한국초등수학교육학회지 20(3) 393-406. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 20(3) 393-406.
2016. 08. 31 August 31. 2016.

초등교사의 전문성 신장을 위한 교재 연구: 삼각기둥과 사각기둥의 전개도의 수

박교식[1)]

수학 6-1 지도서에 따르면, 6학년 수학에서 삼각기둥과 사각기둥의 전개도 그리기는 창의라는 측면에서 권장된다. 이런 점에서 교사는 수업에 앞서 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도를 확인해 둘 필요가 있다. 그러나 그 전개도 전부를 제시해 주고 있는 선행 연구는 찾기 어렵다. 이런 이유에서, 본 논문에서는 교사의 전문성 신장을 위한 교재 연구의 일환으로, 밑면(삼각형)의 세 변의 길이가 서로 다른 삼각기둥의 가능한 전개도와 밑면(사각형)의 네 변의 길이가 서로 다른 사각기둥의 가능한 전개도를 찾을 수 있는 방법과 그 각각의 전개도의 수에 관해 논의하고 있다. 이러한 논의는 수업에서 삼각기둥과 사각기둥의 서로 다른 전개도의 수를 묻는 질문에 답할 수 있기 위해, 교재 연구의 차원에서 필요하다. 본 논문에서 제시하는 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 학생들이 그린 전개도의 올바름을 판단하거나, 학생들이 전개도를 창의적으로 그리도록 안내하는데 활용할 수 있다.

주제어: 사각기둥, 삼각기둥, 전개도, 정육면체, 직육면체

Ⅰ. 서 론

2009 개정 초등학교 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011)에 따른 수학 6-1 교과서(교육부, 2016c) 24~26쪽에서는 “각기둥의 전개도를 그릴 수 있어요.”라는 목표 아래, 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 그려 보게 하고 있다. 그러나 오각기둥 이상의 전개도를 그려보는 것은 거의 취급하고 있지 않다. 수학 6-1 익힘책(교육부, 2016a) 19~20쪽에서도 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 그려 보게 하고 있지만, 오각기둥 이상의 전개도를 그려보는 것은 취급하고 있지 않다. 그런 만큼 수학 6-1 교과서(교육부, 2016c)와 수학 6-1 익힘책(교육부, 2016a)에서는 삼각기둥과 사각기둥에 한정하여 그 전개도를 그리는 것을 목표로 하고 있다고 할 수 있다.

수학 6-1 교과서(교육부, 2016c)와 수학 6-1 익힘책(교육부, 2016a)에서는 밑면(삼각형)의 세 변의 길이가 모두 다른 삼각기둥의 전개도와 밑면(사각형)이 사다리꼴인 사각기둥의 전개도를 그릴 것을 요구하고 있다. 특히 수학 6-1 익힘책(교육부, 2016a)에서는 밑면(사다리꼴)의 네 변의 길이가 모두 다른 사각기둥의 전개도를 그릴 것을 요구하고 있다. 수학 6-1

1) 경인교육대학교

지도서(교육부, 2016b) 129쪽에 따르면, 학생들이 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 다양하게 그려보는 것은 '창의'라는 측면에서 권장된다. 그런 만큼 수업에서, 교사는 학생들이 창의적으로 그린 전개도가 올바른 것인지 판단해야 한다. 그런데 교사가 학생들이 그리는 전개도 전부를 예측하기는 어렵고, 또 학생들이 창의적으로 전개도를 그리도록 하기 위해서는, 교사가 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도를 미리 확인해 둘 필요가 있다.

본 논문에서는 이와 관련하여 먼저 삼각기둥과 사각기둥의 전개도 전부를 제시하고 있는 문헌이 있는지 찾아보았다. 그러나 수학 6-1 지도서(교육부, 2016b)를 포함해서 본 논문에서 참고한 문헌(坪田耕三, 1993; 數學敎育學硏究會, 1994; 片桐重男, 1995, 2001, 2012; Van de Walle, 2004; Reys, Lindquist, et al., 2008; 이용률, 2010; 日本數學敎育學會, 2011; 김수환 외, 2011; 박민용, 2011; 斎藤昇, 小原豊, 2013; 정영우, 김부윤, 2014; 박지희, 송상헌, 2015; 홍갑주, 이호석, 2015)에서는 삼각기둥과 사각기둥의 전개도 전부를 제시하고 있지는 않았다. 이런 점에서, 이들이 각각 전개도와 관련한 문헌이기는 하지만, 본 논문의 직접적인 선행 연구로 보기는 어렵다. 이런 이유에서 본 논문에서는 교사들의 전문성 신장에 기여하기 위해, 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도를 누락과 중복 없이 찾을 수 있는 방법과 그렇게 해서 얻을 수 있는 그 각각의 전개도의 수에 관해 논의하고 있다.

6-1 수학 교과서(교육부, 2016c)에서 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 취급하는 한, 교사는 그 가능한 전개도를 미리 확인해 둘 필요가 있다. 수학 6-1 지도서(교육부, 2016b)가 이를 위해 도움이 되어야 하지만, 실제로는 그렇지 못하다. 수업에서 교사가 학생들이 만든 것이 올바른 전개도인지 아닌지 하나하나 판단해 주는 것은 사실상 그리 어려운 일이 아니다. 그러나 교사가 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도를 누락과 중복 없이 실제로 모두 그려보기 전에는, "삼각기둥과 사각기둥의 서로 다른 전개도는 각각 몇 개나 있을까?"라는 질문에 답하기는 쉽지 않다. 본 논문에서는 학생들이 이러한 질문을 할 수 있다는 가정 아래, 그리고 교사가 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도 전부를 미리 확인해 둘 필요가 있다는 점, 그리고 수학 6-1 지도서(교육부, 2016b)에서 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도 전부를 제시해 주고 있지는 않다는 점에서, 교사의 전문성 신장을 위한 교재연구의 일환으로 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도를 모두 찾아본다. 다만 본 논문에서 삼각기둥과 사각기둥은 초등학교 수학과에서 취급하는 직각기둥으로 한정한다.

먼저 'Ⅱ. 삼각기둥의 전개도의 수'에서는 밑면(삼각형)의 세 변의 길이가 모두 다른 삼각기둥의 전개도를 찾는다. 다음으로 'Ⅲ. 사각기둥의 전개도의 수'에서는 밑면(사각형)의 네 변의 길이가 모두 다른 사각기둥의 전개도를 찾는다. 또, 'Ⅳ. 직육면체의 전개도의 수'에서는 직육면체 즉, 밑면이 직사각형인 사각기둥의 전개도를 모두 찾는다. 그리고 'Ⅴ. 결론'에서는 결론적으로 본 논문에서 보이고 있는 이러한 교재 연구의 유용성에 관해 논의한다.

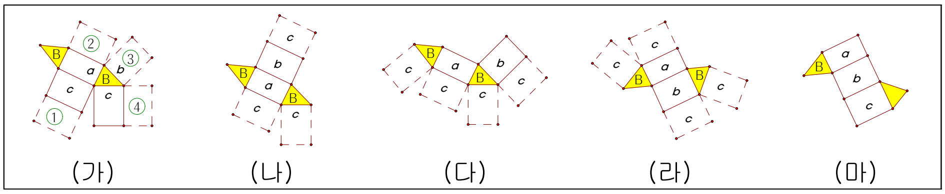
Ⅱ. 삼각기둥의 전개도의 수

1. 밑변의 세 변의 길이가 모두 다른 삼각기둥의 전개도의 수

초등학교 수학과에서 취급하는 일반적인 삼각기둥을 상정하기 위하여, 밑면(삼각형)의 세 변의 길이를 각각 a, b, c라고 하고, 이때 $a<b<c$라고 하자. 또, 가로의 길이가 모두 같고 세로의 길이가 a, b, c인 옆면(직사각형)을 각각 옆면 a, b, c라고 나타내기로 하자. 두

밑면(B) 사이에 옆면(□)이 놓이는 위치에 따라 전개도를 다음 3가지로 분류할 수 있다. 본 논문에서는 이 3가지 유형을 각각 T1형 전개도, T2형 전개도, T3형 전개도라고 부르기로 한다. 삼각기둥의 전개도는 이 3가지 유형 중 어느 하나에 배타적으로 속하게 된다.

$$\text{T1형 B}\square\text{B},\ \text{T2형}\ \begin{array}{ll}\text{B}\,\square & \\ & \square\,\text{B}\end{array},\ \text{T3형}\ \begin{array}{ll}\text{B}\,\square & \\ & \square \\ & \square\,\text{B}\end{array}$$



[그림 1] 삼각기둥의 가능한 전개도

첫째로, T1형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 1개 놓여있는 경우는 다음 3가지이다.

㉮ BaB, ㉯ BbB, ㉰ BcB

먼저 ㉮ 형태의 전개도가 모두 몇 개인지 구해보자. [그림 1]의 (가)에서 볼 수 있듯이, 옆면 b가 올 수 있는 위치는 ①~④의 4가지이다. 이제 이 각각의 경우에서 옆면 c의 가능한 위치를 모두 찾으면 된다. ①과 ④의 경우에는 옆면 c의 위치가 고정되므로, 가능한 전개도는 각각 1개씩이다. ②의 경우에는 옆면 c가 올 수 있는 위치는 [그림 1]의 (나)에서 볼 수 있듯이 3가지이다. 즉, ②의 경우에 모두 3개의 전개도가 가능하다. ③의 경우에는 옆면 c가 올 수 있는 위치는 [그림 1]의 (다)에서 볼 수 있듯이 4가지이다. 즉, ③의 경우에 모두 4개의 전개도가 가능하다. 따라서 ㉮ 형태의 전개도는 [그림 2]에서 볼 수 있듯이 모두 9개이다. 같은 방법으로 ㉯, ㉰ 형태의 전개도 역시 각각 9개이므로, T1형 전개도는 모두 9×3=27(개)이다.

둘째로 T2형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 2개 놓여있는 경우는 다음 3가지이다.

$$㉮\ \begin{array}{ll}\text{B}\,a & \\ & b\,\text{B}\end{array},\ ㉯\ \begin{array}{ll}\text{B}\,b & \\ & c\,\text{B}\end{array},\ ㉰\ \begin{array}{ll}\text{B}\,c & \\ & a\,\text{B}\end{array}$$

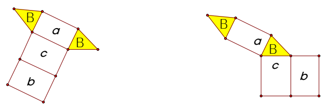
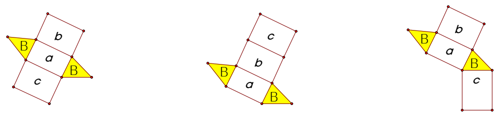
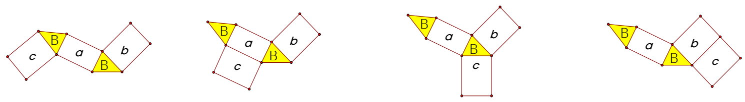
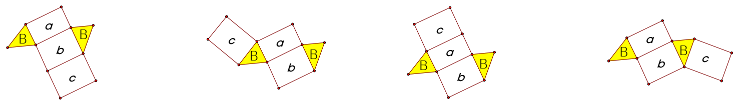
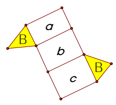
먼저 ㉮ 형태의 전개도가 모두 몇 개인지 구해보자. [그림 1]의 (라)에서 볼 수 있듯이, 옆면 c가 올 수 있는 위치는 4가지이다. 따라서 ㉮ 형태의 전개도는 [그림 2]에서 볼 수 있듯이 모두 4개이다. 같은 방법으로 ㉯, ㉰ 형태의 전개도 역시 각각 4개이므로, T2형 전개도는 모두 4×3=12(개)이다.

셋째로 T3형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 3개 놓여있는 경우는 다음 3가지이다.

$$㉮\ \begin{array}{ll}\text{B}\,a & \\ & b \\ & c\,\text{B}\end{array},\ ㉯\ \begin{array}{ll}\text{B}\,b & \\ & c \\ & a\,\text{B}\end{array},\ ㉰\ \begin{array}{ll}\text{B}\,c & \\ & a \\ & b\,\text{B}\end{array}$$

먼저 ㉮ 형태의 전개도는 1개이다. 같은 방법으로 ㉯, ㉰ 형태의 전개도 역시 각각 1개이므로, T3형 전개도는 모두 1×3=3(개)이다.

지금까지의 논의에서 T1형 전개도는 27개, T2형 전개도는 12개, T3형 전개도는 3개이므로, 밑면(삼각형)의 세 변의 길이가 모두 다른 삼각기둥의 전개도는 모두 42개이다. [그림 2]는 T1형 전개도, T2형 전개도, T3형 전개도 중에서 ㉮ 형태의 전개도를 모두 나타낸 것이다.

T1형 ①, ④	
T1형 ②	
T1형 ③	
T2형	
T3형	

[그림 2] 삼각기둥의 ㉮ 형태의 전개도

2. 밑변의 두 변의 길이가 같은 삼각기둥의 전개도의 수

삼각기둥의 밑면이 이등변삼각형인 경우를 생각할 수 있다. 이러한 삼각기둥의 전개도의 수를 구하기 위해 세 변의 길이가 a, a, c인 옆면을 편의상 각각 옆면 a, a, c라고 나타내기로 하자. 이것은 위의 논의에서 $b=a$인 경우이다. 이제 마찬가지 방법으로 전개도의 수를 구할 수 있다. T1형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 1개 놓여있는 경우는 다음 2가지이다.

㉮ BaB, ㉯ BcB

이때 중복되는 것을 제외하면, ㉮ 형태의 전개도는 9개이고, ㉯ 형태의 전개도는 6개이므로, T1형 전개도는 모두 9+6=15(개)이다. T2형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 2개 놓여있는 경우는 다음 2가지이다.

㉮ $\begin{array}{ll} \mathrm{B} & a \\ & a\,\mathrm{B} \end{array}$, ㉯ $\begin{array}{ll} \mathrm{B} & a \\ & c\,\mathrm{B} \end{array}$

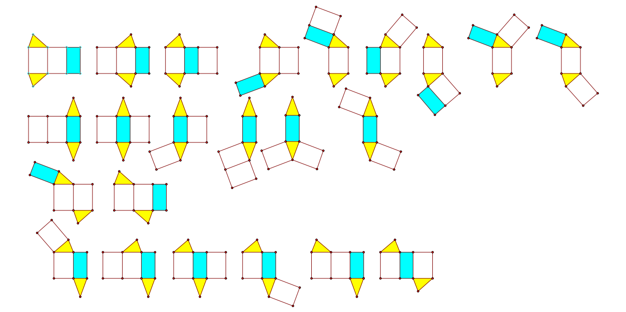
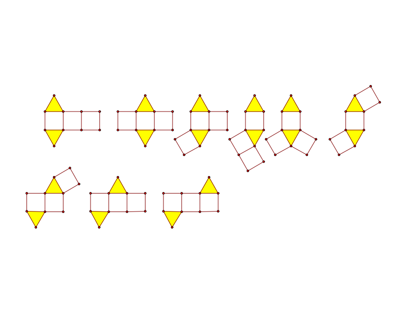
이때 중복되는 것을 제외하면, ㉮ 형태의 전개도는 2개이고, ㉯ 형태의 전개도는 4개이므로, T2형 전개도는 모두 2+4=6(개)이다. T3형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 3개 놓여있는 경우는 다음 2가지이다.

㉮ $\begin{array}{ll} \mathrm{B} & a \\ & a \\ & c\,\mathrm{B} \end{array}$, ㉯ $\begin{array}{ll} \mathrm{B} & a \\ & c \\ & a\,\mathrm{B} \end{array}$

이때 ㉮ 형태의 전개도와 ㉯ 형태의 전개도는 각각 1개이므로, T3형 전개도는 모두 1+1=2(개)이다. 따라서 삼각기둥의 밑면이 이등변삼각형인 경우의 전개도는 모두 15+6+2=23(개)이다. 그것을 [그림 3]의 왼쪽과 같이 나타낼 수 있다.

한편, 삼각기둥의 밑면이 정삼각형인 경우를 생각할 수 있다. 이것은 앞의 논의에서 $c=a$인 경우이다. 중복되는 것을 모두 제외하면 T1형 전개도 6개, T2형 전개도 2개, T3형 전

개도는 1개이다. 따라서 삼각기둥의 밑면이 정삼각형인 경우의 전개도는 모두 6+2+1=9(개)이다. 그것을 모두 나타내면 [그림 3]의 오른쪽과 같다.

밑면이 이등변삼각형인 경우	밑면이 정삼각형인 경우
	

[그림 3] 특별한 삼각기둥의 전개도

Ⅲ. 사각기둥의 전개도의 수

초등학교 수학과에서 취급하는 일반적인 사각기둥을 상정하기 위하여, 사각기둥의 밑면(사각형)의 네 변의 길이를 각각 a, b, c, d라고 하고, 이때 $a<b<c<d$라고 하자. 또, 가로의 길이가 모두 같고, 세로의 길이가 a, b, c, d인 옆면(직사각형)을 각각 옆면 a, b, c, d라고 나타내기로 하자. 두 밑면(B) 사이에 옆면(□)이 놓이는 위치에 따라 전개도를 다음 4가지로 분류할 수 있다. 본 논문에서는 이 4가지 유형을 각각 Q1형 전개도, Q2형 전개도, Q3형 전개도, Q4형 전개도라고 부르기로 한다. 사각기둥의 전개도는 이 4가지 유형 중 어느 하나에 배타적으로 속하게 된다.

$$\text{Q1형 B□B, Q2형 } \begin{array}{ll} \text{B} & \square \\ & \square\ \text{B} \end{array}, \text{ Q3형 } \begin{array}{ll} \text{B} & \square \\ & \square \\ & \square\ \text{B} \end{array}, \text{ Q4형 } \begin{array}{ll} \text{B} & \square \\ & \square \\ & \square \\ & \square\ \text{B} \end{array}$$

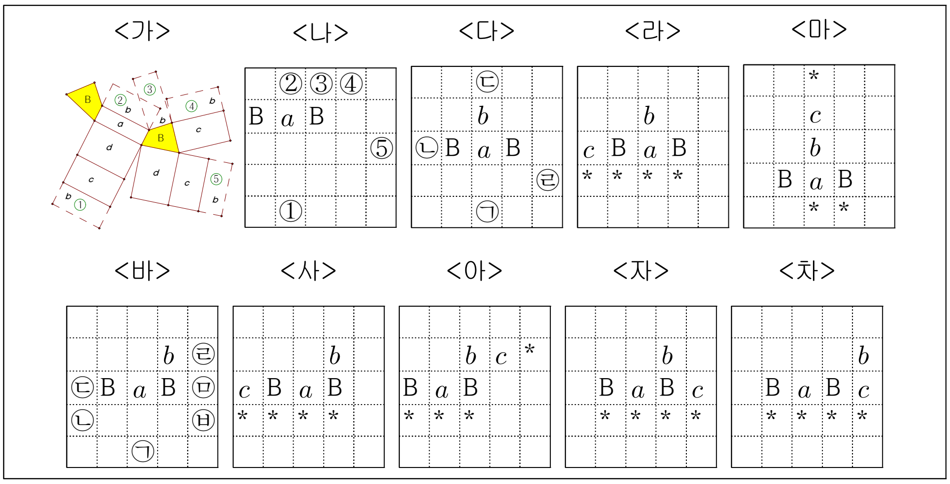
첫째로, Q1형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 1개 놓여있는 경우는 다음 4가지이다.

㉮ BaB, ㉯ BbB, ㉰ BcB, ㉱ BdB

먼저 ㉮ 형태의 전개도가 모두 몇 개인지 구해보자. [그림 4]의 <가>에서 볼 수 있듯이, 옆면 b가 올 수 있는 위치는 ①~⑤의 5가지이다. 이것을 <나>와 같이 나타낼 수 있다. 이제 이 각각의 경우에서 옆면 c, d의 가능한 위치를 모두 찾으면 된다.

①과 ⑤의 경우에는 옆면 c, d의 위치가 고정되므로, 가능한 전개도는 각각 1개씩이다. ②의 경우에는 옆면 c가 올 수 있는 위치는 <다>에서 ㉠~㉣의 4가지이다. ㉠, ㉣의 경우에는 옆면 d의 위치가 고정되므로, 가능한 전개도는 각각 1개뿐이다. ㉡의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <라>와 같이 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. ㉢의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <마>와 같이 3가지이다. 따라서 전개도 역시 3개가 가능하다. 따라서 ②의 경우에는 모두 9개의 전개도가 가능하다. ③의 경우에는 옆면 c가 올 수 있는 위치는 <바>에서 ㉠~㉥의 6가지이다. ㉠, ㉡, ㉥의 경우에는 옆면 d의

위치가 고정되므로, 가능한 전개도는 각각 1개뿐이다. ㉢의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <사>와 같이 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. ㉣의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <아>와 같이 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. ㉤의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <자>와 같이 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. 따라서 ③의 경우에는 모두 15개의 전개도가 가능하다. ④의 경우에는 옆면 c가 올 수 있는 위치는 <차>에서 1가지이다. 이때 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. 지금까지의 논의에서 ㉮ 형태의 전개도는 모두 30개이다. 이와 같은 방법으로 ㉯, ㉰, ㉱ 형태의 전개도 역시 각각 30개임을 알 수 있다. 따라서 Q1형 전개도는 모두 30×4=120(개)이다.

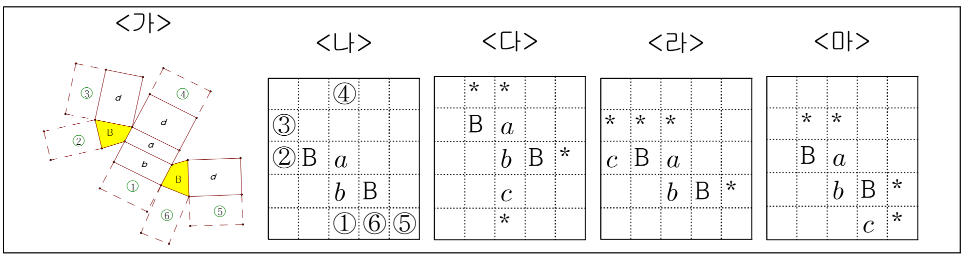


[그림 4] 사각기둥의 가능한 Q1형 전개도

둘째로, Q2형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 2개 놓여있는 경우는 다음 4가지이다.

$$㉮\ \begin{matrix}\mathrm{B}\,a & \\ & b\,\mathrm{B}\end{matrix},\quad ㉯\ \begin{matrix}\mathrm{B}\,b & \\ & c\,\mathrm{B}\end{matrix},\quad ㉰\ \begin{matrix}\mathrm{B}\,c & \\ & d\,\mathrm{B}\end{matrix},\quad ㉱\ \begin{matrix}\mathrm{B}\,d & \\ & a\,\mathrm{B}\end{matrix}$$

먼저 ㉮ 형태의 전개도가 모두 몇 개인지 구해보자. [그림 5]의 <가>에서 볼 수 있듯이, 옆면 c가 올 수 있는 위치는 ①~⑥의 6가지이다. 이것을 <나>와 같이 나타낼 수 있다. 이제 이 각각의 경우에서 옆면 d의 가능한 위치를 모두 찾으면 된다.



[그림 5] 사각기둥의 가능한 Q2형 전개도

[그림 5]의 <나>에서 옆면 c가 ③~⑤의 위치에 있는 경우에는 옆면 d의 위치가 고정되므로, 그 경우의 가능한 전개도는 각각 1개씩이다. ①의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <다>에서 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. ②의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <라>에서 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. ⑥의 경우에는 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 <마>에서 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. 지금까지의 논의에서 ㉮ 형태의 전개도는 모두 15개이다. 이와 같은 방법으로 ㉯, ㉰, ㉱ 형태의 전개도 역시 각각 15개임을 알 수 있다. 따라서 Q2형 전개도는 모두 15×4=60(개)이다.

셋째로, Q3형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 3개 놓여있는 경우는 다음 4가지이다.

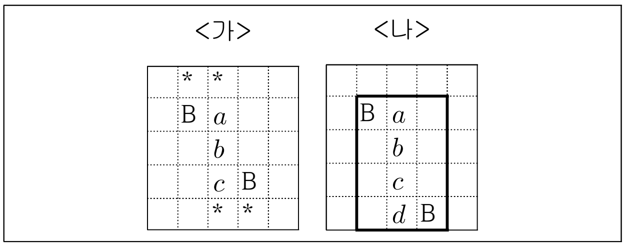
$$\text{㉮}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & a & \\ & b & \\ & c & \mathrm{B} \end{array},\ \text{㉯}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & b & \\ & c & \\ & d & \mathrm{B} \end{array},\ \text{㉰}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & c & \\ & d & \\ & a & \mathrm{B} \end{array},\ \text{㉱}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & d & \\ & a & \\ & b & \mathrm{B} \end{array}$$

먼저 ㉮ 형태의 전개도가 모두 몇 개인지 구해보자. 옆면 d의 위치로 가능한 것(*)은 [그림 6]의 <가>에서 4가지이다. 따라서 전개도 역시 4개가 가능하다. 이와 같은 방법으로 ㉯, ㉰, ㉱ 형태의 전개도 역시 각각 4개임을 알 수 있다. 따라서 Q3형 전개도는 모두 4×4=16(개)이다.

넷째로, Q4형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 4개 놓여있는 경우는 다음 4가지이다.

$$\text{㉮}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & a & \\ & b & \\ & c & \\ & d & \mathrm{B} \end{array},\ \text{㉯}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & b & \\ & c & \\ & d & \\ & a & \mathrm{B} \end{array},\ \text{㉰}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & c & \\ & d & \\ & a & \\ & b & \mathrm{B} \end{array},\ \text{㉱}\ \begin{array}{ccc} \mathrm{B} & d & \\ & a & \\ & b & \\ & c & \mathrm{B} \end{array}$$

먼저 ㉮ 형태의 전개도가 모두 몇 개인지 구해보자. 가능한 것은 [그림 6]의 <나>의 1가지뿐이다. 이와 같은 방법으로 ㉯, ㉰, ㉱ 형태의 전개도 역시 각각 1개임을 알 수 있다. 따라서 Q4형 전개도는 모두 1×4=4(개)이다.



[그림 6] 사각기둥의 가능한 Q3, Q4형 전개도

지금까지의 논의에서 Q1형 전개도는 120개, Q2형 전개도는 60개, Q3형 전개도는 16개, Q4형 전개도는 4개이다. 즉, 밑면(사각형)의 네 변의 길이가 모두 다른 사각기둥의 전개도는 모두 200개이다.[2]

[그림 7]은 Q1형 전개도, Q2형 전개도, Q3형 전개도, Q4형 전개도 중에서 ㉮ 형태의 전개도를 모두 나타낸 것이다.

2) 만약 밑면(사각형)의 어느 두 변의 길이가 같거나, 세 변의 길이가 같은 경우에는 전개도 중에 중복되는 것이 나타나게 된다. 특별히 두 쌍의 마주 보는 두 변의 길이가 같은 경우 즉, 밑면이 직사각형이면, 사각기둥은 직육면체가 된다. 그것은 ‘Ⅳ. 직육면체의 전개도의 수’에서 논의한다.

[그림 7] 사각기둥의 ㉮ 형태의 전개도

Ⅳ. 직육면체의 전개도의 수

1. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 모두 다른 직육면체의 전개도의 수

사각기둥의 밑면이 직사각형인 경우 즉, 직육면체인 경우를 생각할 수 있다. 이 직육면체에서 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 모두 다르다고 하자.[3] 이러한 직육면체의 전개도가 54개라는 것은 이미 坪田耕三(1993)에서 볼 수 있다. 坪田耕三(1993)에서는 54개의 전개도를 정육면체의 전개도 11개 유형에 따라 제시하고 있다. 그러나 본 논문에서는 앞에서 논의한 방식에 따라, 직육면체의 전개도를 Q1형 전개도, Q2형 전개도, Q3형 전개도, Q4형 전개도의 4가지로 분류한다. 이것은 앞의 논의에서 $c=a$, $d=b$인 경우에 해당한다.

첫째로 Q1형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 1개 놓여있는 경우는 다음 2가지이다.

㉮ BaB, ㉯ BbB

사각기둥에서 ㉮ 형태의 Q1형 전개도는 모두 30개이었다. 여기서 $c=a$, $d=b$라고 하면, 중복된 것을 제외하고 17개가 남는다. 즉, 직육면체에서 ㉮ 형태의 Q1형 전개도는 17개이다. 같은 방법으로 직육면체에서 ㉯ 형태의 Q1형 전개도 역시 17개이므로, 직육면체의 Q1형 전개도는 모두 17×2=34(개)이다.

둘째로, Q2형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 2개 놓여있는 경우는 다음 1가지이다.

B a
  b B

사각기둥에서 이 형태의 Q2형 전개도는 모두 15개이었다. 여기서 $c=a$, $d=b$라고 해도 중복된 것이 없으므로 직육면체에서 Q2형 전개도는 모두 15개이다.

셋째로, Q3형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 3개 놓여있는 경우는 다음 2가지이다.

㉮ B a / b / a B , ㉯ B b / a / b B

사각기둥에서 ㉮ 형태의 Q3형 전개도는 4개이었다. 여기서 $c=a$, $d=b$라고 하면, 중복된 것을 제외하고 2개가 남는다. 즉, 직육면체에서 ㉮ 형태의 Q3형 전개도는 2개이다. 같은 방법으로 직육면체에서 ㉯ 형태의 전개도 역시 2개이므로, 직육면체에서 Q3형 전개도는 모두 2×2=4(개)이다.

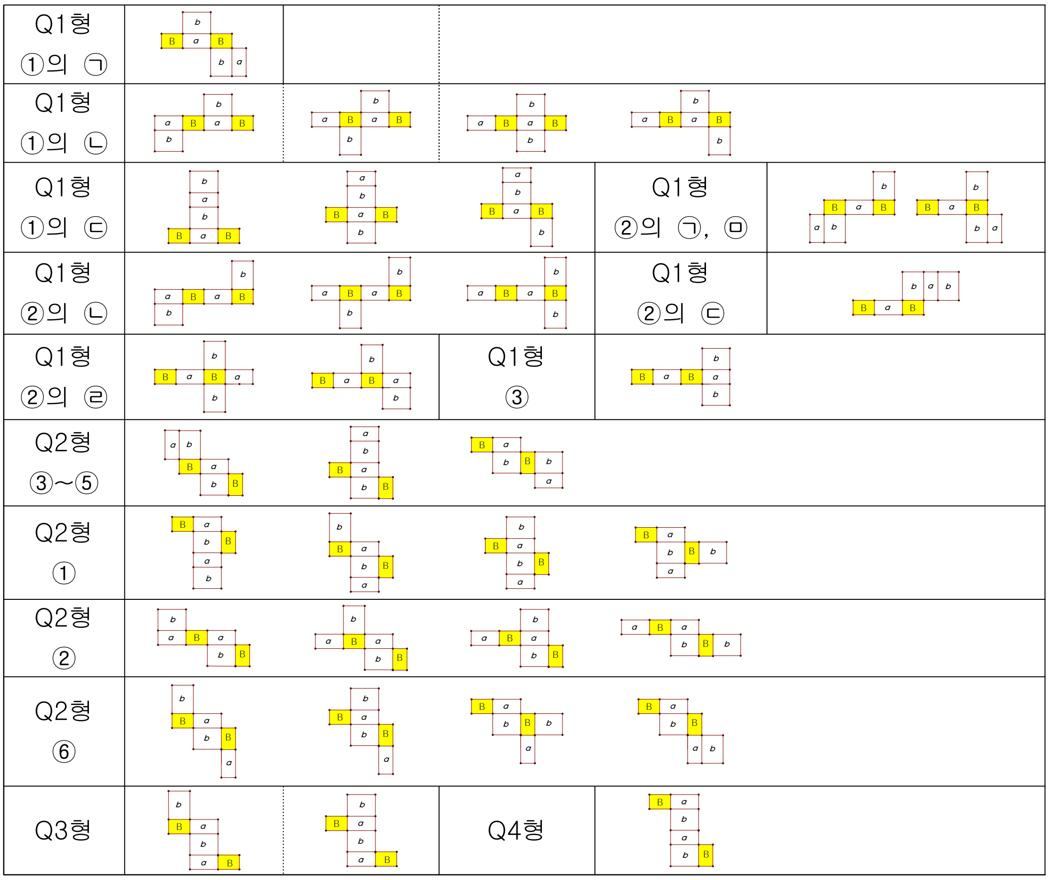
넷째로, Q4형에서 B와 B 사이에 옆면이 4개 놓여있는 경우는 다음 1가지이다.

B a
  b
  a
  b B

즉, 직육면체의 Q4형 전개도는 오직 1개뿐이다.

지금까지의 논의에서 직육면체의 Q1형 전개도는 34개, Q2형 전개도는 15개, Q3형 전개도는 4개, Q4형 전개도는1 개이다. [그림 8]은 Q1형 전개도, Q2형 전개도, Q3형 전개도, Q4형 전개도 중에서 ㉮ 형태의 전개도를 모두 나타낸 것이다.

3) 직육면체가 아니고, 밑면이 평행사변형(이웃하는 두 변의 길이가 같지 않은 경우)인 사각기둥에서도 같은 논의를 할 수 있다.



[그림 8] 직육면체의 ㉮ 형태의 전개도

2. 밑면의 네 변의 길이가 같은 직육면체의 전개도의 수

직육면체에서 네 옆면이 모두 합동인 직사각형인 경우를 생각할 수 있다. 즉, 직육면체에서 밑면이 정사각형이고, 그 한 변의 길이가 그 직육면체의 높이와 같지 않은 경우를 의미한다.[4] 이것은 위의 논의에서 $b=a$인 경우에 해당한다.

첫째로, Q1형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 1개 놓여있는 경우는 다음 1가지이다.

$$\mathrm{B}a\mathrm{B}$$

직육면체에서 ㉮ 형태의 Q1형 전개도는 모두 17개이었다. 여기서 $b=a$라고 해도 중복된 것이 없으므로 이러한 직육면체의 Q1형 전개도는 모두 17개이다.

둘째로, Q2형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 2개 놓여있는 경우는 다음 1가지이다.

$$\begin{matrix}\mathrm{B} & a & \\ & a & \mathrm{B}\end{matrix}$$

직육면체에서 ㉮ 형태의 Q2형 전개도는 모두 15개이었다. 여기서 $b=a$라고 하면, 중복된 것을 제외하고 9개가 남는다. 즉, 이러한 직육면체의 Q2형 전개도는 모두 9개이다

셋째로, Q3형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 3개 놓여있는 경우는 다음 1가지이다.

---

4) 직육면체가 아니고, 밑면이 마름모인 사각기둥에서도 같은 논의를 할 수 있다.

B a
a
a B

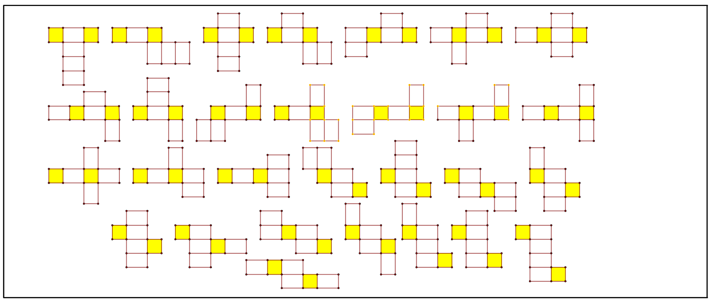
직육면체에서 ㉮ 형태의 Q3형 전개도는 모두 2개이었다. 여기서 $b=a$라고 해도 중복된 것이 없으므로 이러한 직육면체의 Q3형 전개도는 모두 2개이다.

넷째로, Q4형 전개도에서 B와 B 사이에 옆면이 4개 놓여있는 경우는 다음 1가지이다.

B a
a
a
a B

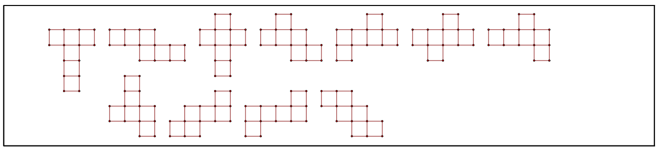
즉, 이러한 직육면체의 Q4형 전개도는 1개뿐이다.

지금까지의 논의에서 이러한 직육면체의 전개도는 17+9+2+1=29(개)이다. 그것을 [그림 9]와 같이 나타낼 수 있다.



[그림 9] 특별한 직육면체의 전개도

한편, 정육면체의 전개도가 [그림 10]과 같은 11개임은 이미 잘 알려져 있다(이용률, 2010, 片桐重男, 2012). 이것은 직육면체에서 네 옆면이 모두 합동인 직사각형인 경우의 전개도 논의에서 밑면 B가 한 옆면 a와 같은 경우에 해당한다. 따라서 정육면체의 전개도에서는 Q1형 전개도, Q2형 전개도, Q3형 전개도, Q4형 전개도로 분류할 수 없다.



[그림 10] 정육면체의 전개도

Ⅴ. 결 론

본 논문에서는 밑면(삼각형)의 세 변의 길이가 서로 다른 삼각기둥의 가능한 전개도와 밑면(사각형)의 네 변의 길이가 서로 다른 사각기둥의 가능한 전개도가 각각 몇 개인지 밝히고 있다. 그러나 본 논문에서는 교사에게 단지 삼각기둥과 사각기둥의 전개도의 수를

제공해 주는 것을 넘어, 그러한 전개도를 누락과 중복 없이 찾을 수 있는 방법을 제시하고 있다. 이렇게 함으로써, 본 논문은 삼각기둥과 사각기둥의 전개도 그리기 수업과 관련하여, 교사의 전문성 신장에 기여할 수 있다. 명백히 본 논문에서 제시한 이러한 방법을 학생들이 알아야 하는 것은 아니다. 사실상 학생들이 삼각기둥과 사각기둥의 가능한 전개도가 각각 몇 개인지를 알 필요는 없다. 그리고 교사들이 그 개수를 알아야 하는 것도 아니다. 그것은 그 수업에서 예상 가능한 학생들의 질문에 대비하기 위해, 교사가 미리 준비하기 위한 교재 연구의 차원에서, 교사에게 삼각기둥과 사각기둥의 전개도에 관해 충분한 정보를 제공하기 위해 필요한 것이다. 여러 문헌에서 정육면체의 전개도를 빠짐없이 모두 제시하고 있는 바, 이것은 학생들이 그것을 알아야 하기 때문에 제시하고 있는 것이 아니다. 그보다는 교사들이 그것을 알고 있는 것이 정육면체의 전개도 지도에 필요하기 때문에 제시하고 있는 것이다. 본 논문에서는 이와 같은 의도를 확장하여, 교사가 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 지도하기 위해서 그것을 알고 있는 것이 필요하다고 보고 있다.

본 논문에서는 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 누락과 중복 없이 찾기 위하여, 먼저 두 밑면 사이에 옆면이 놓이는 위치에 따라 삼각기둥의 경우에는 T1형 전개도, T2형 전개도, T3형 전개도의 3가지, 그리고 사각기둥의 경우에는 Q1형 전개도, Q2형 전개도, Q3형 전개도, Q4형 전개도의 4가지로 배타적으로 분류할 수 있다는 것에 착안하고 있다. 그런 다음, 각 유형에서 옆면의 배열 형태에 따라 각 유형을 하위 유형으로 다시 한 번 배타적으로 분류할 수 있다는 것에도 착안하고 있다. 이러한 이중의 배타적 분류 방법을 통해, 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 누락과 중복 없이 제시하는 바, 교사는 그렇게 얻은 전개도를 수업에 활용할 수 있다.

수학 6-1 지도서(교육부, 2016b)에 따르면, 학생들이 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 다양하게 그려보는 것은 창의라는 측면에서 권장된다. 이러한 입장에서 교사는 본 논문에서 제시하고 있는 삼각기둥과 사각기둥의 전개도를 참고하여, 학생들이 그린 전개도가 올바른 것인지 판단해 주는 것을 넘어, 학생들이 제시한 것 이외의 전개도를 다양하게 그려보도록 안내할 수 있다. 이 과정에서 학생들이 제시하지 않는 전개도를 접어 삼각기둥과 사각기둥이 되는 모습을 시연하거나, 삼각기둥과 사각기둥의 특정한 모서리를 잘라서 학생들이 제시하지 않은 새로운 전개도가 되는 모습을 시연함으로써, 학생들의 사고를 독려할 수 있다. 한편, 밑면의 모양이 정삼각형인 삼각기둥의 경우에는 그 전개도가 많지 않다는 점에서 학생들로 하여금 그 모두를 찾는 활동을 하게 하는 것도 가능할 것이다.

참 고 문 헌

교육과학기술부 (2011). **교육과학기술부 고시 제 2011-361호**. [별책 8] 수학과 교육과정. 서울: 교육과학기술부.

교육부 (2016a). **수학 6-1 익힘책**. (주) 천재교육.

교육부 (2016b). **수학 6-1 교사용 지도서**. (주) 천재교육.

교육부 (2016c). **수학 6-1**. (주) 천재교육.

김수환, 박성택, 신준식, 이대현, 이의원, 이종영, 임문규, 정은실 (2011). **초등학교 수학과 교재연구**. 파주: 동명사.

박민용 (2011). **Cabri 3D를 활용한 교수학습 자료개발 : 전개도 전개를 중심으로**. 전남대학교 교육대학원 석사학위논문.

박지희, 송상헌 (2015). **입체도형의 전개도를 주제로 한 초등학교 영재학급용 심화 교수·학습 자료 개발 연구.** 경인교육대학교 교육논총, 35(2). 73-97.

이용률 (2010). **초등학교 수학의 중요한 지도 내용**. 서울: 경문사.

정영우, 김부윤 (2014). 전개도에 관한 교수학적 고찰. **학교수학, 16**(2). 285-301.

홍갑주, 이호석 (2015). 초등학교 교과서 겨냥도와 전개도의 고찰-역대 교육과정과 외국 교과서의 검토를 바탕으로. **학교수학, 17**(4). 531-553.

數學敎育學研究會(編) (1994). *新算數敎育の理論と實際*. 東京: 聖文社.

日本數學敎育學會(編) (2011). *算數敎育指導用語辭典(第四版)*. 東京: 敎育出版株式會社.

斎藤昇, 小原豊(編) (2013). *授業に役立つ算数教科書の数学的背景*. 東京: 東洋館出版社.

片桐重男 (1995). *數學的な考え方を育てる「圖形」の指導*. 東京: 明治圖書.

片桐重男 (2012). *算數敎育學概論*. 東京: 東洋館出版社.

片桐重男, (2001). *算数科の指導内容の体系*. 東京: 東洋館出版社.

坪田耕三 (1993). *關心·意欲を引き出す算數科オープンエンドアプローチ*. 東京: 明治圖書.

Reys, R. E, Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2008). Helping Children Learn Mathematics. New York: John Wiley & Sons, Inc. 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 (역) (2012). **초등교사를 위한 수학과 교수법**. 서울: 경문사.

Van de Walle, J. A. (2004). Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally. Columbus, OH: Allyn & Bacon. 남승인, 서찬숙, 최신화, 강영란, 홍우주, 배혜진 (역) (2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가?** 서울: 경문사.

<Abstract>

A Study of Teaching Materials for the Professional Development of Elementary School Teachers: The Number of Development Figures of the Triangular Prism and the Quadrangular Prism

Kyo Sik Park[5)]

In the sixth grade mathematics, drawing of development figures of the triangular prism and the quadrangular prism is recommended in terms of the creativity. In this sense, the teacher has the need to check in advance all the possible development figures of the triangular prism and the quadrangular prism before teaching on them. However, previous studies that currently give all the possible development figures of the triangular prism and the quadrangular prism are hard to find. For this reason, in this paper, as a study of teaching materials for the professional development of elementary school teachers, the method of finding all the possible development figures of the triangular prism and all the possible development figures of the quadrangular prism without omissions and overlaps and the number of each of development figures which can be obtained by that method are discussed. Here lengths of the three sides of base planes of the triangular prism are different each other and lengths of the four sides of base planes of the quadrangular prism are different each other. This discussion is needed in terms of a study of teaching materials in order to prepare for predictable questions to ask the number of the possible development figures of the triangular prism and the number of the possible development figures of the quadrangular prism in classes. In addition, through this discussion, this paper presents the development figures of the triangular prism and the development figures of the quadrangular prism without omissions and overlaps. And teachers can take advantage of them for determining the correctness of the development figures drew by students and guiding students to draw the development figures creatively in actual classes.

Key words: cube, cuboid, development figure, quadrangular prism, triangular prism

논문접수: 2016. 07. 13
논문심사: 2016. 08. 18
게재확정: 2016. 08. 25

5) pkspark@gin.ac.kr