

Novel Optimization Method of Phase-Only Computer-Generated Hologram Using the Phase-Shift Characteristic

Tae-Hyeon Kim, Bong-Sik Kim, and Woo-Sang Park[†]

Department of Electronic Engineering, Inha University, 100 Inha-ro, Nam-gu, Incheon 22212, Korea

(Received April 22, 2016; Revised manuscript June 9, 2016; Accepted June 9, 2016)

In this study we propose the novel optimization method of the phase-only computer-generated hologram (CGH), to improve calculation speed compared to the conventional method. While the conventional method is calculated using numerical analysis, the novel method is calculated using the phase-shift characteristic of Fourier transformation. In addition, the selectivity of noise filtering lets it decrease the calculation time. The validity of the reconstructed image using the novel method is verified by comparing simulation results to ideal and conventional data, and the improvement of texture and sharpness of the reconstructed image is confirmed by simulation.

Keywords: Hologram, CGH, Fourier optics, Phase shift

OCIS codes: (090.1760) Computer holography; (100.5090) Phase-only filters; (070.0070) Fourier optics and signal processing

위상천이특성을 이용한 새로운 Phase-Only CGH 계산

김태현 · 김봉식 · 박우상[†]

인하대학교 전자공학과

⑧ 22212 인천광역시 남구 인하로 100

(2016년 4월 22일 받음, 2016년 6월 9일 수정본 받음, 2016년 6월 9일 계재 확정)

본 논문에서는 푸리에 변환의 위상천이 특성을 이용하여 기존의 계산방법보다 처리 속도가 빠르고, 이상적인 CGH의 재생이 이미지와의 차이가 크지 않은 Phase-only CGH의 새로운 최적화 계산방법을 제시한다. 기존의 수치적인 해를 얻는 접근과는 다르게 푸리에 변환 자체의 위상천이 특성을 이용하여 노이즈를 선택적으로 필터링하는 방식으로 Phase-only CGH를 얻기 때문에 계산 속도를 현저하게 줄일 수 있다. 이상적인 CGH와 기존의 방법, 그리고 새로운 계산방법을 통한 CGH를 시뮬레이션을 통하여 각각 SLM에 저장하여 수렴렌즈를 이용한 푸리에 홀로그램 방식으로 이미지를 재생하였다. 그리고 시뮬레이션 재생 이미지를 비교하여 본 연구의 타당성을 살펴보았다. 기존의 방법과 비교하였을 때, 이미지 물체의 질감과 예리도가 이상적인 CGH와 비슷한 정도의 수준으로 향상되었고, 계산속도 또한 크게 줄었음을 알 수 있다.

Keywords: 홀로그램, CGH, 푸리에광학, 위상천이

OCIS codes: (090.1760) Computer holography; (100.5090) Phase-only filters; (070.0070) Fourier optics and signal processing

I. 서 론

1948년 Dennis Gabor가 홀로그래피 기술을 제안한 이후 다양한 연구가 진행되었다^[1]. 대표적으로, 물체파와 기준파를 이용하여 필름에 저장하는 방식이 제안되었으나, 필름의 일회 저장성과 실제로 빛을 비추어 주어야 한다는 한계점이 존재하였다^[2]. 따라서, 홀로그램의 저장의 용이성과 재생 방법의 문제점을 개선한 디지털 홀로그래피 기술이 연구, 개발 되었다^[3].

디지털 홀로그래피 방법은 3차원 물체를 모델링하여 실제 빛 분포를 만들어내는 CGH (Computer Generated Hologram) 와 이를 저장해주는 SLM(Spatial Light Modulator)을 이용한 방식이 주로 이용되고 있다. 이 방식은 필름 방식이 갖던 한계점을 극복하여, 홀로그램의 무한한 저장 및 재생이 가능한 특징과 손쉽게 3차원 물체 표현이 가능하다는 장점을 가지고 있다[4-9].

CGH 계산 방법은 홀로그램의 구현방법과 3차원 물체의

[†]E-mail: wspark@inha.ac.kr

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

모델링 방법에 따라 구분된다. 홀로그램 구현방법에는 주로 렌즈를 사용하는 푸리에 홀로그램 방식과 렌즈를 사용하지 않는 프레넬 홀로그램 방식이 있으며, 3차원 물체 모델링방법에는 점광원의 합으로 물체를 구현하는 방법과 삼각형-메쉬의 합으로 물체를 구현하는 방법으로 구분할 수 있다. 그 중, 삼각형-메쉬를 이용한 방법은 점광원을 이용한 방법보다 3-D 물체의 질감, 음영 효과, 경계 예리도를 잘 표현한다는 장점이 있다^[10].

CGH로 얻어진 결과는 진폭과 위상을 갖는 복소수 형태이기 때문에 이를 저장하는 SLM은 진폭과 위상의 변조가 가능해야 한다. 하지만 현재의 기술로는 진폭과 위상의 변조를 동시에 하는 것은 불가능하기 때문에 진폭변조와 위상변조 중 하나를 이용하여 홀로그램을 구현하고 있다. 두 방법 중에는 위상변조를 이용하는 방법이 상대적으로 높은 효율성을 갖는 것으로 알려져 있다^[11-13].

위상변조만을 이용하는 방법은 이상적인 CGH를 계산하고 이를 최적화하는 과정이 필요하다. 하지만, 푸리에 급수와 Jacobi-Anger identity를 이용한 기존의 계산방법은 수치해석적으로 최적의 값을 찾아내야 하기 때문에 계산속도 측면에서 단점이 존재하였다^[14].

본 연구에서는 기존의 수치적인 방법과는 달리 푸리에 변환의 위상천이 특성을 이용하여 해석적으로 최적화된 계산방법을 제안한다. 이상적인 CGH를 구하기 위해 푸리에 홀로그램 방법과 삼각형 메쉬를 이용하여 3D 물체를 모델링하는 방법을 선택하였고, 시뮬레이션을 통해 기존의 방법으로 계산된 결과와 비교하여 연구의 타당함을 증명하였다.

II. 새로운 Phase-Only CGH 계산 방법

기존의 푸리에급수를 이용한 CGH 계산방법은 수치적인 해를 얻어야 하기 때문에 계산속도가 느리다는 단점을 지닌다. 이러한 단점은 SLM의 해상도가 증가할수록 더 크게 작용한다. 따라서 수치적인 해가 필요하지 않은 CGH 계산방법이 필요하다. 본 연구에서 제안하는 새로운 Phase-Only CGH 계산법은 푸리에급수 접근이 아닌 error항을 추가하고, 이를 계산함으로써 수치해석적 접근을 배제시켰다.

이상적인 CGH는 아래와 같이 표현된다.

$$s(x, y) = a_1(x, y)e^{j\phi_1(x, y)} \quad (0 \leq a_1 \leq 1) \quad (1)$$

식 (1)의 a_1 은 진폭, ϕ_1 은 위상을 의미한다. 실제의 경우 위상이나 진폭의 변조만 가능하므로, 위상변조만 가능한 경우, 식 (1)의 이상적인 CGH에 에러 항을 추가하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} e^{i\psi} &= s(x, y) + \text{error}(x, y) \\ &= c_1(x, y)e^{j\phi_1(x, y)} + c_2(x, y)e^{j\phi_2(x, y)} \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)는 이상적인 CGH와 에러항의 합으로, 실제 Phase-Only CGH를 표현하고 있다.

본 논문에서는 푸리에 변환 관계를 이용한 푸리에 홀로그램방식을 선택하였기 때문에, 홀로그램을 재생 하였을 때 나타나는 빛의 분포는 식 (2)를 아래와 같이 푸리에 변환한 것과 같다.

$$F(e^{i\psi}) = \text{ideal} + F(c_2(x, y)) * F(e^{j\phi_2(x, y)}) \quad (3)$$

위상변조에 의한 실제 3차원 물체 재생의 결과는 이상적인 결과와 에러항의 진폭과 위상 각각의 푸리에 변환의 컨볼루션을 합친 결과와 같다. 만약, 에러항의 위상을 $\phi_2(x, y) = \pm 2\pi(\xi_0x + \eta_0y)$ 로 정의한다면, 푸리에 변환 값은 다음과 같다.

$$F(e^{\pm j2\pi(\xi_0x + \eta_0y)}) = \delta(\xi \mp \xi_0, \eta \mp \eta_0) \quad (4)$$

식 (4)의 푸리에 변환 성질을 이용하여 식 (3)에서 c_2 의 푸리에 변환 결과를 관심이 없는 영역으로 보낼 수 있다. 또한, 식 (2)의 좌우 양변에 절대값 제곱을 해 줌으로써 c_2 를 유도할 수 있다.

$$c_2 = -c_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) + \sqrt{c_1^2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + 1 - c_1^2} \quad (5)$$

식 (5)의 루트부분을 식 이항 근사 시키면 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} c_2 &\approx -\frac{c_1}{2} (e^{j(\phi_1 - \phi_2)} + e^{-j(\phi_1 - \phi_2)}) + 1 - \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1^2}{2} \cos^2(\phi_1 - \phi_2) \\ &= -\frac{c_1}{2} (e^{j(\phi_1 - \phi_2)} + e^{-j(\phi_1 - \phi_2)}) + 1 - \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1^2}{4} \cos(2\phi_1 - 2\phi_2) \\ &= -\frac{c_1}{2} (e^{j(\phi_1 - \phi_2)} + e^{-j(\phi_1 - \phi_2)}) + 1 - \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1^2}{4} e^{j(2\phi_1 - 2\phi_2)} + \frac{c_1^2}{4} e^{-j(2\phi_1 - 2\phi_2)} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 식 (2)에 적용하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e^{i\psi} &= c_1 e^{j\phi_1} + c_2 e^{j\phi_2} \\ &= \frac{c_1}{2} e^{j\phi_1} - \frac{c_1}{2} e^{-j(\phi_1 - 2\phi_2)} + e^{j\phi_2} \\ &\quad + \left[-\frac{c_1^2}{4} e^{j\phi_2} + \frac{c_1^2}{4} e^{j(2\phi_1 - \phi_2)} + \frac{c_1^2}{4} e^{-j(2\phi_1 - 3\phi_2)} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 []부분은 앞의 항에 비해 진폭이 매우 작으므로 이를 무시하면, 실제로 홀로그램 재생에 영향을 주는 항은 첫 번째와 두 번째, 그리고 세 번째 항이 된다. 식 (7)의 푸리

에 변환을 바탕으로 실제로 휠로그램이 어떻게 재생될지 예상해 볼 수 있다. 두 번째 항과 세 번째 항을 보면, 원하던 결과의 대칭적인 부분과 에러항의 위상성분으로 이루어짐을 확인할 수 있다. 두 번째 항을 대칭적 이미지의 노이즈는 단순히 마스크를 이용하여 필터링하고 세 번째 항을 식(4)와 같이 재생 시 푸리에 변환의 성질에 의해 구현하고자 하는 재생영역 밖으로 보내면 수치적인 과정이 없는 phase-only CGH를 구할 수 있다.

III. 결과 및 고찰

계산방법의 타당성과 이미지 품질을 비교하기 위하여 시뮬레이션을 통하여 결과를 구하였다. Table 1 시뮬레이션에 사용된 설계 파라미터들을 나타낸다. CGH계산과 재생 시뮬레이션은 MATLAB tool을 이용하여 진행하였고, 삼각형-메쉬 방법에서 물체의 3차원 효과를 위해 각각의 메쉬들의 법선 벡터와 z성분에 따라 투과율이 조정 되도록 하였다.

Figure 1은 본 연구에서 구현할 3차원 원뿔의 위상분포를 의미하고, Fig. 2(a)는 이상적인 CGH를 SLM에 저장한 후 재생한 결과, (b)는 Fig. 1에 나타낸 이상적인 CGH의 위상 정보만을 이용하여 재생한 결과를 의미한다. 이상적인 CGH를 재생하는 경우 실제로 모델링했던 원뿔 모형을 얻을 수 있으

나, 실제 Phase-only SLM은 진폭과 위상을 모두 저장할 수 없으므로, 위상분포만을 이용하여 휠로그램을 재생하게 되며, (a)의 이상적인 결과에 비하여 진폭 정보 부재에 따라 질감, 예리도가 나타나지 않고 3차원 물체가 점의 집합인 것으로 표현됨을 확인할 수 있다.

Figure 3은 기존의 수치적인 방법을 통해 얻어진 CGH의 재생 결과를 나타낸다. (a)에서 확인할 수 있듯이, 원점에서 높은 DC성분이 존재하며, 원점 대칭의 에러 부분이 같이 재생됨을 확인할 수 있다. 따라서 높은 DC성분의 제거를 위하여 빛의 세기를 1/20배 스케일링 하고, 원점 대칭의 영상을 필터링을 해주면 (b)의 결과를 얻을 수 있다. Figure 3(b)의 경우, 2(b)에 비하여 질감, 예리도가 개선된 점을 확인할 수 있으나, 여전히 원뿔 주변에 노이즈가 존재함을 알 수 있다. 또한, 수치해석적 방법을 이용한 계산으로 인하여 계산 속도적인 면에서 단점이 존재한다.

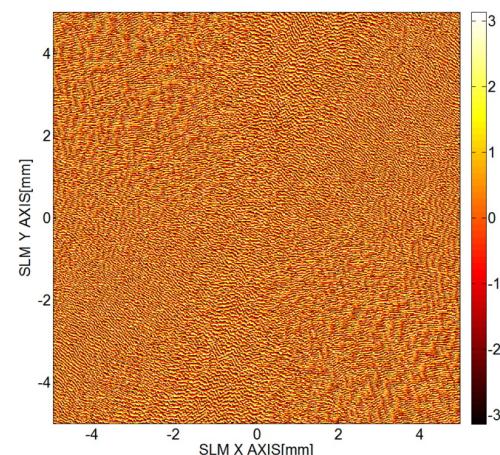


FIG. 1. Ideal CGH phase profile.

TABLE 1. Design parameter for hologram simulation

Parameters	Values
SLM size	0.5568"(1 cm×1 cm)
SLM resolution	1000×1000
Focal length of lens	1 m
Wavelength of source	500 nm
Mesh number of object	288

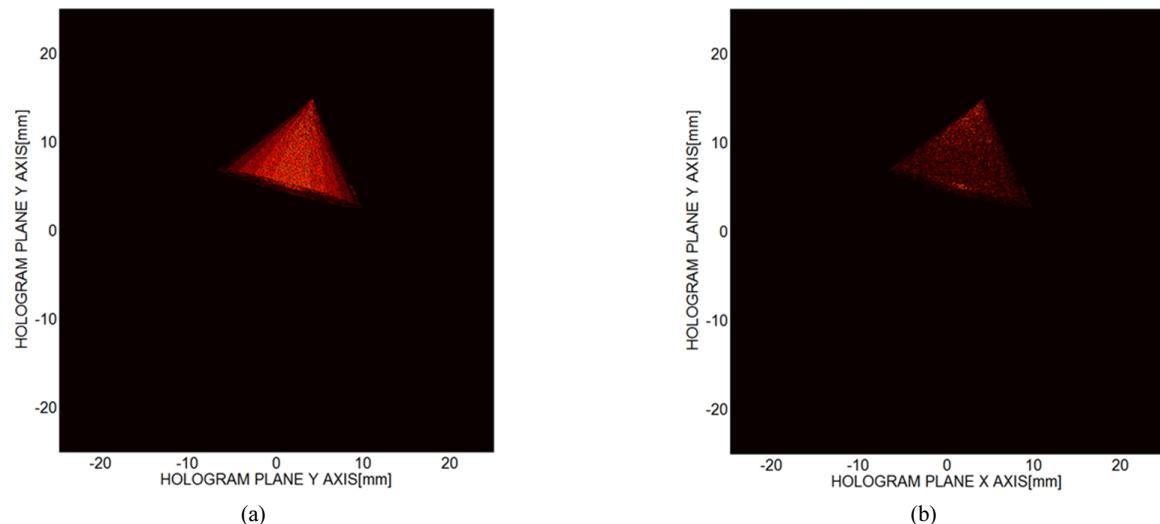


FIG. 2. Reconstructed image by using (a) the ideal CGH and (b) the Phase-Only CGH reconstruction.

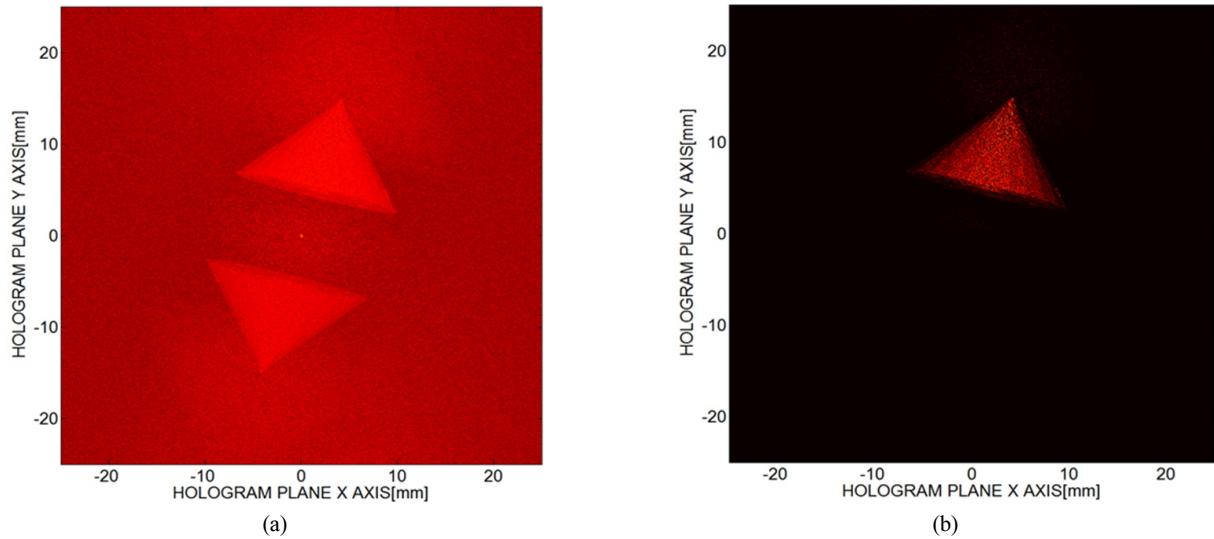


FIG. 3. (a) Phase-Only CGH reconstruction using conventional method (b) through filtering.

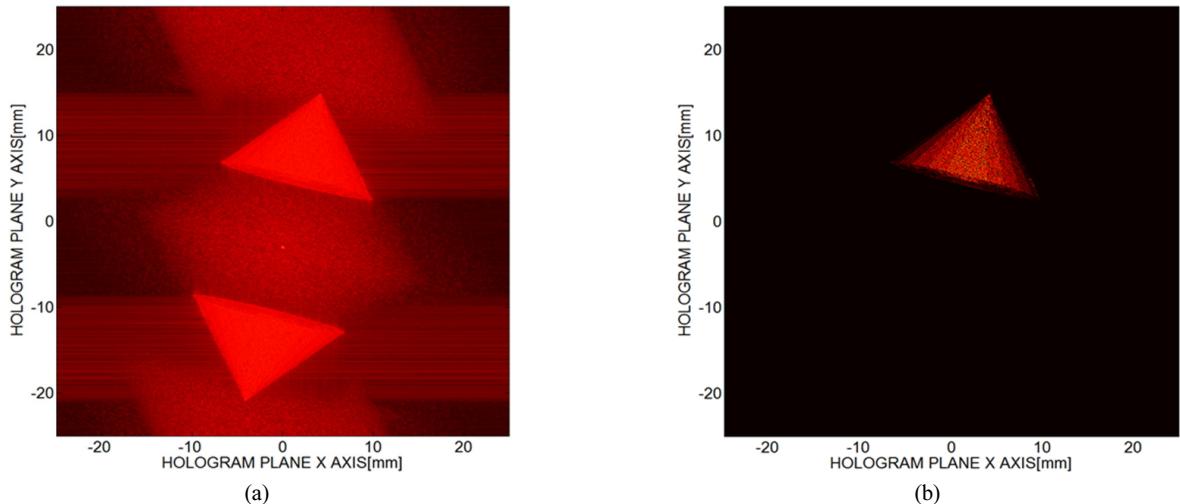


FIG. 4. (a) Phase-Only CGH reconstruction using novel method (b) through filtering.

Figure 4는 본 연구의 새로운 최적화 과정을 통해 얻어진 CGH의 재생 결과를 나타낸다. Figure 4(a)의 경우, 식 (7)의 두 번째, 세 번째 항으로 인하여 Fig. 3(a)와 마찬가지로 원점에 대칭인 노이즈 성분이 존재하며, $\exp(j\phi_2)$ 항에 의하여 실제 재생 면에서 $\delta(\xi, \eta - \eta_0)$ 항이 나타나 매우 큰 DC 성분이 포함되어 있음을 확인할 수 있다. Figure 4(b)는 Fig. 3과 같은 스케일링, 필터링 과정을 거친 결과를 나타낸다. 기존의 계산 방법을 이용한 결과보다 본 연구의 방법으로 계산된 Phase-only CGH의 최적화 방법이 더 선명한 재생 결과를 제공하는 것을 확인할 수 있으며, 수치해석적 계산을 배제함으로 인하여 계산 속도 또한 3배 정도 빠름을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

본 연구에서는 푸리에 변환의 위상천이 특성을 이용하여

위상변조만 가능한 SLM에서 사용할 수 있는 Phase-Only CGH의 새로운 최적화 방법을 제시하였다. 시뮬레이션에는 위상변조만 가능한 $0.5568''(1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm})$ 사이즈의 SLM을 이용하였으며, 저장된 CGH를 재생하기 위해서 렌즈를 이용한 프라운호퍼 회절 공식을 사용하였다.

SLM을 이용하여 재생할 3차원 원뿔을 삼각형 메쉬 방법을 이용하여 나누고, 각각의 삼각형 조각에 회절이론과 아핀 변환을 적용하였다. 또한, 각 스펙트럼 이론을 적용하여 아핀 변환으로 구해진 푸리에 변환을 전역 좌표계로 변환하였다.

기존의 Phase-Only CGH 계산 방법은 이상적인 CGH 방법에서 푸리에 급수 확장을 이용하기 때문에, 재생된 영상에서 대칭적인 물체의 모습이 나타나고, 마스크를 통해 필터링 한 경우 노이즈가 포함되어 있는 것을 확인할 수 있었으나, 본 연구에서 제안한 Phase-Only CGH의 새로운 최적화 방법은 푸리에 변환의 위상천이 특성을 이용하였기 때문에, 기존의

방식에 비해 노이즈가 감소되고, 선명한 영상을 얻을 수 있음을 확인하였다. 또한 기존의 수치적인 해를 이용한 방법에 비해 새로운 방법은 해석적인 해를 이용하기 때문에 계산 시간이 3배 정도 단축될 수 있음을 확인하였다.

본 논문에서 제안된 Phase-Only CGH의 새로운 최적화 방법을 이용하면, 위상 변조만 가능한 SLM을 위한 CGH를 기존의 방법에 비해 빠르고, 이상적인 CGH를 사용한 결과와 비슷한 결과를 얻을 수 있다.

감사의 글

본 연구는 산업통상자원부의 경제 협력권 산업 육성 사업인 디스플레이 및 신재생 에너지 커버글라스 표면코팅용 고기능성 불소/실리콘 소재 개발 사업단의 연구비 지원(A012100115)으로 수행되었습니다.

References

1. D. Gabor, "A new microscopic principle," *Nature* **161**, 777-778 (1948).
2. G. Tricoles, "Computer generated holograms: an historical review," *Appl. Opt.* **26**, 4351-4357 (1987).
3. I. Yamaguchi, T. Zhang, "Phase-shifting digital holography," *Opt. Lett.*, **22**, 1268-1270 (1997).
4. Y.-Z. Liu, J.-W. Dong, Y.-Y. Pu, B.-C. Chen, H.-X. He, and H.-Z. Wang, "High-speed full analytical holographic computations for true-life scenes," *Opt. Express* **18**, 3345-3351 (2010).
5. T. Ichikawa, K. Yamaguchi, and Y. Sakamoto, "Realistic expression for full-parallax computer-generated holograms with the ray-tracing method," *Appl. Opt.* **52**, A201-A209 (2013).
6. Y.-Z. Liu, J.-W. Dong, Y.-Y. Pu, H.-X. He, B.-C. Chen, H.-Z. Wang, H. Zheng, and Y. Yu, "Fraunhofer computer-generated hologram for diffused 3D scene in Fresnel region," *Opt. Lett.* **36**, 2128-2130 (2011).
7. B. Ma, B. Yao, Z. Li, M. Lei, S. Yan, P. Gao, D. Dan, and T. Ye, "Generation of three-dimensional optical structures by dynamic holograms displayed on a twisted nematic liquid crystal display," *Appl. Phys. B* **110**, 531-537 (2013).
8. T. Haist, M. Schonleber, and H. J. Tiziani, "Computer-generated holograms from 3D-objects written on twisted-nematic liquid crystal displays," *Opt. Commun.* **140**, 299-308 (1997).
9. O. Matoba, T. J. Naughton, Y. Frauel, N. Bertaux, and B. Javidi, "Real-time three-dimensional object reconstruction by use of a phase-encoded digital hologram," *Appl. Opt.* **41**, 6187-6192 (2002).
10. H. Kim, J. Hahn, and B. Lee, "Mathematical modeling of triangle-mesh-modeled three-dimensional surface objects for digital holography," *Appl. Opt.* **47**, D117-D127 (2008).
11. R. W. Cohn and M. Liang, "Approximating fully complex spatial modulation with pseudorandom phase-only modulation," *Appl. Opt.* **33**, 4406-4415 (1994).
12. V. Kettunen, P. Vahimaa, J. Turunen, and E. Noponen, "Zeroth-order coding of complex amplitude in two dimensions," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 808-815 (1997).
13. J. A. Davis, D. M. Cottrell, J. Campos, M. J. Yzuel, and I. Moreno, "Encoding amplitude information onto phase-only filters," *Appl. Opt.* **38**, 5004-5013 (1999).
14. V. Arrizón, U. Ruiz, R. Carrada, and L. A. González, "Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields," *J. Opt. Soc. Am. A* **24**, 3500-3507 (2007).