



## Analysis of drainage structure for river basin on the basis of power law distribution

Kim, Joo-Cheol<sup>a</sup> · Kang, Heeseung<sup>a\*</sup> · Jung, Kwansue<sup>b</sup>

<sup>a</sup>International Water Resources Research Institute, Chungnam National University

<sup>b</sup>Dept. of Civil Engineering, Chungnam National University

Paper number: 16-008

Received: 22 January 2016; Revised: 10 March 2016 / 23 March 2016; Accepted: 23 March 2016

### Abstract

This study aims at hydrologically demonstrating the universality of power law distribution by analyzing runoff aggregation structures of river basins. Power law distribution is fitted to cumulative drainage area of basins of interest by maximum likelihood, which results in the power law exponents. And then those exponents are assessed in terms of the shape of catchment plan-form. As a main result all of the basins in this study have similar distributions of catchment area. The exponents from this study tend to be higher than the ones from previous researches reflecting self-similar property of the catchment plan-forms of interest. Further study is required about the universality of power law distribution by means of the more realistic flow routing scheme within the framework of DEM.

**Keywords:** River Basin, Aggregation Structure, Power Law Distribution, Maximum Likelihood

## 역함수 법칙분포를 기반으로 한 유역의 배수구조에 대한 해석

김주철<sup>a</sup> · 강희승<sup>a\*</sup> · 정관수<sup>b</sup>

<sup>a</sup>충남대학교 국제수자원연구소, <sup>b</sup>충남대학교 토목공학과

### 요 지

본 연구의 주목적은 유역의 유출응집구조를 분석하고 이를 기반으로 역함수 법칙분포의 대표적 특성인 보편성을 수문학적 관점에서 입증해 보고자 하는 것이다. 이를 위하여 최우법에 따라 집수면적의 누가분포에 대한 역함수 법칙분포의 적합을 수행하였으며 이로부터 도출된 역함수 법칙분포의 지수를 집수평면의 형상을 기반으로 평가하여 보았다. 주요한 결과로서 본 연구의 대상 유역들은 집수평면의 규모에 대하여 거의 모두 동일한 형태의 분포를 취하고 있음을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 얻은 역함수 법칙분포의 지수는 선행연구에서 제시된 값에 비하여 다소 큰 수치로 나타났는데 이는 본 연구의 대상유역들이 가진 자기상사성의 특징을 반영하는 것으로 판단된다. 향후 DEM을 기반으로 보다 더 실제에 가까운 흐름방향모의를 통한 집수평면의 역함수 법칙분포의 보편성에 대한 연구가 반드시 수행되어야 할 것이다.

**핵심용어:** 유역, 응집구조, 역함수 법칙분포, 최우도법

### 1. 서 론

유역은 물의 순환과정(hydrologic cycle)에 대한 공간적 토대를 제공하는 자연계로서, 강수로 인해 하천의 임의 단면에

위치한 단일 출구지점에 유출을 발생시키는 지역의 범위로 정의된다(Yoon, 2007). 유역의 분계선은 인접한 두 유역을 분리하는 점들을 연결하는 궤적(능선)으로 이 분계선을 수평면 위에 투영할 경우 얻어지는 평면도형을 집수평면(集水平面; catchment plan-form)이라 부른다(Eagleson, 1970). 일반적으로 유역은 하천망(channel network)과 구릉지사면(hillslope)으로 구성된 복합적인 변환계로 기술되며 그 변환

\*Corresponding Author. Tel: +82-42-821-8958  
E-mail: ksh0509@paran.com (H. Kang)

과정 속에는 거시적인 규모의 지질구조학적 용기(tectonic uplift)로부터 유수에 의한 침식(fluvial erosion)에 이르기까지 수많은 현상들의 복잡한 상호작용들이 포함되어 있는 것으로 알려져 왔다(Willgoose, et al, 1991).

이와 같은 복잡한 자연현상들에 대한 체계적인 접근 수단으로서 프랙털(fractal) 기하학(Mandelbrot, 1982)이나 자기조직화에 의한 임계성(self-organized criticality; SOC) 이론(Bak, 1996) 등이 등장하였다. 이들은 주로 기존의 표준기하학(Euclid geometry)이나 물리법칙만으로는 설명될 수 없는 복잡한 형태나 현상들에 대한 논리적 추론을 그 목적으로 한다. 한 가지 흥미로운 사항은 이러한 이론들이 자연현상 속에 포함된 복잡성(complexity)의 예로서 유역의 형태적 특성을 설명하는 다수의 경험법칙(예를 들면, Hack의 법칙이나 Horton의 법칙 등)에 주목하는 점이다. 이는 유역이 ‘무수히 많은 성분들의 동적 상호작용으로 구성되는 대표적인 복잡계(complex system) 중의 하나임’을 입증하는 명시적인 증거로 간주할 수 있을 것이다.

복잡계의 대표적인 거동특성으로는 멱함수 법칙분포(power law distribution)를 들 수 있다. 프랙털이나  $1/f$  noise 등(Bras and Rodriguez-Iturbe, 1985; Rodriguez-Iturbe and Rinaldo, 2003)과 밀접한 관계를 갖는 멱함수 법칙분포는 Bak et al(1987)이 모래더미(sand pile) 모형을 기반으로 SOC 이론을 제시하면서 현대 물리학 분야에 있어 가장 중요한 주제 중의 하나로서 자리매김한 바 있다. 멱함수 법칙분포의 대표적인 사례로 자주 언급되는 Gutenberg-Richter의 법칙, Pareto의 법칙 및 Zip의 법칙 등은 지구물리학(Geophysics), 경제학(Economics), 언어학(Linguistics) 등 다양한 분야에서 파생된 독립적인 법칙들임에도 불구하고 모두 동일한 거동 특성을 기술한다. 이러한 멱함수 법칙분포의 보편적 특성은 자연을 작동하는 근본 원리에 대한 수많은 과학자들의 호기심을 자극하는 촉매 역할을 하여 지금까지 지진의 강도, 산불의 피해 면적, 준성(quasar)의 광도, 태양 플레어(solar flare)의 강도, 도시의 인구규모, 웹사이트의 연결 횟수 및 논문의 저자 인용수 등 매우 광범위한 분야에서 그 존재가 인지되고 중요성이 강조되어 왔다.

수문학 분야에서는 Rodriguez-Iturbe et al (1992)이 최초로 멱함수 법칙분포의 원리를 언급한 바 있다. 이들은 Takayasu et al (1988)이 제안한 질량응집체계(mass aggregation system) 모형과 Mandelbrot and Van Ness (1968)가  $1/f$  noise를 합성하기 위하여 개발한 fractional Brown 운동의 개념을 이론적으로 결합하여 유역의 질량(혹은 유출)응집구조에 관한 기본 관계를 제시하였다. 이후 여러 학자들(de Vries et al, 1994; La Barbera and Roth, 1994;

Maritan et al, 1996; Perera and Willgoose, 1998)의 후속 연구를 통하여 유역에 관한 멱함수 법칙분포의 원리는 보다 진보한 이론적 체계를 구축하였다. 특히 Moglen and Bras (1995)가 유역면적의 멱함수 법칙분포 거동을 누가면적분포(cumulative area distribution, CAD)라 명명하고 그 거동 특성에 대한 간략한 해석을 제시한 이래 CAD는 폭 함수(width function)와 함께 유역을 대표하는 지형인자 중의 하나로서 적용되어 왔다(La Barbera and Lanza, 2001; McNamara et al, 2006; Paik and Kumar, 2007; Paik and Kumar, 2011; Khan et al, 2013; Nicholson et al, 2013). 주목할만한 연구성과로 최근 Nicholson et al (2013)은 화성 표면에 대한 DEM 분석을 통해 멱함수 법칙분포곡선을 도출하고 화성에서 유역이 존재했던 흔적을 찾고자 시도한 바 있다.

Newman (2005)과 Clauset et al (2009)은 멱함수 법칙분포에 대한 통계학적 틀을 구축하였다. 이들은 완전한 형태의 수리구조(數理構造)를 갖는 멱함수 법칙분포에 대한 확률밀도 함수(probability density function)를 유도하고 최우도법(maximum likelihood)에 기초한 해당 분포의 매개변수 추정법을 제안하였다. 이들 이전의 연구 사례들(특히 전술한 수문학 분야의 최근 사례들을 포함하여)은 대부분 비례식 형태의 멱함수 법칙분포의 기본 관계를 중심으로 수행되어 왔음을 쉽게 찾아 볼 수 있는데(Bak, 1996) Clauset et al(2009)은 이러한 접근 방식의 부적절함을 모의 발생한 수치 자료를 이용하여 정량적으로 입증하고 보다 체계적인 접근을 위한 진일보한 방법론을 제시한 바 있다.

본 연구의 주목적은 Newman (2005)과 Clauset et al (2009)이 제시한 방법론을 이용하여 국내 유역의 배수구조를 분석하고 멱함수 법칙분포의 특성을 찾아 보고자 하는 것이다. 이를 위하여 Takayasu et al (1988)의 무작위 응집체계모형을 기원으로 하는 유역의 유출응집구조와 관련된 멱함수 법칙분포 이론에 대한 폭 넓은 검토를 수행하였다. 실제 적용을 위한 대상 유역으로는 한강수계의 평강강유역, 금강수계의 보청천유역 그리고 낙동강수계의 위천유역을 선정하였으며 각 유역 내 위치한 수위표 지점들을 기준으로 소유역을 추출하여 멱함수 법칙분포와 관련된 수계별 이질성에 대한 검토와 함께 동일 유역 내에서 규모에 따른 특성 변화를 동시에 평가할 수 있도록 하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 무작위 질량응집구조

Takayasu et al(1988)은 질량이 지속적으로 주입되는 무작

위 응집체계 내에서 입자의 응집규모는 멱함수 법칙분포를 따르게 됨을 다음과 같이 제시한바 있다. 매 시간단계마다 모든 지점에 동일한 질량을 갖는 입자들이 주입되는 1차원 격자 (lattice)를 가정한다. 주입된 입자들이 각 시간단계마다 무작위 행보(random walk)를 통하여 서로 응집할 경우 해당 입자들은 Fig. 1과 같이 시간축(Fig. 1(a)의 수직축)을 따라 수지상 (樹枝狀)의 궤적을 그리게 된다. 여기서 만약 Fig. 1(a)의 수직축을 공간축( $L_{\parallel}$ )으로 간주할 경우 전술한 1차원 무작위 응집체계는 2차원 공간에서 정의되는 Scheidegger(1967)의 확률론적 하천망 모형(stochastic model of river networks)과 일치하게 된다. 이에 따라 응집된 입자들이 갖는 질량의 규모는 대상 입자가 위치한 지점을 출구로 하는 유역의 면적(혹은 기어 면적  $A$ )에 비례하게 되고 해당 유역의 집수평면은 동일한 지점에서 출발한 두 개의 무작위 행보궤적이 유역출구에서 최초로 충돌할 경우 도시되는 평면도형(Fig. 1(b))으로 정의할 수 있게 된다.

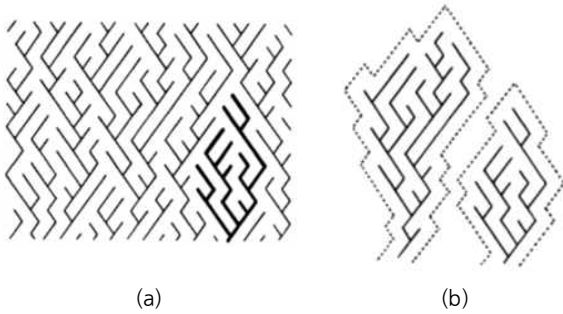


Fig. 1. Dendritic Structure formed by Random Walk Aggregation (Takayasu et al, 1988)

무작위 행보의 통계학적 특성에 따라 Fig. 1에 도시된 무작위 행보 궤적 혹은 유역의 분계선은 다음과 같이 Brown 운동의 궤적과 동일한 거동 특성을 가짐을 알 수 있다 (Rodriguez-Iturbe and Rinaldo, 2003).

$$p(x, L_{\parallel} | x_0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi DL_{\parallel}}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4DL_{\parallel}}} \quad (1)$$

$$f(L_{\parallel}) = \frac{|x_c - x_0|}{\sqrt{4\pi DL_{\parallel}^3}} e^{-\frac{(x_c - x_0)^2}{4DL_{\parallel}}} \approx \frac{\Delta x}{\sqrt{4\pi DL_{\parallel}^3}} \propto L_e^{-\frac{3}{2}} \quad (2)$$

여기서 Eq. (1)은  $L_{\parallel} = 0$ 에서  $x_0$  지점으로부터 시작된 Brown 운동의 무작위 거동을 기술하는 확률밀도함수( $x$ 는 응집입자의 위치이고  $D$ 는 Brown 운동의 확산계수)로서 평균

$\mu = x_0$ 이고 분산 ( $\sigma^2 = 2DL_{\parallel}$  ( $\sigma \propto L_{\parallel}^{1/2}$ ))인 정규분포 확률밀도함수와 일치하는 형태이다. 또한 Eq. (2)는 입자의 궤적이 Brown 운동을 통해 특정한 위치  $x_c$ (혹은 Fig. 1 (a)의 수평축 상 유역출구의 위치)를 최초로 통과하는 시간(first passage time; 여기서는  $L_{\parallel}$ )의 확률밀도함수로서 만약  $L_{\parallel} \gg (\Delta x)^2/4D$ (여기서  $\Delta x = |x_c - x_0|$ )인 경우  $f(L_{\parallel})$ 는 Eq. (2) 우변의 두 번째 근사식 혹은 세 번째 비례관계로 대체할 수 있게 된다(Feller, 1971; Takayasu et al, 1988).

Eq. (2)를 의 규모에 대한 관계로 변환하기 위하여 Takayasu et al (1988)은 유역의 형상에 대하여 Eq. (1)을 기반으로 다음과 같은 기하학적 관계를 수립하였다.

$$A \propto WL_{\parallel} \propto L_{\parallel}^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

여기서  $W$ 는 유역의 폭으로서 Eq. (1)로부터  $L_{\parallel}^{1/2}$ 에 비례함을 확인할 수 있다. 결국 Eqs. (2) and (3)으로부터  $A$ 의 규모에 따른 응집입자들의 질량분포에 대한 확률밀도함수  $f(A)$ 와 초과확률  $F(A) (= 1 - \int (A)dA)$ 의 관계를 다음과 같이 유도할 수 있게 된다.

$$f(A) = f(L_{\parallel}) \frac{dL_{\parallel}}{dA} \propto A^{-\frac{4}{3}} \quad (4)$$

$$F(A) \propto A^{-\frac{1}{3}} \quad (5)$$

Takayasu et al (1988)은 무작위 응집체계 모형에 대한 수치 실험을 통하여 Eqs. (4) and (5) 우변의 지수가 모형의 결과와 일치함을 입증한 바 있다.

### 2.2 유역의 유출응집구조

Rodriguez-Iturbe et al(1992)은 Takayasu et al(1988)의 무작위 응집체계 모형과 fractional Brown 운동(Mandelbrot and Van Ness, 1968)의 개념을 결합하여 유역면적(혹은 집수 면적)에 대한 멱함수 법칙분포를 제시하였다. 이를 공식화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다(Rodriguez-Iturbe and Rinaldo, 2003).

$$p(x, L_{\parallel} | x_0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_H L_{\parallel}}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4D_H L_{\parallel}}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi DL_{\parallel}^{2H}}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4DL_{\parallel}^{2H}}} \quad (6)$$

$$f(L_{\parallel}) \propto L_{\parallel}^{-(H+1)} \tag{7}$$

여기서  $H$ 는 Hurst 지수이고  $D_H (= DL_c^{2H-1})$ 는 fractional Brown 운동의 확산계수이다. Eqs. (6) and (7)은 fractional Brown 운동의 확률적 거동(평균  $\mu = x_0$ 이고 분산  $\sigma^2 = 2D_H L_{\parallel} = 2DL_{\parallel}^H$ )을 기술하는 함수들로서 각각 Eqs. (1) and (2)와 유사한 형태와 의미를 갖는다. 하지만  $D_H$ 가 무작위 행보궤적에 미치는 영향( $\sigma \propto L_{\parallel}^{H/2}$ )으로 인하여 유역의 기하학적 형상에 대한 관계식 Eq. (3)은 다음과 같이 변환된다.

$$A \propto WL_{\parallel} = L_{\parallel}^{H+1} \tag{8}$$

여기서  $W$ 는 Eq. (3)과 마찬가지로 유역의 폭을 나타내는 것으로서 Eq. (6)으로부터  $L_{\parallel}^H$ 에 비례함을 확인할 수 있다. 이로부터 Eqs. (4) and (5)와 유사하게 자연유역의 집수면적이 갖는 규모별 분포를 기술하는  $f(A)$ 를 다음과 같이 유도할 수 있게 된다.

$$f(A) \propto A^{-\left(\frac{2H+1}{H+1}\right)} \tag{9}$$

$$F(A) \propto A^{-\left(\frac{H}{H+1}\right)} \tag{10}$$

Eqs. (4) and (5) 혹은 Eqs. (9) and (10)은 Gutenberg-Richter의 법칙 혹은 Zip의 법칙과 같은 멱함수 법칙분포의 기본 관계로서 Rodriguez-Iturbe et al (1992)은 실제 유역에 대한 분석을 기반으로 Eqs. (9) and (10)이 서로 다른 특성(지질, 기후, 식생, 암석 등)을 갖는 다수의 유역들에 대하여 보편적으로 성립함을 예시한 바 있다.

### 2.3 멱함수 법칙분포

Eqs. (4) and (9)와 같이 비례식의 형태로 표현되는 멱함수 법칙분포의 기본 관계는 다음과 같이 보다 일반적인 함수의 형태로 변환할 수 있다(Newman, 2005; Clauset et al, 2009).

$$f(A) = CA^{-\alpha} \tag{11}$$

Eq. (11) 우변의  $C$ 는 비례상수이고  $\alpha$ 는 멱함수 법칙분포의 지수이다. 여기서 만약  $A$ 가 0으로 접근하는 경우를 고려해 보면 Eq. (11)은 발산하게 됨을 예상할 수 있다. 이는 멱함수 법칙분포의 정의역 내에 하한계( $A_{\min}$ )가 존재함을 암시하는 것으로 이에 따라  $A$ 의 범위를  $A_{\min} < A < \infty$  와 같이

가정할 경우  $f(A)$ 를 다음과 같이 완전한 함수의 형태로 유도할 수 있게 된다.

$$f(A) = \frac{\alpha-1}{A_{\min}} \left( \frac{A}{A_{\min}} \right)^{-\alpha} \tag{12}$$

Eq. (12)는 멱함수 법칙분포의 수리구조(數理構造)를 기술하는 2매개변수 확률밀도함수로서 이를 기반으로 확률변수의 통계모멘트에 대한 관계식을 다음과 같이 해석적으로 표현할 수 있게 된다.

$$E[A^m] = \int_{A_{\min}}^{\infty} z^m f(z) dz = \begin{cases} \left( \frac{a-1}{a-1-m} \right) A_{\min}^{-m} & ; a < m+1 \\ A_{\min}^{-m} & ; a > m+1 \end{cases} \tag{13}$$

여기서  $E[\cdot]$ 는 기대치 연산자이고  $m$ 은 통계모멘트의 차수로서 멱함수 법칙분포의 경우 차수별 통계모멘트의 정의가  $a$ 에 종속적임을 Eq. (13)의 우변으로부터 확인할 수 있다. 특히 만약  $a$ 의 값이 2보다 작을 경우 모든 차수에 대한 통계모멘트들이 발산하게 됨을 알 수 있다. 이는 확률변수  $A$ 의 대표적인 규모를 규정할 수 없는 복잡계의 전형적인 특성을 나타내고 있다. 또한 멱함수 법칙분포의 초과확률  $F(A)$  역시 Eq. (12)를 기반으로 다음과 같이 해석적인 형태로 나타낼 수 있게 된다.

$$F(A) = \left( \frac{A}{A_{\min}} \right)^{-(\alpha-1)} \tag{14}$$

한 가지 흥미로운 사항은  $F(A)$ 가  $f(A)$ 와 마찬가지로 멱함수의 형태를 취하는 것으로 이들은 양자 모두 전대수지상에서 선형의 형태로 나타나게 됨을 확인할 수 있다.

## 3. 방법론

### 3.1 대상 유역

본 연구에서는 한강수계의 평창강유역, 금강수계의 보청천유역 그리고 낙동강수계의 위천유역을 대상 유역으로 선정하였다. 해당 유역 내 위치한 총 17개 수위표 지점을 출구로 하는 소유역들에 대하여 각종 지형인자들을 DEM을 기반으로 추출하였다(Fig. 2, Table 1). DEM의 생성에는 국립지리원에서 발행한 1/25000 축척의 수치지도를 이용하였고 격자 크기는 20m를 적용하였다.

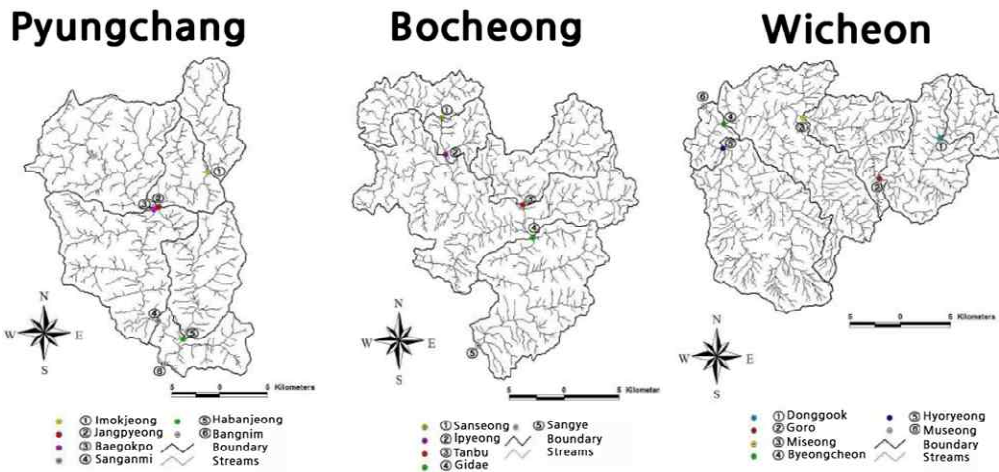


Fig. 2. Drainage Maps for River Basins of Interest in This Study

Table 1. Geomorphologic Factors for River Basins of Interest in This Study

Basin	Control Point	$A(km^2)$	$L(km)$	$L_{  }(km)$	$R_B$	$R_L$	$R_A$
Pyungchang	① Imokjeong	55.80	16.66	12.65	3.58	2.43	4.18
	② Jangpyeong	105.14	25.42	17.70	4.53	2.96	5.20
	③ Baegokpo	143.84	25.54	15.68	3.36	1.83	3.85
	④ Sanganmi	393.73	49.75	29.61	4.12	2.53	4.73
	⑤ Habanjeong	85.56	18.57	15.86	4.25	2.29	4.93
	⑥ Bangnim	527.90	57.45	34.21	4.46	2.66	5.07
Bocheong	① Sanseong	49.10	16.44	8.6	3.88	2.42	4.59
	② Ipyeong	76.30	20.39	10.27	4.49	2.67	5.27
	③ Tanbu	77.51	21.06	12.54	4.44	2.91	5.35
	④ Gidae	345.14	36.69	22.08	3.42	1.23	3.86
	⑤ Sangye	485.21	55.77	28.33	3.68	1.98	4.03
Wicheon	① Donggok	33.39	9.04	7.02	3.69	2.25	4.52
	② Goro	109.04	20.48	14.13	3.59	1.99	4.07
	③ Miseong	171.64	33.03	20.44	4.04	2.32	4.37
	④ Byeongcheon	302.95	43.03	28.38	4.60	2.60	5.03
	⑤ Hyoryeong	150.38	23.13	18.36	4.13	1.63	4.72
	⑥ Museong	472.58	46.07	30.22	3.94	1.62	4.42

DEM을 이용한 유역의 배수구조 해석에 있어 중요한 요소 중의 하나로 하천망의 추출을 들 수 있다. 현재 수문학 분야에서 적용되는 방법들은 주로 면적한계기준과 경사-면적한계 기준의 범주로 구분될 수 있으나 이러한 기법들은 아직 체계적인 기준의 정립이 부족한 실정이며 또한 하천망의 계절적 변동의 영향을 고려하지 못하는 한계를 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 하천망 추출방법에 따른 오차를 줄이고 지형자료에 객관성이 부여될 수 있도록 수지도의 하천선(blue line)을 그대로 사용하였다. 지형분석 S/W로는 Arc GIS를 적용하였으며 DEM의 전 처리에는 fill-burn DEM 기법 그리고 흐름추적에는 8방향 방법을 적용하였다.

여기서  $L$ 은 주하천 유로연장,  $L_{||}$ 는 유역의 직경(diameter)이다.  $R_B$ ,  $R_L$ ,  $R_A$ 는 각각 Strahler의 하천차수법칙에 따른 하천망의 분기비, 길이비, 면적비이다.  $L_{||}$ 는 Fig.

1(a)의 수직축과 동일한 의미를 갖는 것으로 본 연구에서는 유역출구로부터 분계선까지의 최장직선거리로 정의하였다.

### 3.2 최우도법에 의한 매개변수 추정

Eqs. (12) and (14)는 전술한 바와 같이 전대수지 상에서 선형 관계를 가지게 됨으로 최소자승법(least square)을 적용할 경우 비교적 쉽게 두 매개변수  $A_{min}$  과  $\alpha$  를 추정할 수 있다. 하지만 Clauset et al(2009)은 이들의 추정에 최소자승법을 적용할 경우 편향성(bias)의 문제가 발생할 수 있음을 지적하고 그에 대한 대안으로 최우도법에 의한 매개변수 추정 방법을 다음과 같이 제안하였다. 만약 확률변수  $A$ 에 대하여  $n$ 개의 관측치 ( $A_i \geq A_{min}, i = 1, 2, \dots, n$ )가 주어질 경우 Eq. (12)에 따른 해당 자료의 우도는 다음과 같이 산정될 수 있다.

Table 2. Theoretical Relations of Power Law Exponent for River Basin

Researcher	$\beta = \alpha - 1$	Remark
de Vries et al(1994)	$\beta = 1 - \frac{1}{D_N}$ ; 0.45 ~ 0.5	$D_N = \frac{\log R_B}{\log R_L}$
La Barbera and Roth(1994)	$\beta = \frac{d}{2}(D_N - 1)$ ; 0.432	$d = \max\left(1, 2 \frac{\log R_L}{\log R_A}\right)$ $D_N = \min\left[2, \max\left(1, \frac{\log R_B}{\log R_L}\right)\right]$
Maritan et al(1996)	$\beta = \frac{H}{H+1}$ ; 0.43 ± 0.02	Eq. (10)과 동일
Perera and Willgoose(1998)	$\beta = \frac{\log(Q/K)}{\log(Q)}$ ; $E_1 = 1$ $K = 2$	$Q = \frac{\zeta + [\zeta^2 - 8K]^{1/2}}{2}$ , $\zeta = 2 + E_1 + K$

$$p(A|\alpha) = \prod_{i=1}^n \frac{\alpha - 1}{A_{\min}} \left(\frac{A_i}{A_{\min}}\right)^{-\alpha} \tag{15}$$

여기서  $\Pi$ 는 다중곱 연산자이다. 분석의 편의를 위하여 Eq. (15)의 양변에 대수를 취하고  $\alpha$ 에 대한 1계 도함수 ( $\partial \ln P(A|\alpha) / \partial \alpha = 0$ )의 형태로 정리할 경우 해당 우도를 최대화하는 매개변수의 추정치에 대한 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있게 된다.

$$\hat{\alpha} = 1 + n \left[ \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{A_i}{A_{\min}} \right) \right]^{-1} \tag{16}$$

Eq. (16)을 이용하여  $\hat{\alpha}$ 를 추정하기 위해서는  $A_{\min}$ 에 대한 합리적인 결정이 요구된다. 이를 위하여 Clauset et al(2009)은 다음과 같이 Kolmogorov-Smirnov(KS) 통계량  $D$ 의 적용을 제안하였다.

$$\min D = \max_{A \geq A_{\min}} |S(A) - F(A)| \tag{17}$$

여기서  $S(A)$ 와  $F(A)$ 는 각각 관측치와 Eq. (14)로부터 산정되는 초과확률로서 만약 특정한  $A_{\min}$ 을 가정할 경우 Eqs. (16) and (17)로부터 그에 대응하는  $\hat{\alpha}$ 와  $D$ 가 추정될 수 있다. 이러한 과정을  $A_{\min}$ 에 대한 모든 가정치 혹은 모든  $A_i$ 에 대하여 수행할 경우  $D$ 를 최소화하는  $\hat{\alpha}$ 와  $A_{\min}$ 을 찾을 수 있게 된다. Clauset et al(2009)은 모의 발생한 수치자료를 이용하여 Eqs. (16) and (17)이 멱함수 법칙분포 확률밀도함수의 매개변수 추정에 타당함을 입증한바 있다. 따라서 본 연구에서는 이들의 방법론을 적용하여 대상 유역들에 대하여 주요한 분석을 수행하여 보았다.

### 3.3 Horton비를 이용한 $\alpha$ 의 간접추정

멱함수 법칙분포에 있어  $\alpha$ 는 가장 중요한 의미를 갖는 매

개변수(Bak et al, 1987; Bak et, 1996; Hergarten, 2002)로서 Eqs. (12) and (14)(혹은 Eqs. (9) and (10))의 경우 하천망을 중심으로 한 유역 내 질량(혹은 유출)의 응집구조를 기술한다. Rodriguez-Iturbe et al(1992)이 유역을 대상으로 한 기본 관계를 최초로 제시한 이래 이에 대한 이론적 해석 작업이 일군의 수문학자들을 통하여 Table 2와 같이 수행되어 왔다(de Vries et al, 1994; La Barbera and Roth, 1994; Maritan et al, 1996; Perera and Willgoose, 1998).

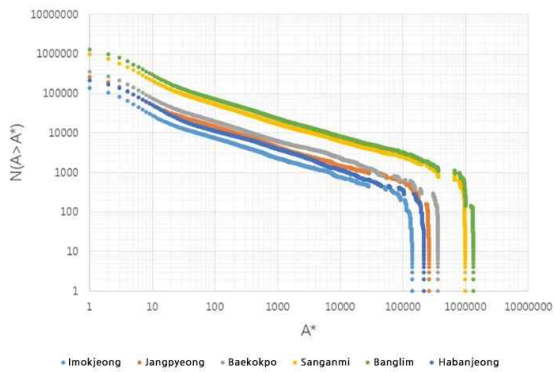
여기서  $\beta (= \alpha - 1)$ 는  $F(A)$ (Eqs. (10) and (14))에 대한 지수이다.  $d$ ,  $D_N$ 은 각각  $R_B$ ,  $R_L$ ,  $R_A$ 을 기반으로 산정되는 주하천과 하천망의 프랙털 차원이고  $E_1$ ,  $K$ 는 Tokunaga의 하천망 모형에 대한 매개변수이다(Perera and Willgoose, 1998). 주목되는 사항은 Maritan et al(1996)의 관계식을 제외할 경우 나머지 모든 관계식이 Strahler의 하천차수법칙을 기반으로 하고 있는 점으로 이는 이들의 시도가 하천망의 규모불변성(scale invariance)을 기반으로 멱함수 법칙분포의 공식화에 치중한 결과인 것으로 판단된다. 한편 일군의 물리학자들(Inaoka and Takayasu, 1993; Sun et al, 1994; Hergarten and Neugebauer, 2001)은 침식을 기반으로 한 지면진화 모의모형의 검증에 Table 2의 관계를 적용한 바 있는데 대부분의 연구에서  $\beta$ 의 범위로 (따라서  $\alpha = 1.4 \sim 1.5$ )를 제시하였다. 이는 Table 2에서 수문학자들이 이론적으로 제시한 범위와 거의 일치하는 것이다.

## 4. 적용사례 및 논의

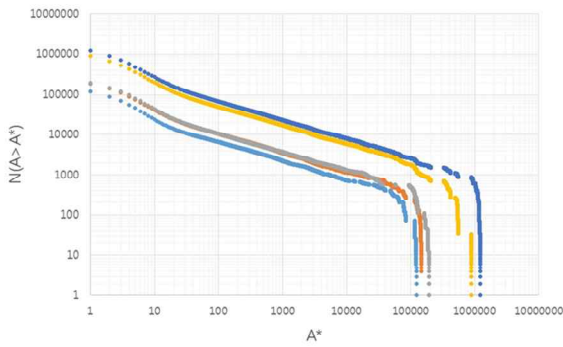
### 4.1 멱함수 법칙분포의 도시

본 연구의 3개 대상 유역에 대하여  $A$ 의 누가 빈도분포를 전술한 DEM 분석결과를 기반으로 Fig. 3과 같이 도시하여 보았다. 여기서  $A$ 의 단위는 pixel의 개수이다. Fig. 3으로부터의 누가 빈도분포는 만약 분포곡선의 원점 부근과 끝부분을

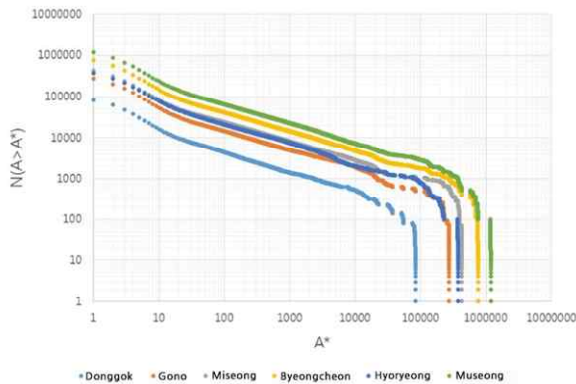
제외할 경우 17개 소유역 모두 전대수지 상에서 선형관계의 양상(Eq. (14))을 보임을 확인할 수 있다. 특히 가로축의 약 5개의 대수 눈금(10~1000000)에 걸쳐 직선형태의 양상이 뚜렷하게 나타남이 주목된다. 이는 진도별 지진의 발생횟수(Gutenberg-Richter의 법칙) 혹은 Melville의 소설 백경(白鯨)에서 사용된 단어들의 빈도(Zip의 법칙)와 동일한 것으로 전형적인 멱함수 법칙분포의 거동을 나타내고 있음을 확인할 수 있다(Bak, 1996).



(a) Pyeongchang



(b) Bocheong



(c) Wicheon

Fig. 3. Power Law Distributions for River Basins of Interest in This Study

Moglen and Bras(1995)는 Fig. 3과 같은  $A$ 에 대한 멱함수 법칙분포 곡선을 그 형태에 따라 1) 원점 부근의 역 S자형구간, 2) 곡선 중심부의 직선구간 그리고 3) 끝부분의 급락(急落)구간 등 총 3개의 개별적인 구간으로 구분한 바 있다. 이들은 1)구간과 2)구간 사이에 위치한 곡선의 굴절은 지표면과 하천망의 유출응집구조의 차이를 나타냄을 지적하였는데 특히 자신들이 개발한 지면진화모형 SIBERIA(Willgoose et al, 1991)를 기반으로 유역 내 주도적인 침식(erosion) 현상이 fluvial process에서 hillslope process로 변화할 경우 굴절이 발생하는 위치가 원점을 기준으로 오른쪽으로 이동하게 됨을 보여주었다.

2)구간과 3)구간 사이의 곡선 형태의 변화는 다루고 있는 표본(sample)의 유한한 크기(finite size effect)에 기인하는 것(Newman, 2005; Clauset et al, 2009)으로 Fig. 3의 세 그림으로부터 쉽게 확인할 수 있다. 즉 예를 들어 Fig. 3 (a)의 평창강 유역에 대한 분포곡선을 고려해 볼 경우 최상류에 위치한 이목정 소유역은 가장 작은 규모의 표본으로 이목정 소유역의 전체 배수면적  $A$ 와 유사한 크기를 갖는 자료가 표본 내에 부족하여 분포곡선의 끝부분에서 2)구간과 상이한 형태의 거동을 나타내게 된다. 하지만 하류(예를 들면 장평이나 백옥포 등)로 이동할 경우 표본의 규모가 성장하면서 이목정 소유역의 2)구간과 유사한 형태의 분포곡선들이 연달아 나타나게 됨을 볼 수 있다. 여기서 분포곡선들의 차이는 단지 세로축 상의 절편의 크기뿐으로 만약 Fig. 3 (a)에 도시된 6개의 분포곡선들을 적절하게 정규화하여 규모에 대한 종속성을 제거할 경우 이들은 하나의 곡선으로 포개져 나타날 수 있을 것으로 예상된다. 이와 동일한 경향을 Fig. 3 (b) 보청천유역 및 (c) 위천유역에 대한 결과에서도 쉽게 확인할 수 있다. 결국 특정 유역에 대한 분포는 전술한 분포곡선의 굴절지점보다 큰 집수면적을 갖는 모든 지점에 대하여 보편성을 갖는 단일한 곡선으로 기술할 수 있음이 예상되는 것이다.

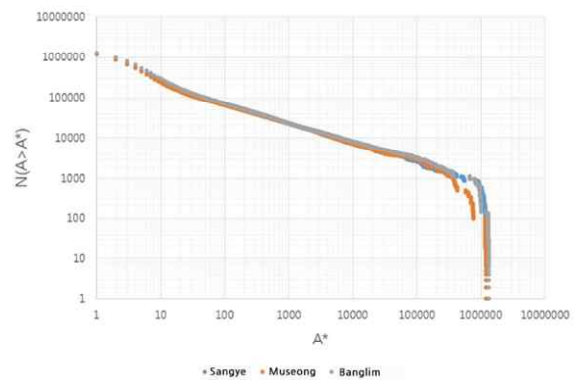


Fig. 4. Power Law Distributions for Control Points in the most downstream

Table 3. Power Law Parameters for River Basins of Interest in This Study

Basin	Control Point	$\hat{\alpha}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{A}_{\min}$	$\hat{A}_{\min} (km^2)$
Pyungchang	① Imokjeong	1.504	0.0013	21	0.008
	② Jangpyeong	1.500	0.0010	19	0.008
	③ Baegokpo	1.500	0.0008	26	0.010
	④ Sanganmi	1.489	0.0005	36	0.014
	⑤ Habanjeong	1.770	0.0017	3	0.001
	⑥ Bangnim	1.486	0.0004	39	0.016
Bocheong	① Sanseong	1.475	0.0014	21	0.008
	② Ipyeong	1.482	0.0011	31	0.012
	③ Tanbu	1.476	0.0011	39	0.016
	④ Gidae	1.486	0.0005	38	0.015
	⑤ Sangye	1.484	0.0004	42	0.017
Wicheon	① Donggok	1.512	0.0018	20	0.008
	② Goro	1.472	0.0009	27	0.011
	③ Miseong	1.468	0.0007	22	0.009
	④ Byeongcheon	1.465	0.0005	25	0.010
	⑤ Hyoryeong	1.487	0.0008	26	0.010
	⑥ Museong	1.468	0.0004	30	0.012

Fig. 4는 3개 대상유역의 최하단에 위치한 지점들(산계, 무성, 방랍)에 대한 누가 빈도분포를 중첩하여 도시해본 것으로 세 곡선이 마치 하나의 곡선처럼 포개져 나타남을 시각적으로 확인할 수 있다. 이들은 모두 유사한 규모의 집수면적을 갖지만(Table 2) 각기 다른 수계에 위치하고 있어 서로 독립적이며 개별적인 특성(지질, 기후, 식생, 암석 등)을 가질 것이 예상된다. 하지만 Fig. 4는 이러한 차이를 나타내지 않는다. 이는 본 연구에서 고려한 3개 유역 내 총 17개 소유역들이 모두 유사한 누가 빈도분포를 가질 수 있음을 의미하는 것으로 멱함수 법칙분포의 보편성이 타당한 가설임을 입증하는 결과로 판단된다(Rodriguez-Iturbe et al, 1992; Bak, 1996; Hergarten, 2002).

#### 4.2 최우도법에 의한 확률밀도함수의 적합

Figs. 3 and 4에서 제시한 도해적인 결과를 정량적으로 평가하기 위하여 17개 소유역을 대상으로 Eq. (14) 우변의 두 매개변수  $\alpha$ 와  $A_{\min}$ 을 추정하여 보았다. 여기서 한 가지 고려할 사항은  $A_{\min}$ 에 관한 것으로 이 매개변수는 전술한 분포곡선의 굴절지점(즉 지표면과 하천망의 유출응집구조를 구분하는 일종의 한계값, threshold)과 개념적으로 일치함을 알 수 있다. 하지만 대부분의 선행 연구(Rodriguez-Iturbe et al, 1992; de Vries et al, 1994; La Barbera and Roth, 1994; Moglen and Bras, 1995; Maritan et al, 1996; Perera and Willgoose, 1998)에서는  $A_{\min}$ 의 존재만을 언급할 뿐 이에 대한 명시적인 추정방법을 제시하지 않고 있다. 이것은 이들이 멱함수 법칙분포의 적합과정에 Eqs. (12) and (14)와 같은 완전한 형태의 관계식을 적용하지 않고 Eqs. (4) and (9)와 같은

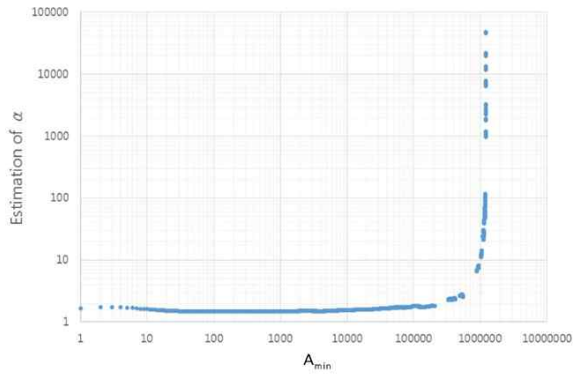
비례식을 적용했음을 암시하는 것으로 이에 따라 Figs. 3 and 4와 같은 누가 빈도분포곡선으로부터 도해적인 방법으로  $A_{\min}$ 을 결정한 후 선형관계를 보이는 자료만을 추출하여 최소사승법을 기반으로  $\alpha$ 를 추정해 온 것으로 판단된다. 실제로 본 연구진의 문헌조사 결과 Eqs. (12) and (14)와 같은 형태의 관계식은 Newman(2005)과 Clauset et al(2009)이 최초로 소개한 것으로 나타났으며 또한 이들의 연구 이전에는 이러한 형태의 관계식이 멱함수 법칙분포의 적합과정에 적용된 사례를 찾아볼 수 없음을 확인할 수 있었다. 따라서 본 연구에서는 Newman(2005)과 Clauset et al(2009)이 제시한 방법론에 따라 두 매개변수의 추정과정에 최우도법을 적용하였다.

실제 추정과정에는 Eqs. (16) and (17)을 적용하였다. 소유역별로 Fig. 3의 가로축에 도시되는 모든 변량들을  $A_{\min}$ 으로 가정하여 각 사례별로  $\hat{\alpha}$ 와  $\hat{A}_{\min}$ 을 추정하였고 이중  $D$ 를 최소화하는 추정치 쌍을 선택하여 해당유역의 매개변수로 결정하였다. 여기서 Eq. (17) 우변의  $S(A)$ 는 Weibull 공식( $S(A) = m/n + 1$ ;  $m$ 은 내림차순으로 정렬된 자료의 순위)을 적용하여 산정하였다. Table 3은 17개 소유역에 대한 추정 결과로서 여기서  $\hat{\sigma} = (\hat{\alpha} - 1) / \sqrt{n}$  ( $n$ 은 자료의 개수)는  $\hat{\alpha}$ 에 대한 표준오차를 의미한다(Newman, 2005; Clauset et al, 2009).  $\hat{A}_{\min}$ 은 마지막 두 열에 pixel의 개수와 집수면적의 단위로 각각 표시하였다.

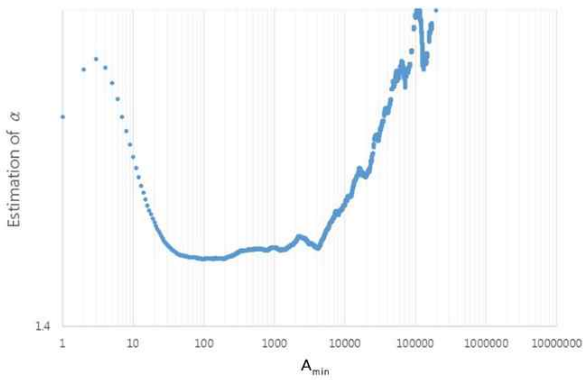
Table 3으로부터 평창강유역의 하반정 소유역을 제외할 경우 나머지 16개 유역에 대하여  $\hat{\alpha}$ 는 대략 1.47~1.50 그리고  $\hat{A}_{\min}$ 은 20~42(0.008 ~ 0.017km<sup>2</sup>) 타남을 볼 수 있어 두 매개변수 모두 비교적 좁은 범위 내에 분포하고 있음을 확인할 수 있다(이후 분석에서는 하반정 소유역에 대한 결과는 제



의하였다). 이는 Figs. 3 and 4에서 얻어진 도해적인 결과를 정량적으로 입증하는 것으로 앞서 예상한 바와 같이 본 연구의 대상유역들은 모두 거의 유사한 형태의  $F(A)$  를 공유하고 있음을 확인할 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 5. Power Law Distributions for Control Points in the most downstream

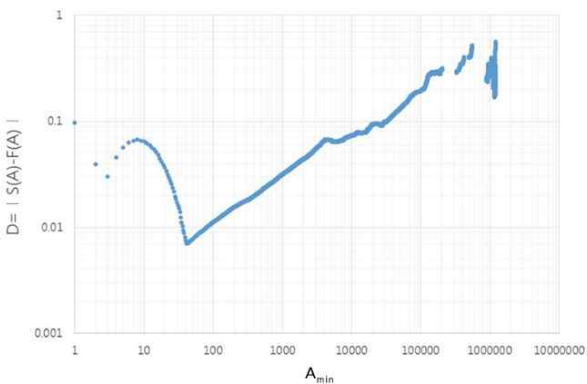
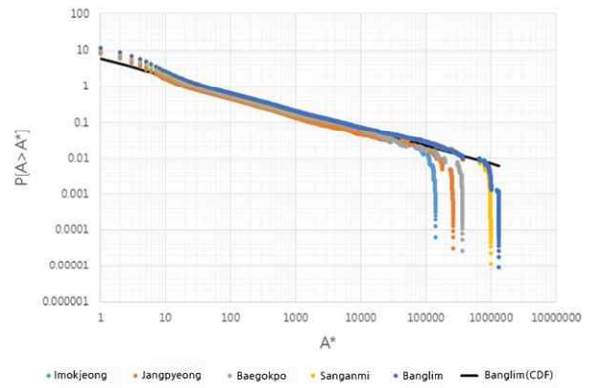
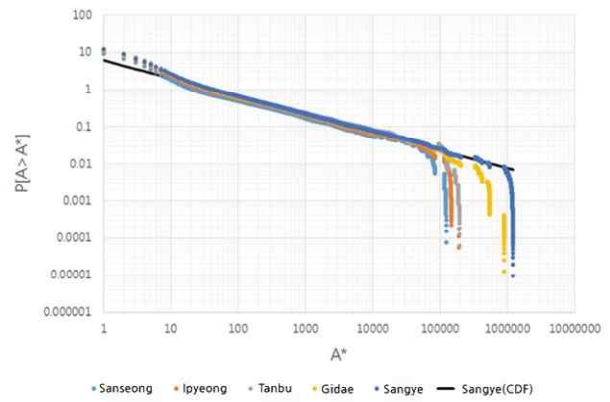


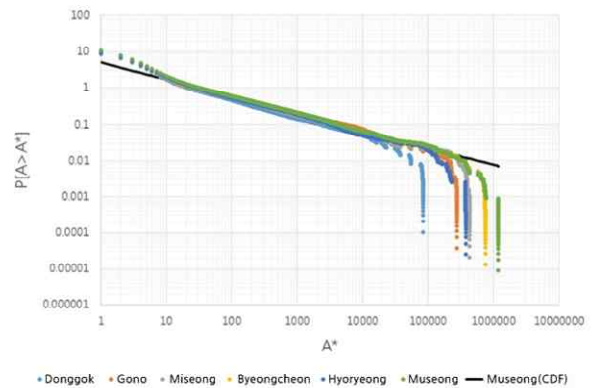
Fig. 6. KS Statistics for Sangye Control Point in Bocheong



(a)



(b)



(c)

Fig. 7. Normalized Power Law Distribution for River Basins of Interest in This Study

Fig. 5는 17개 소유역 중의 하나인 산계소유역을 대상으로  $\hat{A}_{min}$  의 변화에 따른  $\hat{\alpha}$  의 거동을 전대수지 상에 도시해 본 결과(hill-plot)로서 (b)는  $\hat{\alpha}$  의 범위를 1.4~1.8로 축소하여 해당 매개변수의 미시적인 변동을 강조하여 도시해 본 결과이다. Fig. 5로부터  $\hat{A}_{min}$  의 선택이  $\hat{\alpha}$  의 추정치에 미치는 민감도

를 시각적으로 확인할 수 있는데 특히 분포곡선의 끝부분에 위치한 급락구간에서는 해당 매개변수가 발산하는 경향이 나타남을 볼 수 있다. Fig. 6 역시 산계소유역을 대상으로  $\hat{A}_{min}$ 의 변화에 따른 Kolmogorov-Smirnov 통계량  $D$ 의 거동을 전대수지 상에 도시해본 것으로  $\hat{A}_{min}$ 의 선택이 분포곡선의 적합도에 미치는 영향을 뚜렷하게 확인할 수 있다. 흥미로운 사항으로 Fig. 5 (b)에서는 약 30~200(0.012 ~ 0.08km<sup>2</sup>)에 걸친 비교적 넓은 범위의  $\hat{A}_{min}$ 에 대하여  $\hat{\alpha}$ 가 일정하게 나타나고 있음에도 불구하고 Fig. 6에서는  $\hat{A}_{min}=42$ 를 전후로 하여  $D$ 의 파격적인 변화를 볼 수 있어 해당 매개변수의 중요성을 확인할 수 있다. 나머지 소유역들에 대한 분석에서도 대부분 이와 유사한 경향이 나타남을 확인할 수 있었다.

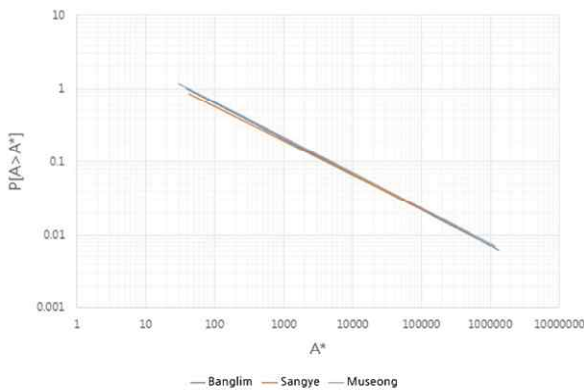


Fig. 8. Power Law Distribution for River Basins of Interest in This Study

Fig. 7은 Fig. 3에 도시된  $A$ 의 누가 분포를 각 소유역별로 Table 3의  $\hat{A}_{min}$ 을 이용하여 정규화한 후 중첩하여 도시해본 결과로서 4.2절에서 미리 예상한 바와 같이 3개 유역 모두에서 개별 분포곡선들이 단일한 곡선처럼 포개져 나타남을 확인할 수 있다. 분포곡선 내부의 굵은 실선은 3개 대상유역의 최하단에 위치한 지점들(산계, 무성, 방림)에 대한  $F(A)$ 를 Eq. (14) 및 Table 3을 이용하여 도시해본 결과로서 중첩된 분포곡선들의 경향을 정확하게 묘사하고 있음을 볼 수 있다. 또한 Fig. 8은 Fig. 4와 유사하게 Fig. 7(a), (b), (c)의 굵은 실선들(즉 산계, 무성, 방림소유역에 대한  $F(A)$ )만을 모아  $\hat{A}_{min}$  이상의 범위에 대해서 중첩하여 도시해본 것으로 3개의 곡선이 거의 동일하게 나타남을 확인할 수 있다.

4.3 집수평면의 기형상을 반으로 한  $\hat{\alpha}$ 에 대한 평가

Table 2에 제시된 이론적 방법들을 기반으로 Table 3에 수

록된 소유역별  $\hat{\alpha}$ 에 대한 평가를 수행하여 보았다. 우선 Strahler의 차수법칙을 기반으로 한 이론적 추정치와의 비교를 위하여 Table 1의  $R_B, R_L, R_A$ 을 해당 관계식에 적용하여  $\alpha$ 에 대한 추정을 Table 4와 같이 수행하여 보았다.

여기서  $\alpha_1, \alpha_2$ 는 각각 de Vries et al(1994)와 La Barbera and Roth(1994)가 제시한 관계식에 따른 추정결과로서  $R_B, R_L, R_A$ 을 기반으로 산정되는  $d, D_N$ 에 종속적인 특성을 갖게 된다. 하지만 다수의 유역에서  $d, D_N$ 이 각각 1.00 및 2.00으로 산정되어 주하천과 하천망의 프랙털 특성을 전혀 반영하지 못하고 있음을 Table 4로부터 확인할 수 있다. Table 1의  $R_B, R_L, R_A$ 는 본 연구에서 DEM 분석을 통하여 직접 산정해본 결과로서 Smart(1972)가 제시한 자연계에서 발생 가능한 범위를 모두 만족하는 수치들이다. 하지만 Table 4의 결과는 이들의 적용 가능성에 의문을 갖게 한다. 이는 신뢰성 있는  $R_B, R_L, R_A$ 의 추정이 매우 어려운 작업임을 의미하는 것(Furey and Troutman, 2008)으로 결국 Strahler의 차수법칙을 기반으로 한  $\alpha$ 에 대한 관계식은 그 이론적 우수성에 비하여 신뢰성 있는 결과를 기대할 수는 없는 것으로 판단된다. 여기에는 Perera and Willgoose(1998)의 방법 역시 포함된다.

상기한 이유로 본 연구에서는 Eq. (10)과 동일한 형태를 갖는 Maritan et al(1996)의 관계식을 적용하여  $\hat{\alpha}$ 에 대한 평가를 수행하여 보았다. 이들은 하천선 및 집수평면의 형상을 자기 유사성(self-affinity) 프랙털로 가정하여  $H=0.75 \sim 0.80$  정도의 이방성(unisotropic) 상사 특성을 보고한 바 있는데 이에 따라  $\hat{\alpha}$ 에 대한 이론적 추정치는 약 1.43~1.44의 범위를 가지게 됨을 알 수 있다. 또한 이들은 주로 북미대륙에 위치한 유역들을 대상으로  $A$ 의 누가분포에 대한 분석을 통하여  $\hat{\alpha}=1.43 \pm 0.02$  정도의 값을 제시하여 이론적 추정치의 타당성을 입증한 바 있다.

본 연구에서 최우도법을 적용하여 추정된  $\hat{\alpha}(=1.47 \sim 1.50)$ 는 전술한 Maritan et al (1996)이 제시한 값에 비하여 다소 큰 수치임을 Table 3으로부터 확인할 수 있다. 특히 이들의 관계식을 기반으로  $H$ 값을 역산해 볼 경우 본 연구의 대상유역들은 모두 약 0.89~1.00의 범위 내에 있어 유역이 이방성 프랙털이라는 주장에 다소 반하는 양상을 보여준다. 이러한 결과는 두 가지 측면에서 고려해 볼 수 있는데 우선 본 연구의 대상 유역들이 Maritan et al(1996)의 주장과는 달리  $H$ 값이 거의 1에 가까운 등방성 프랙털일 가능성이 있다. 이와 관련하여 Kim and Lee(2009)은 본 연구와 동일한 소유역들을 대상으로 하여 집수평면의 형상과 관련한 연구결과를 발표한 바 있는데 여기서 이들은 Hack의 법칙(Hack, 1957)을 기반

으로(Table 1의  $A, L, L_{||}$ )  $H=0.96$  을 제시한 바 있다. 이 수치는 상기한  $\hat{\alpha}$ 의 범위에 잘 부합하는 것으로 실제로 본 연구의 대상유역들이 자기상사성(self-similarity)의 특징을 가지고 있을 가능성이 높은 것으로 판단된다.

또 하나의 가능성으로  $\hat{\alpha}$ 의 추정에 사용된 방법론의 차이를 생각해 볼 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 본 연구에서 적용한 최우도법에 따른 매개변수 추정법이 Newman(2005)과 Clauset et al(2009)에 의해 제시되기 전까지는 멱함수 법칙분포의 적합과정에 대부분 최소자승법이 적용된 것으로 알려져 있다. 따라서 모의 발생한 수치자료를 이용하여 Clauset et al(2009)이 정량적으로 입증한 최소자승법의 오차를 고려할 경우 본 연구에서 제시한  $\hat{\alpha}$ 에 대한 추정치는 타당성을 인정할 수 있는 것으로 판단된다.

### 5. 결론

본 연구에서는 국내 유역의 유출응집구조에 대한 분석을 통해 멱함수 법칙분포의 보편성을 수문학적 관점에서 입증하여 보았다. 집수면적의 누가분포에 대한 도해적 분석과 함께 이론 물리학 분야에서 제시한 방법론을 이용하여 멱함수 법칙분포의 적합을 수행하였으며 이로부터 도출된 결과를 집수평면의 형상을 기반으로 평가하여 보았다. 이상의 작업으로부터 얻어진 주요한 결론을 요약해 보면 다음과 같다.

1) 본 연구의 대상 유역에 대하여 배수면적의 누가 빈도분포를 도시해 본 결과 17개 소유역 모두 전대수지 상에서 선형 관계의 양상을 보임을 확인할 수 있었다. 특히 가로축의 약

5개의 대수 눈금에 걸쳐 직선형태의 양상이 뚜렷하게 나타나 전형적인 멱함수 법칙분포의 거동을 나타내고 있음을 볼 수 있었다.

2) 멱함수 법칙분포 확률밀도함수의 매개변수를 최우도법을 적용하여 추정하여 본 결과 두 매개변수 모두 비교적 좁은 범위 내에 분포하고 있음을 확인할 수 있다. 이는 배수면적의 누가 빈도분포에서 얻어진 도해적인 결과를 정량적으로 입증하는 것으로 멱함수 법칙분포의 보편성이 타당한 가설임을 의미하는 것으로 판단된다.

3) 본 연구에서 최우도법을 적용하여 추정한 멱함수 법칙분포의 지수는 선형연구에서 제시한 값에 비하여 다소 큰 수치임을 확인할 수 있었다. 이를 대상 유역의 집수평면의 형상을 기반으로 평가해 본 결과 본 연구의 대상유역들은 자기 유사성보다는 자기상사성의 특징을 가지고 있을 가능성이 높은 것으로 판단되었다.

4) 지형분석 측면에서 한 가지 고려할 사항은 DEM을 기반으로 한 흐름의 추적방법에 관한 것으로 본 연구에서 적용한 8방향 방법의 경우 주로 유역 내 계곡(valley)부에서 발생하는 흐름의 수렴현상은 비교적 잘 묘사하지만 구릉지사면(hillslope)의 확산현상 모의에는 한계를 가지는 것으로 알려져 있다. 이것은 본 연구에서 고려한 집수면적의 규모에 직접적으로 영향을 미치는 중요한 인자로서 현재 이에 대한 대안으로 몇 가지 흐름추적 방법들이 제시되고 있다. 따라서 향후 현재의 기술보다 더 실제에 가까운 흐름방향의 모의를 통해 집수평면의 멱함수 법칙분포의 보편성을 입증하는 연구가 반드시 수행되어야 할 것이다.

Table 4. Power Law Parameters based on Theoretical Relations

Basin	Control Point	$d$	$D_N$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Pyungchang	① Imokjeong	1.24	1.44	1.30	1.27
	② Jangpyeong	1.32	1.39	1.28	1.26
	③ Baegokpo	1.00	2.00	1.50	1.50
	④ Sanganmi	1.19	1.53	1.34	1.31
	⑤ Bangnim	1.21	1.53	1.35	1.32
Bocheong	① Sanseong	1.16	1.53	1.35	1.31
	② Ipyeong	1.18	1.53	1.35	1.31
	③ Tanbu	1.27	1.40	1.28	1.25
	④ Gidae	1.00	2.00	1.50	1.50
	⑤ Sangye	1.00	1.91	1.48	1.45
Wicheon	① Donggok	1.08	1.61	1.38	1.33
	② Goro	1.00	1.86	1.46	1.43
	③ Miseong	1.14	1.66	1.40	1.38
	④ Byeongcheon	1.18	1.60	1.37	1.35
	⑤ Hyoryeong	1.00	2.00	1.50	1.50
	⑥ Museong	1.00	2.00	1.50	1.50

## 감사의 글

본 연구는 국토교통부 물관리연구사업의 연구비 지원(11 기술혁신C06)에 의해 수행되었습니다.

## References

- Bak, P. Tang, C. and Wiessenfeld, K. (1987). "Self-Organized Criticality: An explanation of  $1/f$  noise." *Physical Review Letters*, Vol. 59, pp.381-384.
- Bak, P. (1996). *How nature works*, Copernicus/Springer – Verlag, New York.
- Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I. (1985) *Random Function and Hydrology*, Courier Corporation.
- Clauset, A., Shalizi, C.R. and Newman, M.E.J. (2009). "Power-Law Distributions in Empirical Data." *Siam Review*, Vol. 51, No 4, pp. 661-703.
- De Vries, H., Becker, T. and Eckhardt, B. (1994). "Power law distribution of discharge in ideal networks." *Water Resources Research*, Vol. 30, No. 12, pp. 3541-3543.
- Eagleson, P.S. (1970). *Dynamic Hydrology*. McGraw-Hill.
- Feller, W. (1971). *An Introduction Probability Theory and its Applications*. Wiley and Sons.
- Furey, P.R. and Troutman, B.M. (2008). "A consistent framework for Horton regression statistics that leads to a modified Hack's law." *Geomorphology*, Vol. 102, pp. 603-614.
- Hack, J.T. (1957). "Studies of longitudinal profiles in Virginia and Maryland." *US Geological Survey Professional Paper*, 294-B pp. 45-97.
- Hergarten, S. and Neugebauer, H. J. (2001). "Self-Organized Critical Drainage Networks." *Physical Review Letters*, Vol. 86, No. 12, pp. 2689-2692.
- Hergarten, S. (2002). *Self-organized criticality in earth system*. Springer-Verlag, New York.
- Inaoka, H. and Takayasu, H. (1983). "Water erosion as a fractal growth process." *Physical Review E*, Vol. 47, No. 2, pp. 899-910.
- Khan, U., Tuteja, N.K., and Sharma, A. (2013). "Delineating hydrologic response units in large upland catchments and its evaluation using soil moisture simulations." *Environmental Modelling & Software*, Vol. 46, pp. 142-154.
- Kim, J.C. and Lee, S. (2009). "Hack's Law and the Geometric Properties of Catchment Plan-Form." *Journal of Korean Water Resources Association*, Vol. 42, No. 9, pp. 691-702.
- La Barbera, P. and Roth, G. (1994). "Invariance and Scaling Properties in the Distributions of Contributing Area and Energy in Drainage Basins." *Hydrological Processes*, Vol. 8, pp. 125-135.
- La Barbera, P. and Lanza, L. G. (2001). "On the cumulative area distribution of natural drainage basins along a coastal boundary." *Water Resources Research*, Vol. 37, No. 5, pp. 1503-1509.
- Mandelbrot, B.B. and Van Ness, J.W. (1968). "Fractional Brownian Motion. Fractional Noises and Applications" *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 10, No. 4, pp. 427-437.
- Mandelbrot, B.B. (1982). *The Fractal geometry of nature*. W. H. Freeman, New York.
- Maritan, A., Rinaldo, A., Rigon, A., Giacometti, A. and Rodriguez-Iturbe, I. (1996). "Scaling laws for river networks." *Physical Review E*, Vol. 53, No. 2, pp. 1510-1515.
- McNamara, J.P., Ziegler, A.D., Wood, S.H. and Vogler, J.B. (2006). "Channel head locations with respect to geomorphologic thresholds derived from a digital elevation model: A case study in northern Thailand." *Forest Ecology and Management*, Vol. 224, pp. 147-156.
- Moglen, G.E. and Bras, R. L. (1995). "The importance of spatially heterogeneous erosivity and the cumulative area distribution within a basin evolution model." *Geomorphology*, Vol. 12, pp. 173-185.
- Newman, M.E.J. (2005). "Power laws, Pareto distributions and Zipf's law." *Contemporary Physics*, Vol. 46, No. 5, pp. 323-351.
- Nicholson, B.G., Hancock, G.R., Cohen, S., Willgoose, G.R. and Rey-Lescure, O. (2013). "An assessment of the fluvial geomorphology of subcatchments in Parana Valles, Mars." *Geomorphology*, Vol. 183, pp. 96-109.
- Paik, K. and Kumar, P. (2007) "Inevitable self-similar topology of binary trees and their diverse hierarchical density" *European Physical Journal B*, Vol. 60, No. 2, pp. 247-258.
- Paik, K. and Kumar, P. (2011). "Power-Law Behavior in Geometric Characteristics of Full Binary Trees." *Journal of Statistical Physics*, Vol. 142, No. 4, pp. 862-878.
- Perera, H. and Willgoose, G. (1998). "A physical explanation of the cumulative area distribution curve." *Water Resources Research*, Vol. 34, No. 5, pp. 1335-1343.
- Rodriguez-Iturbe, I., Ijjasz-VasquezR, E. J., Bras, R.L. and Tarboton, D.G. (1992). "Power law distributions of discharge, mass, and energy in river basins." *Water Resources Research*, Vol. 28, No. 4, pp. 1089-1093.
- Rodriguez-Iturbe, I. and Rinaldo, A. (2003). *Fractal river basins-Chance and self-organization*. Cambridge.
- Scheidegger, A.E. (1967). "A stochastic model for drainage patterns into an intramontane trench." *Bull. Assoc. Sci. Hydrol.*, Vol. 12, pp. 15-20.
- Smart, J.S. (1972). "Channel Networks", *Advances in*

*Hydroscience*, Vol. 8, pp. 305-346.

- Sun, T., Meakin, P. and Jossang, T. (1994). "Minimum energy dissipation model for river basin geometry." *Physical Review E*, Vol. 49, No. 6, pp. 4865-4872.
- Takayasu, H., Nishikawa, I. and Tasaki, H. (1988). "Power-law mass distribution of aggregation systems with injection." *Physical Review A*, Vol. 37, pp. 3110-3117.
- Willgoose, G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I. (1991). "A coupled channel network growth and hillslope evolution model, 1. Theory." *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 7, pp. 1671-1684.
- Yoon Y. (2007). *Hydrology*, Cheongmoongak.