

## 지수이동평균을 중심으로 하는 ESD밴드

이정연

대전대학교 컴퓨터공학과  
(bijou1224@hanmail.net)

황선명

대전대학교 컴퓨터공학과  
(sunhwang@dju.kr)

.....

현재 주가가 최근 움직임 범위 내에서 어떤 위치에 있는지를 나타내는 볼린저밴드 (Bollinger Band)는 단순이동평균 (Simple Moving Average)을 중심으로 단순표준편차 (Simple Standard Deviation)를 가감하여 만들어진다. 본 논문에서는 먼저 단순이동평균과 지수이동평균 (Exponential Moving Average)의 특성을 연산자 (Operator)의 관점에서 살펴보고, 각 연산자들의 임펄스응답 (Impulse Response) 1차 모멘텀의 중심값을 동일하게 하는 조건으로부터 단순이동평균 구간크기  $N$ 과 지수이동평균의 가중치  $\rho$  사이의 관계를 구한다. 다음으로 이산시간 푸리에변환 (Discrete Time Fourier Transform)을 통해 1차 모멘텀의 중심값이 동일하다는 조건하에서의 각 연산자의 주파수 응답 (Frequency Response)의 특성을 비교한다. 단순이동평균연산자는 지수이동평균연산자에 비해 고주파성분을 더 많이 포함시키므로 주가의 움직임에 과도하게 반응하게 된다는 사실에 기초하여, 지수이동평균을 중심으로 하는 새로운 ESD밴드 (Exponential Standard Deviation Band, 지수표준편차밴드)를 제안하고 자기회귀 (Auto Recursive) 형태의 계산공식을 유도하고 동일조건하에서 볼린저밴드와 ESD밴드를 실제의 예를 통해 비교한다. 제안한 ESD밴드는 주가 움직임 범위를 보다 부드럽게 표현하는 특징이 있으며, 날짜 변경 시 갭이 발생할 경우에도 이러한 장점을 살리기 위해 갱보정된 차트에 대한 ESD밴드와 볼린저밴드의 비교도 함께 살펴본다. 기존의 볼린저밴드를 이용하여 개발된 거래법들은 ESD밴드에 그대로 적용가능하다.

**주제어** : 볼린저 밴드, ESD 밴드, 단순표준편차, 단순이동평균, 이산시간푸리에변환

.....

논문접수일 : 2016년 3월 11일    논문수정일 : 2016년 4월 27일    게재확정일 : 2016년 6월 9일  
원고유형 : 일반논문            교신저자 : 황선명

### 1. 개요

랜덤한 주가지수 시계열신호를 다루기 위해서는 필연적으로 평균, 분산 등 확률통계 관련 파라미터를 사용하게 되며 그 대표적인 것이 이동평균(Moving Average)과 볼린저밴드(Bollinger Band, 2016)이다. 이동평균을 활용한 연구는 여러 분야에 적용되고 있으며(오원석, 2008. 이재원, 2013. 김현지, 장우진, 2010), 특히 본 저자는 이동평균지표에서 추세추종/모멘텀 정보를 얻고 자 만들어진 MACD에 관련된 연구를 진행한 바

있다. (이정연, 황선명, 2015) 볼린저밴드는 1980년대에 존볼린저에 의해 제안되고 2011년 상표 등록까지 된 것으로서 세 개의 곡선으로 구성되며, 밴드의 중심은 주가지수의 단순이동평균 (Simple Moving Average)이고 상하 밴드는 단순이동평균을 중심으로 최근 구간내 시계열 신호의 단순표준편차 (Simple Standard Deviation) 범위를 나타낸다 (Bollinger Band, 2016) 밴드 범위의 크기는 변동성(Volatility)의 크기에 따라 적응적으로 커지거나 작아지며, 현재 주가가 최근 움직임 범위 내에서 어떤 위치에 있는지를 나타내

는 특성이 있다.

한편 과거 일정구간의 주가시계열 데이터 각각에 동일한 가중치를 두고 얻어지는 단순이동평균 대신에 최근의 데이터에 더 많은 가중치를 두는 지수이동평균 개념은 칼만 필터링을 포함한 추정이론 및 예측이론 등 여러 분야에 광범위하게 응용되고 있는 반면 (Kwon Sang-Joo, 2006. Kwon Seong-Ki and Lee Dong-Myung, 2012. Rhee, Jung-Soo, 2010) 지수이동평균연산을 적용한 지수분산 또는 지수표준편차에 대한 공식은 전혀 보고된 바 없으며, 또한 이에 대한 서비스를 제공하는 증권사 역시 없는 실정이다 (Bollinger Band, 2016).

지수이동평균을 중심선으로 사용하고 지수표준편차(Exponential Standard Deviation)를 사용하여 상하 밴드폭선을 만들면 주가의 움직임에 과도하게 반응하는 성질이 여과되어 보다 매끈한 밴드를 얻을 수 있을 것으로 기대된다. 이에 착안하여 본 논문에서는 ESD Band(Exponential Standard Deviation Band, 지수표준편차밴드)를 제안하고 기존의 블린저밴드와 비교하기로 한다. 특히 단순이동평균의 구간값과 지수이동평균의 가중치 사이의 등가조건을 도출하였고, 또한 제시된 공식들은 여러 분야, 특히 옵션가격 도출의 핵심인 역사적 변동성을 계산할 때 유효하게 사용할 수 있는 특징이 있다.

## 2. 본문

### 2.1 단순이동평균과 지수이동평균의 연산자 특성 비교

시계열신호  $\{p_n\}$ 의 시각  $n$ 에서의  $N$ -단순이

동평균( $s_n$ )은 다음과 같이 정의된다.

$$s_n = \frac{p_n + p_{n-1} + \dots + p_{n-(N-1)}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} p_{n-i} \quad (1)$$

여기서  $N \geq 1$ .

반면, 지수이동평균( $e_n$ )은 과거값보다 최근값에 더 큰 가중치를 둔 이동평균으로서, 시각  $n$ 에서의 값은 다음과 같이 정의된다.

$$e_n = \frac{p_n + \rho p_{n-1} + \rho^2 p_{n-2} + \dots}{1 + \rho + \rho^2 + \dots} = (1 - \rho) \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i p_{n-i} \quad (2)$$

여기서  $0 \leq \rho < 1$ .

이동평균 고유의 특성을 살펴보기 위해 식 (1)을 시계열신호  $\{p_n\}$ 와 단순이동평균연산자의 컨벌루션(Convolution) 형태로 다시 쓰면

$$s_n = h_n * p_n \quad (3)$$

여기서  $*$ 는 컨벌루션 연산을 나타내고 (A.V.Oppenheim, R.W.Schafer and J.R.Buck, 1999),  $\{h_n\}$ 은 단순이동평균연산자의 임펄스응답(Impulse Response)으로 다음과 같다.

$$h_n = \frac{1}{N}(U_n - U_{n-N}) \quad (4)$$

여기서

$$U_n \equiv \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & o.w. \end{cases} \text{ 이고 } \sum_{n=0}^{N-1} h_n = 1 \text{ 을 만족한다.}$$

마찬가지로 식 (2)의 지수이동평균을 입력 시 계열신호  $\{p_n\}$ 에 대한 지수이동평균연산자 출력으로 표현하면

$$e_n = g_n * p_n \quad (5)$$

여기서  $\{g_n\}$ 은 지수이동평균연산자의 임펄스 응답으로 다음과 같다.

$$g_n = \begin{cases} (1-\rho)\rho^n, & n \geq 0 \\ 0, & o.w. \end{cases} \quad (6)$$

마찬가지로  $\sum_{n=0}^{\infty} g_n = 1$  이 성립한다.

단순이동평균연산자에 의한 유효지연( $D_S$ )은  $\sum_{n=0}^{N-1} (D_S - n)h_n = 0$  을 만족하는 값 즉, 1차 모멘텀의 중심값이다. 따라서

$$D_S = \sum_{n=0}^{N-1} nh_n = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} n = \frac{(N-1)N}{2N} = \frac{N-1}{2} \quad (7)$$

또한 지수이동평균연산자에 의한 유효지연( $D_E$ )은 위와 마찬가지로 1차 모멘텀 조건

$$\sum_{n=0}^{\infty} (D_E - n)g_n = 0 \text{ 을 만족한다.}$$

$$D_E = \sum_{n=0}^{\infty} ng_n = (1-\rho) \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^n = \frac{\rho}{(1-\rho)} \quad (8)$$

식 (7)과 (8)으로부터 서로 동일한 유효지연값을 갖기 위한 조건은  $\frac{N-1}{2} = \frac{\rho}{(1-\rho)}$  로부터

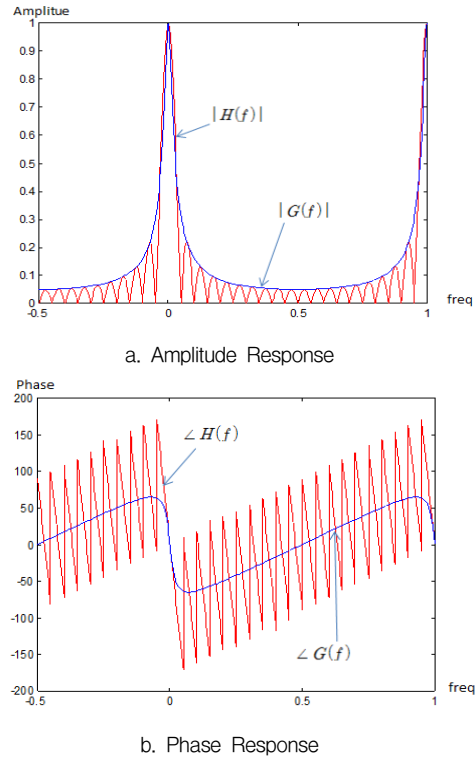
$$\rho = \frac{N-1}{N+1} \quad (9)$$

각각의 이동평균연산자들에 대한 주파수 응답 (Frequency Response)은 식 (4)와 식 (6)의 이산시간푸리에변환(Discrete Time Fourier Transform)으로 구해진다(S.J.Orfanidis, 2010).

$$H(f) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n e^{-j2\pi fn}$$

$$G(f) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n e^{-j2\pi fn} \quad (10)$$

<Figure 1>은  $N=20$  즉  $\rho=0.9048$  일 때의 주파수응답  $H(f)$ ,  $G(f)$ 을 보여준다.



<Figure 1> Frequency Response of Moving Average Operator

컨벌루션정리(Convolution Theorem)에 따라 (S.J.Orfanidis, 2010) 이동평균의 이산시간프리어 변환값은 식 (3)과 식 (5)로부터 각각 이동평균연산자에 의해 시계열신호  $\{p_n\}$ 가 여파된 형태인  $S(f) = H(f)P(f)$ ,  $E(f) = G(f)P(f)$  로 표시되며 이의 특성을 보다 좀 더 상세히 설명하면 다음과 같다. 프리어변환 이론에 의하면 임의의 신호는 다수의 서로 다른 주파수의 정현파와 신호 성분들의 합으로 표현할 수 있으므로 주가 시계열신호  $\{p_n\}$ 은 다음과 같이 표현된다.

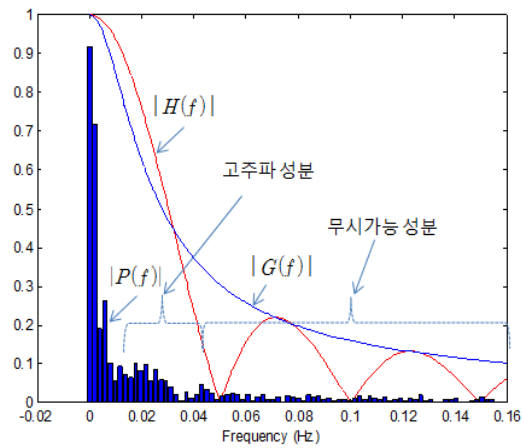
$$p_n = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos(w_i n + \theta_i) \quad (11)$$

여기서  $A_i$ 는 각주파수  $w_i$ 에 해당하는 정현파와 신호의 진폭크기,  $\theta_i$ 는 위상을 나타내고, 각각의 값은 주어진 주가 시계열신호로부터 프리어변환 기법을 이용하여 구해진다. 간단한 예를 보이기 위해 과거 임의의 특정 날짜에 대한  $\{p_n\}$ 차트와 그에 해당하는 단측파대(Single Sided Band) 크기 스펙트럼  $|P(f)|$ , 그리고 단순이동평균 및 지수이동평균의 주파수 응답곡선  $|H(f)|$ ,  $|G(f)|$ 을 <Figure 2>에 도시하였다.

스펙트럼 그림에서 보이는 바와 같이  $|P(f)|$ 는 0.04Hz 이내에 대부분의 스펙트럼이 몰려 있음을 알 수 있다. 따라서 단순이동평균의 스펙트럼  $S(f) = H(f)P(f)$ 와 지수이동평균의 스펙트럼  $E(f) = G(f)P(f)$ 를 비교하면  $S(f)$ 가  $E(f)$ 보다 고주파성분을 더 많이 포함하게 되므로 지수이동평균이 보다 더 부드럽게 표현됨을 알 수 있다.



a. Time Series Chart



b. Single Sided Band Spectrum

<Figure 2> Time Series Chart and its Spectrum  $|P(f)|$  with  $|H(f)|$ ,  $|G(f)|$

## 2.2 단순이동평균과 지수이동평균의 예

<Figure 3>은 2016년 2월 2일 근처의 5분 봉차트(Candle Chart)에서  $N=20$ 인 단순이동평균을 보여주고 있다. 각 봉에서의 샘플값은 종가를 선택하거나 또는 (고가+저가+종가)/3로 설정하든지 트레이더의 성향에 의해 결정되며 본 논문에서는 단순히 종가를 샘플값으로 하는 단순이

동평균을 도시한 것이다.

지수이동평균을 구하기 위해서는 식 (2)에서 무한히 많은 수의 덧셈이 필요한 바 이를 단순화시키기 위해 다시 쓰면,

$$e_n = \frac{p_n + \rho(p_{n-1} + \rho p_{n-2} + \rho^2 p_{n-3} + \dots)}{1 + \rho + \rho^2 + \dots}$$

$$= \frac{p_n + \rho \frac{e_{n-1}}{1-\rho}}{1-\rho} \quad (12)$$

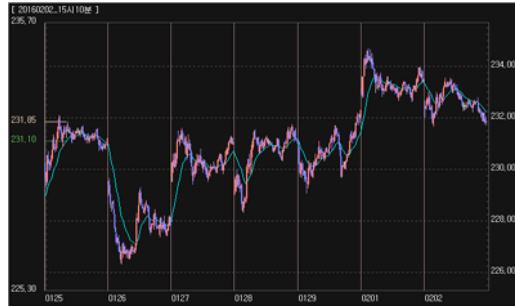
따라서 식 (2)는 다음과 같이 자귀회귀식으로 간단히 표현된다.

$$e_n = (1-\rho)p_n + \rho e_{n-1} \quad (13)$$



<Figure 3> Simple Moving Average

<Figure 4>에서는 2016년 2월 2일 근처의 5분 봉차트에서  $N=20$ 에 해당하는  $\rho=0.9048$ 인 지수이동평균의 예를 보여준다. 단순이동평균에 비해 보다 부드러운 움직임을 나타내므로 실제로 많이 사용되고 있다.



<Figure 4> Exponential Moving Average

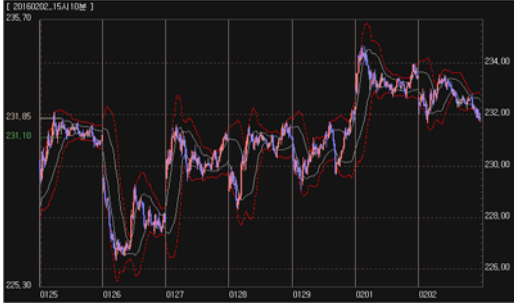
### 2.3 블린저밴드

시계열  $\{p_n\}$ 의 시각  $n$ 에서의 분산(Variance,  $\sigma_n^2$ )은 다음과 같이 표현된다 (A.Papoulis and S.U.Pillai, 2002)

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{N} \left[ (p_n - s_n)^2 + (p_{n-1} - s_n)^2 + \dots + (p_{n-(N-1)} - s_n)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (p_{n-i} - s_n)^2 \quad (14)$$

블린저밴드는 식 (1)에서 구한 단순이동평균을 중심으로 식 (14)에서 구한 분산의 제곱근 값인 표준편차(Standard Deviation,  $\sigma_n$ )의 배수값들을 곡선의 형태로 상하에 그리게 된다. <Figure 5>는 2016년 2월 2일 근처의 5분 봉차트에서  $N=20$ 인 블린저밴드이다. 빨간 점선은  $2\sigma_n$ 에 해당하는 밴드를 나타내고, 흰색실선은  $\sigma_n$ 에 해당하는 밴드를 나타낸다.



〈Figure 5〉 Bollinger Band

$N$  값이 적절히 클 경우 중심극한정리(Central Limit Theorem)에 의해 랜덤한 시계열신호  $\{p_n\}$  가 평균을 중심으로 정규분포를 갖는다고 가정할 수 있으므로  $\sigma_n$  범위 내에서 주가가 움직일 확률(Price Action Probability)이 68%, 주가가  $2\sigma_n$  범위 내에서 움직일 확률이 95%이다. 블린저 밴드에서는 주로  $2\sigma_n$  를 사용하며 밴드의 상단이 고가, 밴드의 하단이 저가일 가능성이 많다. 따라서 이러한 성질을 이용한 여러 가지 거래법이 개발되어 활용되고 있다.

### 2.4 ESD밴드의 제안

다음으로 본 논문에서 제안하는 지수이동평균을 중심으로 한 ESD밴드의 공식을 유도하기로 한다.

$n$ 시각에서의 지수분산(Exponential Variance,  $V_n$ )을 다음과 같이 정의하고,

$$V_n = \frac{(p_n - e_n)^2 + \rho(p_{n-1} - e_n)^2 + \rho^2(p_{n-2} - e_n)^2 + \dots}{1 + \rho + \rho^2 + \dots} \quad (15)$$

식 (15)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$V_n = \frac{(p_n - e_n)^2}{\frac{1}{1 - \rho}} + \rho \frac{(p_{n-1} - e_n)^2 + \rho(p_{n-2} - e_n)^2 + \dots}{\frac{1}{1 - \rho}} \quad (16)$$

식 (16)의 우변 두 번째 항을 약간 변경하여 다시 쓰면

$$V_n = \frac{(p_n - e_n)^2}{\frac{1}{1 - \rho}} + \rho \frac{(p_{n-1} - e_{n-1} + e_{n-1} - e_n)^2 + \rho(p_{n-2} - e_{n-1} + e_{n-1} - e_n)^2 + \dots}{\frac{1}{1 - \rho}} \quad (17)$$

식 (17)의 우변 두 번째 항은 다음과 같이 다시 쓸 수 있고

$$\rho \frac{(p_{n-1} - e_{n-1})^2 + \rho(p_{n-2} - e_{n-1})^2 + \dots}{\frac{1}{1 - \rho}} + \rho \frac{2(p_{n-1} - e_{n-1})(e_{n-1} - e_n) + 2\rho(p_{n-2} - e_{n-1})(e_{n-1} - e_n) + \dots}{\frac{1}{1 - \rho}} + \rho \frac{(e_{n-1} - e_n)^2 + \rho(e_{n-1} - e_n)^2 + \dots}{\frac{1}{1 - \rho}} \quad (18)$$

따라서 식 (16)의 우변 두 번째 항을 식 (18)로 대체하고,  $n-1$ 시각에서의 분산 값

$$V_{n-1} = \frac{(p_{n-1} - e_{n-1})^2 + \rho(p_{n-2} - e_{n-1})^2 + \rho^2(p_{n-3} - e_{n-1})^2 + \dots}{1 + \rho + \rho^2 + \dots}$$

을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_n &= (1-\rho)(p_n - e_n)^2 \\ &+ \rho V_{n-1} \\ &+ \rho \frac{2(e_{n-1} - e_n) \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i (p_{n-1-i} - e_{n-1})}{\frac{1}{1-\rho}} \\ &+ \rho(e_{n-1} - e_n)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

그런데 식 (19)의 우변 세 번째 항에서

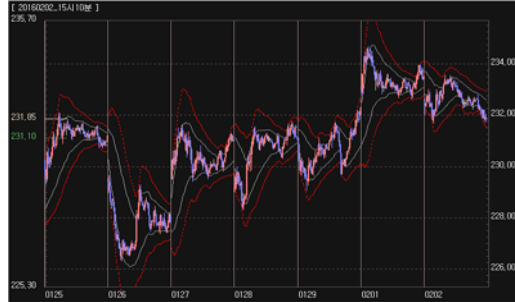
$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i (p_{n-1-i} - e_{n-1}) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i p_{n-1-i} - \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i e_{n-1} \\ &= \frac{e_{n-1}}{1-\rho} - e_{n-1} \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = 0 \end{aligned}$$

따라서 식 (15)는 다음과 같이 자기 회귀식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} V_n &= (1-\rho)(p_n - e_n)^2 \\ &+ \rho(e_{n-1} - e_n)^2 + \rho V_{n-1} \end{aligned} \quad (20)$$

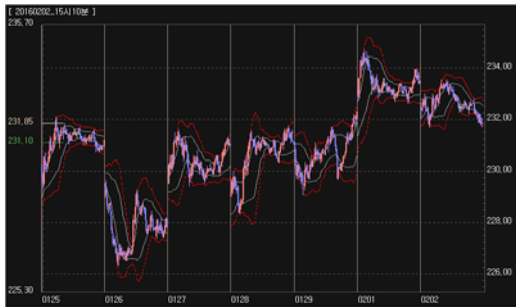
<Figure 6>은 2016년 2월 2일 근처의 5분 봉차트에서  $N=20$ 에 해당하는  $\rho=0.9048$ 인 지수이동평균을 식 (13)로부터 구하고 이를 중심으로 식 (20)에서 얻은 지수표준편차 값으로 가감

된 ESD밴드를 나타낸다. 빨간 점선은  $2\sqrt{V_n}$ 에 해당하는 밴드를 나타내고, 흰색실선은  $\sqrt{V_n}$ 에 해당하는 밴드를 나타낸다.

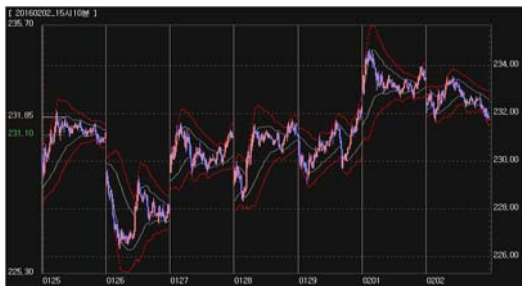


<Figure 6> Exponential Standard Deviation Band

식 (14)과 식 (20)를 비교하면 ESD밴드의 계산이 훨씬 단순함을 알 수 있으며, <Figure 6>의 ESD밴드는 <Figure 5>의 블린저밴드에 비해 전체적으로 상하밴드폭선이 부드럽게 움직임을 확인할 수 있다. 시장에는 장기 투자자뿐만 아니라 단기 투자자 특히 데이 트레이더도 많이 존재하고, 날짜 변경 시 갭이 발생할 경우 하루 내에 진입과 청산을 마감하는 데이 트레이더에게는 이러한 장점이 부각되지 않게 되므로 갭보정된 차트에 대한 ESD밴드를 구하게 된다. 블린저밴드도 참고적으로 비교하기 위해 <Figure 7>에 함께 도시하였다.



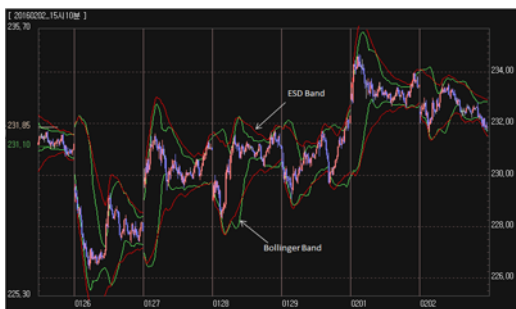
a. Bollinger Band at Gap Compensated Chart



b. ESD Band at Gap Compensated Chart

<Figure 7> Bollinger Band and ESD Band at Gap Compensated Chart

<Figure 5>와 <Figure 6> 및 <Figure 7>의 블린저밴드와 ESD밴드를 쉽게 비교할 수 있도록 <Figure 8>, <Figure 9>에 다시 한번 도시하였다.



<Figure 8> Comparison of ESD Band and Bollinger Band



<Figure 9> Comparison of ESD Band and Bollinger Band at Gap Compensated Chart

투자자는 보통 여러개의 지표를 사용하여 진입/청산 여부를 결정하게 되므로, 투자의 성향에 따라 갭보정으로부터 얻은 정보와 갭보정이 되지 않은 정보를 동시 또는 선택적으로 사용하여 투자에 도움을 받을 수 있다.

블린저 밴드를 이용하여 개발된 기존의 많은 거래법들은 ESD밴드를 이용한 거래법에 곧바로 적용할 수 있으며, 장기간 관찰 한 결과 본 연구에서 제시한 ESD밴드는 주가의 범위를 보다 타이트하게 구속시키는 장점이 있는 것으로 보이거나 몇 배수의 표준편차를 사용하는가에 관한 문제는 향후 연구 내지는 트레이더의 몫으로 남겨두기로 한다. 거래법에 관련된 사항들 역시 트레이더의 몫이므로 본 논문에서는 다루지 않는다.

## 2.5 결론

최근데이터에 좀 더 큰 가중치를 두어 부드러운 특성을 보여주는 지수이동평균을 중심선으로 사용하고 단순표준편차 대신 지수표준편차를 사용한 새로운 ESD밴드를 제안하고 기존의 블린저밴드와 비교하였다.

ESD밴드는 자기회귀방식에 의해 계산되므로 기존의 블린저밴드에 비해 계산방식이 단순하



며, 주가 움직임의 범위를 보다 부드럽게 표현하는 특성을 보인다.

본 연구에서 유도된 지수분산 또는 지수표준편차 공식은 최근의 정보에 더 많은 가중치를 두기 때문에 시계열자료를 분석하는 응용분야, 특히 옵션가격 도출의 핵심인 역사적 변동성을 계산할 때 유효하게 사용할 수 있는 장점이 있다.

## 참고문헌(References)

- A.Papoulis and S.U.Pillai, Probability, "Random Variables and Stochastic Processes," 4th edition, McGraw Hill, 2002.
- A. V. Oppenheim . R. W. Schafer and J. R. Buck, "Discrete-time signal processing," Prentice Hall, 1999.
- Bollinger., Available at "[http://en.wikipedia.org/wiki/Bollinger\\_Bands](http://en.wikipedia.org/wiki/Bollinger_Bands), (Downloaded 2 February, 2016).
- Kim Hyun-Ji., U-Jin Jang, "Trading strategies using an exponential moving average line," Joint Conference on Industrial Engineering Journal in Spring 2010, 2010.06, 1124~1130.
- Kwon Sang-Joo., "Robust Kalman Filtering with Perturbation Estimation Process-for Uncertain Systems, Journal of Institute of Control," Robotics and Systems, Vol.12, Iss. 3, 2006, 201~207.
- Kwon Seong-Ki, Dong-Myung Lee, "Performance Analysis of Compensation Algorithm for Localization Using the Equivalent Distance Rate and the Kalman Filter," *The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences*, Vol.37, Iss. 5B, 2012, 370~376.
- Lee Jae-Won, "Astock Trading System based on Supervised Learning of Highly Volatile Stock Price Patterns," Korean Institute of Information Scientists And Engineers, *Computing Practices and Letters Article 19*, No.1(2013), 23~29.
- Lee Jung-Youn, Hwang Sun-Myung, "Efficient Utilization Condition of MACD and Nontrend Status Detecting Index," Korean Institute of Information Scientists And Engineers, Korea Computer Conference in 2015, 2015, 630~632
- Oh Won-Seok, "Systematic future trading with a composition strategy," Korea Academic Society of Businee Administration, Conference and Annual General Meeting, 2008, 510~513.
- Rhee, Jung-Soo, "A note for hybrid Bollinger bands," *Journal of the Korean Data and Information Science Society*, Vol.21, Iss. 4, 2010, 777~782.
- S.J.Orfanidis., "Introduction to Signal Processing," Prentice Hall Inc, 2010.

Abstract

## ESD(Exponential Standard Deviation) Band centered at Exponential Moving Average

Jungyoun Lee\* · Sunmyung Hwang\*\*

The Bollinger Band indicating the current price position in the recent price action range is obtained by adding/subtracting the simple standard deviation (SSD) to/from the simple moving average (SMA). In this paper, we first compare the characteristics of the SMA and the exponential moving average (EMA) in the operator's point of view. A basic equation is obtained between the interval length  $N$  of the SMA operator and the weighting factor  $\rho$  of the EMA operator, that makes the centers of the 1st order momentums of each operator impulse response identical. For equivalent  $N$  and  $\rho$ , frequency response examples are obtained and compared by using the discrete time Fourier transform. Based on observation that the SMA operator reacts more excessively than the EMA operator, we propose a novel exponential standard deviation (ESD) band centered at the EMA and derive an auto recursive formula for the proposed ESD band. Practical examples for the ESD band show that it has a smoother bound on the price action range than the Bollinger Band. Comparisons are also made for the gap corrected chart to show the advantageous feature of the ESD band even in the case of gap occurrence. Trading techniques developed for the Bollinger Band can be straight forwardly applied to those for the ESD band.

**Key Words** : Bollinger Band, ESD(Exponential Standard Deviation), Simple standard deviation, Discrete time fourier transform, Exponential moving average

Received : March 11, 2016 Revised : April 27, 2016 Accepted : June 9, 2016

Publication Type : Regular Paper Corresponding Author : Sunmyung Hwang

---

\* School of Computer Engineering Daejeon University

\*\* Corresponding Author: Sunmyung Hwang

School of Computer Engineering, Daejeon University  
62 Daehak-ro, Dong-gu, Daejeon 300-716, Korea

Tel: +82-42-280-2540, Fax: +82-42-283-2889 E-mail: sunhwang@dju.kr

## 저 자 소개



### 이정연

1993년 2월 : 고려대학교 가정교육과 학사  
2014년 8월 : 대전대학교 컴퓨터공학과 석사  
2015년 3월 ~ 현재 : 대전대학교 컴퓨터공학과 박사과정  
2014년 3월 ~ 현재 : 강남대학교 산학협력단 교수  
관심분야 : 정보보호, 빅데이터, SW 공학, SW 응용



### 황선명

1984년 2월 : 중앙대학교 컴퓨터공학과 석사  
1987년 2월 : 중앙대학교 컴퓨터공학과 박사  
1989년 3월 ~ 현재 : 대전대학교 컴퓨터공학과 교수  
2000년 ~ 현재 : 한국 SW프로세스 심사인협회(KASPA) 이사  
관심분야 : 정보보호, SW 공학, 인공지능, 클라우드 컴퓨팅