*한국초등수학교육학회지* 20(4) 717-735.
2016. 11. 30
*Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 20(4) 717-735.
November 30. 2016.

# 나머지가 있는 나눗셈 문장제에 대한 초등학교 6학년 학생들의 해결 전략 및 오류 분석[1]

하미현[2] · 장혜원[3]

본 연구의 목적은 나머지가 있는 나눗셈 문장제에 대한 초등학교 6학년 학생들의 해결 전략 및 오류를 조사함으로써 나머지가 있는 나눗셈 문장제 지도에 대한 교수학적 시사점을 얻는 것이다. 초등학교에서 나눗셈에 대한 학습이 완료되는 시기인 초등학교 6학년 학생 177명을 대상으로 40분간 총 15문항의 검사 문항으로 구성된 검사지를 적용하고, 학생들이 작성한 문항의 답안을 분석함으로써 연구 대상이 문제해결 과정에서 사용한 해결 전략 및 오류를 파악하였다. 검사 결과와 관련하여 주목할 것은 학생들이 나머지가 있는 나눗셈 문장제를 해결하기 위해 주로 사용한 전략과 높은 성공률을 보인 전략이 일치하지 않았으며, 중 집단의 학생들이 다른 집단의 학생들에 비해 보조 전략을 빈번하게 사용했다는 점이다. 또한 학생들의 오류가 빈번하게 나타난 것은 해석과 식 세우기 단계였다. 특히 하 집단의 학생들에게서 식 세우기 오류가 주로 발견된 것에 비해, 상 집단의 학생들은 주로 해석 단계에서 오류를 보였다. 이와 같은 분석 결과에 기초한 논의로부터 나머지가 있는 나눗셈 문장제 지도에 대한 교수학적 시사점을 제안하였다.

주제어: 나머지가 있는 나눗셈 문장제, 해결 전략, 오류

## Ⅰ. 서 론

학생들은 실생활에서 무언가를 나누어 먹는다거나 편을 나누어보는 등 나눗셈이 필요한 상황을 종종 경험하게 된다. 이러한 상황은 나누어떨어지는 경우만 해당하지는 않기 때문에 나머지는 학생들이 일상생활에서 쉽게 접할 수 있는 개념이라 할 수 있다. 그러나 나머지가 있는 나눗셈 상황을 문장제로 제시하는 경우 문제 해결에 어려움을 느끼는 학생들이 많은 것으로 나타난다(교육부, 2014). 이는 문장제를 나눗셈식으로 풀었을 때 생기는 나머지를 맥락에 맞게 해석하여 해결해야 하는 문제이기 때문이다. 즉, 나머지가 있는 나눗셈 문장제는 문제해결을 위해 나머지를 처리하는 과정에서 수학적 추론이 요구되는 고차원적 과제라고 할 수 있다(Guerrero & Rivera, 2001). 이 때 수학적 추론은 미국수학교사협의회(NCTM, 2000)에서 수학적 힘을 키울 수 있는 방법 중 하나로서 꾸준히 강조되고 있으며

---

1) 이 논문은 하미현(2016)의 석사학위논문을 수정·보완한 것임.
2) [제1저자] 서울마포초등학교
3) [교신저자] 서울교육대학교

국내 수학과 교육과정에서도 중시되는 수학적 과정 요소 중 하나로 학생들에게 수학을 통해 신장되어야 할 핵심 역량인 것이다.

학생들은 나눗셈 알고리즘을 학습하기 전부터 나눗셈과 관련한 비형식적 지식을 자연스럽게 습득하게 된다(박현미, 강완, 2006). 따라서 학생들은 나눗셈 알고리즘에 대한 학습 없이도 자신의 경험을 바탕으로 다양한 전략을 활용하여 나눗셈 문제를 해결할 수 있다. 학생들이 나눗셈 문제해결 과정에서 사용하는 전략은 다양하게 나타난다. 이진영(1998)은 초등학교 학생들의 나눗셈 전략을 중복세기, 곱셈구구, 동수누가, 동수누감, 아는 부분으로 나누기, 모델링, 세로셈 등으로 분류하였는데, 학생들이 사용한 전략이 문제의 유형 및 학년별로 차이가 있음을 주목하였다. 또한 학생들이 문제해결을 위해 나눗셈 알고리즘을 획일적으로 사용하는 과정에서 오류가 빈번하게 발생한다고 지적하였다. Cai & Silver(1993)는 중국 학생들이 나눗셈 계산을 정확하게 하였음에도 불구하고 나머지가 있는 나눗셈 문장제 성취도가 낮았던 원인을 해석 단계에서의 오류가 빈번하게 발생하였기 때문으로 보았다. Silver, Shapiro & Deutsch(1993) 역시 해석 단계에서의 어려움을 보고하였다. 구체적으로, 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결 과정에서 학생들이 보이는 오류를 해결 과정, 절차 실행, 수적인 답, 해석으로 분류하였는데, 그 중 해석 단계에서의 오류가 가장 빈번하게 발생하였다고 한 것이다. Guerrero & Rivera(2001)는 학생들이 나머지가 있는 나눗셈 문장제를 나눗셈 문제로 이해하더라도 나눗셈은 학생들에게 어려운 알고리즘이기 때문에 실제적인 문제해결 과정에서 나눗셈을 선택하기는 하지만 문제해결에 성공하지 못하는 경우가 많다고 하였다.

그러나 나눗셈에 관한 다수의 선행연구에 비해 나눗셈의 나머지 처리에 대한 선행연구는 다소 부족한 실정이다. 임자선, 김성준(2015)은 곱셈과 나눗셈의 문장제를 유형별로 분류하고 각 유형별 해결 과정을 살펴보았다. 이 때 나눗셈 문장제로서 등분제와 포함제를 구분하여 나머지가 있는 경우를 제시하고 있으나 두 유형 모두 몫과 나머지를 묻는 문항으로 되어 있어 나머지 처리 능력은 알아보기 힘든 한계가 있다. 한편 나눗셈 오류에 관한 연구로서 나머지 처리를 못하는 경우를 나눗셈 오류 중 하나로 분류한 연구도 있다(김민정, 2004).

이에 본 연구는 학생들이 어려움을 경험하는 나머지가 있는 나눗셈 문장제와 관련한 전략 및 오류를 파악하고 그에 기초한 교수학적 시사점을 얻는 것을 목표로 한다. 이를 위해 선행연구(Fischbein et al., 1985; Silver, Shapiro & Deutsch, 1993; Guerrero & Rivera, 2001; 김진숙, 1998; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004; 정선아, 2014) 및 교과서 문항 분석을 통하여 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결을 위한 검사지를 제작하였으며, 이를 초등학교 6학년 학생에게 적용하였다. 학생들이 작성한 문항의 풀이를 분석함으로써 나머지가 있는 나눗셈 문장제에 대한 학생들의 해결 전략 및 발생한 오류를 파악하고, 그 결과에 기초하여 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결시 어려움을 겪는 학생들을 위한 지도 방안을 도출하였다.

## Ⅱ. 이론적 배경

### 1. 나머지가 있는 나눗셈 문장제의 해결 전략

나머지가 있는 나눗셈 문장제는 실생활에서 접할 수 있는 관련 상황을 문제로 표현한

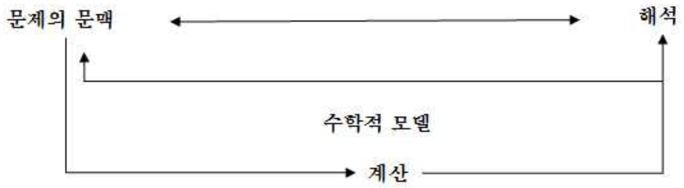
것이므로 다양한 방법으로 문제를 해결할 수 있는 의미있는 과제이다. 이를 성공적으로 해결하기 위해서는 문제의 상황을 파악하여 필요한 연산을 선택하고 계산을 정확하게 할 뿐 아니라 계산 결과를 문맥에 맞게 해석해야 한다. 그러나 교육부(2014)는 문제 맥락에 따라 나머지를 올림 또는 버림으로 처리하는 등, 학생들이 나머지를 처리하는 부분에서 어려움을 보인다고 하였다.

Guerrero & Rivera(2001)는 초등학교 3학년이 나눗셈 알고리즘을 학습하기 전과 후, 나눗셈 문제해결 과정에서 사용한 전략을 나눗셈(Division, D), 곱셈(Multiplication, M), 첨가(Additive Approach, A), 식별불가(Unidentifiable, U)로 구분하여 분석하였다. 나눗셈 알고리즘을 학습한 이후에도, 나머지가 있는 나눗셈 문장제를 해결함에 있어 나눗셈을 활용하여 문제를 해결한 학생은 없었다. 이는 나눗셈 알고리즘이 비교적 학생들에게 어렵고, 나머지가 있는 나눗셈 문장제는 계산 결과 생기는 나머지를 처리하는 과정에서 수학적 추론이 요구되며, 나눗셈 외의 전략을 이용하여 해결이 가능하기 때문이라고 하였다. 본 연구에서는 Guerrero & Rivera(2001)연구를 참고하여 나눗셈, 곱셈, 첨가 전략을 조합하여 단일, 다중, 보조 전략으로 구분하여 학생들의 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결 전략을 분석하였다.

Silver, Shapiro & Deutsch(1993)는 약 73%의 6~8학년 학생들이 장제법을 사용하여 나머지가 있는 나눗셈 문장제를 해결하고자 하였으나 나눗셈 알고리즘을 성공적으로 수행한 학생은 58%로, 동수누가(80%), 동수누감(67%), 곱셈(67%)에 비하여 상대적으로 낮음을 보였다. 이는 학생들이 문제를 나눗셈으로 이해하고 해결해도 실제 수행상 오류가 빈번하게 발생하기 때문이다(Guerrero & Rivera, 2001). 실제로 나눗셈 외의 다양한 알고리즘을 사용하여 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결이 가능함을 보여주었다.

### 2. 나머지가 있는 나눗셈 문장제의 오류

Silver, Shapiro & Deutsch(1993)는 나머지가 있는 나눗셈 문장제의 성공적인 해결을 위한 모델링 방법 중 하나로 연결 모델(Mapping Model)을 [그림 1]과 같이 제시하였다.




[그림 1] 연결 모델(Silver, Shapiro & Deutsch, 1993)

Silver, Shapiro & Deutsch(1993)의 연결 모델은 학생들이 문제의 문맥을 바탕으로 적절한 수학적 모델을 연결하여 요구되는 계산을 실행하고 답을 적절한 수학적 표현으로 나타낸 후 계산 결과를 문제의 문맥에 맞게 연결하는 일련의 모델링 과정을 의미한다. 이 모델에서 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결이 원활히 이루어지는 상황은 문제의 문맥 파악, 적절한 수학적 모델 선택, 정확한 계산, 문제의 문맥에 대한 적절한 해석을 바탕으로 하며, 이러한 순환 과정이 원활하게 이루어져야 성공적인 문제해결이 가능하다고 보았다.

요컨대 문제의 문맥이 언어로 구성된다는 문장제의 특성상 학생이 문제로 주어진 문장에서 수학적 의미를 파악하여 문제를 해결해야 한다(김진숙, 1998). Fischbein et al.(1985)

은 나눗셈 문장제의 난이도에 영향을 미치는 요소로서 나눗셈에 관한 암묵적 지식을 다음과 같이 제시하였다. 첫째, 나눗셈에서 제수는 반드시 정수여야 한다. 정수인 제수가 학생들에게 익숙한 수일수록 정답률이 높았다. 둘째, 나눗셈은 피제수를 작게 만드는 연산이다. 따라서 제수가 1보다 작은 경우 제수가 1보다 큰 문제에 비하여 정답률이 절반 가까이 낮아졌으며 무응답의 비율이 높아졌다. 셋째, 나눗셈은 큰 수에서 작은 수를 나누는 것이다. 피제수가 제수보다 작은 문항에서 학생들은 제수에서 피제수를 나누거나 제수와 피제수를 곱하는 등의 오류를 보였다. 정선아(2014)는 나눗셈 문장제 해결 과정에서 오류를 발생하게 하는 문장제 구성 요인을 수의 종류(자연수, 분수, 소수), 제수와 피제수의 상대적인 크기, 제수와 피제수의 제시 순서, 문장제에 사용된 어휘로 나누었다. 본 연구에서는 정선아(2014)와 Fischbein et al.(1985)의 연구를 참고하여 나머지가 있는 나눗셈 문장제의 난이도에 영향을 미칠 수 있는 구문적 요소를 선정하였다.

Silver, Shapiro & Deutsch(1993)는 나머지가 있는 나눗셈 문장제에서 학생들이 보이는 오류를 해결 과정, 절차의 실행, 수적인 답, 해석으로 구분하였다. 해결 과정은 선택한 알고리즘의 종류, 절차의 실행은 선택한 알고리즘을 실행하는 과정, 수적인 답은 절차의 실행을 거쳐 답지에 적은 답을 의미한다. 가장 빈번했던 오류 유형인 해석은 학생들이 문맥에 맞게 해결 과정과 답을 설명하는 것을 말한다. 이와 같은 네 가지 오류 유형을 본 연구의 오류 분석틀로 구성하여 결과 분석시 활용하였다.

학생들이 나머지가 있는 나눗셈을 어려워하는 이유 중에는 교과서의 나눗셈 단원에서 나머지를 지도할 때 나머지를 맥락으로부터 도입하더라도 의미 탐구보다 알고리즘에 대한 설명 및 반복 연습에 초점이 있었기 때문(방정숙, 이지영, 2009; 김창수, 2013)이라는 측면도 간과할 수 없다.

## Ⅲ. 연구 방법

### 1. 연구 대상

본 연구를 위해 서울특별시에 위치하고 있는 8개 초등학교 6학년 학생 177명을 연구 대상으로 선정하였다. 다양한 환경의 학생을 대상으로 하기 위해 <표 1>과 같이 8개 교육청에 속한 학교의 한 학급씩을 편의 표집하였다. 이미 학습한 내용을 바탕으로 하되 문항에서 표현될 수 있는 다양한 피제수와 제수의 유형을 고려하기 위해 초등학교에서의 나눗셈과 관련한 학습이 완료되는 초등학교 6학년을 대상으로 하였다.

<표 1> 연구 대상

| 구분 | 교육지원청 | 학교 | 지역 | 학생 수 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 서부 | 서울Y초등학교 | 서대문구 | 25명 |
| 2 | 성북 | 서울S초등학교 | 강북구 | 20명 |
| 3 | 성동광진 | 서울D초등학교 | 광진구 | 22명 |
| 4 | 중부 | 서울K초등학교 | 종로구 | 22명 |
| 5 | 강서 | 서울T초등학교 | 강서구 | 20명 |
| 6 | 남부 | 서울C초등학교 | 영등포구 | 23명 |
| 7 | 동부 | 서울M초등학교 | 중랑구 | 21명 |
| 8 | 강남 | 서울E초등학교 | 서초구 | 24명 |

## 2. 연구 방법

### 가. 검사지

본 연구를 위한 검사지는 나머지가 있는 나눗셈 문장제에 대한 초등학교 6학년 학생들의 해결 전략 및 오류를 분석하기 위한 것으로, 교과서 문항 및 선행연구(Fischbein et al., 1985; Silver, Shapiro & Deutsch, 1993; Guerrero & Rivera, 2001; 김진숙, 1998; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004; 정선아, 2014) 분석을 통해 수학적 요소와 구문적 요소를 선정하여 총 15문항으로 구성하였다.

수학적 요소는 피제수와 제수의 유형과 관련되며, 구체적으로 자연수, 분수, 소수의 세 가지로 다양화하였다. 이는 연구 대상인 6학년 학생들이 이미 학습한 요소를 바탕으로 하되 문항에서 표현될 수 있는 다양한 피제수와 제수의 유형을 고려하기 위함이다. 구문적 요소는 문항의 구조 및 배열에 있어 문항 난이도에 영향을 미칠 수 있는 요소로서, 본 연구에서는 큰 수, 제수와 피제수의 위치, 제수의 크기, 어휘의 수준으로 나누어 문항을 구성하였다. 구문적 요소의 적용 유무에 따라 구문 문항과 일반 문항으로 구분된다.

우선 서울특별시 서부교육지원청 소속 N초등학교 1개 학급 및 성북교육지원청 소속 A초등학교 1개 학급의 6학년 학생들을 대상으로 예비 검사를 실시하였다. 검사 결과를 바탕으로 검사 문항을 수정하여 N초등학교 1개 학급에게 다시 적용해보았다. 매회 검사 결과를 토대로 수정 및 보완을 거쳤고 검사 문항의 타당도를 높이기 위해 수학교육 전문가 및 동료 교사 5인의 검토를 받아 본 검사지를 확정하였다. 검사 문항의 신뢰도는 Cronbach $\alpha$=0.878로 나타나 검사문항으로 적합함을 확인하였다. 구체적인 검사 문항의 내용은 <표 2>와 같다.

검사지 적용은 연구 대상이 6학년 2학기 6단원 학습을 마친 후여야 하므로 6단원 학습 종료 2주 이내인 2015년 12월과 2016년 2월에 각 반에서 담임교사의 지도하에 이루어졌다. 검사지에 풀이과정을 모두 기록하게 하고, 지우개를 사용하지 않도록 안내하였다.

<표 2> 검사 문항 구성 내용

| 문항 | 수학적 요소: 피제수 | 수학적 요소: 제수 | 구문적 요소 | 구체적 문항 내용 | 출처 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 자연수 | 자연수 | | 오늘 만든 과자가 97개 있습니다. 한 봉지에 14개씩 나누어 담으려고 합니다. 남는 과자 없이 모두 담으려면 봉지는 몇 개가 있어야 합니까? | |
| 2 | | 자연수 | | 186개의 라면을 한 상자에 45개씩 담으면 몇 상자가 되고, 몇 개가 남습니까? | 5차 교과서 4-1, 73쪽 |
| 3 | | 자연수 | | 재석이는 76개의 풍선을 12명의 친구들에게 나누어 주려고 합니다. 더 이상 남는 풍선 없이, 친구들에게 모두 같은 개수의 풍선을 주기 위해 재석이는 적어도 몇 개의 풍선을 더 가져야 합니까? | Rodriguez et al (2009) |
| 4 | | 자연수 | 큰 수 | 한 자동차 회사의 올해 목표금액은 150억원입니다. 자동차 한 대의 가격은 2204만원입니다. 자동차를 최소한 몇 대를 팔아야 합니까? | |
| 5 | 자연수 | 분수 | | 참나무가 5m가 있습니다. 이를 이용하여 지팡이를 만들려고 합니다. 지팡이 한 개를 만들기 위해서는 참나무 $1\frac{1}{3}$m가 필요합니다. 최대한 만들 수 있는 지팡이는 모두 몇 개입니까? | |
| 6 | | 소수 | | 주말농장에서 방울토마토를 8kg 수확했습니다. 이를 1.5kg씩 상자에 담아 알뜰시장에 판매하려 합니다. 판매할 수 있는 상자는 몇 개 입니까? | 2009 개정 교과서 4-1,54쪽 숫자변경 |
| 7 | | 소수 | 제수의 크기 | 10m 길이의 대나무가 있습니다. 0.7m의 대나무로 단소 한 개를 만들 수 있다면, 가지고 있는 대나무로 같은 크기의 단소를 몇 개 만들 수 있습니까? | 7차수학익힘책 6-나, 50쪽 숫자변경 |
| 8 | 분수 | 분수 | | $10\frac{3}{4}$m길이의 끈이 있습니다. $2\frac{1}{2}$m길이의 토막으로 최대한 자르면 얼마나 남습니까? | 박교식, 송상헌, 임재훈(2004) |
| 9 | | 분수 | | $5\frac{1}{3}$L의 과일 주스가 있습니다. 이를 $1\frac{1}{6}$L씩 용기에 나누어 담아 이웃에게 선물하려 합니다. 몇 명의 이웃에게 선물할 수 있습니까? | |
| 10 | | 분수 | 제수, 피제수 위치 | 들이가 $1\frac{1}{2}$L인 페트병이 있습니다. $3\frac{3}{4}$L의 물을 페트병에 나누어 담아 보관하려 합니다. 페트병 몇 개에 보관할 수 있습니까? | |
| 11 | | 소수 | | 농장에서 딸기를 $280\frac{1}{5}$kg 수확하여 이 딸기를 트럭에 실으려고 합니다. 트럭 1대에 60.5kg씩 실을 수 있습니다. 딸기를 모두 싣기 위해 트럭은 총 몇 대가 필요할까요? | |
| 12 | 소수 | 자연수 | | 책꽂이 한 칸의 길이가 68.75cm입니다. 이 책꽂이에 두께가 6cm인 백과사전을 꽂고 있습니다. 책꽂이 한 칸에 같은 두께의 백과사전을 몇 개 꽂을 수 있습니까? | |
| 13 | | 분수 | | 우리 반에서 팥빙수를 만들어 먹기로 하고 우유 10.2L를 얼려두었습니다. 이 우유 얼음을 모둠 당 $1\frac{1}{2}$L씩 통에 담아 나누어 가지려고 합니다. 우유 얼음을 남김없이 담기 위해 필요한 통은 몇 개입니까? | |
| 14 | | 분수 | 어휘 수준 | 녹말을 검출하는 실험을 위해 아이오딘-아이오딘화 칼륨 용액 12.9mL를 모둠별로 $4\frac{1}{5}$mL씩 비커에 담아 분배하려 합니다. 아이오딘-아이오딘화 칼륨 용액을 남기지 않고 모두 담으려면 비커는 최소 몇 개가 필요합니까? | |
| 15 | | 소수 | | 길이가 13.5m인 공예 철사가 있습니다. 이 철사를 2.3m씩 잘라 모빌을 만들려고 합니다. 모빌을 몇 개 만들 수 있고 철사가 얼마나 남습니까? | |

### 나. 면담

문항의 면담은 답안을 분석하는 과정에서 추가적인 설명이 필요하다고 판단되는 경우나 전략 또는 오류가 명확하게 드러나지 않은 경우에 이루어졌다. 3개 학교(T초등학교, C초등학교, E초등학교)에서 총 6명의 학생이 면담 대상이었고 방과 후 시간을 이용하였다. 면담 내용을 녹취하고 면담이 끝난 후 녹취 내용을 반복 청취하면서 학생들의 사고가 명확하게 드러나는 부분을 중심으로 분석 결과를 정리하였다.

## 3. 분석틀

### 가. 해결 전략 분석

본 연구에서는 Guerrero & Rivera(2001)을 참고하여 <표 3>과 같이 해결 전략을 3가지 전략(단일 전략, 다중 전략, 보조 전략)으로 1차 범주화한 뒤, 3가지 세부전략(나눗셈, 곱셈, 첨가)을 조합하여 2차 범주화하여 분석틀을 마련하였다. 학생들이 작성한 답안에 해결 과정이 전혀 드러나지 않는 경우는 무응답(U)으로 분류하였다.

<표 3> 해결 전략 분석 틀

| 1차 분류 | 2차 분류 | 설명 |
|---|---|---|
| 단일 전략 | D | 나눗셈 전략으로 문제를 해결함 |
| | M | 곱셈 전략으로 문제를 해결함 |
| | A | 첨가전략(덧셈, 뺄셈)을 활용함 |
| 다중 전략 | D-M | 나눗셈과 곱셈 전략을 사용함 |
| | D-A | 나눗셈과 첨가 전략을 사용함 |
| | M-A | 곱셈과 첨가 전략을 사용함 |
| 보조 전략 | D+M | 나눗셈의 보조 전략으로 곱셈 전략을 사용함 |
| | D+A | 나눗셈의 보조 전략으로 첨가 전략을 사용함 |
| | M+A | 곱셈의 보조 전략으로 첨가 전략을 사용함 |
| | D+M+A | 나눗셈의 보조 전략으로 곱셈, 첨가 전략을 동시에 사용함 |

### 나. 오류 분석

본 연구에서는 Silver, Shapiro & Deutsch(1993)의 오류 분석 기준을 문제해결 과정인 식 세우기, 계산 절차, 계산 결과, 해석 단계에 맞추어 <표 4>와 같이 재구성하였다. 각각의 문제해결 과정에서 오류가 발생할 수 있으므로 본 연구의 오류 유형은 F오류, C오류, P오류, I오류로 구분된다.

<표 4> 오류 분석틀

| 1차 분류 | 2차 분류 | 설명 |
|---|---|---|
| F오류 (식 세우기) | F1 | 세운 식이 정확하지 않음 |
| | F2 | 식을 전혀 세우지 못함 |
| C오류 (계산 절차) | C1 | 세운 식의 계산 절차가 올바르지 않음 |
| | C2 | 계산 절차가 전혀 드러나지 않음 |
| P오류 (계산 결과) | P1 | 정확한 계산 결과를 얻지 못함 |
| I오류 (해석) | I1 | 얻은 결과를 상황에 맞게 해석하지 못함 |

### 4. 분석 방법

학생들이 작성한 답안에서 드러난 전략 및 오류를 분석하기 위하여 1차적으로 검사지 전체 문항에 대해 분석틀을 토대로 해결 전략 및 오류를 판별하여 엑셀프로그램에 기록하였다. 이를 바탕으로 학생, 문항별로 전략 및 오류를 정리하여 2차 범주화하였다. 이 과정에서 분석 타당도를 높이기 위해 판별이 애매한 반응에 대해서는 연구자 2인이 논의하여 분석 기준을 수정 및 보완하고 이미 판별이 완료된 검사 답안에 다시 적용하는 과정을 반복하였다. 전략 분석을 위해 검사 문항 전체에 대한 전략별 빈도수와 문제해결성공 빈도수를 바탕으로 전략에 따른 정답률을 비교하였으며 각각의 해결 전략별 사례를 살펴보았다. 검사 결과에 근거하여 연구대상을 상, 중, 하 집단으로 나눈 후 집단별 전략 선택 빈도를 분석하였으며, 검사 결과에 따른 전략 선택 빈도의 차이가 있는지 일원분산분석을 통해 확인하였다. 한편 오류 분석을 위해 검사 문항 전체에 대한 오류 유형별 빈도 및 구문적 요소의 적용 유무에 따른 문항정답률 및 오류 유형별 빈도를 분석하였으며 각각의 오류 유형별 사례를 살펴보았다. 또한 검사 결과에 따른 오류 발생 빈도의 차이가 있는지 알아보기 위하여 집단별 오류 발생 빈도 분석 및 일원분산분석을 실시하였다.

## Ⅳ. 연구 결과

### 1. 해결 전략 분석

검사 문항 전체에 대한 전략별 빈도는 <표 5>와 같으며, 학생들은 단일, 보조, 다중 전략 순으로 전략을 선택하였다. 학생들은 검사문항 전체에서 단일 전략을 1,924회 선택하였는데 그 중 D전략을 1,735회 사용하였다. 검사 문항 전체 반응이 2,489회인 것을 고려하면 약 70%의 반응이 D전략으로, 대다수의 학생들은 나눗셈 단일 전략을 사용하여 문제를 해결하고자 하였음을 알 수 있다. 또한 나눗셈이 포함된 전략이 빈번하게 사용된 것으로부터 학생들은 검사 문항을 나눗셈 문제로 인식하였으며 나눗셈과 관련한 전략을 주로 선택한 것으로 분석된다.

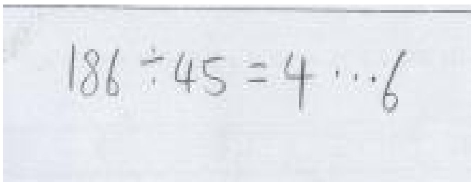
<표 5> 검사 문항 전체에 대한 해결 전략별 사용빈도

| 해결 전략 | | 빈도(회) | 비율(%) | |
|---|---|---|---|---|
| 단일 전략 | D | 1,735 | 69.71 | 77.3 |
| | M | 134 | 5.38 | |
| | A | 55 | 2.21 | |
| 다중 전략 | D-M | 60 | 2.41 | 5.3 |
| | M-A | 18 | 0.72 | |
| | D-A | 54 | 2.17 | |
| 보조 전략 | D+M | 362 | 14.54 | 17.4 |
| | M+A | 16 | 0.64 | |
| | D+A | 32 | 1.29 | |
| | D+M+A | 23 | 0.93 | |

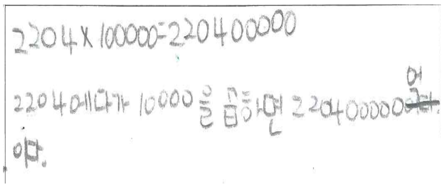
## 가. 해결 전략별 사례

### 1) 단일 전략

단일 전략은 말 그대로 하나의 세부전략을 선택하여 문제를 해결한 경우이다. 사용된 세부전략의 종류에 따라 D, M, A전략으로 구분된다. 예를 들어 [그림 2]의 경우에는 2번 문항을 해결하기 위해 장제법을 사용하였으므로 대표적인 D전략 사례에 해당한다. [그림 3]은 4번 문항을 해결함에 있어 2204에 10000을 곱하면 220400000억이 된다고 하였다. 이는 몫을 어림하여 곱셈으로 나타낸 것이나 어림이 정확하지 않아 오류를 보였기 때문에 M전략 사용 및 F오류에 해당한다.



[그림 2] 2번 문항에 대한 D전략 사례



[그림 3] 4번 문항에 대한 M전략 사례

Y-24는 15문항 중 10개의 문항에서 M전략을 사용하여 문제를 해결한 학생이다. Y-24가 M전략을 주로 사용한 이유를 알아보기 위해 면담을 실시하였다.

연구자 : 7번 문제를 다시 풀어볼 수 있을까요?
Y-24 : 최대로 만들 수 있는 것은 곱하기 14를 하면 98이 되니까 100이 되는 최대의 숫자여서 그래요.
연구자 : 0.7에 14를 곱했다는 말이구나.
Y-24 : 네, 맞아요.
연구자 : 보통 어떤 계산 전략으로 문제를 해결했어요?
Y-24 : 곱셈이요.
연구자 : 왜 그렇죠?
Y-24 : 나눗셈을 잘 못해서요.

면담 결과, Y-24이 문제해결 과정에서 곱셈을 주로 사용한 이유는 Y-24에게 나눗셈 알고리즘이 어려웠기 때문이다. 곱셈이 나눗셈에 대한 대안적 전략으로 역할 가능함을 보여준다.

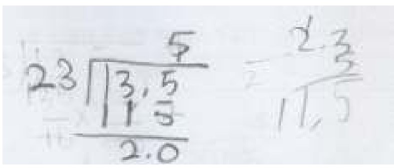
### 2) 다중 전략

다중 전략은 두 가지 이상의 세부전략을 동등한 조건으로 사용하여 문제를 해결하는 경우를 의미한다. 하나의 전략이 다른 전략을 위해 사용되는 것이 아니라는 점에서 보조 전략과 구별된다. [그림 4]는 5번 문항을 해결하기 위해 분수를 소수로 변환하여 나눗셈을 하고 소수점 아래를 버리는 방식으로 몫을 구하였다. A전략이 D전략을 위한 보조 수단으로 사용된 것이 아니므로 다중 전략으로 분류된다.

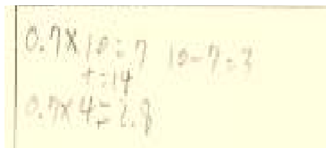
[그림 4] 5번 문항에 대한 D-A전략

3) 보조 전략

보조 전략은 두 개 이상의 세부 전략을 주 전략, 보조 전략으로 활용하는 경우를 의미한다. 하나의 전략이 다른 전략의 보조적 수단이 된다는 점에서 다중 전략과는 차이가 있다. 예를 들어 [그림 5]는 15번 문제를 해결함에 있어 곱셈을 통하여 몫을 어림하였다. 그리고 몫과 제수를 곱하여 피제수의 크기를 비교하여 몫의 크기를 어림하였다. 이는 장제법을 활용하는 나눗셈을 주 전략으로 하되 곱셈을 보조 전략으로 사용한 D+M전략의 사례라 할 수 있다. D+M전략은 나눗셈 단일전략 다음으로 빈번하게 사용된, 비교적 자주 사용된 전략이다. 많은 학생들이 [그림 5]와 같이 나눗셈의 몫을 어림하기 위해 곱셈을 사용하였다. [그림 6]은 7번 문항을 해결하기 위해 먼저 0.7에 10을 곱하여 7을 구한 경우다. 그러나 문제에서 요구하는 것은 10에 가까운 0.7의 배수를 구하는 것이므로 10에서 7을 뺀 3에 가까운 0.7의 배수를 구하는 또 다른 곱셈식을 만들었다. 그리고 계산했던 각각의 곱셈식의 승수인 10과 4를 더하여 문제를 해결하였다. 3에 가까운 0.7의 배수를 구하기 위해 10에서 7을 뺐는데, 이는 M전략을 위해 A전략을 활용한 M+A전략이라고 할 수 있다.



[그림 5] 15번 문항에 대한 D+M전략



[그림 6] 7번 문항에 대한 M+A전략

나. 해결 전략에 따른 정답률 비교

해결 전략 간 전략 선택률(<표 6>) 및 전략 성공률(<표 7>)을 비교하고자 한다. F2오류의 경우에는 학생들이 사용한 전략이 검사 답안에 전혀 드러나지 않기 때문에 분석에서 제외하였다.

사용 횟수는 정답 유무와 관계없이 학생들이 검사 문항을 해결하는 과정에서 사용한 전략별 빈도를 의미한다. 177명이 총 15문제를 해결하였으므로 2,655문항에서의 해결 전략을 전체 횟수로 보았고, 성공 횟수는 문제해결에 성공한 문항에서 선택된 전략별 빈도이다. 전략 선택률은 문제의 정답 유무와 관계없이 문제를 해결하기 위해 선택된 전략별 비율이며, 전략별 사용 횟수를 전체 횟수로 나누어 백분율로 나타낸 것이다. 전략 성공률은 전략별 사용 횟수와 성공 횟수 간 관계를 알아보기 위해 각 전략별 성공 횟수를 사용 횟수로 나누어 백분율로 나타낸 것이다.

해결 전략 선택률(<표 6>)이 단일, 보조, 다중 전략 순으로 높은 것에 비해, 해결 전략 성공률(<표 7>)은 보조, 다중, 단일 전략 순으로 나타났다. 즉 학생들이 선호하는 전략과 성공률이 높은 전략은 일치하지 않는다는 것을 보여준다. 특히 보조 전략과 다중 전략을 선택한 경우 거의 70%에 가까운 정답률을 보여 단일 전략보다 전략을 혼합하여 사용하는 경우의 성공률이 높음을 보여준다.

<표 6> 해결 전략 선택률

| 전략 | 단일 | 다중 | 보조 |
|---|---|---|---|
| 사용 횟수(회) | 1,924 | 132 | 433 |
| 전체 횟수(회) | 2,655 | 2,655 | 2,655 |
| 전략선택률(%) | **77.3** | 5.3 | 17.4 |

<표 7> 해결 전략 성공률

| 전략 | 단일 | 다중 | 보조 |
|---|---|---|---|
| 성공 횟수(회) | 1,243 | 91 | 301 |
| 사용 횟수(회) | 1,924 | 132 | 433 |
| 전략성공률(%) | 64.60 | **68.94** | **69.52** |

다. 검사 결과에 따른 집단별 해결 전략 선택 빈도

문제해결 성공과 전략 간의 관계를 보다 면밀히 분석하기 위해 연구 대상을 〈표 8〉과 같이 검사 결과 오답의 개수 3개 이하, 4~6개, 7개 이상에 따라 각각 상, 중, 하의 세 집단으로 나눈 후 각 집단별 해결 전략 선택 빈도를 파악하였다.

<표 8> 연구 대상 학생들의 검사 결과에 따른 집단 배정

| 상 | | 중 | | 하 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 오답(개) | 인원(명) | 오답(개) | 인원(명) | 오답(개) | 인원(명) |
| 3 이하 | 57 | 4~6 | 60 | 7 이상 | 60 |

일원분산분석을 통해 검사 결과에 따른 집단별 해결 전략 선택 빈도를 분석한 결과는 〈표 9〉과 같다. 상 집단의 학생들은 다른 집단의 학생들에 비해 단일 전략을 $p<0.01$ 수준에서 더 자주 사용하였으며, 다른 전략의 경우에는 통계적으로 유의미한 차이가 없었다.

<표 9> 검사 결과에 따른 해결 전략 사용 빈도

| 종속변수 | 집단 | 평균 | 표준편차 | 사례수 | F | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 단일전략 사용빈도 | 상 | 11.825 | 2.854 | 57 | 6.151** | 0.003 |
| | 중 | 11.000 | 2.636 | 60 | | |
| | 하 | 9.850 | 3.602 | 60 | | |
| 다중전략 사용빈도 | 상 | 1.158 | 1.840 | 57 | 2.262 | 0.107 |
| | 중 | 0.767 | 1.370 | 60 | | |
| | 하 | 0.600 | 1.061 | 60 | | |
| 보조전략 사용빈도 | 상 | 1.930 | 2.470 | 57 | 2.764 | 0.066 |
| | 중 | 3.017 | 2.613 | 60 | | |
| | 하 | 2.283 | 2.585 | 60 | | |

**$p<0.01$

〈표 9〉에서 볼 수 있듯, 보조 전략을 상 집단은 평균 1.930회, 하 집단은 평균 2.283회 사용한 것에 비해 중 집단은 평균 3.017회 사용하였다. 즉, 중 집단의 보조 전략 활용 빈도가 다른 집단에 비하여 높았다. 이는 단일 전략과 다중 전략이 상, 중, 하 집단 순으로 빈번하게 선택된 것과 다른 양상을 보인다. 상 집단에 비하여 중, 하 집단이 나눗셈 알고리즘의 활용을 어려워한다고 가정하였을 때 중 집단이 성공률이 높은 보조 전략을 적극적으로 활용하였고 하 집단과 검사 결과에서 차이가 나타난 것은 결과적으로 보조 전략의 선택이 성공률에 영향을 미쳤을 것으로 해석된다.

## 2. 오류 분석

<표 10>은 검사 문항 전체에 대한 오류 유형별 발생 빈도를 나타낸 것이다. I오류(41.08%)가 가장 높은 비중을 차지하며, F오류(40.78%), C오류(9.51%), P오류(8.63%) 순으로 빈번하게 발생하였음을 알 수 있다.

<표 10> 검사 문항 전체에 대한 오류 유형별 발생 빈도

| 오류 | | 빈도(회) | 비율(%) | 계(회) |
|---|---|---|---|---|
| F오류 | F1 | 250 | 24.51 | 416 |
| | F2 | 166 | 16.27 | |
| C오류 | C1 | 73 | 7.16 | 97 |
| | C2 | 24 | 2.35 | |
| P오류 | P1 | 88 | 8.63 | 88 |
| I오류 | I1 | 419 | 41.08 | 419 |

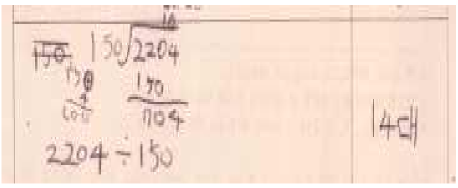
### 가. 오류유형별 사례

#### 1) F오류

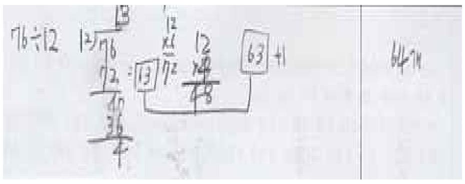
F오류는 식 세우기와 관련한 오류이다. [그림 7]은 4번 문항 해결 과정에서 150억을 150, 2204만을 2204 등으로 잘못 표기하여 오류를 보였다. 이는 학생들이 큰 수에 대한 양감이 부족하여 수를 정확한 크기로 나타내지 못하였기 때문으로 분석된다.

#### 2) C오류

C오류는 계산 절차와 관련한 오류이다. 예를 들어, [그림 8]은 3번 문항 해결 과정에서 정확한 식을 세웠으나 식을 계산하는 과정에서 오류를 보였다. 76을 12로 나눌 때 부분곱 72를 피제수인 76에서 빼면 4가 되므로, 더 이상 12로 나눌 수 없음에도 불구하고 소수점 이하로 확장될 때와 마찬가지로 0을 임의로 추가하여 3으로 나누었다. 이는 자연수 나눗셈의 자릿값에 대한 이해 부족에서 비롯된 것으로 분석된다.



[그림 7] 4번 문항에 대한 F오류



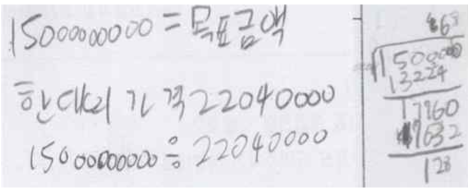
[그림 8] 3번 문항에 대한 C오류

#### 3) P오류

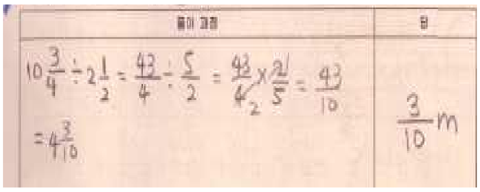
P오류는 계산 결과와 관련한 오류이다. [그림 9]는 4번 문항을 해결함에 있어 올바르게 식을 세웠고, 계산 절차에도 이상이 없지만 몫을 잘못 써서 결과적으로 정확한 답을 구하지 못하였다. 이와 같이 계산 절차를 알고 있지만 실제적인 계산 결과가 정확하지 않은 경우를 P오류로 분류하였다.

4) I오류

I오류는 해석과 관련한 오류이다. [그림 10]은 나눗셈 식을 정확히 계산하였으나 대분수의 자연수 부분이 몫이고 분수 부분이 나머지라고 해석하여 답을 $\frac{3}{10}$으로 표기하였다. 8번 문항에서 I오류를 보인 대부분의 경우 [그림 10]과 같이 계산 결과의 분수 부분을 나머지로 표기하였다. 8번 문항은 구문 요소가 적용되지도 않았고 분수와 소수의 혼합 계산이 아니다. 따라서 학생들이 크게 어려워하지 않을 것으로 예상하였으나 분석 결과 8번 문항의 정답률이 19.21%으로 전체 문항을 통틀어 가장 낮았다. 그리고 8번 문항에서 오류를 보인 143명 중 105명(73.43%)이 I오류에 해당한다는 점은 주목할 만하다.



[그림 9] 4번 문항에 대한 P오류



[그림 10] 8번 문항에 대한 I오류

다음은 8번 문항 해결 과정에서 I오류를 보였던 T-18과의 면담 내용이다. T-18은 15문항 중 2문항에서 오류를 보인 상 집단에 해당하는 학생이다. T-18이 오류를 보인 2문항 모두 I오류에 해당한다. 이를 통해 T-18는 8번 문항의 문맥을 잘 이해하지 못했고, 결과적으로 올바르게 식을 세워 정확하게 계산하였음에도 불구하고 계산 결과를 문맥에 맞게 해석하지 못하여 오류를 보였음을 알 수 있다.

연구자 : 8번 문제가 어떤 문제인지 말로 풀어 설명해볼 수 있을까요?

T-18 : ($10\frac{3}{4}$과 $2\frac{1}{2}$를 짚으며) 이것을 이것으로 나누는 거에요.

연구자 : 그렇군요. 그럼 나눗셈으로 문제를 풀었겠네요. 한번 풀어볼까요?

T-18 : ($10\frac{3}{4}\div2\frac{1}{2}$를 계산하여 4.3이라는 답을 구함)

연구자 : 그럼 답이 무엇인가요?

T-18 : 4.3이요.

연구자 : 그럼 4.3만큼 남는 거에요?

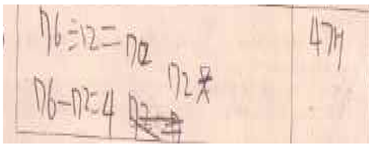
T-18 : 아닌가? (4.3에서 2.5를 뺀다)

연구자 : 4.3에서 2.5를 뺀 거에요? 왜 뺀 거에요?

T-18 : 잘 모르겠어요.

한편 3번 문항은 풍선의 개수를 첨가하여 나머지를 없애야 하는 문제이다. 76÷12의 나머지인 4가 문제에서 요구하는 답이 아니라, 4를 없애 피제수를 12의 배수로 만들어야 한다. 즉 전형적인 나눗셈 알고리즘에 따라 계산하면 오류를 보일 수 있고 계산 결과에 대한 해석을 요구하는 문항이었다. [그림 11]은 올바른 식을 세워 정확한 절차를 통해 76÷12의 나머지가 4라는 것을 알아냈으나, 답을 문맥에 맞게 해석하지 않고 답으로 표기하여 오류를 보였다. 나머지가 있는 나눗셈 문장제에서는 나머지를 문맥에 맞게 처리하는 과정이

반드시 필요한데, 많은 학생들은 식을 세워 정확히 계산하는 것에 집중하였다.



[그림 11] 3번 문항에 대한 I오류

나. 구문적 요소에 의한 오류 분석

검사 문항에 적용된 구문적 요소가 문항 정답률 및 오류별 빈도에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 구문적 요소가 적용된 문항인 구문 문항과 구문적 요소가 적용되지 않은 문항인 일반 문항의 정답률 및 오류별 빈도를 <표 11>과 같이 나타내었다.

<표 11> 구문적 요소에 따른 오류별 빈도

| 구분 | 번호 | 정답률 | F오류 | C오류 | P오류 | I오류 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 큰 수 | (일반) 1번 | 84.75 | 8 | 2 | 3 | 14 |
| | **(구문) 4번** | **19.77** | **119** | **12** | **3** | **8** |
| 제수의 크기 | (일반) 6번 | 84.18 | 8 | 4 | 5 | 11 |
| | **(구문) 7번** | **78.53** | **13** | **8** | **3** | **14** |
| 제수, 피제수의 위치 | (일반) 9번 | 72.88 | 22 | 3 | 8 | 15 |
| | **(구문) 10번** | **52.54** | **44** | **3** | **5** | **32** |
| 어휘 수준 | (일반)13번 | 63.28 | 29 | 14 | 6 | 16 |
| | **(구문) 14번** | **64.41** | **31** | **7** | **7** | **18** |

구문 문항과 일반 문항의 정답률 및 오류별 빈도를 비교한 결과, 4가지 구문적 요소 중 3개 요소(큰 수, 제수의 크기, 제수와 피제수의 위치)를 적용한 구문 문항은 일반 문항에 비해 정답률이 낮았다. 그러나 어휘 수준을 적용한 구문 문항의 정답률은 64.41%으로 일반 문항(63.28%)에 비해 약간 높았다. 특히 구문적 요소로서 큰 수를 적용한 문항과 제수와 피제수의 위치를 적용한 문항의 정답률은 19.77%와 52.54%로 일반 문항의 정답률(84.75%, 72.88%)과 비교하여 차이가 큰 것으로 나타났다. 즉, 본 연구의 구문적 요소는 검사 문항의 난이도에 영향을 미쳤으며, 어휘 수준은 다른 구문적 요소에 비해 문제해결에 직접적인 영향을 미치지 않았다. 학생들은 큰 수의 나눗셈, 문장제에서 제수가 1보다 작아 몫이 피제수보다 커지는 경우 및 제수가 피제수보다 앞서 나오는 경우에 어려움을 느끼는 것으로 분석된다.

큰 수가 적용된 4번 문항의 정답률은 19.77%으로 1번 문항(84.75%)에 비하여 매우 낮으며 119명의 학생들이 F오류를 보였다. 4번 문항의 대표적인 F오류 원인으로는 학생들이 큰 수를 정확하게 기술하지 못하였기 때문으로, 4번 문항의 I오류가 1번 문항의 I오류에 비해 적은 것은 학생들이 4번 문항을 해결함에 있어 큰 수를 이용하여 정확하게 식을 세우고 계산하는 것이 능숙하지 못하여 식 세우기 단계에서 이미 오류를 보였기 때문으로 판단된다. 이에 비해 1번 문항은 4번 문항과 비교하여 식 세우기에 비교적 어려움이 없어 F오류가 훨씬 적게 나왔고 상대적으로 I오류가 빈번하게 발생한 것으로 분석된다.

### 다. 검사 결과에 따른 집단별 오류 발생 빈도

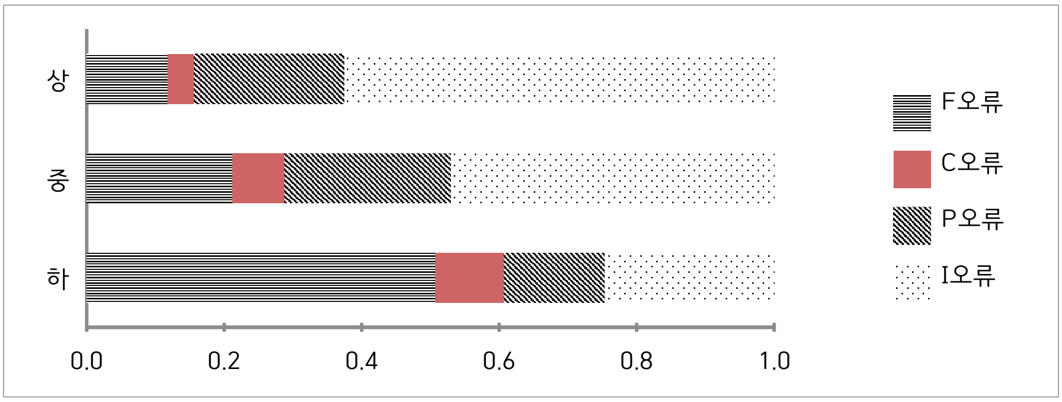
검사 결과에 따른 집단별 오류 발생 빈도는 <표 12>, 오류 유형 비율은 [그림 12]와 같다. <표 12>에 따르면, 하 집단의 학생들이 F, I, P, C 순으로 오류를 보임을 확인할 수 있다. 그러나 이는 하 집단의 학생들이 해석의 오류를 보이기도 전에 식 세우기에서부터 오류를 보이는 경우가 많은 것이지, 상 집단에 비하여 해석을 어려워하지 않음을 의미하지는 않는다. 나눗셈 식을 올바르게 쓰는 것에 성공하였다면, 알고리즘에 따른 계산보다 해석을 더 어려워하므로(Cai & Silver, 1993; Silver, Shapiro & Deutsch, 1993) 하 집단은 [그림 12]와 같이 식 세우기 오류가 가장 빈번하고 해석, 계산 순으로 오류가 발생하였다고 분석된다.

한편 [그림 12]에서 확인할 수 있듯이, 상 집단은 다른 집단에 비하여 I오류의 비율이 눈에 띄게 높았다. 반면 하 집단은 F오류의 비율이 다른 집단에 비하여 눈에 띄게 높은 것을 확인할 수 있었다. 즉, 하 집단은 검사 문항의 해결에 있어 식 세우기에서부터 어려움을 보이는 경우가 많았던 것에 비하여 상 집단은 식 세우기 및 계산보다는 계산 결과를 문맥에 맞게 해석하는 능력이 검사 결과에 더 큰 요인으로 작용하였음을 알 수 있다.

<표 12> 검사 결과에 따른 오류 유형별 빈도

| 종속변수 | 집단 | 평균 | 표준편차 | 사례수 | F | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| F오류빈도 | 상 | 0.321 | 0.471 | 56 | 94.513*** | 0.000 |
| | 중 | 1.117 | 0.993 | 60 | | |
| | 하 | 5.557 | 3.658 | 61 | | |
| C오류빈도 | 상 | 0.107 | 0.312 | 56 | 19.456*** | 0.000 |
| | 중 | 0.400 | 0.669 | 60 | | |
| | 하 | 1.098 | 1.325 | 61 | | |
| P오류빈도 | 상 | 0.600 | 0.516 | 10 | 8.201** | 0.001 |
| | 중 | 1.276 | 0.528 | 29 | | |
| | 하 | 1.615 | 0.852 | 26 | | |
| I오류빈도 | 상 | 1.720 | 0.671 | 50 | 7.145** | 0.001 |
| | 중 | 2.483 | 1.405 | 58 | | |
| | 하 | 2.704 | 1.798 | 54 | | |

**p<0.01, ***p<0.001




[그림 12] 검사 결과에 따른 오류 유형별 비율

## Ⅴ. 결 론

본 연구는 학생들이 어려워하는 과제인 나머지가 있는 나눗셈 문장제에서 초등학교 6학년 학생들이 보이는 해결 전략 및 오류를 분석하고 그 결과에 기초하여 나머지가 있는 나눗셈 문장제 지도를 위한 교수학적 시사점을 얻는 것을 목적으로 하였다. 본 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있었다.

첫째, 나머지가 있는 나눗셈 문장제 해결을 어려워하는 학생들에게 다양한 해결 전략을 소개하고 활용하도록 지도할 필요가 있다. 학생들은 단일 전략을 가장 많이 선택하여 검사 문항을 해결하고자 하였다. 그러나 성공률이 가장 높았던 전략은 보조 전략이었다. 즉, 문제해결 과정에서 학생들이 주로 사용한 전략과 성공적으로 사용한 전략은 일치하지 않았다. 중 집단의 학생들이 하 집단의 학생들에 비하여 성공률이 가장 높았던 전략인 보조 전략을 더 적극적으로 사용한 것은 학생들의 문제해결 과정에 대해 시사하는 바가 있다. 나눗셈을 능숙하게 하지 못하는 학생들은 나눗셈 문장제를 해결할 때 나눗셈을 대체할 수 있는 다양한 전략을 경험하도록 할 필요가 있다.

둘째, 학생의 성취도에 따라 단계별로 문제해결 지도 전략을 차별화할 필요가 있다. 나머지가 있는 나눗셈 문장제를 해결함에 있어 하 집단은 식 세우기 단계에서의 오류가 많았다. 반면 상 집단의 학생들에게는 해석 단계에서의 오류가 빈번하게 발생하였다. 식 세우기와 계산, 해석은 유기적으로 연결되어 있을 뿐만 아니라 순차적인 문제해결 단계를 의미하기 때문에 식 세우기에서 오류를 보이면 계산과 해석은 당연히 오류를 보이게 된다. 따라서 학생의 성취도에 따라 문제해결 단계별로 적합한 전략을 지도해야 하며 특히 중점을 두어야 할 문제해결 단계가 있는 것으로 확인된다.

셋째, 실생활에서 접할 수 있는 다양한 유형의 문장제를 개발하여 교과서에 제시할 필요가 있다. 본 연구의 구문적 요소는 검사 문항의 난이도 및 학생들의 성공률에 영향을 미쳤다. 특히 본 연구에서 적용된 4가지 구문적 요소인 큰 수, 제수의 크기, 제수와 피제수의 위치, 어휘 수준 중 큰 수 및 제수와 피제수의 위치를 적용한 구문 문항의 경우, 일반 문항에 비해 정답률이 크게 낮았다. 따라서 실생활 기반의 문장제를 다양한 유형으로 개발하여 교과서에 제시하고, 학생들이 다양한 문제를 해결할 수 있는 기회를 제공하여야 한다.

## 참 고 문 헌

교육부 (2014). **교사용 지도서 수학 4-1**, 서울:천재교육

김민정 (2004). **자연수 나눗셈 오류 진단 및 교정**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

김수미 (1994). 수학적 오개념의 자각과 조종 - Fischbein의 메타인지전략을 통하여-. **수학교육학연구, 4**(2), 173-188.

김진숙 (1998). **초등학교수학 교과서 문장제에 대한 문제해결 관점에서의 연구**. 이화여자대학교 교육대학원 박사학위논문.

김창수 (2013). **유한소수의 나눗셈 알고리즘 정리와 관련 개념의 일반화에 관한 연구**. 경상대학교 대학원 박사학위논문.

방정숙, 이지영 (2009). 분수의 곱셈과 나눗셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. **학교수학, 11**(4), 723-743.

박교식, 송상헌, 임재훈 (2004). 우리 나라 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 대한 연구. **학교수학, 6**(3), 235-249.

박현미, 강완 (2006). 자연수의 나눗셈에 관한 초등학교 학생의 비형식적 지식. **한국초등수학교육학회지, 10**(2). 221-242.

이진영 (1998). **초등학교 아동의 나눗셈 전략 분석**. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.

임자선, 김성준 (2015). 곱셈과 나눗셈 문장제 유형에 따른 문제해결능력. **한국초등수학교육학회지, 19**(4). 501-525.

정선아 (2014). **나눗셈 문장제 해결 과정에 영향을 미치는 문장제 구성요인 및 오류의 심리적 배경 분석**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

Cai, J., & Silver, E. A. (1993). Solution process and interpretations of solutions in solving a division-with-remainder strory problem : Do chinsese and U.S students have similar difficulties? *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 491-497.

Fishbein, E., Deri, M., Nello, M., & Marino, S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3-17.

Guerrero, L., & Rivera, A. (2001). Does the acquisition of mathematical knowledge make students better problem solvers? An examination of third graders' solutions of division-with-remainder (DWR) problems. In p*roceedings of the annual meeting of the north american chapter of the international group for the psychology of mathematics education (23rd, Snowbird*, Utah, October 18-21, 2001). p 501-08.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA : Author.

Silver, E. A., Shapiro, L. J., & Deutsch, A. (1993). Sense-making and the solution of division problems involving remainder: An examination of students' solution processes and their interpretations of solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 117-135.

Rodríguez, P., Lago, M. O., Hernández, M. L. et al. (2009). How do secondary students approach different types of division with remainder situations? Some evidence from Spain. *European Journal of Psychology of Education*, 24, 529-543.

<Abstract>

# Analysis of the Sixth Graders' Strategies and Errors of Division-With-Remainder Problems


Ha, Mihyun[4]; & Chang, Hyewon[5]

For teaching division-with-remainder(DWR) problems, it is necessary to know students' strategies and errors about DWR problems.

The purpose of this study is to investigate and analyze students' strategies and errors of DWR problems and to make some meaningful suggestions for teaching various methods of solving DWR problems.

We constructed a test which consists of fifteen DWR problems to investigate students' solving strategies and errors. These problems include mathematical as well as syntactic structures. To apply this test, we selected 177 students from eight elementary schools in various districts of Seoul. The results were analyzed both qualitatively and quantitatively.

The sixth graders' strategies can be classified as follows : Single strategies, Multi strategies and Assistant strategies. They used Division(D) strategy, Multiplication(M) strategy, and Additive Approach(A) strategy as sub-strategies. We noticed that frequently used strategies do not coincide with strategies for their success. While students in middle group used Assistant strategies frequently, students in higher group used Single strategies frequently.

The sixth graders' errors can be classified as follows : Formula error(F error), Calculation error(C error), Calculation Product error(P error) and Interpretation error(I error). In this study, there were 4 elements for syntaxes in problems : large number, location of divisor and dividend, divisor size, vocabularies. When students in lower group were solving the problems, F errors appeared most frequently. However, in case of higher group, I errors appeared most frequently.

Based on these results, we made some didactical suggestions.

Key words: division with remainder, strategies for solving, errors

논문접수: 2016. 10. 05
논문심사: 2016. 11. 23
게재확정: 2016. 11. 26

---

4) zhyunz@sen.go.kr
5) hwchang@snue.ac.kr