

네트워크형 터널의 환기해석 방법에 대한 기초연구 - 비 Hardy-Cross 방법을 중심으로

김효규^{1*} · 최판규² · 류지오³ · 이창우⁴

¹정회원, ㈜주성지앤비 대표이사

²정회원, ㈜주성지앤비 팀장

³정회원, 신한대학교 자동차공학과 교수

⁴정회원, 동아대학교 에너지자원공학과 교수

A fundamental study on the ventilation analysis method for the network-type tunnel - focused on the none hardy-cross method

Hyo-Gyu Kim^{1*}, Pan-Gyu Choi², Ji-Oh Ryu³, Chang-Woo Lee⁴

¹CEO, JS G&B Inc.

²Team leader, JS G&B Inc.

³Professor, Dept. of Automotive Engineering, Shin-Han University

⁴Professor, Dept. of Energy and Mineral Resources Engineering, Dong-A University

ABSTRACT: Recently, various forms of diverging sections in tunnels have been designed as the demand for underground passageway in urban areas increases. Therefore, the complexity of the ventilation system in tunnels with diverging sections requires a ventilation analysis method different from the conventional method for the straight tunnels. None of the domestic and foreign tunnel ventilation design standards specifies the method for the ventilation network analysis, and the numerical analysis methods have been most widely used. This paper aims at reviewing the ventilation network analytical method applicable as the design standard. The proposed method is based on the characteristic equations rather than the numerical analysis. Thanks to the advantages of easy application, the Hardy-Cross method has been widely applied in the fields of mine ventilation and tunnel ventilation. However, limitations with the cutting errors in the Taylor series expansion and the convergence problem mainly caused by the mesh selection algorithm have been reported. Therefore, this paper examines the applicability of the ventilation analysis method for network-type tunnels with the gradient method that can analyze flow rate and pressure simultaneously without the configuration of mesh. A simple ventilation analysis method for network-type tunnels is proposed.

Keywords: Tunnel ventilation, Network, Mesh, Branch, Hardy-Cross method

초 록: 최근 도시부 지하도로 건설에 따른 터널내 다양한 형태의 분기부가 설계되고 있으며, 이는 기존의 일자형 터널에서의 환기해석 방법과는 다른 해석방법을 요구하고 있다. 그러나 국내외 터널환기 해석방법중 네트워크형 터널에 대한 환기해석에 대한 방법은 설계기준으로 제시되지 않고 있으며, 주로 네트워크용 수치해석 프로그램에 의존하여 설계가 진행되고 있다. 본 연구에서는 수치해석 적 방법이 아닌 특성화 방정식에 기초한 네트워크형 터널에 대한 환기해석 방법 중 설계기준으로 적합한 네트워크 모형을 고찰하였다. 기존의 Hardy-Cross 방법은 계산방법이 비교적 간단하고 수계산이 가능한 장점이 있어, 광산통기 및 터널환기 분야에서 폭넓게 적용되어 왔다. 그러나 Taylor 정리에 따른 절단오차 문제 및 대규모 네트워크 환경에서 mesh의 선택 알고리즘에 따른 수렴성 문제가 보고되고 있다. 따라서 본 연구에서는 비 hardy-cross 방법 중 mesh의 구성이 없이도 유량과 압력을 동시에 해석할 수 있는 gradient method로 네트워크형 터널에 대한 환기해석의 적용성을 고찰하였고, 더불어 네트워크형 터널에 대한 환기해석이 가능한 간편한 방법을 제시하는데 그 목적이 있다.

주요어: 터널환기, 네트워크, 메쉬, 브랜치, 하디크로스 법

*Corresponding author: Hyo-Gyu Kim

E-mail: hgkim@gnbeng.com

Received April 12, 2016; Revised April 27, 2016;

Accepted May 2, 2016

Copyright ©2016, Korean Tunnelling and Underground Space Association

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서론

최근 도심부 지하차도, 복층터널, U-Smartway 터널 등이 추진되면서, 진출입로 등의 분기부가 있는 네트워크형 터널에 대한 환기해석 방법에 대한 관심이 증대되고 있다. 그러나 국내 터널환기 설계기준에는 네트워크형 터널에 대한 환기해석 방법을 제시하지 않고 있어, 일선 설계사에서는 대부분 일자형 터널에 대한 환기해석만을 수행하고 있는 실정이다. 이와 같은 이유는 국내 터널들이 대부분 터널 내 분기부가 없도록 쌍굴터널 형태로 건설되고 있기 때문이다. 즉, 쌍굴터널의 경우, 평상시 환기운전모드가 피난연결통로가 닫혀있는 조건을 기준으로 하고 있어, 비상시가 아니고서는 네트워크형 터널에 대한 환기문제를 고려할 필요가 없기 때문이다. 최근 터널 내 입출구부에 진출입로가 있는 서울시 ○○○ 터널의 설계사례를 살펴보면, 소요환기량 및 환기력 계산은 일자형 터널로 해석한 정량적인 결과만을 제시하고, 터널 내 환기해석은 수치해석 프로그램에 의한 해석결과만을 제시하고 있다. 즉, 환기설비용량은 일자형 터널에 대한 승압력에 기초한 결과만을 제시하고 있다(Seoul Urban Infrastructure Division, 2011).

네트워크(network) 이론을 도로터널 분야에 적용한 국내 연구로는 Lee et al. (1997)의 연구가 대표적이며, 네트워크 이론 중 하디크로스(Hardy-Cross) 기법과 그래프 이론(graph-theory)에 따른 minimal resistance spanning tree 알고리즘을 적용하여 터널 내 유동상태를 해석할 수 있는 NETVEN 모델을 개발하였고, Kim (2013)의 논문에서는 동일한 알고리즘을 적용한 것으로 추정되는 프로그램을 이용하여 네트워크형 터널의 환기해석을 수행한 사례가 있다. 이러한 하디크로스(Hardy-Cross) 기법은 초기유량의 분배문제와 대규모 네트워크에서 수렴성 문제(무한 반복계산의 발생 가능성)가 제기되어, 이를 해결하기 위한 방법으로, 노드(node)와 메쉬(mesh)를 동시에 고려할 수 있는 방법(mesh-nodal approach method) 혹은 메쉬(mesh)의

구성없이 브랜치(branch) 정보만으로 네트워크 해석이 가능한 branch method(혹은 gradient method) 등이 대안으로 제시될 수 있다. 네트워크 해석시 최근 광범위하게 적용되고 있는 전산수치해석(computational fluid dynamics, CFD)에 기초한 프로그램의 적용이 시도되고 있으나, 시간과 비용측면을 고려할 경우 간편한 네트워크 해석 모델의 개발이 필요한 실정이다. 본 연구에서는 수치해석적 방법이 아닌 특성화 방정식(characteristic equation)에 기초한 방법으로 네트워크형 터널에 대한 간편한 환기해석 방법론을 제시하고자 한다.

2. 터널내 작용 환기력과 네트워크 이론

터널내 작용 환기력을 길이(m) 단위의 헤드(head) 개념으로 표시할 경우, 통기저항력(ΔP_r), 자연풍에 의한 환기력(혹은 저항력)(ΔP_m), 교통환기력(ΔP_t) 및 제트팬 승압력(ΔP_{j_f})은 다음의 식 (1)~식 (4)와 같다.

$$\Delta P_r(m) = \frac{a}{A_r^2} \cdot Q^2, \quad a = (1 + \xi + \lambda \frac{L}{D}) \frac{1}{2g} \quad (1)$$

$$\Delta P_m(m) = a \cdot V_n^2 \quad (2)$$

$$\Delta P_t(m) = bV_t^2 - \frac{2bV_t}{A_r} \cdot Q + \frac{b}{A_r^2} \cdot Q^2, \quad b = \frac{A_m}{A_r} n_t \frac{1}{2g} \quad (3)$$

$$\Delta P_{j_f}(m) = cV_j - \frac{c}{A_r} \cdot Q, \quad c = n_{j_f} \times K_j \frac{A_j}{A_r} \frac{1}{g} \quad (4)$$

여기서, a, b, c는 치환상수이며, Q는 유량(m³/s), A_r는 단면적(m²), V_n는 자연저항풍(m/s), V_t는 차속(m/s), V_j는 제트팬 토출풍속(m/s), ξ는 입구손실계수, λ는 마찰손실계수, L는 연장(m), D는 대표직경(m), g는 중력가속도(m/s²), A_m는 차량의 투영면적(m²), n_t는 차

량 운행대수(대), n_{j_i} 는 제트팬 가동대수(EA), K_j 는 제트팬 승압계수, A_j 는 제트팬 토출면적(m^2)이다.

임의의 branch는 시작 node (i)와 끝 node (j)로 구성되어 있고, branch 내 총 압력손실(h_L)은 양쪽 node 끝단에서의 총에너지 차이로 설명할 수 있으며, 마찰을 고려한 (수정)베르누이 방정식으로 표현하면 식 (5)~식 (6)과 같다.

$$p_i + \frac{\rho}{2}v_i^2 + \rho gz_i = p_j + \frac{\rho}{2}v_j^2 + \rho gz_j + \rho gh_L \quad (5)$$

$$\frac{p_i}{\gamma} + \frac{v_i^2}{2g} + z_i = \frac{p_j}{\gamma} + \frac{v_j^2}{2g} + z_j + h_L \quad (6)$$

식 (5)는 SI 단위체계로 압력(Pa)단위를 사용하며, 제1항은 정압(Pa), 2항은 동압(Pa), 3항은 위치압(Pa)를 나타낸다. 반면 압력을 길이(m)단위의 헤드(head) 개념으로 나타내면 식 (6)과 같이 되고, h_L 은 마찰손실 헤드(m or mAir)를 나타낸다.

임의의 branch 내 유량과 압력손실과의 관계는 식 (7)과 같이 표현할 수 있으며, 이때 K는 무차원 압력손실계수(resistance factor), n은 유량과 압력사이의 상관(지수)계수(flow exponent coefficient)이다. 또한 식 (7)의 K는 Darcy의 마찰계수(λ)와는 식 (8)과 같은 관계가 성립한다.

$$h_L = KQ^n \quad (7)$$

$$K = \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{2gA^2} \quad (8)$$

특정 node를 통한 유량의 유·출입 고려한 연속방정식은 식 (9)와 같고, branch 내 에너지방정식은 식 (10)과 같으며, 임의의 mesh(폐회로)내에서의 압력변화량은 '0'이므로 에너지방정식은 식 (11)과 같다.

$$\sum_{\ell \in S_{in}} \rho Q_{\ell} - \sum_{\ell \in S_{out}} \rho Q_{\ell} + \rho q_{\ell} = 0 \quad (9)$$

$$H_i - H_j = \sum_{\ell \in \ell_{branch}} h_{L,\ell} = \sum_{\ell \in \ell_{branch}} K_{\ell} |Q_{\ell}|^n \quad (10)$$

$$H_i - H_i = 0 = \sum_{\ell \in \ell_{mesh}} h_{L,\ell} = 0 \quad (11)$$

여기서, S_{in} 은 유입부, S_{out} 은 유출부, Q는 미지의 유량, q는 소스(source) 유량, ℓ_{branch} , ℓ_{mesh} 는 branch와 mesh의 집합(set)이며, H는 엔탈피이다.

직관손실(h_L)과 부차손실(sh_L)을 고려한 임의의 branch 내 작용 환기력은 유량(Q)에 관한 2차 방정식으로 다음의 식 (12)와 같이 정리된다.

$$h_L + sh_L + \Delta P_m - \Delta P_t - \Delta P_{jf} \quad (12)$$

$$= (K + K_2 - \frac{b}{A_r})Q^2 + (\frac{2bV_t - c}{A_r})Q + (aV_n^2 - bV_t - cV_j)$$

여기서, K, K_2 직관손실과 부차손실을 나타내는 무차원 압력손실계수이다.

이상의 내용을 정리하면, 터널 내 작용하는 환기력은 유속에 관한 2차 함수로 나타낼 수 있으며, 유속에 단면적을 곱한 유량의 함수로도 표현 가능하다. 따라서 branch 내 총 환기(저항)시스템은 식 (12)처럼 유량의 2차 함수로 표현 가능하고, branch 양단의 node에 대한 압력 경계조건(source node or non-source node 항)이 주어질 경우, branch 내에 작용하는 환기저항력은 식 (10)에서와 같이 총 환기저항계수인 무차원 압력손실계수(K)를 식 (8)에 의해 상수처럼 계산할 수 있다. 따라서 네트워크 이론에 따라 source node로부터 non-source node에 대한 압력환산이 가능해지고, 전체 node에서의 압력과 branch 별로 유량(유속)해석이 가능해진다.

2.1 Hardy-Cross 법

Hardy-Cross 법은 먼저 mesh를 정의하고, 모든 node 에 질량보존(mass conservation)이 되도록 개별 branch 내 초기유량($Q_\ell^{(0)}$)을 분배한다. 초기유량에 따른 개별 branch 내 압력손실을 식 (10)에 의해 산출한 다음, 선택된 mesh 내 에너지방정식이 만족하도록 식 (11)을 계산한다. 이때 초기유량의 가정에 따른 다음 단계에서의 유량의 증분값(ΔQ_{mesh})은 다음의 식 (13)과 같이 계산할 수 있다(Cross, 1936).

$$\begin{aligned} \Delta Q_{\text{mesh}} &= -\frac{\sum_{\ell \in \text{mesh}} K_\ell Q_\ell^n}{\sum_{\ell \in \text{mesh}} nK_\ell |Q_\ell|^{n-1}} \\ &= -\frac{\sum_{\ell \in \text{mesh}} K_\ell Q_\ell^n}{\sum_{\ell \in \text{mesh}} n|h_{L,\ell}/Q_\ell|} \end{aligned} \quad (13)$$

선택한 mesh 내의 전체 압력손실이 '0' 이 될 때까지 mesh 내 개별 branch 별로 유량증분값을 식 (13)을 통해 반복 계산한다. 이때 다음 단계의 유량값($\Delta Q_\ell^{(m)}$)은 이전 단계의 유량값($\Delta Q_\ell^{(m-1)}$)에 branch 별로 유량 보정을 수행하게 되는데, 다음의 식 (14)와 같이 계산할 수 있다. 즉, 모든 branch 별로 유량증분값($\Delta Q = Q_\ell^{(m)} - Q_\ell^{(m-1)}$)이 허용오차값(tolerance) 이내가 되면 네트워크내 유량값이 결정된다.

$$Q_\ell^{(m)} = Q_\ell^{(m-1)} \pm \sum_{\ell \in \text{mesh}(\ell)} \Delta Q_{\ell \text{mesh}} \quad (14)$$

여기서, $\text{mesh}(\ell)$ 은 특정 branch인 ' ℓ ' branch를 공유하고 있는 mesh의 집합(set)을 의미한다.

Hardy-Cross 법은 간단한 알고리즘으로 표현되고 수계산이 가능하다는 장점은 있지만, 식 (13)에는 Talyer 정리에 의한 절단오차가 포함되어 있다. 즉, 대규모 네트워크 해석시 mesh 선택 알고리즘에 따라

수렴성의 문제가 있을 수 있고, 수렴성을 향상시키기 위해서는 이완계수(relaxation factor)를 조정할 필요가 있는 것으로 보고되고 있다(Dubin, 1947, Williams, 1973).

2.2 Mesh-nodal approach 법

네트워크 해석을 위한 Newton-Raphson 법의 응용 중 하나가 Hamam and Brameller (1971)에 의한 mesh-node 접근법이며, 전기공학, 가스공학, 수력공학, 유체공학 등 다양한 네트워크 해석분야에 적용될 수 있다.

branch와 source node의 관계를 나타내는 지시 매트릭스(incidence matrix)를 A_{10} 라 하면 $[NB \times NS]$ 의 행렬로 나타낼 수 있고, branch와 non-source node 의 관계를 나타내는 지시 매트릭스를 A_{12} 라 하면 $[NB \times (NN - NS)]$ 의 행렬로 나타낼 수 있다. 또한 branch 와 mesh의 관계를 나타내는 지시 매트릭스를 A_{13} 라 하면 $[NB \times NM]$ 의 행렬로 나타낼 수 있다(식 (15)~ 식 (17) 참조).

$$A_{10}(i,j) = \begin{cases} +1 & \text{if branch } i \text{ ends at node } j \\ -1 & \text{if branch } i \text{ starts at node } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

$$A_{12}(i,j) = \begin{cases} +1 & \text{if branch } i \text{ ends at node } j \\ -1 & \text{if branch } i \text{ starts at node } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

$$A_{13}(i,j) = \begin{cases} +1 & \text{if branch } i \text{ flow in the same} \\ & \text{direction as mesh } j \\ -1 & \text{if branch } i \text{ flow in the opposite} \\ & \text{direction as mesh } j \\ 0 & \text{if branch } i \text{ is not in mesh } j \end{cases} \quad (17)$$

여기서 NB는 branch 수, NN은 node 수, NS는 source node 수, NM은 mesh 수를 나타내며, $NN - NS$ 는 미지

의 head node를 나타낸다. 또한 A_{01} 은 A_{10} 의 전치행렬, A_{21} 은 A_{12} 의 전치행렬, A_{31} 은 A_{13} 의 전치행렬이다.

node에서의 유량 밸런스(연속방정식)는 $A_{21}Q = q$, branch와 mesh에서의 압력손실(에너지방정식)은 각각 $h = A_{12}H$, $A_{31}h = 0$ 로 나타낼 수 있고, branch 내 압력손실은 $h_{ij} = K_{ij}Q_{ij}$ 로 정의할 수 있으므로, 매트릭스 형태로 표현하면 식 (18)과 같다. 식 (18)의 지시 매트릭스를 나타내는 A_{11} 은 $[NB \times NB]$ 의 대각행렬 (diagonal matrix)로 식 (19)와 같이 정의된다.

$$h = A_{11}Q \quad (18)$$

$$A_{11} = \text{diag}(K_{\ell}Q_{\ell}^{n-1}) \quad \ell = 1, 2, \dots, NB \quad (19)$$

식 (12)와 같이 branch 내 환기력은 유량(Q)의 제곱항으로 표현할 수 있으므로 branch 내 총 압력손실은 식 (20)과 같이 유량에 대한 2차 함수로 정리할 수 있다. 또한 Newton-Raphson 법에 따라 미지의 유량값(Q)에 대한 압력손실은 식 (21)과 같이 일반식으로 표현할 수 있다.

$$h(Q) = A \cdot Q^2 + B \cdot Q + C \quad (20)$$

$$h(Q) = h(q) + h'(q) \cdot (Q - q) = D \cdot Q + D' \quad (21)$$

$$D = 2A \cdot q + B = 2(K + K_2 - \frac{b}{A_r}) \cdot q + (\frac{2bV_t - c}{A_r}) \quad (22)$$

$$D' = C - A \cdot q^2 = (aV_n^2 - bV_t - cV_j) - (K + K_2 - \frac{b}{A_2}) \cdot q^2 \quad (23)$$

여기서, A, B, C, D, D'는 치환상수이며, Q는 미지의 (다음 단계에서의) 유량값($Q^{(m)}$), q는 이전 iteration 단계에서의 유량값($Q^{(m-1)}$)이다.

이상의 내용을 행렬식으로 표현하면 다음 식 (24)~식 (25)과 같다.

$$J_{mn}Q^{(m)} = F_{mn} = -F + J_{mn}Q^{(m-1)} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} A_{21} \\ D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q \\ -D' \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{21} \\ D \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -q \\ -D' \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서, J_{mn} 는 mesh-node에 대한 Jacobian 매트릭스, F_{mn} 은 이전 iteration에서 획득한 컬럼 벡터값, F는 이전 iteration에서 획득한 유량값($Q^{(m-1)}$)을 업데이트하면서 발생하는 잔차값이다. 따라서 행렬을 계산하기 위한 D, D' 값의 일반식은 $D = A_{31} \cdot nKQ^{n-1}$, $D' = (h_i - h_j) + \sum (1 - n)h_L$ 로 계산할 수 있다.

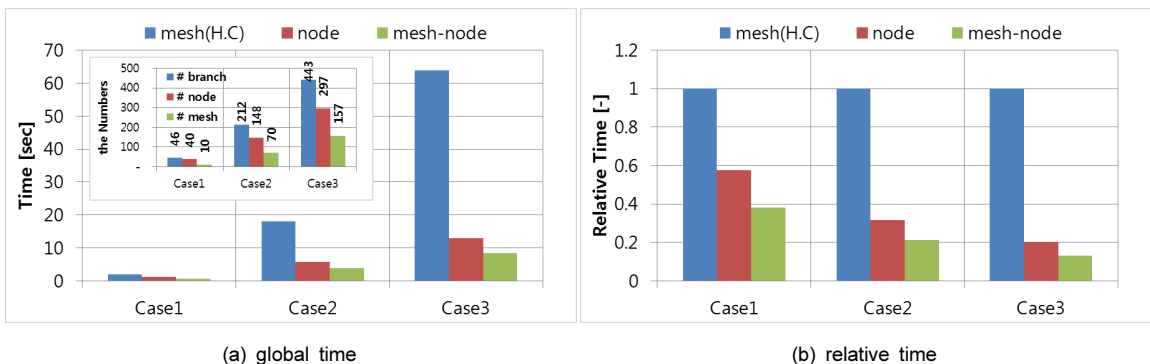


Fig. 1. Comparison of network analysis methods in terms of global and relative CPU time

Fig. 1은 네트워크 사이즈(branch, node, mesh 수)에 따른 mesh (Hardy-Cross) 방법과 mesh-node 방법의 수렴속도를 나타내고 있다. 네트워크의 규모가 클수록 Hardy-Cross 법은 계산시간이 크게 늘어나고 있으며, 상대적으로 mesh-node 방법이 우수한 것으로 분석된다(Carpentier et al., 1985).

2.3 Gradient 법

앞서 살펴본 2가지의 방법은 mesh를 구성해야 하는 단점이 있다. Hamam and Brameller (1972) 및 Todini and Pilati (1987)은 branch 내 유량(Q)과 node의 압력(H)을 동시에 풀 수 있는 방법을 제안하였다. 이러한 방법을 branch method(혹은 gradient method)라 한다. mesh 선택 알고리즘이 필요가 없고, branch 및 node 정보만으로 네트워크를 구성할 수 있다. 이 방법은 branch 수와 node 수의 크기에 따라 대형 매트릭스를 구성해야하는 단점이 있지만, 계산 시간이나 수렴성이 다른 방법보다 우수한 장점이 있다.

Todini and Pilati (1987)는 branch 내 에너지보존방정식과 node에서의 질량보존방정식을 이용하여 다음의 식 (26)과 같은 행렬식을 제시하였다(식 (15)~식 (19) 참조).

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{10}H_0 \\ q \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서, H_0 는 식 (15)와 같이 A_{10} 에 대응하는 source node이고, $[N \times 1]$ 의 행렬이다.

그러나 식 (26)은 비선형(non-linear) 항을 포함하고 있으므로 직접적으로 행렬식을 풀 수 없고, iteration을 통한 미지의 유량과 압력을 결정하여야 한다. 즉, Newton-Ranpson 류의 scheme을 적용하기 위해서는 식 (26)은 식 (27)~식 (29)처럼 변형이 되어야 한다.

$$\begin{bmatrix} nA_{11}^* & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dE \\ dq \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$dE = A_{11}Q^{(m)} + A_{12}H^{(m)} + A_{10}H_0 \quad (28)$$

$$dq = A_{21}Q^{(m)} - q \quad (29)$$

여기서, 우변항(dE, dq)은 iteration 단계('m')에서의 잔차값으로, dE 는 branch 내 유량증분값(ΔQ)과 node에서의 압력증분값(ΔH)에 의한 압력손실의 불균형 잔차이고, dq 는 branch 내 유량증분값(ΔQ)에 따른 node에서의 유량의 불균형 잔차이다. 또한 A_{11}^* 는 일반적으로 A_{11} 와 같은 값을 갖지만, 식 (20)의 상수 'C'와 같이 유량에 관한 상수항이 존재할 경우, A_{11} 에서 'C/Q' 값을 빼준 값, 즉 $A_{11}^* = A_{11} - \text{diag}(C/Q)$ 를 의미한다.

식 (27)에서 유량증분값(ΔQ)과 압력증분값(ΔH)에 대해 정리하면 식 (30)~식 (32)와 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nA_{11}^* & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} dE \\ dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dE \\ dq \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\Delta Q^{(m)} = B_{11} \cdot dE + B_{12} \cdot dq = Q^{(m-1)} - Q^{(m)} \quad (31)$$

$$\Delta H^{(m)} = B_{21} \cdot dE + B_{22} \cdot dq = H^{(m-1)} - H^{(m)} \quad (32)$$

$G = nA_{11}^*$ 라고 치환 후, 식 (31)과 식 (32)를 직접 풀면 다음 식 (33)과 식 (34)를 얻을 수 있고, 식 (34)는 식 (35)와 같은 표현할 수 있다(Ayres, 1974).

$$Q^{(m)} = (I - G^{-1}A_{11})Q^{(m-1)} - G^{-1}(A_{12}H^{(m)} + A_{10}H_0) \quad (33)$$

$$H^{(m)} = -[A_{21}G^{-1}A_{12}]^{-1} \{ A_{21}G^{-1}(A_{11}Q^{(m-1)} + A_{10}H_0) - (A_{21}Q^{(m-1)} - q) \} \quad (34)$$

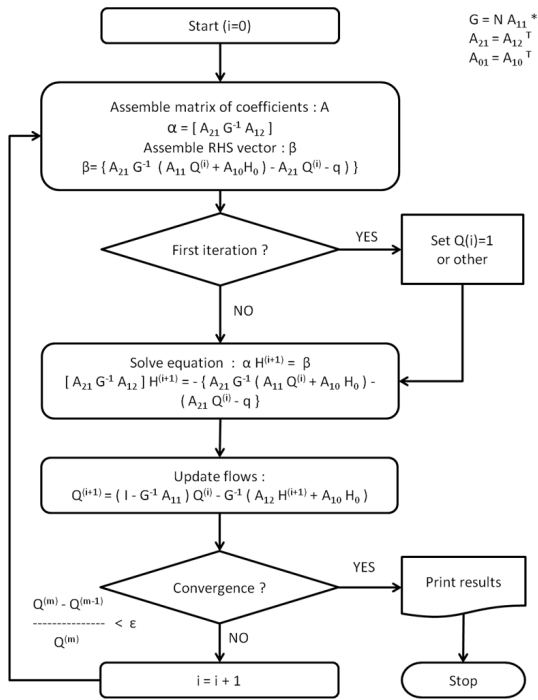


Fig. 2. Flowchart of main steps in gradient method

$$\alpha \cdot H^{(m)} = \beta \quad (35)$$

여기서, $\alpha = [A_{21}G^{-1}A_{12}]$, $\beta = -\{A_{21}G^{-1}(A_{11}Q^{(m-1)} + A_{10}H_0) - (A_{21}Q^{(m-1)} - q)\}$ 이다.

식 (35)는 이전 iteration 단계('m-1')에서의 유량값

($Q^{(m-1)}$)에 대한 함수이므로, 현 iteration 단계('m')에서의 압력값($H^{(m)}$)을 구한 후, 식 (33)에 대입하면 현 iteration 단계의 유량값($Q^{(m)}$)을 직접 구할 수 있다. 따라서 gradient 법은 mesh의 구성이 없이도 압력과 유량을 동시에 풀 수 있다. Fig. 2는 이상의 연구 방법에 대한 계산흐름을 정리하였다.

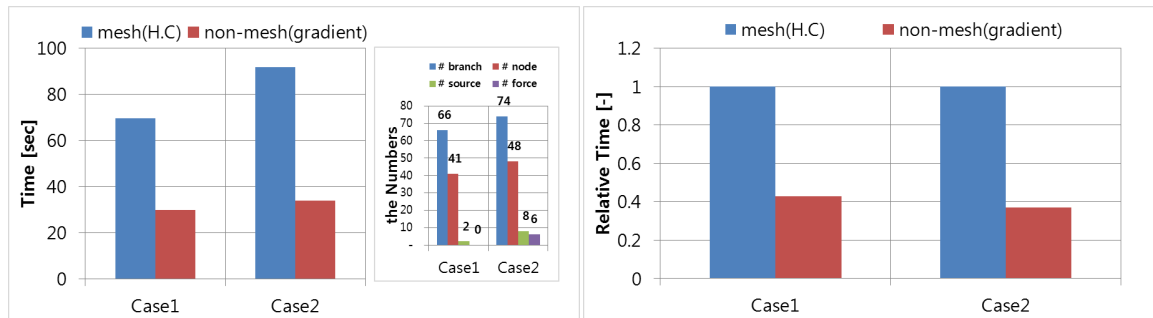
Fig. 3은 네트워크 내 외력(source-node)과 내력(branch 내 force)이 주어진 경우, mesh 법(Hardy-Cross 법)과 non-mesh 법(Gradient 법)에 의한 수렴속도를 나타내고 있다. mesh를 구성하지 않고 해석한 gradient 법의 수렴속도가 현저히 빠르게 해석되고 있다(Todini and Pilati, 1987).

3. 간편 네트워크 모델을 통한 환기 검토 사례

3.1 진출입로가 있는 단굴터널

복잡 네트워크형 터널의 환기분석을 위하여 2개의 진입터널과 1개의 진출터널이 접속된 형태의 터널을 대상으로 하였다. Case 1 터널의 물리적 특성 및 환기 시스템의 개요와 네트워크 형태는 Table 1과 Fig. 4와 같다(Lee et al., 1997).

Table 2는 초기 유량(Q)을 1로 가정하였을 경우에 대한 식 (27)을 매트릭스로 나타내었고, Table 3은 수렴 후 식 (30)에 대한 매트릭스를 나타내고 있다.



(a) global time (b) relative time
Fig. 3. Comparison of mesh(Hardy-Cross) method vs non-mesh(gradient) method

Table 3의 유량증분값(ΔQ)과 압력증분값(ΔH)은 모두 -10승 이상의 잔차값을 나타내고 있다. Fig. 5는 동일한 네트워크에 대하여 Velde (1988)와 Lee et al. (1997)에 의해 수행된 해석결과와 비교한 결과이다.

Velde (1988)의 결과치와 비교해보면 진입·진출터널에서의 환기량이 상대적으로 크다. 이와 같은 차이는 Velde의 논문에서 분명하게 밝히지 않은 외부 풍향(branch 4, 6)과 접속점(junction)에서의 충격손실 계

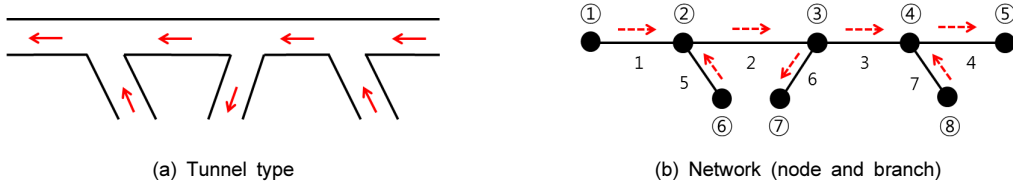


Fig. 4. Complex network tunnel (Case 1)

Table 1. Physical characteristics and ventilation system of the complex network tunnel (Case 1)

branch		1	2	3	4	5	6	7
physical characteristics	length [m]	785	500	275	205	75	320	215
	cross-section area [m ²]	85.4	106.3	85.4	85.4	42.1	52.8	52.8
	hydraulic dia. [m]	Estimated Dh = 4.763 × 10 ⁻² × Ar + 5.138						
	darcy factor	0.019	0.018	0.019	0.017	0.021	0.020	0.020
	shock loss factor	inlet : 0.5, outlet : 1.0, junction : 0.0 ~ 1.0						
	wind [m/s]	-	-	-	6.5	-	6.5	-
traffic data (HGV=11%)	speed [km/h]	23	23	18	60	23	60	18
	traffic rate [veh/hr]	4190	5566	3862	5118	1376	1704	1256
	number of lanes [lane(s)]	3	4	3	3	1	1	1
ventilation system (jet fan)	J/F dia. [mm]	1270	1270	-	1270	-	630	630
	number of jet fans [ea]	1	1	-	2	-	2	2
	efficiency [%]	90	90	-	87	-	90	90

Table 2. Matrix form by Eq. (27)

Matrix	branch							node			
	1	2	3	4	5	6	7	2	3	4	
branch	1	4E-05	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	2	0	1E-05	0	0	0	0	0	-1	1	0
	3	0	0	1E-05	0	0	0	0	0	-1	1
	4	0	0	0	9E-06	0	0	0	0	0	-1
	5	0	0	0	0	1E-05	0	0	1	0	0
	6	0	0	0	0	0	4E-05	0	0	-1	0
	7	0	0	0	0	0	0	3E-05	0	0	1
node	2	1	-1	0	0	1	0	0	0	0	0
	3	0	1	-1	0	0	-1	0	0	0	0
	4	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0

$\Delta Q/\Delta H$	$-dE/dq$
ΔQ_1	5.0764
ΔQ_2	4.2062
ΔQ_3	1.1553
ΔQ_4	8.5323
ΔQ_5	-0.655
ΔQ_6	7.8443
ΔQ_7	1.002
ΔH_2	-1
ΔH_3	1
ΔH_4	-1

Table 3. Matrix form by Eq. (30)

Inverse	branch							node			$-\frac{dE}{-dq}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta H}$	
	1	2	3	4	5	6	7	2	3	4			
branch	1	63.211	13.544	9.0566	6.15	-49.67	4.4875	-2.907	0.172	0.0652	0.0384	2E-13	2E-11
	2	13.544	64.775	43.314	29.413	51.231	21.462	-13.9	-0.177	0.3117	0.1837	6E-14	2E-11
	3	9.0566	43.314	74.999	50.929	34.257	-31.69	-24.07	-0.119	-0.46	0.3181	2E-13	5E-11
	4	6.15	29.413	50.929	85.964	23.263	-21.52	35.036	-0.081	-0.313	-0.463	4E-13	5E-11
	5	-49.67	51.231	34.257	23.263	100.9	16.974	-10.99	0.6506	0.2466	0.1453	4E-15	6E-12
	6	4.4875	21.462	-31.69	-21.52	16.974	53.147	10.169	-0.059	-0.228	-0.134	-3E-13	-3E-11
	7	-2.907	-13.9	-24.07	35.036	-10.99	10.169	59.106	0.0381	0.1477	0.2188	-9E-15	2E-12
node	2	0.172	-0.177	-0.119	-0.081	0.6506	-0.059	0.0381	-0.002	-9E-04	-5E-04	0	-2E-14
	3	0.0652	0.3117	-0.46	-0.313	0.2466	-0.228	0.1477	-9E-04	-0.003	-0.002	-6E-14	-1E-13
	4	0.0384	0.1837	0.3181	-0.463	0.1453	-0.134	0.2188	-5E-04	-0.002	-0.003	1E-13	-3E-14

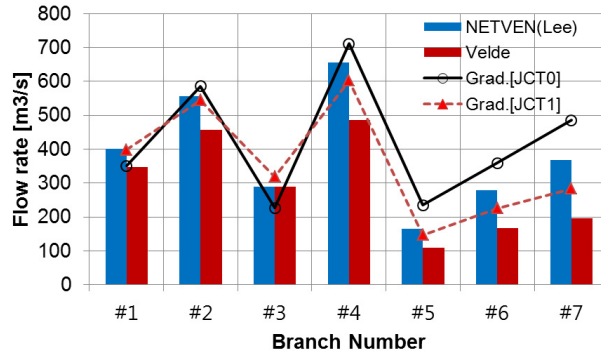


Fig. 5. Comparison of estimated ventilation rate (Case 1)

수(shock loss factor), 차량항력계수(drag coefficient)등에 기인한다. NETVEN (Lee et al., 1997)의 비교결과는 접속점에서의 충격손실 계수를 고려한 경우(1)와 고려하지 않은 경우(0)에 대하여 상대적으로 비슷한 결과범위를 나타내고 있다. 즉, 입·출구 손실계수값 및 접속점에서의 충격손실 계수값, 그리고 식 (8)의 적용시 대표직경(D)의 부재로 추정값(Table 1 참조)을 적용한 점 등이 상대적인 차이를 나타낸 것으로 추정된다.

3.2 진출입로가 있는 쌍굴터널

네트워크 내 고정유량(Q_{Fix})이 있는 경우의 환기해

석을 위해, 피난연결통로 및 방향별 진·출입로가 각각 1개씩 있는 쌍굴터널(1.5 km)을 대상으로 분석하였다. 상·하행 본선터널($A=63.62 \text{ m}^2$)은 250 m 간격으로 피난연결통로($A=19.64 \text{ m}^2$, $L = 50 \text{ m}$)가 총 3개소(branch 17, 18, 19)와 진출입 경사터널($A = 28.27 \text{ m}^2$, $L = 100 \text{ m}$)이 총 4개소(branch 13, 14, 15, 16)가 있고, 차로수는 2차로이다. 차속은 60 km/hr, 교통량은 시간당 4,000 대/hr로 합류부에서 100%가 되도록 구간별 교통량을 적용하였다. 제트팬(1250 mm)은 방향별로 입구부(branch 1, 7)에서 각각 4대가 가동되고, 자연풍은 본선터널(branch 1~6, 7~12)에 역풍조건으로 2.5 m/s를 적용하였다(Fig. 6참조).

Table 4는 Case 2~5에 대한 branch 내 속도분포를

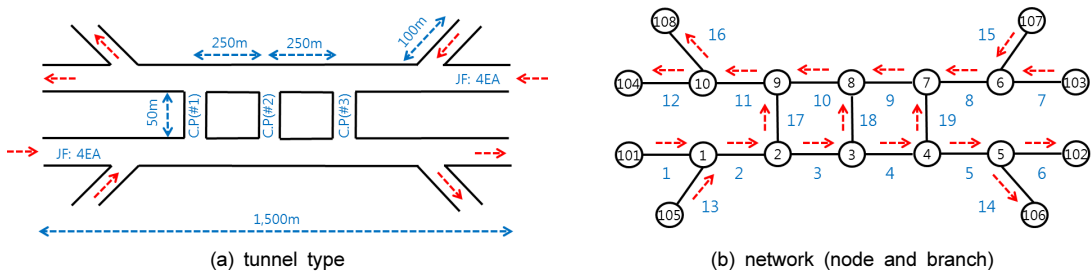


Fig. 6. Complex network tunnel (Case 2~5)

Table 4. Velocity profiles for Case 2~5 (door condition of cross-passages is open)

Case	Jet fan	$Q_{Fix}(m^3/s)$	velocity profiles (m/s)
2	OFF	OFF	
3	ON (ϕ 1250 x 4EA)	OFF	
4	OFF	ON (#1: 0, #2: 100, #3: 0)	
5	OFF	ON (#1: 100, #2: 0, #3: -100)	

정리하였다. 교통 환기력만 작용하는 Case 2 (jet-fan off)를 기준으로 Case 3의 환기팬(4대)이 가동되면, 방향별 본선터널 입구부의 풍속이 4.43 m/s에서 8.48 m/s로 증가하며, Case 2나 Case 3 모두 좌우측(#1, #3)의 피난연결통로 내 풍량 밸런스가 정확히 일치하고, 중앙부(#2)의 피난연결통로 내 풍속은 '0'이 된다.

Case 2는 네트워크 내 작용 환기력이 동일하기 때문에 본선터널 입·출구의 풍량이 동일하게 나타나며, 또한 진출·입 경사터널의 풍속도 동일하게 형성된다. 반면, 제트팬이 가동되면 상·하행 본선터널별 입구측의 풍량 증가로 경사터널의 진입부측의 풍속이 본선터널로 유입되지 못하고 반대방향으로 빠져나가는 현상이

발생된다. 이에 따른 좌우측(#1, #3) 피난연결통로의 풍속이 Case 2에 비해 Case 3에서 상대적으로 증가한 풍속이 흐르고 있으며, 상행터널의 진출부 경사터널은 좌측(#1) 피난연결통로로 유입된 풍량증가로 일부 풍속은 진출부 경사터널(5.81 → 6.65 m/s)로, 나머지 풍속은 본선터널 출구부(4.43 → 5.16 m/s)로 빠져나가고 있다.

Case 4는 하행터널에서 상행터널 방향으로 중앙부(#2)의 피난연결통로 내 고정유량 팬(100 m³/s)을 기동한 경우로, 정확히 5.09 (=100/19.64) m/s의 풍속이 형성되고 있다. Case 2에 비해 상행터널 입구부 및 진입부 경사터널의 풍속은 약간 감소(4.43 → 4.39 m/s, 5.81 → 5.76 m/s)한 반면, 상행터널 출구부 및 진출부 경사터널의 풍속은 약간 증가(4.43 → 4.45 m/s, 5.81 → 5.82 m/s)하였고, 하행터널의 입구부 및 진입부 경사터널의 풍속은 약간 증가(4.43 → 4.45 m/s, 5.81 → 5.82 m/s)한 반면, 하행터널 출구부 및 진출부 경사터널의 풍속은 약간 감소(4.43 → 4.39 m/s, 5.81 → 5.76 m/s)한 것으로 나타나고 있다. Case 4의 경우, 고정유량에 따른 상행터널(+)과 하행터널(-)간 압력차가 발생하게 되고, 각 node에서의 상하 대칭적인 +/-의 압력분포가 Fig. 7과 같이 형성된다. 따라서 하행터널의 입구부로 유입되는 풍량이 상행터널 출구부로 유출되고, 동일하게 상행터널의 입구부로 유입된 풍량이 하행터널 출구부로 유출되는 현상이 발생하고 있다.

Case 5는 #1, #3 고정유량 팬(100 m³/s, -100 m³/s)을

기동한 상태로, 중앙부(#2) 피난연결통로를 중심으로 상하, 좌우로 압력 및 풍속이 대칭적으로 동일하게 나타나고 있어, 고정유량에 대한 전형적인 네트워크의 해석특성을 잘 반영하고 있는 것으로 분석된다.

4. 결론

지하공간의 개발은 점차 증대되고 있으며, 국내 터널의 형태도 점차 효율화, 첨단화가 진행되면서 복잡해지고 있다. 본 연구에서는 진·출입로, 분기부 등으로 점차 복잡해지는 네트워크형 터널에 대한 환기 설계기준으로 적합한 기초적인 환기해석방법에 대하여 검토하였다. 이상의 연구내용을 요약하면 다음과 같다.

1. branch 내 총 환기(저항)시스템은 난류유동 특성에 따라 유량의 2차 함수로 표현 가능하다. branch 양단의 node에 대한 압력 경계조건(source 항)이 주어질 경우, branch 내에 작용하는 총 환기저항계수(무차원 압력손실계수, K)를 계산할 수 있으므로, 전체 node 에 대한 압력환산이 가능해진다. 따라서 네트워크 이론에 따라 node 에서의 압력과 branch 별로 유량해석이 가능해진다.
2. 초기 Hardy-Cross 방법은 초기 유량분배 문제 및 수렴성의 문제 등으로 인하여, 비 Hardy-Cross 방법에 기초한 터널환기해석 방법의 필요성이 대두되고 있다. 즉, Hardy-Cross 방법은 네트워크 구조

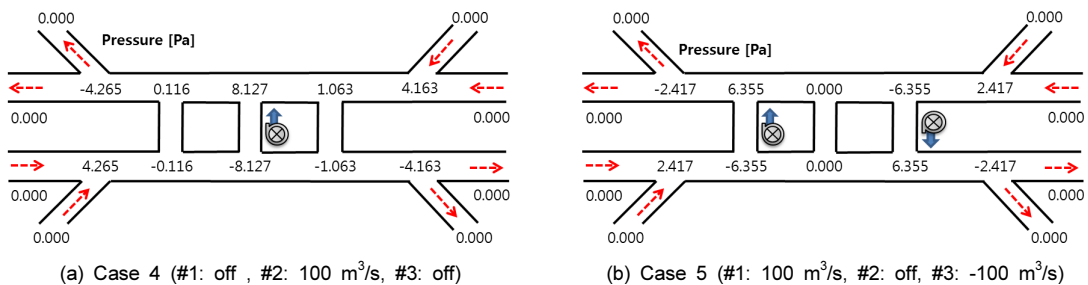


Fig. 7. Pressure profiles for Case 4~5

가 간단할 경우 단계별 수계산이 가능하고, 검증방법이 용이한 장점이 있지만, Talyer 정리에 따른 절단오차 문제, mesh 선택 알고리즘에 따른 수렴성 문제, 수렴을 위한 이완계수의 조정 문제 등이 필요한 것으로 보고되고 있다.

3. 비 Hardy-Cross 방법으로 Newton-Raphson 법에 기초한 mesh-nodal approach method, gradient method 등이 대안으로 제시될 수 있으며, 대규모 네트워크에서는 mesh 구성의 복잡성으로 인해 mesh의 구성이 없이도 간편하게 유량(Q)과 압력(H)을 동시에 해석할 수 있는 branch (gradient method) 방법이 해석시간 및 수렴성에서 적합한 방법으로 분석된다.
4. 진출입로가 있는 단굴터널에 대한 환기 (재)해석 결과, Velde 연구결과와는 해석제원의 모호함(외풍의 처리조건 및 차량항력계수 등) 때문에 정확한 비교가 곤란하였고, NETVEN(이창우) 연구결과와는 접속부 충격손실계수의 범위(0~1)에 따라 비교적 잘 일치하는 경향을 나타내었다. 반면 쌍굴터널에 대한 환기해석 결과, 중앙부(#2) 피난연결 통로에서 고정유량 팬을 작동시킴에 따라 하행터널의 입구부로 유입되는 풍량이 상행터널 출구부로 유출되고, 동일하게 상행터널의 입구부로 유입된 풍량이 하행터널 출구부로 유출되는 현상이 나타나, 고정유량에 의한 상하, 좌우로 압력 및 풍속이 대칭되는 전형적인 네트워크 해석특성과 잘 일치하는 것으로 분석된다.
5. 본 연구에서는 CFD 등의 수치해석적인 방법이 아닌 특성화 방정식에 기초한 방법으로 네트워크형 터널에 대한 환기해석 방법을 고찰하였다. 즉, mesh의 구성이 필요가 없는 non-mesh 방법(비 Hardy-Cross 방법)인 gradient method로 복잡한 네트워크형 터널에 대한 환기해석이 가능하며, 향후 환기설계기준으로 간편하게 적용 가능할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부(국토교통과학기술진흥원) 2015년 건설기술연구사업의 ‘고수압 초장대 해저터널 기술자립을 위한 핵심요소 기술개발(13SCIP-B066321-01)’ 연구단을 통해 수행되었습니다.

References

1. Ayres, F. (1974), “Matricises”, Schau’s outline series, McGrawHill Book Co, pp. 1-100.
2. Carpentier, P., Cohen, G., Hamam, Y. (1985), “Water network equilibrium. variational approach and comparison of numerical algorithms”, 7th Congress on Operational Research, Bologna, Italy, pp. 38-43.
3. Cross, H. (1936), “Analysis of flow in networks of conduits or conductors”, University of Illinois, Engineering Experimental Station, Bulletin No. 286, pp. 62-97.
4. Dubin, Ch. (1947), “Le calcul des reseaux mailles. Contribution al’ Application Pratique de la Methode Hardy Cross” La Houille Blanchem Mai-Juin, pp. 213-223.
5. Hamam, Y.M., Brameller, A. (1971), “Hybrid method for the solution of piping networks”, Proceedings Institution of Electrical Engineers, Vol. 118, No. 11, pp. 115-132.
6. Kim, N.Y. (2013), “Ventilation characteristics by piston effect in underground network road junctions”, Doctoral Thesis at Department of Mechanical Engineering., Univ. Kook-min.
7. Lee, C.W., Lee, S.H., Choi, S.I., Baek, D.H., Moon, S.K. (1997), “Simulation modeling of the vehicle tunnel ventilation system using network theory” J. of Mineral and Energy Resources, Vol. 34, pp. 614-629.
8. Seoul Urban Infrastructure Division (2011), “Seoul ○○○ Tunnel : Private Provided Infrastructure”, Proceedings Seoul Urban Infrastructure Division, 2011-93.

9. Todini, E., Pilati, S. (1987), "A gradient algorithm for the analysis of pipe networks", Proceedings International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, 8-10 September, pp. 45-82.
10. Velde, K. (1988), "A computer simulation for longitudinal ventilation of a road tunnel with incoming and outgoing slip roads", Proceedings of the 6th International Symposium on the Aerodynamics and Ventilation of Vehicle Tunnels, Durham, UK, p. C3-179~C3-201.
11. Williams, G.N. (1973), "Enhancements of convergence of pipe network solutions", J. of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY7, pp. 1057-1067.