

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2016.40.7.647>

ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

배관에서 상반 정리를 활용한 비틀림 파의 산란 신호 진폭의 닫힘 해 계산 연구[§]

이재선* · 조윤호*[†] · Jan D. Achenbach**

* 부산대학교 기계공학부, ** Northwestern Univ. Center for Quality Engineering & Failure Prevention

A Study on Scattered Wave Amplitude Closed-Form Solution Calculation of Torsional Wave Mode by Reciprocity Theorem

Jaesun Lee*, Younho Cho*[†] and Jan D. Achenbach**

* School of Mechanical Engineering, Pusan Nat'l Univ.,

** Center for Quality Engineering and Failure Prevention, Northwestern Univ.

(Received January 25, 2016 ; Received May 18, 2016 ; Accepted May 19, 2016)

Key Words: Guided Wave(유도 초음파), Reciprocity Theorem(상반 정리), Torsional Wave Mode(비틀림 파 모드), Corrosion(부식), Scattered Wave(산란 신호), Closed Form Solution(닫힘 해)

초록: 유도초음파를 활용한 비파괴검사기법은 장거리 배관 검사에 많이 활용된다. 장시간 사용에 따라 배관에는 표면 부식과 같은 형태의 결함이 주로 발생한다. 표면 부식형 결함의 경우 장거리 유도 초음파 검사 기법을 활용한 신호 해석에 어려움이 있다. 상반 정리는 복잡한 수학적 표현을 간단히 나타내주는 기법으로 잘 알려져 있다. 상반 정리는 평판, 반무한체의 산란 문제를 해결하는데 이미 적용된 바가 있지만 원통형 구조물에서는 적용된 사례가 없다. 이 논문에서는 배관 진단을 위해 상용 장비에서 많이 사용되는 비틀림 파의 산란 신호를 상반 정리를 적용하여 해석하였다. 산란 신호는 상반 정리를 활용하여 산란 체의 형태와 위치에 따라 단순한 닫힘 해로 표현하였다. 타원형 결함과 사각 결함의 폭과 깊이 변화에 따라 주파수 별로 발생하는 산란 신호가 계산되었으며, 주파수 증가에 따른 주기적인 결과를 나타내는 것을 확인하였다. 산란 신호 해석을 위한 닫힘 해는 결함의 크기를 정량적으로 해석하는데 중요한 역할을 할 것으로 기대된다.

Abstract: Guided waves can be used for the inspection of long range pipelines. Surface corrosion is often found as a major defect type in pipelines. The reciprocity relation is a well-established theorem by which one can simplify complicated mathematical expressions. The approach has been already applied to plate and half-space structures to obtain the closed-form solutions of scattered amplitude. However, results for the case of cylindrical structures have not been reported yet. In this paper, the scattering of torsional waves, which is widely used in commercial applications, is explored by the reciprocity theorem approach. Obtaining closed-form solutions of the amplitudes of propagating waves is much simplified by using the reciprocal relation. The scattered amplitudes for elliptical and rectangular defect shapes are calculated with respect to defect depth and width, at frequencies between 0 and 500 kHz. The amplitude shows the periodic result as a function of frequency. The derived closed-form solutions can play a significant role in quantitative signal interpretation.

- 기호설명 -

u_θ : 원주 방향 변위

J_1 : 제 1 종 Bessel 함수

Y_1 : 제 2 종 Bessel 함수

C_J, C_Y : 임의 진폭 계수

A^{in} : 입사파의 진폭

A^{sc} : 산란파의 진폭

P_θ : 결함으로 인해 산란신호를 발생시키는 외력

§ 이 논문은 대한기계학회 창립 70주년 기념 학술대회 (2015. 11. 10-14., ICC제주) 발표논문임.

† Corresponding Author, mechcyh@pusan.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

T(0,1)모드 : 비틀림 유도초음파의 첫 번째 모드

1. 서론

유도초음파를 활용한 검사 기법은 결함의 진단뿐만 아니라 재료의 물성 평가 등 다양한 분야에서 활용되고 있다.^(1,2) 유도 초음파 검사 기법을 활용한 장거리 배관 진단에서 결함의 위치를 진단하는 연구는 오랜 기간 많이 수행되었다.⁽³⁻⁶⁾ 유도초음파는 피검사체의 전체 단면적을 검사하는 특성으로 장거리 배관 검사에서 많은 장점을 가진다. 유도 초음파 진단 기법은 고정된 탐촉자의 위치로부터 멀리 떨어져 있는 결함을 진단할 수 있는 특성을 가지고 있어 산업현장에 상용화 되어 사용되고 있다. 기계 구조물에서 많이 발생하는 부식은 장기적으로 구조물 손상에 큰 원인이 된다. 유도초음파를 활용한 장거리 진단에서 노치형 결함의 경우 결함의 경계면이 전파 방향에 수직하는 단면이 있어 결함 진단 민감도가 상대적으로 우수한 반면, 부식형 결함은 경계면의 형상으로 인해 산란 신호가 복잡하여 진단하기에 많은 어려움이 있다.

구조물 진단을 위한 초음파 산란 신호 해석에는 대부분 유한요소 해석 기법을 활용하거나 실험적인 방법으로 연구가 이루어져 왔다.⁽⁷⁻¹¹⁾ 부식형 결함에서 발생하는 산란 신호를 정량적으로 해석하기에는 결함 크기와 형상에 대한 유한요소 모델 해석과 실험적인 방법으로 방대한 데이터를 확보해야 하므로 많은 시간과 비용이 필요하다. 이러한 한계점을 해결하기 위해 탄성 역학 상반 정리를 활용하여 초음파 산란 신호를 간단한 방식으로 계산할 수 있다. 탄성 역학 상반 정리는 변위와 표면 응력, 외력에 대한 상관관계를 활용하여 두 상태에 대한 진폭을 계산하는 방법이다.⁽¹²⁾ 상반 정리를 활용하여 초음파 산란 신호를 수학적으로 해석하는 연구가 수행된 사례가 있지만 비교적 해석이 간단한 평판에서의 Lamb파, 반무한체의 표면파에 대한 연구에 한정되어 왔다.⁽¹³⁻¹⁶⁾

본 연구에서는 배관에서 부식형 결함으로 인해 발생하는 산란 신호 해석에 상반 정리를 활용한 수학적 단합 해를 구하여 해석하는 방법이 수행되었다. 배관에서 전파하는 비틀림 유도초음파의 산란 신호 모델 해석에 필요한 단합 해를 계산하였다. 본 연구에서는 무한히 긴 열린 경계의 배관에서 산란되는 신호의 정량적 해석으로 한정한다.

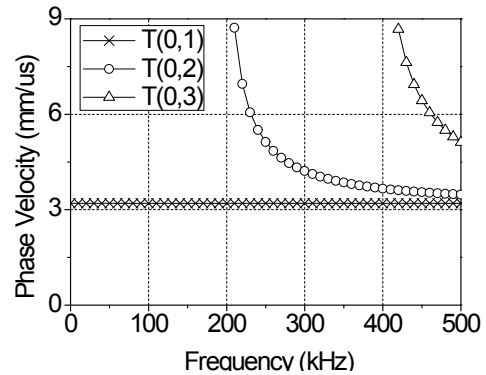


Fig. 1 Phase velocity dispersion curve of torsional wave mode

2. 배관에서의 상반 정리 적용

2.1 배관에서의 유도 초음파 모드 해석

배관에서 전파하는 유도 초음파 중 비틀림 파는 원주 방향의 변위만 존재한다. 이 때, 지배 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \quad (1)$$

여기서 u_θ 는 식 (2)와 같이 정의할 수 있다.

$$u_\theta = \frac{1}{q} [C_J J_1(qr) + C_Y Y_1(qr)] e^{-kz} \quad (2)$$

여기서 $q = \sqrt{(\omega^2/c_T^2) - k^2}$ 이다.

배관의 내면과 외면에서의 경계조건은 식 (3)과 같으며 배관에서 전파하는 비틀림 파의 분산 특성은 Fig. 1과 같다.

$$\bar{\tau}_{r\theta} = 0 \quad (3)$$

T(0,1) 모드는 모든 주파수 영역에서 다른 모드와 다르게 분산 특성이 없어 가장 많이 활용된다. Fig. 1은 8인치 Schedule 40 강관에서의 분산 선도이다.

2.2 탄성 영역의 상반 정리

상반 정리는 이미 잘 알려져 있는 이론으로 두 개의 상태로부터 원하는 영역의 값을 계산하는 방법이다.⁽¹⁰⁾ 초음파 전파 해석에서의 상반 정리 적용은 결함으로부터 발생하는 신호와 임의 가상의 전파 신호의 조합을 활용하여 산란 신호의 진폭을 계산한다. 상반 정리 관계는 식 (4)와 같다.

$$\int_V (f_i^A u_i^B - f_i^B u_i^A) dV = \int_S (u_i^A \tau_j^B - u_i^B \tau_j^A) n_j dS \quad (4)$$

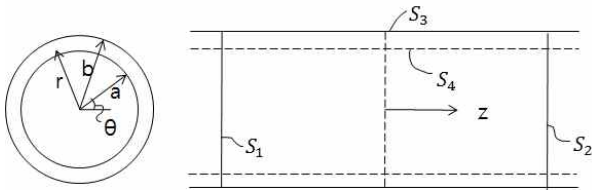


Fig. 2 Surface definition on hollow cylinder

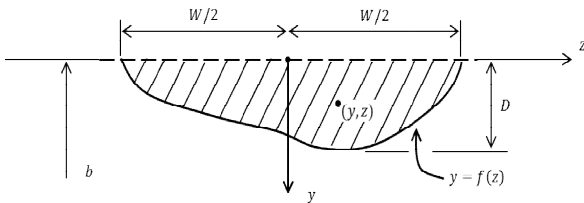


Fig. 3 Arbitrary shape of corrosion defect

여기서 S 는 경계 면을 나타내며, V 는 체적을 의미한다. f_i, u_i, τ_{ij} 는 힘, 변위, 응력을 나타낸다. 상첨자 A와 B는 두 탄성 역학 상태를 나타낸다. State A는 외부에서의 외력에 의해 발생되어 전파하는 초음파의 상태를 의미하고, State B는 가상의 초음파 전파 상태를 의미한다. 상반 정리를 활용하여 전파 초음파 신호의 진폭 해석을 위해서는 상반 정리 관계식의 경계 면을 정의해야 한다.

상반 정리 적용을 위한 경계면은 Fig. 2에 표현된 것과 같이 정의된다.

- S₁: 왼쪽 경계 면의 단면
- S₂: 오른쪽 경계 면의 단면
- S₃: 바깥쪽 경계면
- S₄: 안쪽 경계면

3. 상반 정리를 적용한 산란 신호 해석

3.1 원통형 좌표계에 상반 정리 적용

산란 신호는 결함의 형상에 따라 다르게 발생된다. Fig. 3은 임의의 형상 결함을 나타낸다. 결함의 형상을 따라 위치에 따른 응력이 발생하게 되며, 이는 산란 신호를 발생시키는 요인이 된다.

결함 형상으로 인해 발생하는 산란 신호는 결함의 경계 면의 위치에 따라 정의될 수 있으며, 이 결함 형상에 의한 산란 신호는 그에 대응되는 지점에서 발생하는 외력으로 대체할 수 있다. 식 (5)는 각 위치에서 발생한 응력을 한 지점에서 그에 대응되는 외력으로 표현해준다.

$$f_\theta = P_\theta \delta(r - b) \delta(z) e^{-i\omega t} \quad (5)$$

여기서 P_θ 는 식 (6)과 같이 정의할 수 있다. 산

란 신호를 발생시키는 산란 체의 응력은 선형관계식을 통해 식 (7)과 같이 표현된다.

$$P_\theta = \int_{S_c} t_\theta dA = \int_{V_c} \rho \ddot{u}_\theta dV = -\rho \omega^2 \int_{V_c} u_\theta dV \quad (6)$$

$$P_\theta = -\rho \omega^2 \int_{-W/2}^{W/2} \int_0^{f(z)} u_\theta dr dz \quad (7)$$

여기서 $f(z)$ 는 결함의 형상에서 위치를 나타낸다.

산란 신호 진폭 계산을 위한 수학적 해는 다양한 형상과 재질에 대하여 적용이 가능하다. T(0,1) 모드의 경우 주파수에 따른 전파 속도가 변하지 않는 비분산 특성을 가지는 유도초음파로 변위와 응력은 간단한 형태로 식 (8)과 식 (9)와 같이 정의된다.

$$u_\theta = \bar{u}_\theta e^{\pm kz} \quad (8)$$

$$\tau_{\theta z} = \pm \bar{\tau}_{\theta z} e^{\pm kz} \quad (9)$$

여기서 T(0,1) 모드의 경우 $\bar{u}_\theta = \frac{1}{2} Ar$ 이고, $\bar{\tau}_{\theta z} = k\mu \bar{u}_\theta$ 이다. 초음파 신호 진폭인 A는 입사파와 산란파로 각각 A^i, A^s 로 표현할 수 있으며, 이때의 진폭 성분은 정량적인 값이 아닌 상대적인 비율로 표현된다.

상반 정리를 활용하여 타원형 결함에서 발생하는 산란 신호의 진폭을 해석하기 위해서는 State A와 State B에서 정의된 식 (7), 식 (8), 식 (9)의 산란체로부터 발생하는 외력, 변위와 응력을 식 (4)에 대입하여 정리하면 입사 파와 산란파의 진폭 비를 구할 수 있으며, 이는 산란 신호의 진폭의 비율을 수학적 표현을 통해 정의할 수 있음을 보여준다.

3.2 결함 형상에 따른 산란 신호의 단함 해

원형 결함의 경우 식 (7)의 결함 형상 위치 함수 $f(z)$ 는 식 (10)과 같다.

$$f(z) = b - D + \alpha z^2 \quad (10)$$

여기서 $\alpha = D/(W/2)^2$ 로 정의 된다. 식 (10)을 이용하여 식 (7)의 결함으로 인해 발생하는 외력은 식 (11)과 같이 표현된다.

$$P_\theta = -\rho \omega^2 \Delta \theta \int_{-W/2}^{W/2} \cos(kz) dz \int_{b-D+\alpha z^2}^b \frac{1}{2} r^2 dr \quad (11)$$

따라서 타원형 결함으로 인해 발생하는 산란 신호의 진폭은 식 (12)와 같이 수학적으로 정의된다.

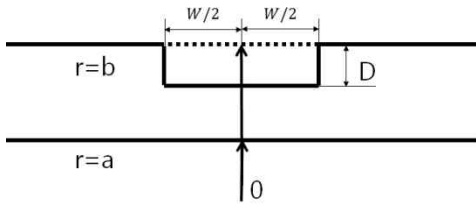


Fig. 4 Rectangular shape of defect

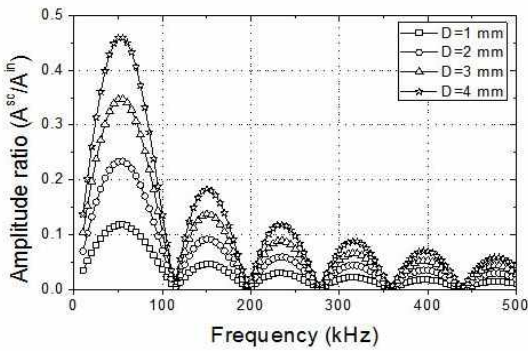


Fig. 5 Amplitude variations from circular shape of defect at width, W=40 mm and depth, D=1 mm, D=2 mm, D=3 mm and D=4 mm

$$\left| \frac{A^{sc}}{A^n} \right| = \frac{-\rho\omega^2 \frac{1}{2} b \int_{-W/2}^{W/2} \cos(kz) (D - az^2)^{\frac{1}{2}} \left[b - \frac{1}{2}(D - az^2) \right] dz}{2k\mu \int_a^b \left(\frac{1}{2}r\right)^2 dr} \quad (12)$$

노치형 사각 결함은 Fig. 4와 같으며, 결함의 형상이 간단하여 산란 신호의 진폭 식은 식 (12)과 같이 정의할 수 있다.

$$\left| \frac{A^{sc}}{A^n} \right| = \frac{-\rho\omega^2 \frac{1}{2} b \int_{-W/2}^{W/2} \cos(kz) dz \int_{b-D}^b \frac{1}{2} r^2 dr}{2k\mu \int_a^b \left(\frac{1}{2}r\right)^2 r dr} \quad (13)$$

4. 결과 및 고찰

4.1 타원형 결함의 산란 신호

8인치 Schedule 40의 강관에서 입력신호의 진폭 대비 산란 신호의 진폭의 비율을 계산하였다. 결함의 폭을 고정하고 결함의 깊이를 변화시키며 산란되는 신호의 진폭 비를 해석하였다. 산란 신호 해석을 위한 상반 정리 적용의 결과는 Fig. 5와 Fig. 6에 표현되었다. T(0,1) 모드의 경우 고정된 결함 폭에서 결함의 깊이에 비례하여 산란 신호의 진폭이 커지는 것을 볼 수 있다. 주파수에 따라 진폭의 비율이 달라지는 것은 결함 크기와 주파수의 상관관계로 인해 발생한다.

동일한 깊이와 폭의 타원형 결함으로 인해 발생하는 산란 신호는 주파수 증가에 따라 주기적으로

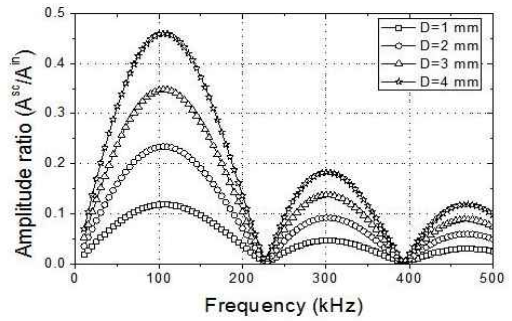


Fig. 6 Amplitude variations from circular shape of defect at width, W=20 mm and depth, D=1 mm, D=2 mm, D=3 mm and D=4 mm

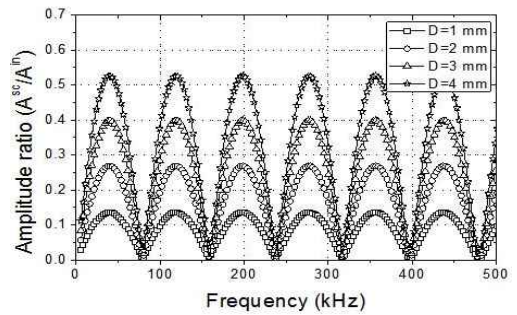


Fig. 7 Amplitude variations from rectangular shape of defect at width, W=40 mm and depth, D=1 mm, D=2 mm, D=3 mm and D=4 mm

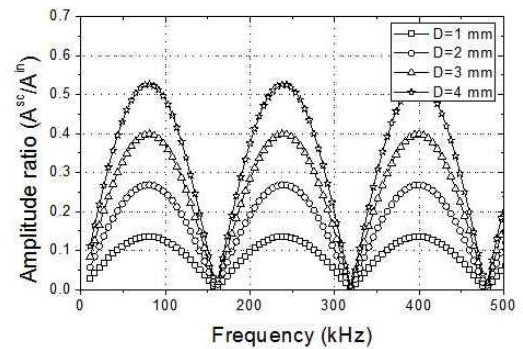


Fig. 8 Amplitude variations from rectangular shape of defect at width, W=20 mm and depth, D=1 mm, D=2 mm, D=3 mm and D=4 mm

감소하는 것을 볼 수 있다. 주파수 증가에 따라 최대 진폭이 감소하는 경향은 식 (12)에서 분자의 적분 항에 진폭 성분이 함께 포함되어 주파수가 증가함에 따라 최대 진폭이 줄어드는 것을 볼 수 있다.

4.2 사각 결함의 산란 신호

사각형 결함은 배관의 외면으로부터 1~4 mm까지 두께를 가지는 결함에 대하여 주파수 변화에

다른 산란 신호의 진폭 비가 계산되었다. Fig. 7은 결함의 폭이 40 mm일 때, 결함의 깊이가 1~4 mm 까지 변화함에 따라 산란 신호의 진폭이 변화하는 것을 보여준다. 사각형 결함의 경우에 동일한 검사 주파수에서 고정된 결함의 폭에 대해 결함의 깊이는 단순히 진폭의 크기에만 영향을 주는 것을 볼 수 있다.

결함의 폭이 20 mm인 경우 Fig. 8과 같이 산란 신호의 진폭 비는 40 mm인 경우와 동일하지만 입력 주파수에 따른 진폭의 주기가 달라진다. 사각 결함의 경우 파장이 결함 폭의 짝수 배가 되는 경우 산란 신호의 최고점을 나타내고, 파장이 결함 폭의 홀수 배가 되는 경우 최저점을 나타낸다.

5. 결론

대형 구조물에 많이 활용되는 배관에서 발생 가능한 표면 부식형 결함을 정량적으로 진단하기 위한 수학적 기법이 본 연구를 통해 제시되었다. 탄성 역학 상반 정리를 활용하여 비틀림 유도 초음파 T(0,1) 모드의 산란 신호 해석을 위한 수학적 단함 해를 구하였다. 장거리 배관에서 주로 발생하는 타원형 결함과 사각결함에 대해 결함의 폭과 깊이 변화에 따른 산란 신호의 진폭을 입력신호 진폭의 비로 계산하였다. 입력 주파수에 따라 동일한 형상의 결함에서도 산란 신호 진폭이 다양하게 나타나는 것을 확인하였으며, 이는 입력 주파수의 파장과 결함 폭의 비에 따라 주기적으로 나타나는 것을 확인할 수 있다. 다양한 형태와 크기의 결함에 대하여 수학적 해를 활용하여 기존의 유한요소 해석 또는 실험적 방법에 비해 간단하게 구할 수 있다. 본 연구를 바탕으로 주파수 특성을 활용한 정량적 산란 신호를 계산할 수 있으며, 장거리 배관의 결함 진단을 정성적 해석에서 정량적 해석으로 발전시킬 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 연구개발특구진흥재단을 통해 미래창조과학부의 특구기술사업화사업(2014BS0012)과 한국연구재단의 Global Ph.D Fellowship(NRF-2011-001753)을 통해 지원받아 수행되었습니다.

참고문헌

(References)

(1) Lee, J., Cho, Y. and Jeong, K., 2009, "Material

Characterization of Lock Plate Using Guided Wave," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 33, No. 4, pp. 373~379.

(2) Cho, Y., Jung, K. and Lee, J., 2010, "Use of Guided Waves for Monitoring Material Conditions in Fossil-Fuel Power Plants," *Trans Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 34, No. 6, pp. 695~700.

(3) Alleyne, D. N. and Cawley, P., 1992, "The Interaction of Lamb Waves with Defects," *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, Vol. 39, No. 3, pp. 381~397.

(4) Rose, J., Ditri, J. J., Pilarski, A., Rajana, K. and Carr, F., 1994, "A Guided Wave Inspection Technique for Nuclear Steam Generator Tubing," *NDT & E International*, Vol. 27, No. 6, pp. 307~310.

(5) Rose, J. L., Jiao, D. and Spanner Jr, J., 1996, "Ultrasonic Guided Wave NDE for Piping," *Materials Evaluation*, Vol. 54, No. 11, pp. 1310~1313.

(6) Lowe, M. J., Alleyne, D. N. and Cawley, P., 1998, "Defect Detection in Pipes Using Guided Waves," *Ultrasonics*, Vol. 36, No. 1, pp. 147~154.

(7) Shin, H. J. and Rose, J. L., 1998, "Guided Wave Tuning Principles for Defect Detection in Tubing," *Journal of nondestructive evaluation*, Vol. 17, No. 1, pp. 27~36.

(8) Demma, A., Cawley, P., Lowe, M. and Roosenbrand, A., 2003, "The Reflection of the Fundamental Torsional Mode From Cracks and Notches in Pipes," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 114, No. 2, pp. 611~625.

(9) Demma, A., Cawley, P., Lowe, M., Roosenbrand, A. and Pavlakovic, B., 2004, "The Reflection of Guided Waves From Notches in Pipes: a Guide for Interpreting Corrosion Measurements," *Ndt & E International*, Vol. 37, No. 3, pp. 167~180.

(10) Carandente, R., Ma, J. and Cawley, P., 2010, "The Scattering of the Fundamental Torsional Mode from Axi-symmetric Defects with Varying Depth Profile in Pipes," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 127, No. 6, pp. 3440~3448.

(11) Ratssepp, M., Fletcher, S. and Lowe, M., 2010, "Scattering of the Fundamental Torsional Mode at an Axial Crack in a Pipe," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 127, No. 2, pp. 730~740.

(12) Achenbach, J. D., 2003, *Reciprocity in Elastodynamics*, Cambridge University Press, pp. 55~115.

(13) Achenbach, J., 2000, "Calculation of Surface Wave Motions Due to a Subsurface Point Force: An Application of Elastodynamic Reciprocity," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, No. 4, pp. 1892~1897.

(14) Achenbach, J., 2005, "Combination of a Virtual

- Wave and the Reciprocity Theorem to Analyse Surface Wave Generation on a Transversely Isotropic Solid," *Philosophical Magazine*, Vol. 85, No. 33-35, pp. 4143~4157.
- (15) Hao, S., Strom, B. W., Gordon, G., Krishnaswamy, S. and Achenbach, J. D., 2011, "Scattering of the Lowest Lamb Wave Modes by a Corrosion Pit," *Research in Nondestructive Evaluation*, Vol. 22, No. 4, pp. 208~230.
- (16) Phan, H., Cho, Y. and Achenbach, J. D., 2013, "Application of the Reciprocity Theorem to Scattering of Surface Waves by a Cavity," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 50, No. 24, pp. 4080~4088.