

# 모래 입자의 형상과 내부마찰각의 상관관계에 관한 연구

## Shear Resistance of Sandy Soils Depending on Particle Shape

서형석<sup>1</sup> Suh, Hyoung Suk      조유민<sup>1</sup> Jo, Yumin  
윤태섭<sup>2</sup> Yun, Tae Sup      김광염<sup>3</sup> Kim, Kwang Yeom

### Abstract

This study presents the correlations between quantified particle shape parameters and internal friction angles for nine sand specimens including six natural sands and three crushed sands. Specimens are subjected to 3D X-ray computed tomographic imaging and their particles are segmented through the aid of image processing techniques. Shapes of segmented particles are then quantified through two shape parameters such as sphericity and elongation. The direct shear apparatus enables us to measure peak and critical state friction angles of sand specimens of distinct relative densities. The gathered data show that decreasing sphericity and increasing elongation cause increases in peak and critical state friction angle with similar gradients.

### 요지

본 연구에서는 영상처리 기법을 이용해 총 9개의 모래 시료의 형상을 정량화하여 전단강도와와의 상관관계를 분석하였다. 분석 시료는 6개의 자연모래 시료와 3개의 부순모래 시료이며 이를 고해상도 3차원 X-ray CT 촬영하여 그로부터 개별 입자 영상을 분리하고 구형도(Sphericity) 및 이완도(Elongation)와 같은 형상 계수를 통해 모래 시편의 형상을 정량화 하였다. 또한 시료의 상대밀도를 다르게 조성하여 직접전단시험을 수행해 첨두내부마찰각(Peak friction angle)과 극한내부마찰각(Critical state friction angle)을 획득하였다. 시료의 구형도가 감소하고 이완도가 증가할수록, 첨두내부마찰각과 극한내부마찰각은 유사한 기울기를 보이며 증가함을 확인하였으며 두 내부마찰각 사이 절댓값 차이는 입자 형상보다는 상대밀도 차이로부터 기인함을 확인하였다.

**Keywords :** Shear strength, Particle shape, Image processing, 3D X-ray CT

### 1. 서론

지반재료는 입자들의 집합이며, 흙 입자의 크기와 형상은 입자스케일 뿐 아니라 연속체스케일에서의 역학

적 거동을 좌우한다(Aloufi and Santamarina, 1995; Miura et al., 1998; Cavarretta et al., 2010; Fonseca et al., 2012). 특히 입자의 형상이 불규칙 할수록 재료의 최대, 최소간 극비( $e_{max}$ ,  $e_{min}$ ) 및 그 차이는 증가하며(Jia and Williams,

1 비회원, 연세대학교 토목환경공학과 석사과정 (Graduate Student, School of Civil and Environmental Engrg., Yonsei Univ.)

2 정회원, 연세대학교 토목환경공학과 부교수 (Member, Associate Prof., School of Civil and Environmental Engrg., Yonsei Univ., Tel: +82-2-2123-5805, Fax: +82-2-364-5300, taesup@yonsei.ac.kr, Corresponding author, 교신저자)

3 비회원, 한국건설기술연구원 Geo-인프라연구실 연구위원 (Research fellow, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2016년 12월 31일까지 그 내용을 확회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

2001; Yasin and Safiullah, 2003), 큰 전단강도(Miura et al., 1998; Cho et al., 2006; Kim et al., 2016), 큰 압축성(Yasin and Safiullah, 2003; Cavarretta et al., 2010; Shin and Santamarina, 2012), 낮은 열전도도(Yun and Santamarina, 2008)를 갖는다고 알려져 있으며 이는 입자 형상이 해당 지반재료의 중요한 특성으로써 인식되어야 함을 시사한다.

재료의 입자 형상의 정량화는 구형도(Sphericity), 원마도(Roundness), 볼록성(Convexity), 이완도(Elongation), 편평도(Flatness) 등과 같은 형상계수를 통해 가능하며(Wadell, 1932; Wadell, 1933; Krumbein, 1941; Krumbein and Sloss, 1963; Mora and Place, 1998; Zunic and Rosin, 2004; Blott and Pye, 2008; Kim et al., 2016), 이는 대부분 광학 및 전자현미경 등을 통한 2차원 분석에 국한되거나 차트에 의존하여 이루어져 왔다(Folk, 1955; Krumbein and Sloss, 1963; Barrett, 1980; Pons et al., 1997; Santamarina and Cho, 2004; Cho et al., 2006; Rousillon et al., 2009; Liao et al., 2010). 그러나 최근 3차원 X-ray CT, 레이저 스캐너 등과 같은 3차원 이미징 기술의 발달로 충분한 해상도 확보가 가능해졌으며 이를 통해 더욱 정확한 3차원 형상 분석이 가능해졌다(Matsushima et al., 2009; Suh et al., 2014; Kim et al., 2016).

이를 통해 본 연구에서는 균등한 크기의 모래 시료를 X-ray CT 촬영하고, 영상 처리 기법을 도입하여 시료 내 입자의 3차원 정보를 획득하였으며 3차원 형상계수를 통해 이를 정량적으로 평가하였다. 또한 직접전단시험을 수행하여 획득한 시료의 형상정보와 극한내부마찰각(Critical state friction angle)과의 상관관계를 분석하여 2차원 분석을 통해 이루어진 선행 연구결과(Cho et al. 2006)를 재확인하였으며 나아가 상대밀도와 3차원 형상계수를 통해 첨두내부마찰각(Peak friction angle)

에 대한 관계식을 제안하였다.

## 2. 재료 및 방법

### 2.1 시험 시료

본 연구에서는 3개의 인공적으로 부순 모래(K4, K5, K6)와 6개의 천연 모래(F75, F110, Ottawa 20/30, ASTM graded, Hiroshima, Toyoura), 총 9개의 사질토 시료를 형상분석 및 전단시험에 이용하였다. XRD 분석을 통해 모든 시료가 석영질로서 유사한 광물성분을 갖는 것을 확인하였으며, 비중( $G_s$ )은 2.65에서 2.68 사이로 측정되었다(ASTM D854 2014). 최소 및 최대간극비는 각각 0.50~0.70, 0.74~1.08로 측정되었으며(ASTM D4253 and D4254 2002), 체분석 시험(ASTM D421 2007)을 통하여 9개 시료의 입도분포곡선을 획득하였다(Fig. 1). 체분석 시험 결과는 Fredlund 모델(Fredlund et al. 2000)

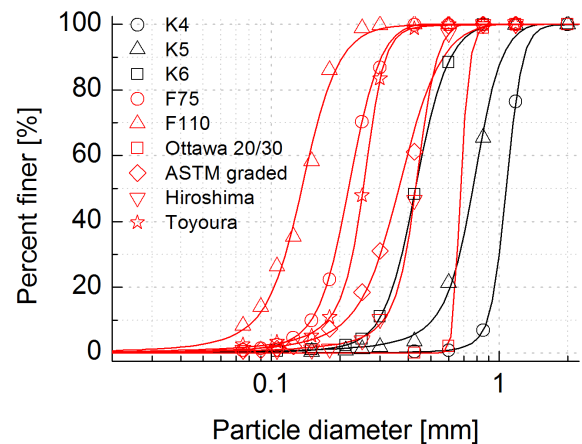


Fig. 1. Grain size distribution curve of tested sands. Sieve analysis results denoted by symbols are fitted by Fredlund et al. (2000)

Table 1. GSD and packing properties of nine sand specimens

	$D_{10}$ [mm]	$D_{50}$ [mm]	$C_u$	$G_s$	$e_{max}$	$e_{min}$
K4	0.88	1.07	1.26	2.68	1.08	0.71
K5	0.51	0.76	1.59	2.66	1.07	0.69
K6	0.29	0.43	1.56	2.64	1.03	0.66
F75	0.15	0.22	1.55	2.65	0.81	0.54
F110	0.07	0.14	2.10	2.65	0.85	0.54
Ottawa 20/30	0.62	0.68	1.11	2.65	0.74	0.50
ASTM graded	0.21	0.36	1.86	2.65	0.82	0.50
Hiroshima	0.31	0.43	1.45	2.65	1.08	0.69
Toyouura	0.18	0.25	1.49	2.67	0.97	0.63

을 통하여 비선형 피팅하였으며, 피팅한 비선형 곡선으로부터 보간법을 통해 평균입경( $D_{50}$ )과 균등계수( $C_u$ )를 획득하였다. 평균입경은 0.14mm에서 1.07mm 사이에 분포하였으며, 균등계수는 1.1에서 2.1 사이에 분포하여 모두 균일한 입도분포를 보였다. 위에서 언급한 전체 시험결과는 Table 1과 같다.

## 2.2 입자 형상 분석

영상 처리를 통한 입자 형상 분석을 위하여 9개의 사질토 시료에 대하여 3차원 X-ray CT 촬영을 수행하였다. X-ray CT 분석은 한국건설기술연구원의 X-EYE 시스템을 통하여 수행되었으며 가용한 해상도는 약  $10\mu\text{m}/\text{pixel}$  로써 본 연구에 이용한 시료의 입자를 분석하기 충분하였다. 촬영된 영상은  $1024 \times 1024$  크기의 2차원 영상 1024 장으로 구성되며, 각 시료의 2차원 영상은 Fig. 2와 같다.

개별 입자의 형상 분석을 위하여, 영상 처리 기법을 통한 전처리를 실시하였다. 먼저 시료의 2차원 영상을 수직 방향으로 쌓아 구성한  $1024 \times 1024 \times 1024$  크기의 도메인을 오투 방법(Otsu's method)을 통해 이진화(Binarization) 하여(Otsu, 1975), 3차원 이진영상을 획득하였다. 획득한 3차원 이진 영상 내 입자들 간의 경계를 확보하여 개

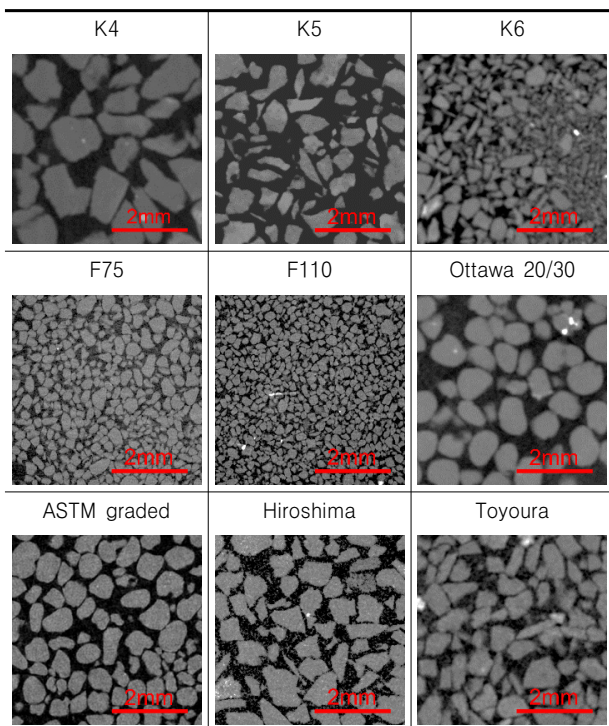


Fig. 2. 2D sliced image of sand specimens taken by x-ray computed tomographic imaging

별 입자들을 명확히 분리하기 위하여 침식연산(Erosion) 후 플러드필알고리즘(Flood-fill algorithm)을 적용하였으며, 분리된 개별 입자는 다시 팽창연산(Dilation)을 통해 침식연산으로 인한 입자 형상의 손상을 원상 복구하였다(Suh et al., 2014; Kim et al., 2016).

입자의 형상은 형상계수를 통해 정량적으로 평가 가능하다. 본 연구에서는 구형도(Sphericity, SP)와 이완도(Elongation, EG)를 이용하였으며(Kim et al. 2016), 그 정의는 식 (1), (2)와 같다.

$$SP = \frac{D_{eq}}{D_c} \quad (1)$$

$$EG = \frac{R_{max}}{R_{min}} \quad (2)$$

이 때  $D_{eq}$ 는 입자와 동일한 부피를 갖는 구의 직경이며,  $D_c$ 는 입자에 외접하는 구의 직경이다. 또한  $R_{max}$ 와  $R_{min}$ 은 각각 입자의 도심으로부터 입자의 표면까지의 거리 중 가장 먼 길이와 가까운 길이이다(Fig. 3).

SP는 입자가 얼마나 구형에 가까운지를 나타내는 형상계수로서 항상 1보다 작거나 같은 양의 실수이며, EG는 입자가 얼마나 이완되어 있는지를 나타내는 형상계수로서 항상 1보다 크거나 같은 양의 실수이다. 완벽한 구의 경우 SP와 EG는 모두 1의 값을 갖는다.

복셀 기반의 이산화(Discretized) 되어있는 영상 처리 기법의 특성 상 단일 입자가 충분한 복셀로 표현되지 않을 경우, 계산된 형상계수가 부정확할 가능성이 크다. Fig. 4는 이산화 되어있는 구의 직경에 따른 형상계수

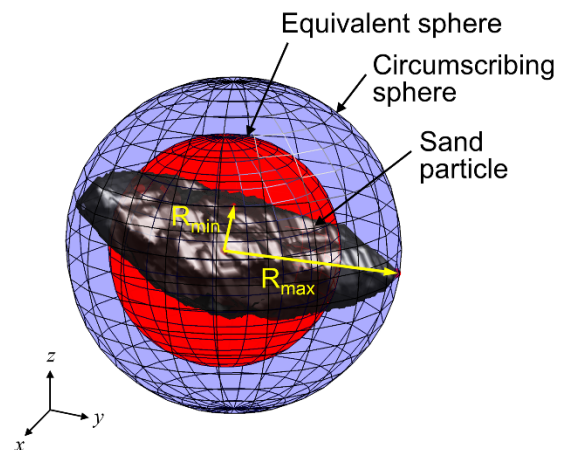


Fig. 3. Measures used to define shape parameters

Table 2. Results of shape analysis and direct shear test of nine sand specimens

	Shape parameters		Friction angles			
	SP	EG	$\phi_c'$ [deg]	$\phi_p'$ [deg]		
				$D_r=30\%$	$D_r=60\%$	$D_r=90\%$
K4	0.58	5.33	39.05	40.02	42.07	44.94
K5	0.62	5.00	37.27	38.15	42.11	46.87
K6	0.61	5.08	37.42	37.80	40.48	44.18
F75	0.70	3.40	30.04	30.71	36.37	39.16
F110	0.70	3.41	30.62	31.16	34.73	37.15
Ottawa 20/30	0.83	2.21	27.65	27.82	29.98	33.21
ASTM graded	0.72	3.09	28.69	29.52	34.22	39.00
Hiroshima	0.68	4.09	33.38	35.31	39.94	43.41
Toyoura	0.65	3.96	32.74	32.86	35.70	39.85

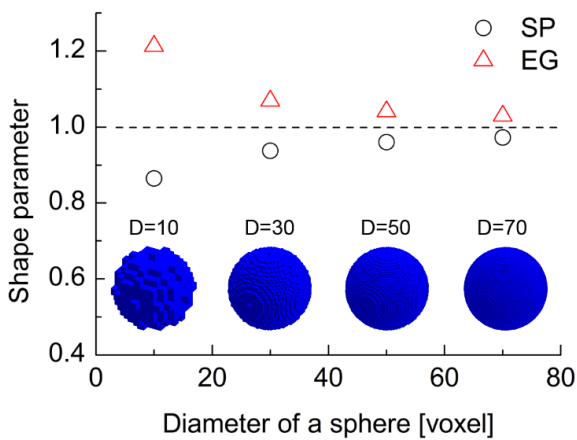


Fig. 4. Estimation of shape parameters of a sphere

값을 나타낸 예시이다.

구의 해상도가 낮을 경우 SP와 EG는 이론값인 1보다 각각 과소평가 및 과대평가되며, 해상도가 증가할수록 이론값에 수렴하는 양상을 확인하였다. 이를 통해 입자의 직경이 50개 이상의 복셀로 표현된 경우에 해당 입자의 형상계수를 신뢰 가능하다고 판단하였다.

Cho 등(2006)은 시료 내 30개 입자의 형상계수를 정성적으로 결정 한 뒤, 그것들의 산술평균을 시료의 대표 형상계수로 결정하였다. 이를 통해 본 연구에서는 시료 내  $D_{eq}$ 가 복셀 50개 이상으로 표현된 입자 50개를 임의로 선택하여 SP와 EG를 계산하고, 그것들의 산술평균을 해당 시료의 대표 형상계수로 결정하였다(Table 2).

### 2.3 전단 시험

시료의 전단강도 측정을 위해 본 연구에서는 직접전단시험을 실시하였다(ASTM D3080 1998). 9개의 시료

에서 느슨한 패킹, 중간 패킹, 조밀한 패킹(상대밀도( $D_r$ ) 각각 30%, 60%, 90%)의 경우를 고려하여 총 27가지 경우에 대하여 시험을 실시하였다. 모든 시험은 1mm/min의 고정된 수평변형률로 수행되었으며 한 경우에 대하여 1, 2, 3kgf/cm<sup>2</sup>의 수직응력 조건을 적용해 수직변위가 수렴하는 극한상태에 도달 할 때까지 실시하였다. 침투내부마찰각(Peak friction angle,  $\phi_p'$ )과 극한내부마찰각(Critical state friction angle,  $\phi_c'$ )은 3가지 수직응력 조건에 대한 침투전단응력 및 극한전단응력에 대하여 최소제곱법을 통해 계산하였으며, 이 때 시료의 점착력은 없다고 가정하였다. 9가지 시료의 직접전단시험 결과는 Table 2와 같다.

### 3. 결과 및 분석

9개의 시료의 3차원 X-ray CT 영상으로부터 시료 당 50개씩, 총 450개의 입자를 형상 분석하였으며 분리된 입자 중 일부를 Fig. 5에 표시하였다. SP가 클수록, EG가 작을수록 입자가 구형에 가까워짐을 확인하였으며 반대의 경우 입자의 형상이 불규칙해짐을 확인하였다.

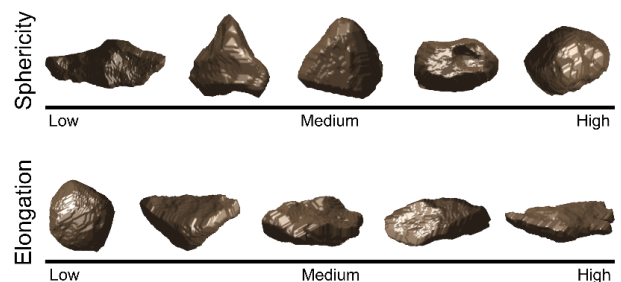


Fig. 5. Segmented sand particles and relationship of their shapes to shape parameters

이를 통해 SP와 EG가 어떠한 상관관계를 갖는 것을 확인 가능하다.

부피 V, 외접구의 지름을  $D_c$ 로 갖는 어떠한 입자가 존재한다고 가정하면, 그 입자가 타원체일 경우 EG는 최소가 된다. 해당 타원체의 장, 중, 단축의 길이를 각각 2L, 2I, 2S라고 가정하면, 부피  $V=(4\pi/3)\cdot L\cdot I\cdot S$ 로 표현된다. 이 때,  $D_{eq}=(L\cdot I\cdot S)^{1/3}$ 이며, SP와 EG는 식 (1), (2)에 의하여 아래와 같이 표현된다.

$$SP = \frac{D_{eq}}{D_c} = \frac{(LIS)^{1/3}}{L} = \frac{I^{1/3}S^{1/3}}{L^{2/3}} \quad (3)$$

$$EG_{min} = \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{L}{S} \quad (4)$$

이 때, 가장 규칙적인 형상을 고려하기 위해 해당 타원체를 장-중축, 중-단축의 종횡비(Asspect ratio)가 일정하다고 가정하면 중축은 장축과 단축의 기하평균으로 표현되며, 식 (3), (4)는 아래와 같은 관계를 갖는다.

$$SP = \frac{I^{1/3}S^{1/3}}{L^{2/3}} = \left(\frac{S}{L}\right)^{1/2} = EG_{min}^{-1/2} \quad (5)$$

불규칙한 형상을 갖는 입자를 고려하면 식 (5)는 입자의 형상계수분포도(Fig. 6)의 하계(Lower bound)로써 작용하게 된다. Fig. 6은 형상 분석한 450개 모래 입자에 대한 SP와 EG의 상관관계를 나타낸 형상계수분포도이며 식 (5)가 분포도의 하계로써 작용하는 것을 확인 가능하다.

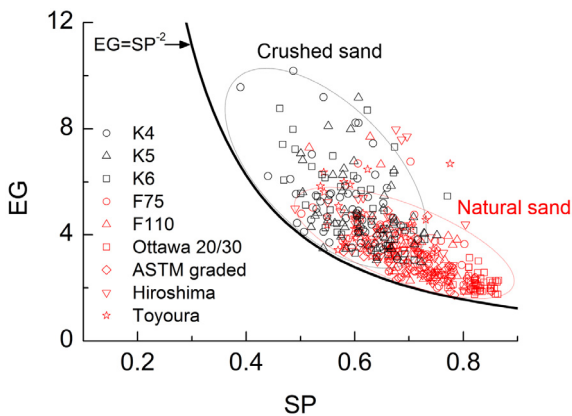


Fig. 6. Reciprocal correlation between sphericity and elongation

형상 분석 결과, 부순모래가 자연모래에 비하여 대체로 작은 SP와 큰 EG값을 형성하며 상대적으로 넓게 분산되어 있음을 확인하였다. 이는 풍화로 인한 마모를 겪은 자연모래와 그렇지 않은 부순모래간의 생성 기원 차이로부터 기인한다고 판단된다.

9개 시료의 대표 형상계수와 시료의 고유물성치인 최소 및 최대간극비, 극한내부마찰각 사이 상관관계는 Fig. 7과 같다. 선행 연구(Miura et al., 1998; Dyskin et al., 2001; Cho et al., 2006)와 유사하게 SP와 EG가 각각 증가하고 감소함에 따라 최소 및 최대간극비는 감소하는 경향을 보였다. 이는 균일한 입도분포의 시료에서 입자가 구형에 가까울수록 조밀한 패키징이 더욱 원활하게 이루어짐을 시사하며, 반대로 입자의 형상이 불규칙할수록 시료 내 큰 간극을 형성할 가능성이 크다는 것을 시사한다(Guimaraes, 2002). 극한내부마찰각 또한 SP와 EG가 각각 증가하고 감소함에 따라 감소하는 경향을 보였다. 이는 대변형거동(Large strain behavior)에서 입자 형상이 불규칙할수록 입자들 간의 회전(Rotation) 혹은 미끄러짐(Slippage)에 크게 저항한다는 것을 시사한다(Cho et al., 2006). 선형 회귀분석을 통해 SP 또는 EG와 극한내부마찰각 사이 관계는 아래와 같이 정량화 가능하다.

$$\phi'_c = -51.69SP + 67.96 \quad (6)$$

$$\phi'_c = 3.90EG + 17.55 \quad (7)$$

시료의 대표 형상계수와 서로 다른 상대밀도에 대한 침투내부마찰각의 상관관계는 Fig. 8과 같다. 이 때 검은 실선은 극한상태로써 식 (6), (7)을 나타낸다. 어떠한 상대밀도에서의 침투내부마찰각과 대표 형상계수의 관계는 극한내부마찰각과 형상계수의 관계와 유사한 기울기의 선형 상관관계를 보였으며, 상대밀도에 따라 절댓값의 변화가 관찰되었다. 이는 침투내부마찰각은 상대밀도에 대한 함수이며, 침투내부마찰각과 극한내부마찰각의 차이에 있어 입자의 형상의 영향은 매우 작다는 것을 시사한다.

Bolton은 침투내부마찰각과 극한내부마찰각의 차이를 시료의 상대밀도와 침투점에서의 평균유효응력에 대한 함수로 표현하였다(Bolton, 1986). 그러나 전단에 의한 입자 파쇄가 일어나지 않는 낮은 수직응력 하에서

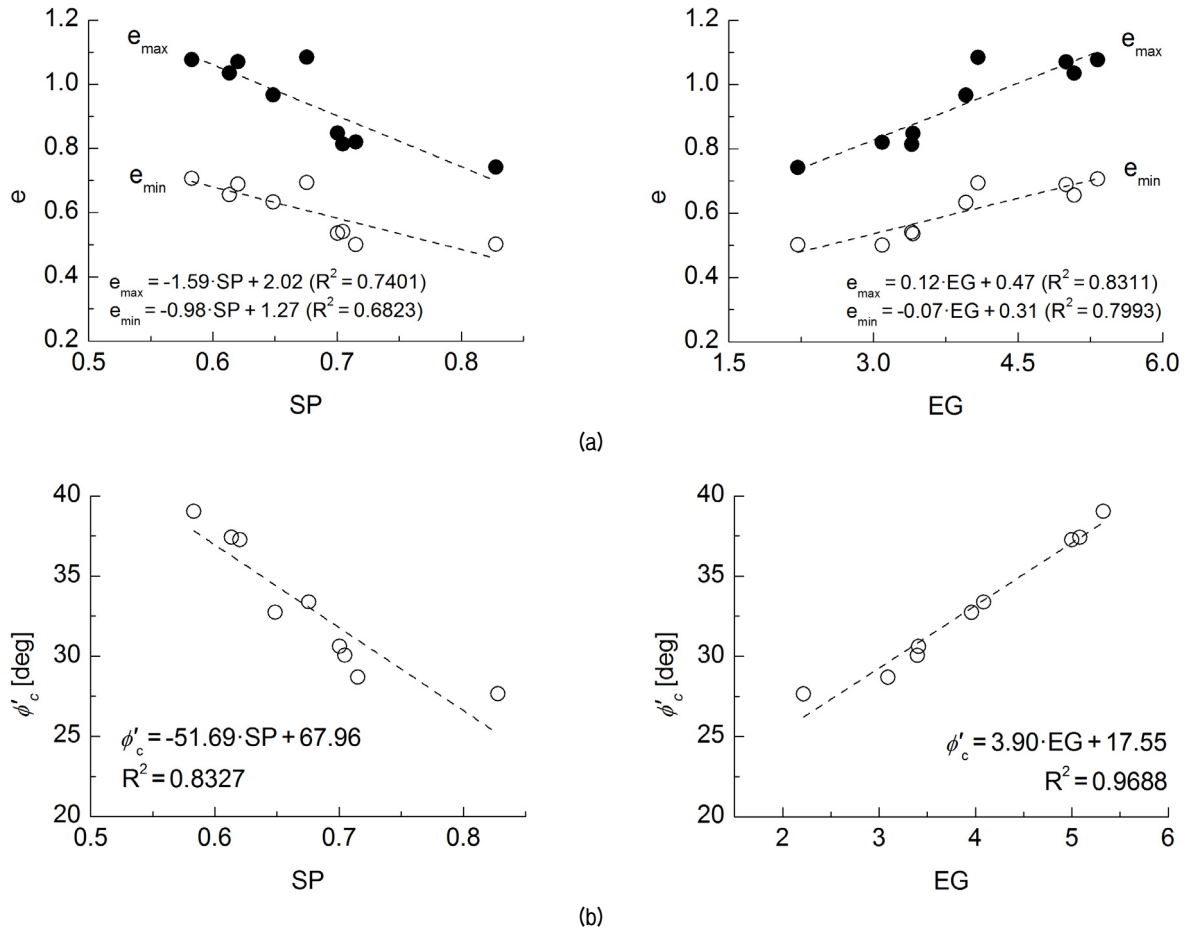


Fig. 7. (a) Correlation between the extreme void ratios and shape parameters; (b) Correlation between the measured critical state friction angle and shape parameters

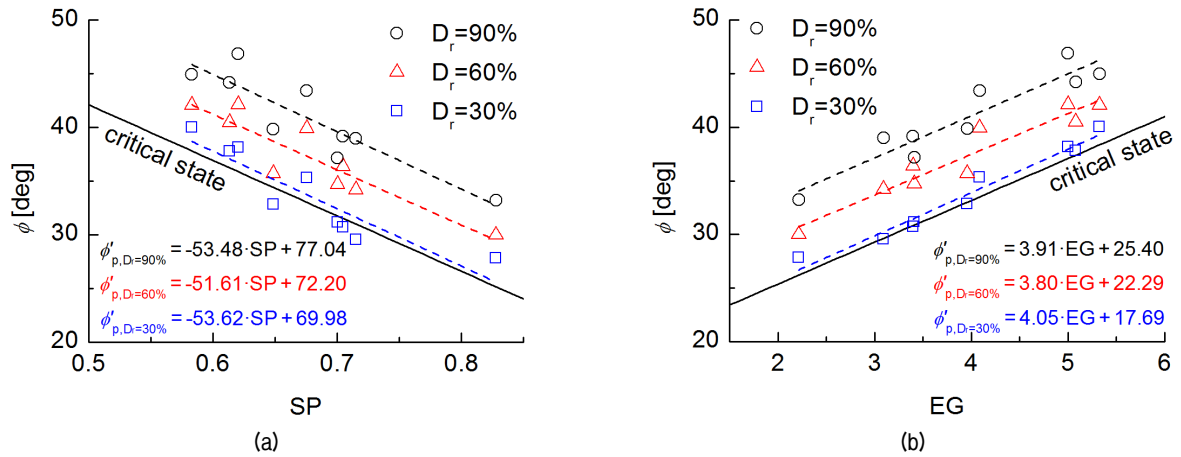


Fig. 8. Correlation between the measured peak friction angle and shape parameters (a) Sphericity; (b) Elongation

첨두내부마찰각과 극한내부마찰각의 차이는 오직 상대 밀도에 대한 함수로 표현 가능하다(Bolton, 1987; Simoni and Houlsby, 2006). 형상분석 및 직접전단시험에 사용한 사질토 시료는 모두 석영질로서 입자파쇄에 대한 저항이 크다고 알려져 있으며(Feda, 2002), 이를 통해 직접전단시험 시 재하한 수직응력 하에서 입자파쇄가 일

어나지 않은 것으로 가정하면 수정된 Bolton 관계식(식 (8))을 적용 가능하다(Simoni and Houlsby, 2006).

$$\phi'_p - \phi'_c = 5 \left( \frac{D_r}{100} - 1 \right) \quad (8)$$

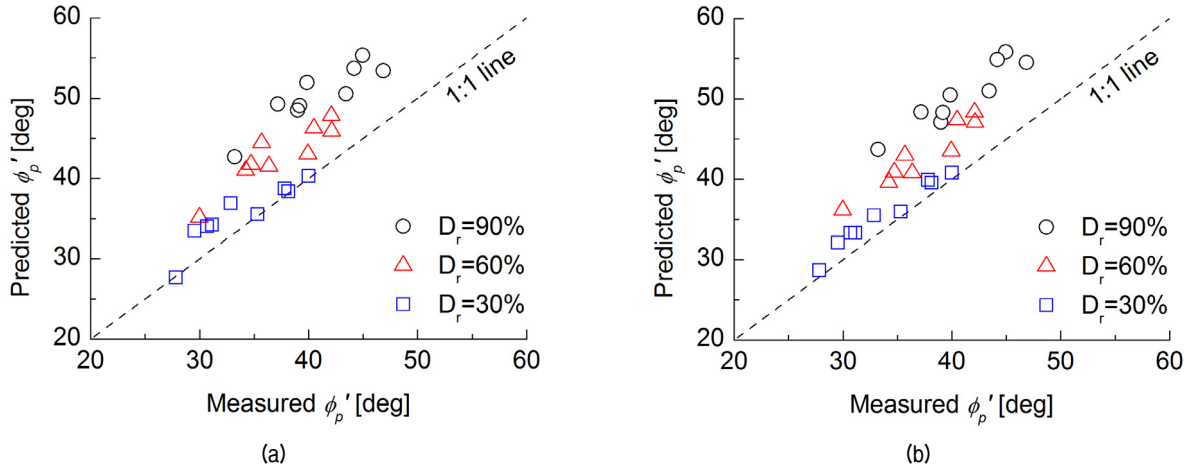


Fig. 9. Prediction of peak friction angle (a) Eq. 9; (b) Eq. 10

식 (5), (6)을 식 (8)에 대입하여, 시료의 침두내부마찰각과 대표 형상계수간의 관계식을 제안 하였으며(식 (9), (10)) 이를 통해 시료의 형상 정보와 상대밀도만으로 침두내부마찰각을 예측 할 수 있다(Fig. 9).

$$\phi'_p = -51.69SP + 5\left(\frac{D_r}{100}\right) + 62.96 \quad (9)$$

$$\phi'_p = 3.90EG + 5\left(\frac{D_r}{100}\right) + 12.55 \quad (10)$$

예측한 침두내부마찰각은 측정값을 과대평가하는 경향을 보였으며, 큰 상대밀도에서 그 정도가 더욱 크게 관찰되었다. 이는 직접전단시험의 특성 상 측정된 침두내부마찰각이 참값을 과소평가하기 때문으로 사료되나 (Simoni and Houlsby, 2006), 제안한 관계식을 통해 입자의 형상과 상대밀도만으로 침두내부마찰각을 근사적으로 예측 가능하다는 데 그 의의가 있다고 사료된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 9개의 사질토 시료의 입자 형상과 전단강도와의 상관관계를 분석하였다. 3차원 X-ray CT와 영상 처리 기법을 이용하여 입자의 형상계수 SP와 EG를 계산해 입자 형상을 정량화하였으며, 충분히 큰 해상도를 갖는 임의의 입자 50개의 형상계수의 산술평균을 해당 시료의 대표 형상계수로 설정하였다. 시료의 극한내부마찰각 및 서로 다른 상대밀도에 대한 침두내부마찰각을 직접전단시험을 통해 산정하였으며, 대표 형상계수와의 상관

관계를 분석하였다. 이를 통한 결론은 다음과 같다.

- (1) 형상 분석을 위해서는 입자의  $D_{eq}$ 가 적어도 50개 이상의 복셀로 표현되어야 하며, 3차원 X-ray CT를 통해 사질토의 입자 형상 분석에 충분한 고해상도 영상 획득이 가능하다.
- (2) 생성 기원 차이에 의하여 부순모래가 자연모래에 비하여 불규칙한 형상을 갖는 것을 정량적으로 확인 가능하다.
- (3) 입자의 형상이 불규칙할수록 극한내부마찰각은 증가하는 경향을 확인하였으며, 이를 통해 극한내부마찰각을 형상계수의 함수로서 정량화 하였다.
- (4) 침두내부마찰각과 극한내부마찰각의 차이는 입자의 형상보다 상대밀도에 큰 영향을 받음을 확인하였으며 형상계수, 상대밀도와 침두내부마찰각 사이 관계식을 제안하였다. 그러나 이는 직접전단시험의 단점으로 인해 근사 예측에만 사용하는 것을 권장한다.

#### 감사의 글

이 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 (재)한국이산화탄소포집 및 처리연구개발센터와 한국연구재단의 지원(NRF-2012-0008929, No.2011-0030040)을 받아 수행된 연구임.

#### 참고문헌 (References)

1. Aloufi, M. and Santamarina, J. C. (1995), "Low and High-strain Macrobehavior of Grain Masses – the Effect of Particle Eccentricity", *Transaction of the ASAE*, Vol.38, No.3, pp.877-887.
2. ASTM D 3080 (1998), "Standard Test Method for Direct Shear

- Test of Soils under Consolidated Drained Conditions”,
3. ASTM D 421 (2007), “Standard Practice for Dry Preparation of Soil Samples for Particle-size Analysis and Determination of Soil Constant”, *Annual book of ASTM standards*, ASTM.
  4. ASTM D 4253 (2002), “Standard Test Method for Maximum Index Density and Unit Weight for Soils Using a Vibratory Table”, *Annual book of ASTM standards*, ASTM.
  5. ASTM D 4254 (2002), “Standard Test Method for Minimum Index Density and Unit Weight for Soils and Calculation of Relative Density”, *Annual book of ASTM standards*, ASTM.
  6. ASTM D 854 (2014), “Standard Test Methods for Specific Gravity of Soils by Water Pycnometer”, *Annual book of ASTM standards*, ASTM.
  7. Barrett, P. J. (1980), “The Shape of Rock Particles, a Critical Review”, *Sedimentology*, Vol.27, No.3, pp.291-303.
  8. Blott, S. J. and Pye, K. (2008), “Particle Shape: A Review and New Methods of Characterization and Classification”, *Sedimentology*, Vol.55, No.1, pp.31-63.
  9. Bolton, M. D. (1986), “The Strength and Dilatancy of Sands”, *Geotechnique*, Vol.36, No.1, pp.65-78.
  10. Bolton, M. D. (1987), “The Strength and Dilatancy of Sands. Discussion”, *Geotechnique*, Vol.37, No.2, pp.219-226.
  11. Cavarretta, I., Coop, M., and O’Sullivan, C. (2010), “The Influence of Particle Characteristics on the behaviour of Coarse Grained Soils”, *Geotechnique*, Vol.60, No.3, pp.413-423.
  12. Cho, G. C., Dodds, J., and Santamarina, J. C. (2006), “Particle Shape Effects on Packing Density, Stiffness and Strength: Natural and Crushed Sands”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.132, No.5, pp.591-602.
  13. Cubrinovski, M. and Ishihara, K. (2002), “Maximum and Minimum Void Ratio Characteristics of Sands”, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.6, pp.65-78.
  14. Dyskin, A. V., Estrin, Y., Kanel-Belov, A. J., and Pasternak, E. (2001), “Toughening by Fragmentation – How Topology Helps”, *Advanced Engineering Materials*, Vol.3, No.11, pp.885-888.
  15. Fedá, J. (2002), “Notes on the Effect of Grain Crushing on the Granular Soil behaviour”, *Engineering Geology*, Vol.63, No.1, pp.93-98.
  16. Folk, R. L. (1955), “Student Operator Error in Determination of Roundness, Sphericity, and Grain Size”, *Journal of Sedimentary Research*, Vol.25, No.4, pp.297-301.
  17. Fonseca, J., O’Sullivan, C., Coop, M. R., and Lee, P. D. (2012), “Non-invasive Characterization of Particle Morphology of Natural Sands”, *Soils and Foundations*, Vol.52, No.4, pp.712-722.
  18. Fredlund, M. D., Fredlund D. G., and Wilson, G. W. (2000), “An Equation to Represent Grain-size Distribution”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.37, No.4, pp.817-827.
  19. Guimaraes, M. (2002), “Crushed Stone Fines and Ion Removal from Clay Slurries – Fundamental Studies”, *PhD thesis, Georgia Institute of Technology*.
  20. Jia, X. and Williams, R. A. (2001), “A Packing Algorithm for Particles of Arbitrary Shapes”, *Powder technology*, Vol.120, No.3, pp.175-186.
  21. Kim, K. Y., Suh, H. S., Yun, T. S., Moon, S. W., and Seo, Y. S. (2016), “Effect of Particle Shape on the Shear Strength of Fault Gouge”, *Geosciences Journal*, pp.1-9.
  22. Krumbein, W. C. (1941), “Measurement and Geological Significance of Shape and Roundness of Sedimentary Particles”, *Journal of Sedimentary Research*, Vol.11, No.2, pp.64-72.
  23. Krumbein, W. C. and Sloss, L. L. (1963), “*Stratigraphy and sedimentation*”, W. H. Freeman and Company, San Francisco.
  24. Liao, L., Meneghini, R., Nowell, H. K., and Liu, G. (2013), “Scattering Computations of Snow Aggregates from Simple Geometrical Particle Models”, *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, Vol.6, No.3, pp.1409-1417.
  25. Matsushima, T., Katagiri, J., Uesugi, K., Tsuchiyama, A., and Nakano, T. (2009), “3D Shape Characterization and Image-based DEM Simulation of the Lunar Soil Simulant FJS-1”, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol.22, No.1, pp.15-23.
  26. Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M., and Toki, S. (1998), “Mechanical Characteristics of Sands with Different Primary Properties”, *Soils and foundations*, Vol.38, No.4, pp.159-172.
  27. Mora, P. and Place, D. (1998), “Numerical Simulation of Earthquake Faults with Gouge: Toward a Comprehensive Explanation for the Heat Flow Paradox”, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Vol.103, No.B9, 21067-21089.
  28. Pons, M. N., Vivier, H., and Dodds, J. (1997), “Particle Shape Characterization Using Morphological Descriptors”, *Particle & particle systems characterization*, Vol.14, No.6, pp.272-277.
  29. Roussilloln, T., Piégay, H., Sivignon, I., Tougne, L., and Lavigne, F. (2009), “Automatic Computation of Pebble Roundness Using Digital Imagery and Discrete Geometry”, *Computers & Geosciences*, Vol.35, No.10, pp.1992-2000.
  30. Santamarina, J. C. and Cho, G. C. (2004), “Soil behaviour: The Role of Particle Shape”, *Proc., Advances in geotechnical engineering: The skempton conference*, Thomas Telford, pp.604-617.
  31. Shin, H. and Santamarina, J. C. (2012), “Role of Particle Angularity on the Mechanical behavior of Granular Mixtures”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.139, No.2, pp.353-355.
  32. Simoni, A. and Houlsby, G. T. (2006), “The Direct Shear Strength and Dilatancy of Sand-gravel Mixtures”, *Geotechnical & Geological Engineering*, Vol.24, No.3, pp.523-549.
  33. Suh, H. S., Han, E. S. H., Yun, T. S., and Kim, K. Y. (2014), “Evaluation of Shape Parameters for Rock Fragments by x-ray Computed Tomography and Image Processing”, *International Symposium-8th Asian Rock Mechanics Symposium*, International Society for Rock Mechanics.
  34. Yasin, S. and Safiullah, M. (2013), “Effect of Particle Characteristics on the Strength and Volume Change behaviour of Sand”, *Journal of Civil Engineering*, Vol.31, No.2, pp.127-148.
  35. Yun, T. S. and Santamarina, J. C. (2008), “Fundamental Study of Thermal Conduction in Dry Soils”, *Granular matter*, Vol.10, No.3, pp.197-207.
  36. Wadell, H. (1932), “Volume, Shape, and Roundness of Rock Particles”, *The Journal of Geology*, Vol.40, No.5, pp.443-451.
  37. Wadell, H. (1933), “Sphericity and Roundness of Rock Particles”, *The Journal of Geology*, Vol.41, No.3, pp.310-331.
  38. Zunic, J. and Rosin, P. L. (2004), “A New Convexity Measure for Polygons”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.26, No.7, pp.923-934.

Received : April 15<sup>th</sup>, 2016

Revised : May 10<sup>th</sup>, 2016

Accepted : May 25<sup>th</sup>, 2016