 없이 매번 문제를 풀 때 마다 각기 다른 방법을 사용하기도 하므로 진단평가의 결과를 통한 세밀한 분석이 필요하다.
- ③ 학생14, 37을 제외한 대부분의 학생들이 두 가지 이상의 체계적 오류를 보였다.
- ④ 학생들의 오류 유형을 살펴보면 역수 오류와 약분 오류가 많이 나타나고 있다.

다. 본 연구에서 분수 오류 유형

본 연구의 예비 검사지에서는 3개의 동형문제 중 2회 이상 오류를 보인 경우에만 유의미한 오류로 선정하였다. 또한 기존의 연구들에서의 오류 유형 이외의 오류 유형이 있는지를 조사해 보았다. 그 결과 선행 연구들에서 볼 수 없었던 자연수와 분수(분수와 자연수)의 곱셈에서 자연수를 분모에 곱하는 경우(a3), 분수의 곱셈에서 역수를 취하는 경우(a4)를 더 찾을 수 있었다. 이 오류 유형들은 분수의 곱셈과 나눗셈 알고리즘을 이해하지 못하고 단지 암기한 결과, 알고리즘을 잘못 적용한 것으로 알고리즘 오류(a)로 분류하였다. 따라서 본 연구에서는 분수의 곱셈과 나눗셈에서 나타나는 오류 유형을 알고리즘 오류, 형식적 지식에 의한 오류, 직관에 의한 오류, 약분 오류, 대분수 변환 오류, 가분수 변환 오류의 6가지 유형으로 다음 <표 5>와 같이 구분하였다.

<표 5> 본 연구에서의 분수 오류 유형

오류 유형		구체적 오류	
a	알고리즘 오류	(a1)	피제수에 제수의 역수를 곱하지 않고 그대로 곱셈으로 계산하는 경우(a1-1)
			피제수와 제수 모두를 역수로 바꾸어 계산하는 경우(a1-2)
			피제수의 역수를 제수에 곱하는 경우(a1-3)
			역수를 바르게 구하지 못하는 경우(a1-4)
		분수의 곱셈에서 대분수를 가분수로 고치지 않고 그대로 분자를 곱하는 경우(a2)	
		자연수와 분수(분수와 자연수)의 곱셈에서 자연수를 분모에 곱하는 경우(a3)	
			분수의 곱셈에서 역수를 취하는 경우(a4)
b	형식적 지식에 의한 오류		분수의 나눗셈에서 두 분수의 순서를 바꾸어 계산하는 경우
c	직관에 의한 오류		나눗셈의 몫이 피제수보다 작아진다고 생각하여 문제를 해결하는 경우
d	약분 오류		분모끼리 약분하는 경우와 분자끼리 약분하는 경우(d1)
			대분수를 가분수로 바꾸지 않고 약분하는 경우(d2)
			대분수의 자연수와 진분수의 분모 또는 분자와 약분하는 경우(d3)
e	대분수 변환 오류		가분수의 분자를 분모로 나누어 몫을 구했으나, 나머지를 제대로 구하지 못해 진분수가 옳지 못하게 되는 경우(e1)
			가분수의 분자를 분모로 나누었으나 몫과 분모를 바꾸어 쓴 경우(e2)
			‘자연수+가분수’ 형으로 대분수를 표현한 경우(e3)
f	가분수 변환 오류		자연수와 분모를 곱하여 분모가 되는 경우(f1)
			자연수와 분모를 곱하고 분자를 더하여 가분수의 분모가 되는 경우(f2)
			분모는 그대로 두고 분모, 분자, 자연수를 모두 곱하여 가분수의 분자가 되는 경우(f3)
			분모와 분자를 뒤집어 가분수를 구하는 경우(f4)

2. 오류 유형 분석 및 진단

예비 검사 결과 1차 선발된 학생 8명을 대상으로 개발한 진단지를 사용하여 진단평가를 실시하였다. 진단평가는 예비 검사를 실시한 지 3일 후에 실시하였다. 진단평가를 통해 학생들이 보이는 분수의 곱셈과 나눗셈의 오류 유형을 분석 및 진단하고자 하였다.

가. 진단평가 결과 분석

1) 오류 유형별 빈도수 및 오답률

진단평가 결과를 바탕으로 오류 유형별 빈도수 및 오답률을 분석한 결과는 다음 <표 6>과 같다.

<표 6> 오류 유형별 빈도수 및 오답률

오류 유형		빈도수	오답률
a	a1	23	32.3
	a2	5	5.1
	a3	11	11.1
	a4	12	12.1
b		5	5.1
c		6	6.1
d		13	13.1
e		7	7.1
f		8	8.1

<분석 결과>

- ① 오류 유형의 분석 결과 오류 유형 a(알고리즘 오류)가 가장 많이 나타났다. 알고리즘 오류는 빈도수 및 오답률이 매우 높고 a1, a2, a3, a4의 오류 범위가 넓어 각각 나누어 분석하였다.
- ② a1(역수 오류), d(약분 오류), a4(알고리즘 오류 : 분수의 곱셈에서 역수를 취하는 경우), a3(알고리즘 오류 : 자연수와 분수의 곱셈에서 자연수를 분모에 곱하는 경우), f(가분수 변환 오류), e(대분수 변환 오류), c(직관에 의한 오류), b(형식적 지식에 의한 오류), a2(알고리즘 오류 : 분수의 곱셈에서 대분수를 가분수로 고치지 않고 그대로 분자를 곱하는 경우) 순으로 오류 유형이 많이 나타났다.
- ③ 특히, a1(역수 오류)은 문제의 유형에 관계없이 많은 문항에서 나타났으며, 학생들이 가장 많이 오류를 범하고 있었다.
- ④ b(형식적 지식에 의한 오류)를 보인 학생은 한 명(학생E)으로, 대부분의 학생들에게는 분수의 곱셈·나눗셈의 형식적 지식과 비형식적 지식이 바르게 연결되어 있는 것으로 보인다.

2) 1차 선발된 학생들의 진단평가 결과

예비 검사에서 1차 선발된 학생들의 진단평가 결과는 <표 7>과 같다.

<표 7> 1차 선발 학생들의 진단평가 결과

학생	점수(100점 만점)			주요 오류 유형	비고
	곱셈	나눗셈	평균		
3	30	35	32.5	a1-2, a1-3, a1-4, d3, f3	무작위, 풀지 못함
7(A)	55	50	52.5	a1-1, a1-4, d2, e1, f2	단순 계산 오류
14	80	70	75	a1-2, e3	단순 계산 오류
19(B)	55	45	50	a1-1, a1-3, a3, d2, e2	
26(C)	50	30	40	a1-4, a4, f4	무작위
37	5	5	5	a1-1, a1-2, a1-4, c, e3	문제를 거의 풀지 못함
39(D)	30	55	42.5	a1-1, a3, a4	중도 포기, 단순 계산 오류
48(E)	50	20	35	a1-1, a1-3, a1-4, a2, a4, b	단순 계산 오류

<지도 사례 1>

활동1. 단위 분수의 크기 알기

- 색칠한 부분에 단위 분수 써보기
- 분수표를 보고 단위 분수의 크기 비교하기
- 크기가 제일 큰 분수부터 차례대로 써보기

활동2. 분수의 덧셈, 뺄셈 이해하기

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ 이해하기}$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1, \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}, \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ 등 이와 같은 방법으로 분수의 덧셈과 뺄셈 지도}$$

활동3. 자연수 변환하기

$$-1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \dots \text{ 이해하기}$$

- 자연수 2를 분모가 3인 분수로 나타내기
- 자연수 4를 분모가 2인 분수로 나타내기 등

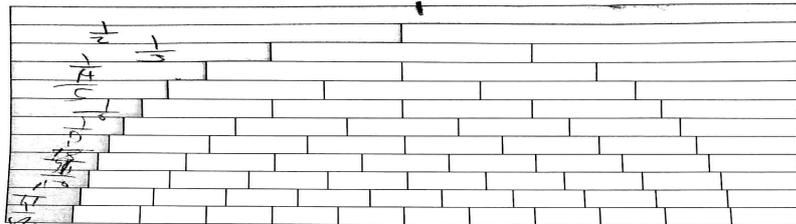
활동4. 대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 변환하기

$$-1\frac{1}{2} \text{ 을 가분수로 바꾸기}$$

- 먼저 자연수를 가분수로 바꾸고 진분수를 더하는 활동을 충분히 한 뒤, 대분수를 가분수로 바꿀 때에는 '분모는 그대로 두고, 분자는 자연수×분모+분자가 됨'을 이끌어낼 수 있도록 함.

$$-\frac{5}{3} \text{ 를 대분수로 바꾸기}$$

- 먼저 가분수에 자연수가 몇 번 들어갈 수 있는지 생각해보고, 가분수를 대분수로 바꿀 때에는 '분모는 그대로 두고, 분자÷분모를 하여 몫이 자연수, 나머지가 분자가 됨'을 이끌어낼 수 있도록 함.



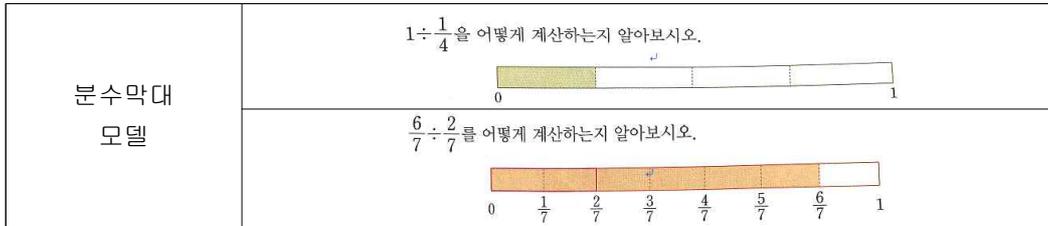
1. 색칠한 부분의 분수들을 크기가 큰 순서대로 나열해보세요.

$$1 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{7} \rightarrow \frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{9} \rightarrow \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{11} \rightarrow \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{13}$$

2) 지도법2 : a1의 오류를 보이는 경우 - 단위비율 결정 상황으로 분수의 나눗셈 알고리즘 도입하기

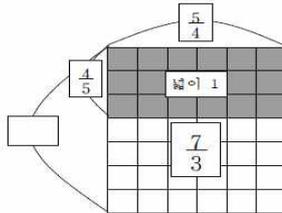
역수 오류(a1)는 분수의 나눗셈 알고리즘을 이해하지 못하고 암기하여 분수의 나눗셈을 해결하려는 경우에 나타난다. 2009 개정 교육과정에 따른 6학년 1학기 분수의 나눗셈 단원에서는 분수의 나눗셈 주제를 세분화하여 제시하고, 또한 매 차시의 마지막 활동에서 각 나눗셈 유형별 계산방법을 각기 다른 알고리즘들로 설명하라고 하고 있다. 이는 피제수와 제수의 형태에 따라 나눗셈을 세분화하고 그에 따라 형식화 방법을 달리 하여, 학생들

텔이나 기호적 표현으로 시작하여 계산 방법을 다양하게 알아보도록 진행된다. 그러나 분수의 나눗셈 단원에서 사용하는 시각적 모델은 분수막대 모델이 대부분이고 다른 모델은 거의 사용되지 않는다. 더구나 분수막대 모델의 사용도 포함제 상황에서만 국한되어 있다. 따라서 학생들은 분수 나눗셈의 포함제 상황이 아닌 다른 상황에서는 문제 이해에 어려움을 겪는다.



[그림 2] 교과서의 분수 나눗셈 단원에서 사용한 시각적 모델

물론 이분모 분수의 나눗셈을 구체적인 그림으로 제시하는 것이 어려운 일이지는 하나 지도법2의 단위비율 결정 상황, 카테시안 곱의 역 맥락을 그림으로 구체화하는 과정을 통해 분수의 나눗셈 원리를 다양하게 이해할 수 있다. 카테시안 곱의 역 맥락에서의 분수의 나눗셈은 다음과 같다. 예를 들어, ‘가로가 $\frac{5}{4}$ m이고 넓이가 $\frac{7}{3}$ m²인 직사각형의 세로의 길이를 구하시오.’의 문제 상황을 그림으로 나타내면 [그림 3]과 같다(김대진, 2008).



[그림 3] 카테시안 곱의 역 맥락

색칠한 3줄은 가로 길이가 $\frac{5}{4}$ 이고 넓이가 1인 직사각형으로, 세로의 길이는 $\frac{4}{5}$ 가 된다. 이것이 제수의 역수의 의미이다. 전체 직사각형의 넓이 $\frac{7}{3}$ 은 색칠한 직사각형의 넓이인 1의 $\frac{7}{3}$ 배가 된다. 가로가 일정하므로 구하고자 하는 전체 직사각형의 세로의 길이는 색칠한 직사각형의 넓이의 세로의 길이인 $\frac{4}{5}$ 의 $\frac{7}{3}$ 배가 된다. 따라서 세로의 길이는 $\frac{4}{5} \times \frac{7}{3}$ 이 된다. 즉 (피제수)÷(제수)는 (제수의 역수)×(피제수)가 된다. 이것은 넓이가 1인 경우 즉 ‘1÷제수’가 핵심이 됨을 나타낸다. ‘1÷제수’가 핵심이고 비례 관계를 이용한다는 것에서 포함제 맥락과 비슷하다. 넓이가 1인 직사각형의 제수 길이가 몇 번 포함되는

가를 나타내기 때문이다. 또한 교과서의 ‘마무리’와 수학 익힘책의 문제 제시 형태는 대부분 산술식의 형태이다. 계산 원리를 단순하게 적용하는 수준의 문제들이 많다.

<p>◀ 마무리 ▶ 계산을 하시오.</p> $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$	$\frac{4}{5} \div \frac{1}{5}$	$\frac{5}{8} \div \frac{1}{8}$
<p>◀ 마무리 ▶ 계산을 하시오.</p> $2\frac{1}{10} \div \frac{3}{5}$	$3\frac{1}{6} \div 2\frac{3}{8}$	$5\frac{1}{3} \div 3\frac{5}{9}$

[그림 4] 교과서의 마무리 문제

이러한 형태는 수학 익힘책에도 반영되어 있다. 문장제 문제의 비율이 낮아 학생들이 자신이 이해한 계산 원리를 구체적이고 일상적인 상황에 적용할 기회가 부족하다. 물론 그림이나 다른 형태의 문제도 제시되어 있기는 하지만 산술식 문제의 비율이 압도적으로 높다. 학생들이 산술식보다는 문장제 문제를 통해 분수 나눗셈의 계산 원리를 문제 상황과 연결하면서 다양한 표현 양식을 사용하여 개념적으로 이해할 수 있다는 면을 감안할 때(방정숙, 이지영, 2009a), 교과서와 익힘책에서 문장제 문제의 빈도를 높이고, 보다 다양한 상황에서의 문제를 제시하여 여러 가지 상황에서 학생들이 분수 나눗셈의 계산 원리를 이해하도록 해야 한다. 따라서 그림, 실생활과 관련된 문장제 문제, 카테시안 곱의 역 맥락, 단위비율 결정 상황 등 다양한 상황에서 분수의 나눗셈을 제시하여 분수의 나눗셈의 의미를 이해하도록 할 수 있다.

<지도 사례3>
 다양한 상황에서의 분수의 나눗셈 지도 결과

3. 직사각형 종이의 넓이가 $1\frac{3}{4}m^2$ 이고 가로가 $\frac{2}{5}m$ 라면, 세로는 몇 m 인가요?
 넓이만 (1.75) 가로가 $\frac{2}{5}$, 세로 $\frac{5}{2}$ ($\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$)
 넓이 $1\frac{3}{4}$ 이면 가로 $\frac{2}{5}$, 세로는 $\frac{5}{2} \times (1\frac{3}{4})$
 $\frac{5}{2} \times (\frac{7}{4}) = \frac{5}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$ [4.375m]

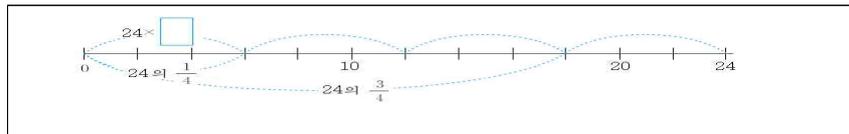
6. 다음 문제를 식으로 나타내보세요.
 $1\frac{3}{4}km$ 의 거리를 가는 데 $\frac{1}{2}$ 시간이 걸렸을 때, 속력은?
 $1km \rightarrow \frac{1}{2}시간 \times \frac{2}{1} = 2$
 $1\frac{3}{4}km \rightarrow \frac{1}{2}시간 \times \frac{2}{1} = 2 \times 1\frac{3}{4} = 2 \times \frac{7}{4} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ 답: $3\frac{1}{2}km/시간$

카테시안 곱의 역 맥락으로 분수의 나눗셈을 이해하여 문장제 문제를 해결함.

4) 지도법4 : a2, a3, a4, d의 오류를 보이는 경우- 수직선으로 분수의 곱셈을 다양하게 표현하기

2009 개정 교육과정에 따른 수학 교과서와 수학 익힘책에는 분수 곱셈의 계산 원리를 이해하기 위한 활동으로 시각적 모델을 자주 활용한다. 교과서와 수학 익힘책 모두 직사각형 모양의 영역모델과 분수막대 모델을 많이 사용하고 있다. 분자는 분자끼리, 분모는 분모끼리 곱하는 분수의 곱셈 알고리즘을 설명하기에 영역모델과 분수막대 모델이 용이하기 때문이다. 그러나 수직선 모델은 사용되지 않고 있다. 일부 연구자들은 수직선 모델은

분수의 중요한 성질에 대한 학생들의 이해를 돕고, 수의 단위, 분수들끼리의 관계, 유리수의 연속성 및 동치분수에 대한 설명이 용이하므로, 연산 단원에서 수직선이나 빈 수직선 모델을 다루는 경험을 늘려 다양한 표현을 접할 수 있는 기회를 풍부하게 제공해야 한다고 주장하고 있다(Saxe, Shaughnessy, Shannon, Langer-Osuna, Chinn & Gearhart, 2007). 따라서 수직선, 특히 빈 수직선을 활용한 분수의 연산 과정 이해 활동을 제시하여 분수의 곱셈에서 나타나는 오류들을 교정할 수 있다.



[그림 5] 수직선 모델

영역 모델	원	
	직사각형	
분수막대 모델		

[그림 6] 교과서의 분수의 곱셈 단원에서 사용한 시각적 모델

<지도 사례4>
수직선으로 분수의 곱셈 지도 결과

4. 다음은 빈 수직선입니다. $16 \times \frac{3}{4}$ 을 나타내고, 문장제 문제를 만드세요.

(문제) 장난감 자동차. 경주에서 내차를 16m를 가는데 친구차는 내차가 간 거리보다 3배가 더 못갔다 몇 m를 가나?

빈 수직선을 제시하고 학생이 직접 수직선을 나누어보고, 분수의 곱셈을 나타냄.

나. 학생별 지도방안

각 지도법별로 3차시씩 학생들에게 지도하였다. 학생들이 모든 지도법에 대해 교정 지도를 받는 것이 아니라 각자가 보이는 오류 유형에 따라 지도받은 내용이 달랐다. 최종 연구 대상 5명(A~E)의 오류 유형 및 지도방안을 정리하면 <표 8>과 같다.

<표 8> 학생별 지도방안

학생명	오류 유형	지도방안
A	a1-1, a1-4	지도법2
	c	지도법3
	d2	지도법4
B	a1-1, a1-3	지도법2
	a3, d2	지도법4
C	a1-4	지도법2
	f4	지도법1
D	a1-1	지도법2
	a3, a4, d1	지도법4
E	a1-1, a1-3, a1-4	지도법2
	a2, a4	지도법4
	b	지도법3

다. 지도 결과 및 효과 분석

지도결과는 사후평가를 실시하여 오류가 교정되었는지를 알아보았다. 사후평가 결과가 80% 이상의 성취도를 보이면 오류가 교정된 것으로 보고, 그 이하는 다시 지도 단계로 돌아가 재지도 과정을 거치기로 하였다. 지도 직후, 1차 사후평가를 하였고, 1차 사후평가를 치른 지 2주 후 2차 사후평가를 하였다. 학원, 개인 교습, 연습 등 다른 변인들을 통제하고 실시한 2회의 사후평가를 통해 오류가 교정되었는지, 교정된 오류가 지속적으로 나타나지 않는지를 확인할 수 있었다. 사후평가지는 진단지와 비슷한 유형과 수준으로 구성하였다. 동질성 여부의 판별을 위해 본 연구의 최종 연구 대상 5명을 제외한 학생 20명에게 사후평가지와 진단지를 투입하여 그 평균을 비교한 결과 약 1.4점 정도의 차이를 보여 동질성에 큰 문제가 없다고 판단하였다.

학생들에게 교정 지도를 한 직후 1차 및 2차 사후평가를 실시한 결과는 <표 9>와 같다.

<표 9> 1차 및 2차 사후평가 결과

학생명	진단평가 점수 (100점 만점)			1차 사후평가점수 (100점 만점)			2차 사후평가점수 (100점 만점)		
	곱셈	나눗셈	평균	곱셈	나눗셈	평균	곱셈	나눗셈	평균
A	55	50	52.5	95	100	97.5	95	95	95
B	55	45	50	95	90	92.5	95	90	92.5
C	50	30	40	85	85	85	80	75	77.5
D	30	55	42.5	90	100	95	95	100	97.5
E	50	20	37.5	95	85	90	90	85	87.5

1) 1차 분석 결과

- ① 지도한 5명의 학생 모두 평가 결과 성취기준인 80점을 넘어 오류들이 교정된 것으로 보인다.
- ② 학생들은 1차 사후평가 후 자신이 틀린 문제를 다시 살펴보는 과정을 거쳤다. 교사의 큰 도움 없이 스스로 바르게 고칠 수 있었다.

2) 2차 분석 결과

- ① 지도학생 5명 중 4명은 1차 사후평가의 결과와 크게 다르지 않고 성취기준인 80점을 넘어 오류들이 지속적으로 교정된 것으로 보인다.
- ② 학생C는 2차 사후평가의 분수의 나눗셈에서 성취기준 이하인 75점을 받았고 분수의 곱셈에서는 80점을 받았다. 체계성을 보이지 않는 단순 계산 실수를 많이 보였고, 가분수 변환 오류(f4)가 3회 나타났다. 학생C에 대해 재 지도를 실시하기로 결정하고, 분수 표를 활용해서 자연수를 분수로 만들어보는 활동을 스스로 해보도록 하였다. 학생C는 자신의 평가결과를 살펴보며 지난 교정 지도를 받을 때의 분수표 사용에 대해 잠시 떠올리며 자연수를 분수로 만들어보는 활동을 거쳐, 교사의 도움 없이 오류를 스스로 바르게 교정할 수 있었다. 또한 곱셈구구 실수에 대해 차분히 문제를 해결하고, 해결한 뒤에는 검산하는 습관을 들이도록 지속적으로 지도하였다.

3) 학생별 결과 분석

가) 학생A

학생A는 밝고 쾌활한 성격으로 학습에 적극적으로 참여하며 이해도도 빠른 편이나, 학업 성취도가 낮은 이유는 산만한 성격에 있는 것 같다. 산만한 성격 탓에 진단평가에서도 중도 포기한 문제들이 몇몇 있어 다시 풀어보게 하니 이 문제들을 c의 오류 방법으로 해결하려고 했던 것으로 나타났다. 평소 수업시간에도 집중력이 낮고, 짝과 이야기를 많이 하는 편이다. 그러나 면대면 지도를 할 때에는 긴장감을 늦추지 않고 학습에 집중하여 다른 학생들에 비해 이해도가 빠르고, 1차 사후평가에서도 성취기준을 충분히 달성하였다. 2주 후에 치른 2차 사후평가에서도 여전히 높은 성취도를 나타내 오류가 제거된 것으로 나타났다. 수학은 항상 어렵다고 생각하는 학생이었지만, 알고리즘 암기가 아닌 단위비율 상황 등 다양한 상황을 통해 나눗셈을 개념적으로 이해하는 지도과정을 거치면서 수학에 대한 흥미를 보였다. 이제는 분수의 나눗셈의 원리를 확실히 알게 되어 자신감을 드러냈고, 단위비율 결정 상황을 사용하여 다른 친구들에게 설명까지 해주며 무척 흥미로워 하였다.

나) 학생B

학생B는 평소 조용하고 차분한 성격이고, 학습에 다소 소극적이어서 궁금하거나 모르는 것이 있어도 친구나 교사에게 질문하지 못하고 모르는 채로 넘어가는 경우가 많았다. 진단평가 후 면담 과정에서 자신의 분수의 나눗셈 문제 해결 과정에 대한 설명을 하지 못한 것으로 보아 분수의 나눗셈 원리를 알지 못하고 알고리즘 암기의 결과로 피제수의 역수를 제수에 곱하는 오류를 보인 것으로 판단되었다. 또한 피제수에 제수를 그대로 곱하는 경우($a1-1$)와 피제수의 역수를 제수에 곱하는 경우($a1-3$) 두 가지 오류를 동시에 보이고, 또 어떤 문항은 피제수에 제수의 역수를 바르게 곱하기도 하는 것으로 보아 분수의 나눗셈 알고리즘을 제대로 알지 못하고 혼동을 일으키는 것으로 보였다. 특히, 분수의 곱셈에서 분모를 공통분모로 통일하여 곱하기도 하였는데 이에 대한 면담을 실시하니, 분수의 나눗셈에서 ‘분모가 같을 때, 분자끼리의 나눗셈으로 계산한다.’는 알고리즘에 대한 혼동으로 드러났다. 평소 수학을 무척 싫어하는 학생이었고, 학습에 다소 소극적이어서 더욱 관심을 기울여 지도한 학생이다. 우려했던 것과 달리 담임교사에 대한 신뢰도가 높아 적극적으로 학습에 참여하였다. 교정지도 후 분수의 곱셈, 나눗셈이 생각보다 덜 복잡하게 느껴지며 예전보다 잘 풀 수 있다며 자신감을 보였다. 1차 사후평가에서는 평균 92.5점, 2차

사후평가에서는 평균 92.5점의 높은 성취도를 지속적으로 나타낸 것으로 보아, 오류가 제거된 것으로 보인다.

다) 학생C

학생C는 수업시간 중 발표도 잘 하지 못할 정도로 매우 내성적인 성격이다. 또한 수학 이외에 영어, 과학 교과에서도 부진을 보였다. 진단평가 결과에서 학생C는 a4(알고리즘 오류 : 분수의 곱셈에서 역수를 취하는 경우) 또한 보였으나, 면담 결과 학생C가 나눗셈 기호를 곱셈 기호로 착각하여 문제를 풀었던 것으로 드러나, 나눗셈으로 바르게 고치며 스스로 오류를 깨닫고 교정하였다. 면담과정에서 이 학생은 ‘역수’라는 말은 친구들에게서 또는 학원에서 많이 들어봤지만 정확한 의미를 물으니 대답하지 못하였다. 또한 학생C는 본 연구에서의 오류 유형으로 선정하지는 않았지만 진단평가 결과 단순 계산 오류로 곱셈구구 오류를 보이기도 하였는데, 곱셈구구 7단, 8단, 9단에서 잦은 실수를 보였다. 따라서 쉬는 시간 틈틈이 곱셈구구를 연습할 수 있도록 하였다. 이에 1차 사후평가에서는 평균 85점을 받아 성취기준에 도달하였지만, 2차 사후평가에서는 평균 77.5점으로 성취기준에 도달하지 못하였다. 2차 사후평가지를 분석해보면 결과 체계성을 보이지 않는 단순 계산 실수(곱셈구구 오류)를 많이 보였고, 가분수 변환 오류(f4)가 3회 나타났다. 학생C에 대해 재 지도를 실시하기로 결정하고, 분수 표를 활용해서 자연수를 분수로 만들어보는 활동을 스스로 해보도록 하였다. 학생C는 자신의 평가결과를 천천히 살펴보며 지난 교정 지도를 받을 때의 분수표 사용에 대해 잠시 떠올리며 어떻게 했었는지를 생각해보더니 자연수를 분수로 만들어보는 활동을 거쳐, 교사의 도움 없이 오류를 스스로 바르게 고칠 수 있었다. 자신이 이렇게 실수할지 몰랐다면 좀 더 주의를 기울이겠다는 다짐을 하였다. 교사는 곱셈구구 실수에 대해 차분히 문제를 해결하도록 조언하고, 학생C가 문제를 해결한 뒤에는 검산하는 습관을 들이도록 지속적으로 지도하였다.

라) 학생D

진단평가 결과 분석 시 이 문제들 중 대부분이 학생의 성의 없는 풀이과정의 결과로 추정하였으며, 면담 결과 사실로 확인되었다. 단위분수끼리의 곱셈에서는 답만으로 학생의 사고과정을 정확히 알 수 없어 면담을 한 결과, 이것들이 d1이라는 것을 알게 되었다. 세 분수의 곱셈에서는 세 분수 중 마지막 분수만을 역수로 바꾸는 a4오류를 보였다. 대부분의 분수의 나눗셈 문제들은 제수의 역수를 바르게 곱하였으나 몇몇 문제들에서 제수를 그대로 곱한 오류를 범한 것으로 보아, 분수의 나눗셈 알고리즘을 알고 있기는 하나 이해가 아닌 암기를 통해 학습한 결과 자주 혼동하는 경우가 있는 것으로 보였다. 학생D는 평소 성격이 급하고 주변 정리가 안 될 만큼 산만하여 성의 없이 문제를 푸는 경우가 많고, 단순 계산 실수도 자주 드러내었다. a3, a4, d1의 교정을 위해 지도법4를 적용하였고, a1-1의 교정을 위해 지도법2를 적용하였다. 그러한 결과 처음에는 수직선을 사용해서 분수의 곱셈을 이해하는 것을 어려워하였으나 점차 이해하기 시작하며 수학에 재미를 느끼며 1차 사후평가에서는 분수의 곱셈과 나눗셈에서 어떠한 오류도 보이지 않았다. 2차 사후평가에서는 1문항에만 d1이 드러났으나 문제 해결 과정을 다시 점검해보게 하니 자신의 오류를 스스로 교정하였다. 분수의 나눗셈에서 역수를 곱하는 것과 분수의 곱셈을 구분하지 못했는데 구분할 수 있게 되었다며 매우 기뻐하고 자신감을 드러냈다.

마) 학생E

학생E는 진단평가의 결과로는 a1-1, a1-3, a1-4, a2, a4의 오류가 나타나는 것으로 분석되었으나, 학생E가 보이는 오류 중 풀이과정이 없어 학생E의 생각을 명확히 알 수 없었던 문항에 대하여 면담을 실시한 결과 이것이 분수의 나눗셈에서 두 분수의 순서를 바꾸어 계산한 경우(b : 형식적 지식에 의한 오류)라는 것을 알게 되었다. 역수 오류에서는 a1-1, a1-3, a1-4유형을 모두 보이는 것으로 보아 분수 나눗셈의 원리에 대한 이해가 많이 부족한 것으로 보였다.

따라서 지도법3을 적용하여 분수 나눗셈의 몫이 항상 피제수보다 작아지는 것이 아니라는 것을 깨달을 수 있도록 하였다. 이로써 학생E는 자신이 지금까지 가져왔던 오 개념을 깨닫고, 포함제 상황에서 분수의 나눗셈의 몫이 피제수보다 커질 수 있다는 것을 먼저 이해하고 다양한 상황에서의 분수의 나눗셈을 경험할 수 있도록 하였다. 이로써 분수의 나눗셈 의미와 계산 원리에 대한 개념적 이해가 이루어졌다. 또한 분수의 곱셈 알고리즘(분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱한다)만을 암기한 결과 a2, a4와 같은 오류 유형을 보이는 것으로 판단되어 수직선을 사용하여 분수 곱셈의 의미와 계산 원리를 지도하였다. 학생E는 수직선을 사용하여 분수의 연산을 하는 과정을 무척 재미있어 하였으며 지도과정에서 가장 열심히 참여하고 즐겁게 학습하였다. 처음에는 분수의 연산에 자신감이 없었으나 지금은 자신감이 생겼다고 하였다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 분수의 곱셈과 나눗셈 계산 과정에서 학생들이 보이는 오류 유형을 분석하고 진단하여, 오류를 효과적으로 교정하기 위한 오류 유형별 지도방안을 구안·적용하여 그 효용성을 검증하는 데 있다. 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 예비검사 결과를 바탕으로 본 연구에서 재조직한 분수 곱셈과 나눗셈의 오류 유형은 알고리즘 오류, 형식적 지식에 의한 오류, 직관에 의한 오류, 약분 오류, 대분수 변환 오류, 가분수 변환 오류의 6가지로 나타났다. 학생A는 역수 오류, 직관에 의한 오류, 약분 오류를 보였고, 학생B는 역수 오류, 알고리즘 오류, 약분 오류를 보였고, 학생C는 역수 오류, 가분수 변환 오류, 학생D는 역수 오류, 알고리즘 오류, 약분 오류, 그리고 학생E는 역수 오류, 알고리즘 오류, 형식적 지식에 의한 오류를 보였고, 특히 학생들이 보인 오류들 중 알고리즘 오류에 속하는 역수 오류가 가장 많이 나타났고, 이로써 학생들이 분수의 나눗셈 알고리즘을 가장 어려워하는 것으로 드러났다. 따라서 교사는 분수의 나눗셈 의미 지도와 더불어 학생들이 분수의 나눗셈 알고리즘을 이해할 수 있도록 주의 깊게 지도할 필요가 있다.

둘째, 분수 곱셈과 나눗셈의 오류를 줄일 수 있는 오류 유형별 지도방안으로는 분수 표를 사용하여 분수의 개념 이해하기, 단위비율 결정 상황으로 분수의 나눗셈 알고리즘 도입하기, 다양한 상황에서 분수의 나눗셈 이해하기, 수직선으로 분수의 곱셈을 다양하게 표현하기의 4가지 방안을 구안하였다.

셋째, 4가지 지도방안을 각 오류 유형을 보이는 학생들에게 적용한 결과 학생들의 오류가 교정되었다. 학생들에게 각 오류 유형에 해당하는 지도방안으로 오류 교정 지도를 실시한 후, 그 효용성을 검증하기 위해 2회의 사후평가를 실시하였다. 2차 사후평가에서도

대부분의 학생들이 성취기준인 80점 이상의 점수를 받아 오류가 교정되었다는 것을 알 수 있었다. 뿐만 아니라 정의적 측면에서도 학생들이 수학에 자신감을 가지고 흥미를 느끼는 등 긍정적인 변화를 나타내어, 지도방안을 활용한 활동들이 오류의 교정 측면뿐만 아니라 학생들의 수학에 대한 정의적 측면에도 효과적이었다.

본 연구를 바탕으로 신뢰성 있는 후속 연구를 위하여 다음과 같이 제언을 하고자 한다.

첫째, 분수의 곱셈과 나눗셈 이외의 다른 영역에 있어서도 오류를 분석 및 진단하고, 교정할 수 있는 지도방안에 대한 연구가 필요하다. 분수 및 소수의 사칙계산과 같은 학생들이 어려워하고 오류를 많이 보이는 다른 영역에서의 오류 유형 분석 및 오류의 유형별 지도방안 연구가 이루어진다면, 학습 부진의 근본적인 해결책이 될 것이다.

둘째, 오류를 진단하는 데에 있어 진단지와 더불어 오류를 좀 더 정확하게 분석할 수 있는 면담 기법에 대한 연구가 필요하다. 학생들의 오류를 진단하기 위하여 학생들에게 나타날 수 있는 오류가 골고루 나오도록 문항을 출제하여 진단지를 개발한 결과 예상한 오류 유형이 대부분의 문항에서 나타났다. 그러나 몇몇 학생들의 사고과정을 정확하게 인지하기가 어려워 정확한 오류의 진단을 위해 추가적으로 교사와 학생 간의 개별 면담을 실시하였다. 면담 시 오류를 좀 더 정확하게 분석하고 진단할 수 있는 면담 기법이 개발된다면, 더욱 간편하고 정확한 오류 유형 분석이 가능할 것이다.

참 고 문 헌

- 강홍규 (2014). 초등수학에서 분수 나눗셈의 포함제와 등분제의 정의에 관한 교육적 고찰. **한국초등수학교육학회지**, 18(2), 319-339.
- 교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부고시 제 2011-361호[별책 8].교육과학기술부.
- 김대진 (2008). **분수 나눗셈 의미 이해를 위한 다양한 맥락 적용 및 효과 분석**. 춘천교육대학교 석사학위 논문.
- 김옥경 (1997). **초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해 및 분수 수업 방안에 관한 연구**. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 김진식 (1995). **초등학교 아동의 분수 계산에서 오류유형 분석**. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 노은환, 정상태, 김민정 (2015). 초등 수학에서 자연수와 분수의 사칙연산에 대한 개념 익히기 및 연산 사이의 연결 분석. **한국초등수학교육학회지**, 19(4), 563-588.
- 민인영 (2003). **분수의 나눗셈에서 나타나는 오류 분석**. 부산교육대학교 석사학위 논문.
- 방정숙, 이지영 (2009a). 분수의 곱셈과 나눗셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. **학교수학**, 11(4), 723-743.
- 방정숙, 이지영 (2009b). 사례 연구를 통한 분수 나눗셈의 연산 감각 분석. **학교수학**, 11(1), 71-91.
- 이경아 (1997). **유리수 계산에서 나타나는 오류의 현상적 분석 -초등학교 6학년을 중심으로-**. 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 조병윤 (1992). **분수 계산 오류의 효과적인 교정지도 방안**. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- Enright, B. Gable, R. Hendrikson, J.(1988). How do student get answers like these? Nine steps in diagnosing computation errors. *Diagnostique*, 13, 55-63.
- Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Schannon, A., Langer-Osuna, J. M., Chinn, R., & Gearhart, M. (2007). Learning about fractions as points on a number line. In W. G. Martin, M. E. Strutchens, & P. C. Elliott (Eds.), *The learning of mathematics* (pp.221-238). Reston, VA: NCTM.
- Siebert, I.(2002). Connecting informal thinking and algorithms: The case of division of fraction. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 247-256). Reston, VA: NCTM.

<Abstract>

A Study of Diagnosis and Prescription of
Errors of Fractional Multiplication and Division

An, So Hyun⁴⁾; & Choi, Chang Woo⁵⁾

The purpose of this study is to analyze and diagnose the type of errors indicated by the students in the process of calculation of the fractional multiplication and division, and to propose teaching methods, to effectively correct errors. The results obtained through this study are as follows. First, based on the results of the preliminary examination, 6 types of errors of the fractional multiplication and division has been organized. In particular, the most frequent types of errors are algorithm errors. Therefore, a teacher should explain the meaning and concept of fractional multiplication and division. Second, 4 prescription methods are proposed for understanding fractional multiplication and division. Third, according to the results of this study, it was effective to diagnose underachievers' error types and give corrective lesson according to the cause of the error types. Throughout the study, it's concluded that it is necessary to analyze and diagnose the error types of fractional multiplication and division, and then a teacher can correct error types by 4 proposed prescription methods. Also, 5 students showed interest while learning, and participated actively.

Key words: fractional multiplication and division, error types.

논문접수: 2016. 06. 24

논문심사: 2016. 08. 10

게재확정: 2016. 08. 22

4) ansh21c@naver.com

5) cwchoi@dnue.ac.kr