

# Development of penalty dependent pricing strategy for bicycle sharing and relocation of bicycles using trucks

Woong Kim\*, Ki-Hong Kim\*\*, Chul-Ung Lee\*\*\*

## Abstract

In this paper, we propose a Bicycle sharing has grown popular around the cities in the world due to its convenience. However, the bicycle sharing system is not problem-free, and there remains many managerial problems to be solved. In this study, we analyzed pricing strategy of a bicycle sharing system by minimizing the number of bicycles relocated by trucks, the act of which incurs penalty. The objective function is constructed by applying mixed integer programming and is presented as a stochastic model by using Markov chain so that arrival and departure rates of bicycle stations can be utilized in the analysis. The efficiency of the presented model is verified upon the analysis of bicycle sharing data gathered in Daejeon in 2014.

▶ Keyword : Dickey-Fuller test, Markov-chain, bicycle sharing system, bicycle relocation, pricing strategy, service penalty

## 1. Introduction

최근 전 세계는 기후변화에 따른 환경문제와 한정된 에너지 자원으로 인류의 생존을 위협하고 있음과 동시에 지구 온난화에 영향을 주는 이산화탄소 배출을 줄이려는 노력을 끈임 없이 해오고 있다. 이는 인간이 IT 기술의 발달과 자연환경의 보존을 인지하여 교통분야 정책을 포함한 기술적인 부분을 개선하려 하고 녹색도시, 친환경도시 등 국내외적으로 비전을 세우고 친환경 교통수단으로 공공자전거의 보급과 전기자동차의 개발로 인한 수요 증대와 대중교통 이용자를 늘리고 활성화 방안을 제시하는 등 최신 트렌드에 맞는 친환경 사업을 조성하고 있다. 자전거셰어링 서비스는 대기오염 절감, 개인통행비용 절감, 다른 교통수단과의 연결성, 차량이동거리 감소, 주차 수 감소, 주차 공간 증가 등의 장점을 가지고 있어서 해외에서는 이미 많은 서비스가 활성화 되어 있다.

이에 정보는 자전거 이용활성화를 위해 경쟁력 있고 단기간에 육성 가능한 도시를 선정하여 자전거 거점도시를 조성하고 '10대 자전거 시범도시' 지정 사업을 추진하였다[1]. 공공자전거(Public Bicycle)와 자전거셰어링(Bike-Sharing)의 개념을

보자면, 국가에서 시행하고 있는 자전거셰어링을 공공자전거 서비스의 개념으로 볼 수 가 있다. 이러한 서비스를 공유경제 시스템 개념으로 부합하면 PBS(Public Bicycle System)과 BSS(Bike-Sharing System)의 시스템으로 구분 할 수가 있다. 현재 우리나라에서는 친환경 녹색성장의 목적으로 지자체에서 운영되고 있기에 자전거셰어링 보다는 공공자전거의 개념으로 볼 수 있는 실정이다. 하지만, 지자체 예산의 부족과 이용자 수요에 맞는 공급이 이루어짐에도 불구하고 적자를 면치 못하고, 공공기관과 지자체가 협력하여 국토사업의 일환으로 사업을 성장시키고 있는 추세이다. 즉, PBS는 다른교통수단 보다는 이동성이 떨어지고 느린 속도를 가지고 있지만, 경제적인 저비용 측정과 짧은 거리에서 다른 교통수단 보다는 효율적인 이동 수단으로 이루어져 있다. 가장 큰 장점은 친환경 교통수단의 부분으로서 이용자의 시간대비 경제적인 부분에서 유리한 점을 차지하고 있다[2].

현대사회에서는 소유경제를 벗어나 다양한 분야로 확장되는 공유경제가 부각 되고 있다. 대표적으로 자전거셰어링은 공유경제로 꼽히면서 대전에서는 건강한 자전거 도시, 깨끗한 자전거

• First Author: Woong Kim, Corresponding Author: Chul-Ung Lee






\*Woong Kim(woong2241@naver.com), Dpt. of Industrial Management Engineering, Korea University

\*\*Ki-Hong Kim(kikim2015@korea.ac.kr), Dpt. of Industrial Management Engineering, Korea University

\*\*\*Chul-Ung Lee(leecu@korea.ac.kr), Dpt. of Industrial Management Engineering, Korea University

• Received: 2016. 05. 17, Revised: 2016. 05. 22, Accepted: 2016. 05. 27.

Table 1. Analysis of Domestic Public bicycles

		Nubija	Tashu	Onnuri	Fifteen	Bikeseoul
Logo						
Time of introduction		Jul.2008	Oct.2009	Oct.2009	Mar.2010	Oct.2015
station		249	201	27	125	152
Bike number		4,130	2,500	300	3,000	2,000
Members		400,000	-	50,000	30,000	30,000
The average number of passengers per day		17,000	2,319	-	1,300	-
Charges	Year Mebership	30,000won	30,000won	20,000won	60,000won	30,000won
	Montly Mebership	4,000won	5,000won	3,000won	9,000won	5,000won
	Per day	1,000won	500won	1,000won	1000won	1,000won

의 도시, 녹색성장 선도 도시를 슬로건으로 자전거 공동이용 서비스의 공식명칭으로 '타슈'를 시작하게 되었다. 대여소는 지하철 출입구, 버스정류장, 주택단지, 관공서, 학교 등 생활내 통행장소에 설치되어 운영중이며, 대여와 반납은 무인으로 이루어지는 정류장 형태의 공간을 대여소라고 한다. 대여소 구성으로는 자전거와 거치대로 이루어져 있으며, 다른 자전거와 비교했을 때 안정성과 편의성을 최우선으로 제작하여 누구나 편하게 이용 가능하게 제작이 되어 있다. 거치대는 자전거를 거치하기 위한 시설이며, 반납시 자전거를 걸속해 묶을 수 있는 자전거 잠금장치가 부착되어 있기 때문에 거치대와 연결되어 있는 역할을 한다.

자전거세어링의 구성요소로는 자전거, 스테이션, 콜센터, 운영 및 유지관리, 자전거 재배치시스템, 요금 및 마케팅, 통합운영시스템을 가지고 있으며 이는 현재 사용자를 고려한 시스템으로서 대중교통과 연계되어 있는 교통카드 결제 시스템 뿐만 아니라 신용카드 자동결제 시스템부터 예약 및 콜센터까지 고객 중심형 편리 서비스 시스템을 구축하고 있다. 대전은 이러한 다방면으로 구축된 네트워크를 하나의 통합운영시스템을 운영하여 고객서비스 만족도 향상과 지역 협력 네트워크를 활용한 국고 제정 지원 비용 최소화를 목적으로 끈임 없이 솔루션을 개발 중에 있다[3].

본 연구에서는 자전거세어링에서의 거치대수와 이용자 및 트럭을 활용한 재배치 되는 자전거이동대수를 최소화하여 패널티 부어를 특징으로 비용정책 전략 시스템 분석을 검증하였다. 수학적 모델링 식은 기본 혼합정수계획법을 바탕으로 목적식을 설계하고  $\mu$ 와  $\lambda$ 를 출발, 도착으로 설정하여 단위시간당 스테이션에 이용자가 출발 및 도착할 비율을 적용한 수요 예측치를 마코브체인(Markov-Chain)을 이용하여 Stochastic한 모형으로 제시하였다. 여기서 거치대 당 자전거 대수, 트럭을 이용한 최적 재배치 비율, 각 거치대에 보충해야하는 최적 자전거 대수를 제약조건식으로 고려가 되었다. 이에 2014년 대전시 상하반기의 데이터를 바탕으로 자전거세어링의 수학적 모델식의 시스템이 효율적인지를 검증하였다.

## II. Preliminaries

### 1. Related works

#### 1.1 Status of domestic and international bike - sharing service

국내에서는 대표적으로 창원시 '누비자', 대전시 '타슈', 순천시 '온누리', 고양시 '피프틴', 서울시 '따릉이' 5개 사업을 들 수가 있다. 가장 활성화된 사업은 '누비자'로 타지자체의 벤치마킹 모델이 되고 있을 만큼 큰 부분을 차지하고 있다.

해외사례로 유럽을 알아보자면 오래전에 파리의 벨리브가 자전거 이용 활성화를 위해 버스전용차로를 자전거가 이용할 수 있게 함으로써 자전거 이용률을 증가 시킨것을 들 수가 있다. 1일 평균 11만명이 이용하여 30개 이상의 도시에서 같은 서비스가 도입되어 세계적으로 벤치마킹 대상이 되는 성공 모델을 제시하였다. 네덜란드는 OV-fiets를 시행하여 종합적인 자전거 정책을 바탕으로 대중교통에 인접한 지역을 중심으로 자전거 거치대를 확장해 나가 현재 유럽에서 가장 많은 27%의 자전거 이용률을 보여주고 있다. 마지막으로 런던은 MTS를 토대로 누구나 편리하게 신용카드로 결제가능한 시스템을 설계하였다. 이 외에도 미국, 호주 등 다양한 해외사례가 존재한다 [4].

이처럼 국내외 자전거세어링에 대한 관심이 이어가고 있으며, 서비스 만족도를 바탕으로 지자체는 개선사항 및 보수를 이어가고 있다.

#### 1.2 Review of previous research

자전거 주차장 설비에 있어서 공학적인 분석을 통해서 주차장 개수 및 위치를 고려하여 Heuristic P-Median 알고리즘을 이용하였다. 주차장 예상입지 선정에 활용되어 질 수 있을 것으로 판단되는 지역을 선정하고, 자전거이용 활성화에 도움을 주고 있다[5]. 경로선택을 할 때 경사도와 교차로를 고려하여 선택을 하게 된다. 최적경로와 비교분석하여 다익스트라 알고리

좁은 지형적 요소와 이용자의 특성을 고려했을 때를 실험을 통해 최적의 노선을 선택하는 경로기법을 제시하였다[6]. 자전거 수요추정모형을 변수를 고려하여 기존 연구와 차별성 있는 모형을 구축하였다[7]. 편의항목들을 선정하여 공공자전거의 경제적 편익을 추정하였다[8]. 특히, 국내 연구현황은 주로 이용자 특성분석과 공간적 이용특성 분석을 통한 시간대별 이용목적에 유의미한 상대적인 특징 분석이 많이 연구되고 있다.

해의 논문 사례에서는 최적화된 입지선정과 통행선택 모형을 개발하여 차량재배치의 불균형을 최소화하는 One-way 카셰어링 시스템을 혼합정수계획법을 사용하여 분석하였다[9]. 혼합정수계획법을 활용한 효율적인 재배치 전략을 제시하고 실제 자료를 바탕으로 차량의 재배치를 최소화시키는 방안을 제시하였다[10]. 각 자전거 주차장의 서비스 레벨과 재고자전거에 따른 최적차량경로설계 제조정을 나타내고 있다[11]. 재배치에 사용되는 트럭과 고객을 위한 온라인 가격 이벤트를 고려했을 때의 서비스 수준이 떨어지는 것을 보여줌으로써 자전거 재배치 직원 고용 선정에 대해서 고객에게 보상 대금을 절충할 수 있음을 보여주고 있다[12]. 트럭을 이용한 자전거 재배치를 랜덤하게 변화하는 고객의 수요를 고려한 Stochastic 모델을 제시하였다[13]. 트럭을 이용한 재분배와 거치대의 용량을 고려한 Stochastic 모델식과 Stationary Process를 통해 이용자 사용분석을 나타내고, 이를 바탕으로 상태전이모형을 제시하여 이용자의 대기시간을 줄이는 최적의 시간을 보여주고 있다[14].

### III. The Proposed Scheme

#### 1. Bike-Sharing for Stationary time series

##### 1.1 Stationary time series Test

먼저 자전거셰어링은 다수의 스테이션이 적정 자전거대수가 사용자에게 의해 이동이 이루어지고 수요가 많은 지역에서는 거치대에 빈 공간이 생기는 문제가 발생하고, 반면에 수요가 적은 지역에서는 거치대가 꽉 차는 상황이 발생하게 된다. 이에 논문에서는 문제의 거치대를 거치대가 빈공간이 있는 경우와 꽉 차여있는 공간으로 가정을 한다. 자전거의 이동은 오로지 이용기간의 사용과 거치대의 자전거 공간의 밸런스를 유지해주는 트럭을 이용한 자전거 재배치로만 이동이 가능한 것으로 하고, 자전거 수리 및 파손에 의한 자전거 수요는 고려되지 않은 것으로 본다. 다음으로는 2014년 상반기 하반기 대전의 타슈 데이터를 고려하였다.

이에 자전거셰어링이 반복되는 상황에 대한 특정 시스템의 변화나 발전과정을 연구하는데 유용한 분석 기법인 마코브 체인 프로세스에 적합하다 판단되었고, 이는 어떤 사건이나 실험 결과가 바로 이전 사건이나 실험결과에 의해서만 결정되는 확률론적 과정에 관한 이론으로 볼 수가 있다. 즉, 작은 단위구간

을 긴 단위 구간의 연속적인 프로세스 모형을 만들 수 있을 것으로 보고 정상성(Stationary)한 구조적 특성을 고려하여 먼저 자전거셰어링이 정상성한지에 대한 증명이 필요할 것으로 보인다. 여기서 정상성은 정상 시계열 모형 (Stationary Time Series Model)을 가져 정상성의 가정으로 도출할 수 있는 과정으로 시간 첨자를 갖는 확률변수들의 집합으로 확률과정 (Stochastic Process)라고 할 때, 관측되는 시계열은 과정에서의 실현값으로 나타낼 수가 있다.  $t$ 가 시간을 나타낼 때 확률에 대한 시계열과정 또는 시계열 모형으로 정의를 하고 있으며, 실현값과 확률과정의 관계는 표본과 모집단의 관계와 유사함을 알 수가 있다[15].

#### 1.2 Dickey-Fuller Test

자전거셰어링이 마코브체인 과정을 따르려면 정상성이 증명되어야 함을 보여줘야한다. 계절적인 요인에 영향을 많이 받는 자전거셰어링의 특수성을 고려하여 단위 시간적 분석에 맞는 Dickey-Fuller 검정법에 따른 정상성 판별을 알아볼 수가 있다. 즉, 자기회귀모형은  $y_t = \rho y_{t-1} + u_t$  이고 여기서  $y_t$ 와  $y_{t-1}$ 는 변수,  $\rho$ 는 상관계수,  $u_t$ 는 에러항으로 정의하고, 모형이 정상성 하다면  $|\rho| < 1$  일 것이고, 비정상 하다면  $|\rho| = 1$  혹은  $\rho > 1$  이다. 정상성의 여부는 1을 기준으로 결정되며, 1은 단위근(Unit-root)라고 한다[16].

#### 1.3 Stationary whether verification

위 설명을 증명하는 과정에서 2014년 상반기 하반기 기준 대전 타슈 데이터를 이용하여 정상성 여부 검증을 실험하였다. 시간적 분석을 기반으로 계절적 요인으로 봄( $n = 339$ ), 여름( $n = 908$ ), 가을( $n = 739$ ), 겨울( $n = 257$ ) 4가지를 기준으로 분석하고, 총 데이터( $n = 2303$ )를 추가로 분석하였다. 가정으로는 왕복은 고려하지 않고, 편도만을 나타내고, 다수 데이터에서 표본 추출하여 클러스터링을 이루는 데이터 값에 대한 상관관계분석으로 하였으며, 유의성 여부 판단은 다음과 같이 그림으로 나타내었다.

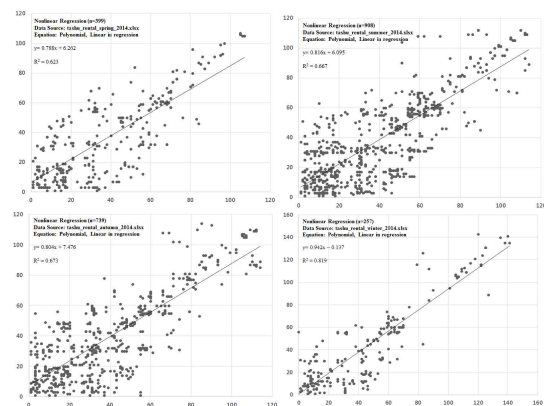


Fig. 1. Statistical using analysis of the Daejeon Tashu in four seasons 2014.

이에 대해 각 사계절별을 통합한 2014년 대전 타슈 통계적 이용분석을 다음 그림과 같이 보여줄 수 있다.

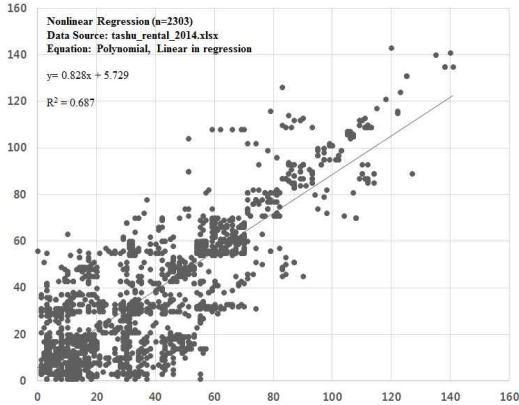


Fig. 2. Statistical using analysis of the DaeJeon Tashu in 2014.

이러한 계절적 요인 분석을 통해 여름, 가을, 봄, 겨울 순서로 이용자의 사용빈도가 많음을 확인 할 수 있고, 각 계절별  $\rho$  값은 봄( $\rho = 0.788$ ), 여름( $\rho = 0.816$ ), 가을( $\rho = 0.804$ ), 겨울( $\rho = 0.942$ )로  $|\rho| < 1$  범위의 값으로 판별이 되어 정상성으로 판단할 수 있음을 나타낼 수 있다. 더불어 앞서 설명에서 수요와 공급이 많아 거치대가 꽉 차거나 혹은 완전히 비어있는 것을 문제의 역이라고 정의하였으며, 위 분석을 통해서 3개 거치대의 문제역을 다음 그림과 같이 보여 줄 수 있다.

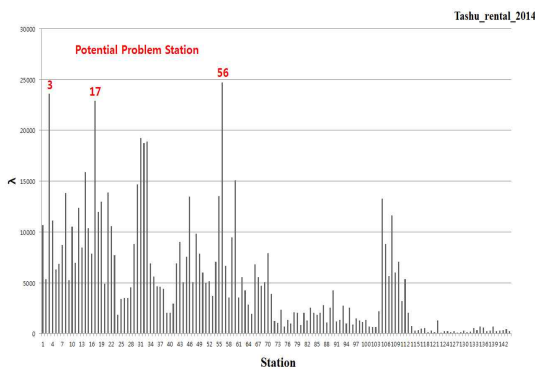


Fig. 3. The minimum number of the bike ratio arrive each station has 3 problem station of the DaeJeon Tashu in 2014.

## 2. Markov-Chain Modeling

### 2.1 Mathematical Objective Function Modeling

앞서 Dickey-Fuller 검정법을 통해서 Stationary함이 증명됨에 따라 자전거세어링은 연속적인 마코브체인 과정에 따른 수학적 목적식을 설계할 수가 있다. 먼저 목적함수는 사용자가 시간당 자전거를 이동하는 평균대수와 트럭이 시간당 자전거를 옮기는 평균대수를 최소화 하고 이에 각각의 패널티 부여를 최

소화 했을 때의 합을 최소화 하는 목적으로 모델링을 설계하였다. 모델링 설계에 앞서서 문제의 역을  $P_0$  (거치대가 완전히 비어있는 확률) 와  $P_k$  (거치대가 꽉차있는 확률)로 정의를 했을 때, 도박꾼의 파산 문제(Gambler's Ruin Problem)[17] 정의를 활용한  $P_i$  값을 구할 수가 있다. 즉,  $P_i = p P_{i+1} + q P_{i-1}$  여기서  $p$ 는 이기는 게임이고  $q$ 는 지는 게임으로 
$$p = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}} (\frac{\mu_{j_i} + \gamma_{j_i}}{\mu_{j_i} + \lambda_{j_i}}) , \quad q = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}} (\frac{\lambda_{i_j} + \gamma_{i_j}}{\mu_{j_i} + \lambda_{i_j}})$$
 나타낼 수 있다. 추가적으로 트럭으로 재배치되는 자전거 대수를 각 거치대에 보충해야하는 공간 수량으로 설정하여 적정량의 자전거 대수를 유지하는 목적식의 제약조건식을 만들 수 있다.  $\gamma$  값은 트럭을 이용한 최적 재배치 비율이며,  $Q$  값은 각 거치대에 보충해야하는 최적 자전거 대수 평균 비율로서 거치대가 완전히 비어 있거나 꽉 찬 경우 제외하고, 각 거치대에 보충해야하는 자전거 평균 수량으로서 거치대에 보충해야하는 최적 자전거 대수 평균 비율을 다음과 같은 정리로 나타낸다.

$\gamma$  : 트럭을 이용한 최적 재배치 비율

$Q$  : 각 거치대에 보충해야하는 최적 자전거 대수 평균 비율

$\mu_i^M$  : 각 거치대에 도착하는 최대 자전거 대수 비율

$\lambda_i^m$  : 각 거치대에 도착하는 최소 자전거 대수 비율

$$Q = \frac{Max(K_i) - Min(K_i)}{2} = \frac{(\mu_i^M - \lambda_i^m) K_i}{2}$$

$$\sum_{(i,j) \in N} Q \gamma_i \quad (\forall i, j \in N)$$

이에 위 식들을 고려한 목적식 및 제약조건 수학적 모델링 식을 설계하면 다음과 같은 식이 나오고, 이에 앞서 먼저 Notation을 선별적으로 설정하였다.

#### Notation

$S_i$  : 거치대 당 자전거 대수

$N$  : 현재 운용되는 거치대의 개수

$K_i$  : 거치대의 용량

$h$  : 비어있는 거치대의 패널티

$d$  : 꽉차있는 거치대의 패널티

$P_0$  : 거치대가 완전히 비어있는 확률

$P_k$  : 거치대가 꽉차있는 확률

$\lambda_i$  : 각 거치대에 사용자 및 트럭이 도착하는 비율

$\mu_i$  : 각 거치대에서 사용자 및 트럭이 출발하는 비율

$\gamma N$  : 한 대의 트럭이 자전거를 옮기는 비율

제약조건으로는 거치대에 남아있는 최적의 자전거 대수와 트럭이 각 거치대에 재분배 했을 때의 자전거가 이동하는 최적의 자전거 대수를 고려하여 문제의 거치대를 가장 적게 만드는

것을 조건으로 제시하였다.  $\gamma$ 값은 트럭을 이용한 최적 재배치 비율이고, 이는 자전거의 수요에 영향을 받는 값 $\gamma$ 으로서  $\gamma N$ 은 트럭이 자전거를 옮기는 비율로 설정 할 수가 있다. 또한, 결정변수로는  $K_i$  (거치대의 용량)와  $S_i$  (거치대 당 자전거 대수)로 설정하여 문제역의 이동하는 자전거 대수의 최소화를 목적으로 설정 하였다. 단, 결정 변수는 정수로 나타내어 거치대와 자전거대수의 명확한 대수 설정을 하였다.

**목적식**

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in N} \{(h \lambda_i P_0 + d \mu_i P_k) / K_i\} + S_i \quad (\forall i \in N, t: \text{Time Period})$$

**제약조건**

$$S_i \geq \frac{K}{2} + \frac{\lambda_i}{\mu_i} \quad (\forall \lambda_i, \mu_i) \quad (1)$$

$$\gamma_i \geq \frac{1}{2[K - (S_i - \frac{\lambda_i}{\mu_i})] - 1} \quad (\forall \lambda_i, \mu_i) \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in N} \frac{(\mu_i^M - \lambda_i^m)}{2} \gamma_i \quad (\forall i, j \in N) \quad (3)$$

**결정변수**

$K_i$  (거치대의 용량)  
 $S_i$  (거치대 당 자전거 대수)      ( 단,  $K_i, S_i =$  정수 )

가정해야할 사항으로는 트럭은 자전거가 많은 거치대에서 자전거가 적은 거치대로만 이동을 해야한다. 이는 문제의 역을 각 거치대에 자전거가 완전 없거나, 완전 꽉 차여있는 상태를 고려했을 때, 트럭이 실시간으로 사용자의 수요에 따라 이동하는 자전거의 현상을 적용한 것이다. 이는 사용자가 시간당 자전거를 이동하는 대수와 트럭이 시간당 자전거를 옮기는 대수를 최소로 하고 각각의 패널티부여를 최소화 했을 때의 합을 목적으로 설계하였다.

여기서  $S_i$  는 거치대 당 자전거 대수로  $K_i$  (거치대의 용량)에서 평균값에서  $\frac{\lambda_i}{\mu_i}$ 는 각 거치대에서 순환되는 자전거의 대수를 더한 값보다 큰 값을 설정하였다(1).  $\gamma_i$ 값은 트럭을 이용한 최적 재배치 비율로서  $K_i - 1$ 의 반비례값으로 설정하였다(2).  $Q_i$ 값은 거치대에 보충해야하는 최적 자전거 대수 비율( $Q$ )에 트럭을 이용한 최적 재배치 비율( $\gamma_i$ )이 증가한 값으로 트럭이 거치대에 보충해야하는 최적 자전거대수를 설정하였다(3). 여

기서  $\frac{\lambda_i}{\mu_i}$ 는 각 거치대에서 평균 순환되는 자전거의 대수를 나타낼 수가 있다. 이를 도식화로 나타내면 다음의 그림과 같다.

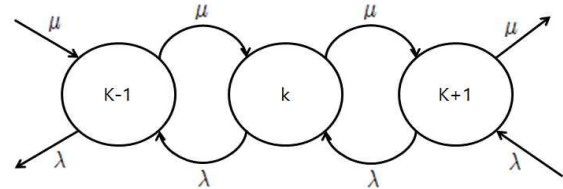


Fig. 4. If the Bike is not completely in the station  
 $P_k(\lambda + \mu) = P_{k-1}\mu + P_{k+1}\lambda \quad (n \in ]0, k[)$

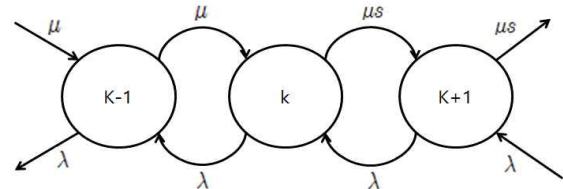


Fig. 5. If the Bike is completely in the full station  
 $P_k(\lambda + \mu s) = P_{k-1}\mu s + P_{k+1}\lambda \quad (n \geq k)$

위 그림과 같이 문제역에 따라 자전거 부족일 경우와 이용자 부족에 따른 트럭과 이용자 간의 분배 전략 그림을 보여주고 있다. 각 경우의 수에서의 식은 자전거 부족에 따른 이용자 대기시간의 패널티가 주어짐으로써 기회비용의 손실을 가져올 수가 있고, 반대로 이용자 부족에 따른 자전거 대기시간의 패널티가 주어짐으로써 기회비용의 손실을 가져 올 수 있는 식으로 보일 수 있다. 따라서 자전거 부족과 이용자 부족의 균형을 맞춰 줌으로써 기회비용 손실을 최소화하는 목적을 가져다 줄 수 있다. 특히 정상적 분배의 경우는 이용자 사용과 자전거 수요, 트럭의 재분배로 세 가지가 공통적으로 이루어지는 특징을 가지고 있다. 즉, 특정지역에서 일정기간에 트럭의 이동횟수를 X로 두어 확률분포로 해석할 수 있다.

**2.2 Poisson Distribution**

이전 논문[5] 에서 트럭의 재배치가 이루어지는 경우에 문제역이 최소가 되는 재배치 비율은  $\gamma \geq \frac{\lambda}{K-1}$  이고, 거치대 당 평균 자전거 대수  $s = \frac{K}{2} + \frac{\lambda}{\mu}$ 이다. 확률변수 X를 트럭의 이동횟수로 두면 X가 이산확률변수이므로 이항분포로 해석할 수 있다.

X가 이항분포  $B(n, p)$ 이면  $m = np$ 라 할 수 있으므로  $X \sim B(n, \frac{\lambda}{K-1})$ 에서  $m = n \times \frac{\lambda}{K-1}$ 이다. 이를 포아송분포식에 적용하면 다음과 같다.



$$P(x) = e^{-\left(n \times \frac{\lambda}{K-1}\right)} \cdot \frac{\left(n \times \frac{\lambda}{K-1}\right)^x}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

따라서, 포아송분포로 반복되는 상황에 대한 특정 시스템의 변화나 발전과정을 연구하는  $m \times l$  행렬의 마코브체인을 만들 수 있다. 즉, 어떤 사건이나 실험결과가 바로 이전 사건이나 실험결과에 의해서만 결정 되는 확률론적 과정을 나타내는 식으로  $P(X_{k+1} = x_{k+1} | X_k = x_k)$  이 성립함을 보여준다.

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix} (P_1 P_2 P_3 \dots P_l) = \begin{pmatrix} P_1 P_1 & \dots & P_1 P_l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_m P_1 & \dots & P_m P_l \end{pmatrix}$$

여기서  $n$ 은 총 거치대의 수,  $m, l$  ( $m$ 은  $k$ 번째 거치대의 트럭이동 횟수,  $l$ 은  $k+1$ 번째 거치대의 트럭이동 횟수)은 트럭의 이동 횟수를 나타낸다.  $k$ 번째 거치대에서 1번 이동이  $k+1$ 번째 거치대에서 2번 이동에 영향을 주는 과정을 보여주는 것으로 단일 확률이 계속적인 과정을 통해 연속적 확률의 마코브체인으로 해석 할 수 있다.

다음 장에서는 포아송분포에 따른 사회적 비용편익분석을 앞선 평균자전거 이동대수를 최소화한 목적식이 효율적인 비용 및 수익 개선효과 검증에 타당한지를 보여줄 수 있다.

## IV. Experiments and Evaluations

### 1. Design and modeling construction

#### 1.1 Formulation design analysis

본 논문은 2014년 대전 타슈의 각 거치대에 도착하는 최소 자전거 대수 비율에 따른 문제역 거치대 3개를 발견한 관련 데이터를 분석으로 한다.  $\lambda$ 와  $\mu$ 값은 시간당 각 거치대에 사용자 및 트럭이 도착하고 출발 비율로서 예를 들어 1년 동안 365대의 자전거가 3번 스테이션에 도착했다면  $\lambda$ 는 365대/년으로 나타내고 이는 1일 동안의 단위로 나타내기 때문에 시간당의 비율로 전환될 필요가 있다. 다음으로는 문제의 역이 총 3개가 있고 출발역과 도착역이 같을 수 없는 편도성 자전거세어링의 문제로 한 개의 역에 도착하는 자전거는 다른 두 역에서 들어오는 자전거로 설정되어있다. 예를 들어 3번역에 300대의 자전거가 들어오면 17번역과 56번역에서 1:2의 비율로 3번역은 100대의 자전거가 출발하고 56번역은 200대의 자전거가 출발함을 알 수가 있다. 이에 다음 표는  $\lambda$ 가 편도를 고려하였을 때의 3개의 역에서의 평균자전거 이동 대수를 보여준다.

Table 2. User use the number of the bike in three problem station

$\lambda_i \backslash \lambda_j$	3	17	56
3	0	1.791	1.850
17	1.549	0	1.209
56	1.620	1.224	0

여기서 한 개의 역에서 출발하는  $\lambda$ 값의 비율은 다르지만, 도착하는  $\mu$ 값의 비율은 대칭적인 동일한 값으로 정리가 될 수 있다. 이를 가지고 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

Table 3. Between Departure and arrival rate model expression correlation ratio in three problem station

	$\lambda$	$\mu$
3	3.641	3.169
17	2.758	3.015
56	2.844	3.059

이는  $\mu$ 가  $\lambda$ 보다 많은 상황(출발이 도착보다 많은 상황)이 이루어졌을 때 트럭의 재배치가 이루어지지 않는다면 비어있는 스테이션으로 이루어지게 되고, 반대로  $\lambda$ 가  $\mu$ 보다 많은 상황(도착이 출발보다 많은 상황)이 이루어졌을 때 트럭의 재배치가 이루어지지 않는다면 꼭 찬 스테이션으로 이루어지기 때문에 꼭 재배치가 이루어져야한다. 즉, 재배치가 이루어지지 않는다면 3번 스테이션은 비어있는 스테이션이 되고, 17번, 56번 스테이션은 꼭찬 스테이션으로 이루어지게 된다.

이러한 최적값의 결과를 바탕으로 목적식과 제약조건식을 반영한 결정변수값을 도출할 수 있다. 그 조건에는 다음과 같은 가정이 존재한다.

- 1) 한 개의 역에서 또 다른 역으로 이동하고, 왕복으로는 제한을 둔다.
- 2) 자전거 역의 거치대수가 10대보다 작거나 100대보다 클 수 없다. 즉,  $K$ 는 10대와 100대 사이의 정수값으로 한다. ( $10 \leq K \leq 100$ )
- 3) 문제의 역을 3으로 고정( $N=3$ )되어 있지만 그 이상으로 가능하다.

위 조건의 가정을 바탕으로 시뮬레이션 구현 및 각종 실험을 검증하는 단계를 거쳐 목적식의 페널티 최소값을 찾을 수 있다. 목적식의  $P_0$  과  $P_k$ 에 대한 각각의  $h$ (비어있는 거치대의 페널티)와  $d$ (꽉차있는 거치대의 페널티)의 최소값을 시뮬레이션 구현 및 검증단계를 통해 확인하고 최적의 결정변수 해를 찾아본다. 먼저  $h$ 와  $d$ 가 같은 값이라 할 때, 4가지의 조건사항으로 실험해보았다. 페널티  $h$ 와  $d$ 가 낮을 때( $h=d=1$ ), 페널티 시스템에 큰 영향을 받지 않기 때문에 비용절감을 위한  $K$ 역을 최소로 유지하는 것을 확인할 수 있다. 페널티  $h$ 와  $d$ 가 중간 때( $h=d=500$ ), 페널티 시스템에 반영하는  $K$ 역 값이 일정 수준

유지하는 것을 확인할 수 있다. 페널티  $h$ 와  $d$ 가 높을 때 ( $h = d = 1000$ ), 자전거를 빌리러 왔는데 못 빌려가거나, 반납하려 왔는데 반납을 못하는 경우를 최소화하기 위해  $K$ 역 최대값이 100에 근접하게 유지됨을 알 수 있다. 페널티  $h$ 와  $d$ 가 매우 높을 때( $h = d = 2000$ ), 모든 역의 최대값  $K$ 가 유지되는 것을 알 수 있다. 즉, 앞서 살펴본 데이터를 바탕으로 각각의 페널티값이 높아질수록  $K$ 값도 높아지는 결과가 나오고,  $K$ 가 높아질수록 목적식 최적값( $opt.min$ )도 높아짐을 알 수 있었다.

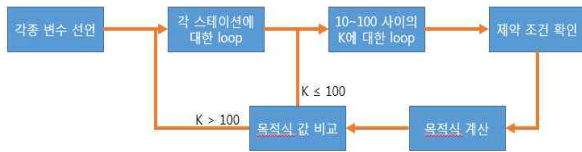


Fig. 6. In order to Optimize value, Simulation design the process

앞선 시뮬레이션 단계에서는 각각의 페널티가 동일한 값에서 실험을 진행 하였으나, 다음은 각각의 페널티가 다른 값을 가질때의  $K$ 값을 찾아본다. 즉, 페널티  $h$ 와  $d$ 가 각각  $h = 200$ ,  $d = 800$ 로 분석한 결과 station1의  $K$ 값이 다른 스테이션에 비해 많이 높아지는 현상을 보아, 이는 Station1이 유일하게  $\mu$ 보다  $\lambda$ 가 높은 값을 가지고 있어서, 이는 빌리러 오는 사람이 못 빌리는 일을 최소화하기 위해 일어나는 현상으로 볼 수 있다. 반대로 각각  $h = 800$ ,  $d = 200$ 로 분석한 결과 Station2와 Station3이 Station1보다 높은  $K$ 값을 유지하는 것으로 보아, 이는 두 스테이션의  $\mu$  값이  $\lambda$ 보다 높기 때문에 반납하려 온 사람이 반납하지 못하는 사태를 최소화 하기 위해 일어나는 현상으로 볼 수 있다.

Table 4. When the same penalty value of the station, Optimal value of the Objective function Considering the decision variable ( $K_i$  : Capacity,  $S_i$  : the number of the Bike)

		Station1	Station2	Station3	$opt.min$
$h = d = 1$	$K_i$	10	10	10	19.0
	$S_i$	6.149	5.915	5.930	
$h = d = 500$	$K_i$	58	55	56	166.7
	$S_i$	30.149	28.415	28.930	
$h = d = 1000$	$K_i$	80	76	77	233.2
	$S_i$	41.149	38.915	39.430	
$h = d = 2000$	$K_i$	100	100	100	328.9
	$S_i$	51.149	50.915	50.930	

즉, 페널티  $h$ 와  $d$ 의 합이 1000으로 이루어진 ( $h = d = 500$  와  $h = 200$ ,  $d = 800$  와  $h = 800$ ,  $d = 200$ ) 값을 비교 분석해 본 결과, 페널티에 따라 3개의 Station들의  $K_i$  값이 증감하는 것을 확인할 수 있고, 이는 목적식의 최소 최적값이 생겼을 때

문제의역에 대한 트럭을 이용한 재배치 전략이 이루어져야 한다는 것을 알 수가 있다.

Table 5. When the other penalty value of the station, Optimal value of the objective function Considering the decision variable ( $K_i$  : Capacity,  $S_i$  : the number of the Bike)

		Station1	Station2	Station3	$opt.min$
$h = 200$ , $d = 800$	$K_i$	70	49	51	43.2
	$S_i$	36.149	25.415	26.430	
$h = 800$ , $d = 200$	$K_i$	47	62	61	66.4
	$S_i$	24.649	31.915	31.430	

## IV. Discussion and Conclusions

### 1. Conclusions

사회적 비용 편익 분석 정책 전략수립 방안으로 이어지는 결론을 내고자 한다. 사회적 비용 편익 분석(Social Cost-benefit analysis)이란 의사결정을 하는데 있어 가능한 모든 사회적 비용과 가능한 모든 사회적 편익을 따져 대안들 중 최적대안을 선정하는 기법으로서, 의사결정자는 대안들 중 비용이 같다면 그 중 편익이 가장 큰 대안을 선택하거나, 반대로 편익이 같다면 그 비용이 가장 적게 드는 대안을 선택하는 방법이다. 이 기법의 가장 중요한 점은 통화호름의 가치가 시간에 따라 변화하는데 있어서, 현재가치 및 할인율 적용은 미래와 현재의 편익 혹은 미래와 현재의 비용으로 분석할 수가 있다. 특히, 공공지출(공공투자사업)의 경제적 타당성 분석에 할인율을 적용할 수가 있으며 다음 표는 경우와 항목에 다른 비용 편익 분석의 표를 보여주고 있다. 예를 들어 만약 기존 사업에서의  $K_A = 10$ ,  $\gamma_A = 10$ 와  $K_B = 30$ ,  $\gamma_B = 30$ 의 변화량을 분석 했을 때 기존 사업(A)보다 변경된 사업(B)이 효율성을 나타냈을 때, 사회적 비용 편익 분석으로 변경된 사업이 효율적임을 나타낼 수가 있다.

Table 6. Costs and benefit(profit) according to the Bike-sharing in the case and Item

	Costs	Benefit(Profit)
Case	Installed the small number of station	A lot of Installed the number of station
Item	The truck drive relocation costs a lot of Item	The truck drive fewer Item relocation costs

즉, 기존 사업(A)과 변경된 사업(B)의 비용과 편익을 고려한 순편익(편익-비용)을 제시하고 변경된 사업의 타당성 및 효율성을 제시할 수가 있다. 기존사업(A)은 계량화된 방법으로 자

전거세어링 시스템의 이용가치를 지불의사금액으로 추정하여 최소 499.3에서 최대 636.1억원에 달하고, 결정요인은 지불의사금액에 영향을 미치는 것으로 조사하여 조건부가치추정법을 활용한 대전 타슈의 비용편익 분석에서 경제적 편익이 크다는 것을 보여주었다. 이는 현재 월평균 5,000원으로 구성되어 있는 서비스에서 월 평균 지불의사액을 추정치를 약 3,821.5원으로 개선된 사항임을 보여주고 있다[18]. 하지만 이는 순수 이용자별 설문조사로 통계적 추정치를 활용한 금액으로 설정되어 있기에 트럭차량을 이용한 자전거 재배치, 자전거 감가상각비, 자전거 거치대수의 평균이용량 등 비용을 산출되는 값이 고려되지 않은 한계적 성질을 가지고 있다.

이에 본 논문에서는 마코브체인으로 설계한 수학적 모델을 활용하여 자전거이동대수와 트럭차량을 이용한 자전거 재배치를 최소화한 이익 및 비용 분석을 다음과 같이 표로 나타낼 수가 있다.

Table 7. The annual net benefit and cost-benefit analysis table between tashu existing projects and business change

	Existing business(A)	changing business(B)
Benefit (profit)	136.8	147.2
Costs	25	18
Net benefit	111.8	129.2

변경사업(B)에서는 타슈의 연간 경제적 편익은 최소 531.2에서 678.4억원에 달하여, 147.2억원의 이익이 생기고 비용은 18억원으로 분석이 된다. 이는 순편익이 129.2억원으로 기존 사업의 순편익보다 17.4억원의 순편익이 발생함으로써 기존사업보다는 변경사업이 비용정책 전략수립 면에서는 효율적임을 입증할 수가 있다. 하지만, 개선된 1인 월평균 지불의사액을 추정치를 나타내기에는 한계점이 있는 단점이 있다.

## 2. Discussion

본 논문에서는 각 거치대별 자전거 대수의 페널티를 낮추는 목적식을 설계하여 최적의 거치대에 가능한 자전거 대수의 용량 및 트럭을 활용한 이동대수를 고려한 주제 설정을 하였다. 하지만, 이는 단순히 자전거와 이용자 및 트럭에 따른 자전거의 이동만을 고려한 모델식으로서 거리를 제외한 식으로 설계가 되었기에 NP-Hard인 TSP(Traveling Salesman Problem :외판원 문제), VRP(Vehicle Routing Problem:차량라우팅문제)과 같은 경로를 고려한 문제를 추가적으로 설계할 수 있으며 이는 발전된 알고리즘 구현으로 최적값을 찾을 수 있을 것이다. 특히, 최단경로문제를 기반으로 확장된 수학적모델식 구현을 기반으로 다수의 알고리즘 개발이 가능할 것으로 보인다. 뿐만 아니라, 역이 제한적이었던 점에서 다수의 역을 고려해서 변동 가격과 비용을 고객의 서비스 수준에 맞는 최적값을 구현하는 단계를 찾아서 서비스 만족도 향상에 도움을 줄 수 있을 것으

로 예상된다. 추가적으로 현재 자전거재배치가 트럭으로만 이루어져 있지만, 인력을 이용하여 배송하는 시스템이나 고객들에게 많은 이벤트를 제공하여 재배치를 고객중심 위주의 차별화된 시스템을 제시하고, 가격절감 및 비용절감의 효과를 기대할 수 있을 것으로 본다. 즉, 자전거세어링은 IT발전에 힘입어 다방면으로 확장이 가능한 공학적인 부분 뿐만 아니라 마케팅, 서비스 등 다양하게 개발이 가능한 분야로 볼 수 있다.

## REFERENCES

- [1] G.H. Won, "Public Bicycle System Case Study and Implications," Chungbuk Research Institute, No. 50, pp. 1-12, Dec. 2011.
- [2] D.J. Kim, "Operation of domestic public bike," The Korea Transport Institute, pp. 108-108, Aug. 2010.
- [3] J.Y. Lee and Researcher, "The Analysis of Characteristics of Public Bike System and Its Implication on Daejeon City," Daejeon Development Institute, Sep. 2010.
- [4] Transportation Safety Authority, <http://blog.naver.com/yt0h5520?Redirect=Log&logNo=220604790699>
- [5] B.R. Park, G.J. Lee, G.J. Choi, "Optimum Location Choice for Bike Parking Lots Using Heuristic P-Median Algorithm," Journal of the Korea Society of Civil Engineers, Vol. 33, pp. 1989-1998, Sep. 2013.
- [6] J.R. Yang, H.Y. Kim, C.M. Jeon, "Bicycle Optimal Path Finding Considering Moving Loads," Journal of the Korean Society for Geo-spatial Information Science. Vol. 20, pp. 89-95, Dec. 2012.
- [7] G.J. Lee, G.W. Kim, G.J. Choi, "Development of Regression-based Bike Direct Demand Models," JOURNAL OF THE KOREAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS D, Vol. 31, pp. 489-496, Jul. 2011.
- [8] D.J. Kim et al. "Economic Effect Analysis for Bike-Sharing in KOREA - Focus on Goyang and Changwon City," Journal of the Korean Society of Road Engineers. Vol. 63, pp. 63-73, Feb. 2014.
- [9] de Almeida Correia, Gonçalo Homem, and António Pais Antunes. "Optimization approach to depot location and trip selection in one-way carsharing systems." Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review Vol. 48.1, pp. 233-247, 2012.
- [10] Nair, Rahul, and Elise Miller-Hooks, "Fleet management for vehicle sharing operations." Transportation Science Vol. 45.4, pp. 524-540, 2011.
- [11] Schuijbroek, Jasper, Robert Hampshire, and Willem-Jan



- van Hoesel. "Inventory rebalancing and vehicle routing in bike sharing systems." Carnegie Mellon University, 2013.
- [12] Pfrommer, Julius, et al. "Dynamic vehicle redistribution and online price incentives in shared mobility systems." *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* Vol. 15.4, pp. 1567-1578, 2014.
- [13] Fricker, Christine, and Nicolas Gast. "Incentives and redistribution in homogeneous bike-sharing systems with stations of finite capacity." *EURO Journal on Transportation and Logistics*, pp. 1-31, 2014.
- [14] Leurent, Fabien., "Modelling a vehicle-sharing station as a dual waiting system: stochastic framework and stationary analysis," HAL archives-ouvertes, 2012.
- [15] U.L. Lee, "Analysis of time series and forecast," *TamJin*, pp. 132, 2014.
- [16] Dickey, D., and Fuller, W. "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, pp. 427-431, 1979.
- [17] A. W. F. Edwards. , "Pascal's Problem: The 'Gambler's Ruin'", *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, Vol. 51, No. 1, pp. 73-79, Apr. 1983.
- [18] J.Y. Lee, S.Y. Han, "Economic Valuation and determinant Factors of Bicycle sharing system in Daejeon", *Korea Society of Transportation*, Vol. 34-1, Nov. 2015.

## Authors



Woong Kim received the B.S. in Education of Mathematics from Dongguk University, South Korea in 2014. he is currently the M.S. candidate in Dpt. of Industrial Management Engineering from Korea

University, South Korea. Since 2015 he has worked teacher in the Sung-il Information High School. He is interested in Transport Logistics Engineering, Operation Research, Supply Chain Management, Information and Communication Technologies.



Ki Hong Kim received the B.S. in Industrial Engineering and Management Sciences from Northwestern University in 2014. he is currently the integrated degree of M.S. and Ph.D. in Dpt. of

Industrial Management Engineering from Korea University, South Korea. He is interested in Sharing Economy, Car-Sharing, Supply Chain Management, Transportation logistics



Chul Ug Lee received the B.S. Industrial Engineering, Seoul National University in 1992. He received the M.S. Industrial Engineering, Seoul National University in 1994. He received the Ph.D. Industrial Engineering, Pennsylvania

State University in 2000. he is currently Dpt. Industrial Engineering Professor from Korea University, South Korea. He is interested in Transport Logistics Engineering, Supply Chain Management, Revenue Management.