



고교 수학과 물리로 이해하는 무선 통신

조준호
포항공과대학교

I. 정보통신혁명의 시대

우리 인류는 지난 약 5000년 동안 몇 차례의 혁명을 겪으면서 그 삶의 방식에서 급변을 맞아 왔다. 농업혁명을 통해서 인류는 자급자족의 비효율적인 삶에서 벗어나, 국가라는 조직과 그 조직 속에서 활동하는 전문직업인들을 가지게 됨으로써 삶의 효율성을 크게 높일 수 있었다. 산업혁명을 통해 그 전문직업인들 중 일부는 왕권을 견제할 만큼 강성해진 부르주아 계급이 되어 개인이 자신의 역량을 구속없이 펼쳐 보일 수 있는 민주주의의 시대를 서서히 열어갔다. 민주화가 진행되면서 자유인이 증가하였고 이는 산업혁명을 이끈 다수의 기술자와 과학자를 낳았다. 기계 및 전기의 힘을 이용하게 되면서 인간의 물리적 힘은 극적으로 증대되었으며 이는 공산품의 대량 생산으로 이어져 다수의 인류가 먹고 살기 위한 물질적 생존 투쟁으로부터 자유롭게 되었다. 물질적 자유를 얻게 된 인류는 정신 노동에 더욱 집중할 수 있게 되었고 마침내 지난 세기 말에 이르러서는 지력이 바로 권력이 되는 지식사회를 탄생시켰다[1].



그림 1. 스마트폰: 정보통신혁명을 이끄는 인류사적 신혁명의 도구 [출처: 삼성전자, 엘지전자 홈페이지]

컴퓨터의 급격한 보급과 이들의 인터넷 연결로 정보혁명이 시작되어 지식사회가 한 단계 더 성장한다.

지난 세기 말 인류는 컴퓨터의 급격한 보급과 이들의 인터넷 연결로 정보혁명이 시작되어 지식사회가 한 단계 더 성장하는 것을 목격하였다. 금세기에 들어서자마자 이 정보혁명은 정보통신혁명 또는 스마트 혁명으로 더욱 발전하였는데[2], 인터넷과 고성능 휴대용 컴퓨터, 그리고 셀룰러 무선통신기의 결합인 스마트폰은 그 계산속도와 정보전송율, 그리고 이동성으로 정보통신혁명을 이끄는 인류사적 신혁명의 도구가 되어 인류가 매일매일 살아가는 방식을 근본적으로 변화시키고 있다.

그러나 많은 이들이, 심지어 고교시절에 이과 출신인 일반인들도 이러한 정보통신 혁명을 가능

케 한 무선통신이 대체 어떠한 원리로 가능한 것인지 대답하기 힘들어 하는 것이 현실이다. 본고에서는 고교 수학과 물리 만을 써서 무선통신에 대한 이해를 넓혀 보고자 한다. 물론 이 짧은 글로는, 학부 과정으로부터 박사 과정을 마칠 때까지 약 10년 가량을 열심히 공부해야 가까스로 도달할 수 있는 새내기 무선통신 전문가의 경지에 결코 도달하지는 못할 것이다. 그러나 제목을 보고 '나도 어디 한번' 하며 용기를 내어 읽기 시작한 독자들 중 일부는 확실히 무선통신에 대한 이해를 넓히는 경험을 하게 될 것이다. 무선통신의 원리는 고교 수학과 물리로 충분히 이해될 수 있음에도, 안타깝게도 우리의 중등 교육 과정은 수학과 물리를 통합적으로 가르치지 않고 있기 때문에 그것이 어려워 보일 뿐이라 필자는 믿고 있다. 서둘러 쓴 줄고라 논리적 비약, 어색한 표현 등 부족한 점이 많겠지만 이 진흙속에서도 각자의 진주를 발견해 낼 수 있기를 기원한다.

본고는 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 고교 물리 과정에서 다루는 물결파의 전파(傳播) 현상으로부터 전파(電波)와 송수신 안테나에 대해 이해한다. 3절에서는 고교 수학 과정에서 다루는 삼각함수의 항등식을 이용하여 진폭 변조와 복조에 대해 이해한다. 4절에서는 이러한 변조와 복조를 가능하게 하기 위한 전기전자 회로에 대해 간략히 설명하고, 5절에서는 본고를 마무리한다.

무선통신의 원리는 고교 수학과 물리로 충분히 이해될 수 있다.

II. 물결파와 전파(電波)의 전파(傳播)

19세기 중반에 맥스웰의 연구에 의해 전기학과 자기학을 다루는데 있어 필요한 모든 식이 집대성 되었는데, 정확한 수식은 대학에서 배우는 편미분과 미분기하학을 써야만 완전하게 묘사할 수 있어 여기서는 다루지 않는다. 다만 여기서는 맥스웰이 전자기학을 정립하였을 뿐만 아니라, 전기장과 자기장이 상호 유도하는 작용이 공간을 퍼져 나가는 전자기 파동의 존재를 그 식으로부터 예언하였고[3] 예언된 전파 속도가 당시 알려진 빛의 속력과 같은 사실로부터 빛은 전자기파의 일종이라는 것을 주장하여 큰 반향을 일으켰다는 것을 지적한다.

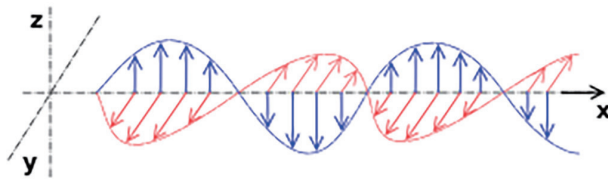


그림 2. 전기장과 자기장의 상호 유도에 의한 전자기파의 전파 (출처: 위키피디아 커먼즈)

이렇게 전자기 파동의 존재가 예언되자 당시 사람들은 이러한 파동의 단속을 통해 전신 신호를 전선 없이도 보낼 수 있을 것이라는 것을 깨닫고 곧 이러한 전자기파를 발생시키고 검출하는 연구에 착수하였다. 곧 1887년경 헤르츠는 불꽃갭(spark gap)을 이용한 전파의 발생 장치와 검출 장치를 개발하여 전파가 존재함을 실험으로 증명하였다. 특히 마르코니는 전파발생기와 검파기를 혁신적으로 개량하여 장거리 무선 전신의 시대를 열어 그 공로를 인정받아 마침내는 1909년 노벨 물리학상을 수상하였다.

전파의 발생과 검출을 물결파에 비유하면 다음과 같다. 잔잔한 수면에 돌을 던지면 돌이 입수한 위치로부터 물결파가 발생하여 동심원의 물결이 바깥으로 전파되어 가는 것을 볼 수 있다. 물결은 파원에서 멀리 떨어질수록 그 높이가 거리에 반비례하여 낮아지지만, 파원으로부터 어느 정도 떨어진 위치의 수면에 떠 있는 나뭇잎은 그 물결이 도달하면 상하로 진동을 하게 되므로 이

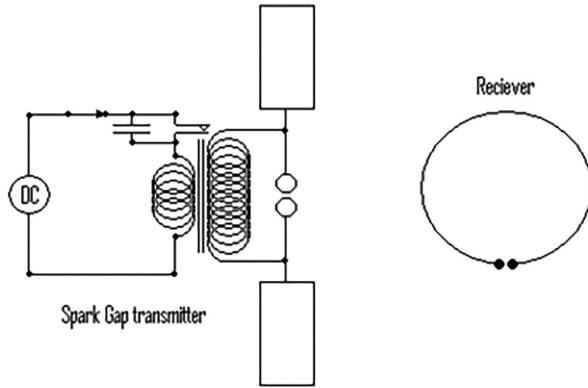


그림 3. 불꽃갭을 이용한 헤르츠의 전파 발생기와 검출기 (출처: 위키피디아 커먼즈)

진동으로부터 우리는 물결파를 검출할 수 있게 된다 [3].

안테나를 사용한 전파의 송수신은 이 비유로 바로 이해될 수 있다. 즉, 송신 안테나가 만들어내는 전파가 바로 돌이 입수하여 만들어내는 물결이고 수신 안테나가 검출하는 전파가 바로 나뭇잎의 진동이다. 전파의 전파는 전기장과 자기장이 서로 유도하면서 공간상에 퍼져나가는 현상이므로, 돌이 입수하는 것은 시간에 따라 정현파와 유사하게 변하는 전류를 송신안테나에 흘리는 것에 해당한다. 이러한 전류는 송신 안테나 주위에 정현파와 유사하게 변하는 자기장을 유도하며 이 자기장이 다시 전기장을 유도하여 결과적으로 서로가 서로를 유도하면서 전파가 전파된다. 수신 안테나 근처까지 전파된 전파는 안테나 주위에 시간에 따라 변하는 자기장을 형성하고 이에 따라 수신 안테나에는 시간에 따라 변하는 전류를 유도하게 된다. 우리는 이 전류를 검출하여 전파가 수신되었음을 알게 된다.

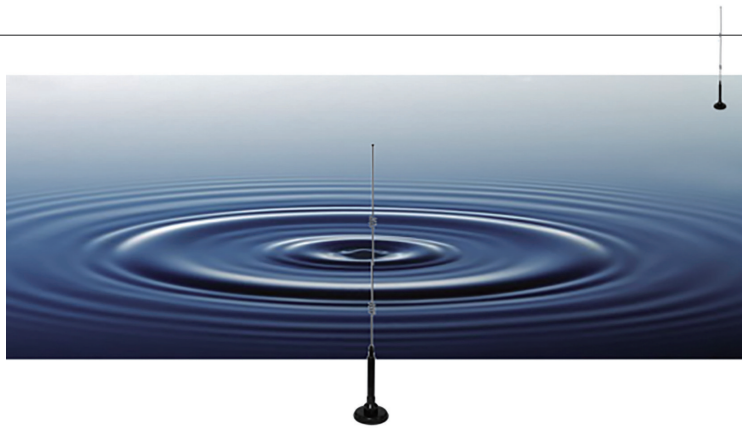


그림 4. 물결파의 발생과 검출, 그리고 송수신 안테나

가장 간단한 디지털 변조 방식인 온-오프키잉은 비트 0을 전송하기 위해서는 전파를 송신하지 않으며 비트 1을 전송하기 위해서는 전파를 송신한다.

송수신 안테나에 흐르는 전류가 정현파 $\cos(2\pi f_c t)$ 와 같다면 정현파의 주파수인 f_c 와 광속으로부터 전파의 파장 $\lambda = c/f_c$ 을 구할 수 있는데, 이 파장 값과 비슷한 크기를 가지는 안테나는 이러한 전파를 잘 방사하고 검출하도록 설계될 수 있다고 알려져 있다.

0과 1로 구성된 비트열 정보를 송수신하기 위해서는 이러한 전파를 단속하는 것만으로도 목적을 달성할 수 있다. 예를 들어 비트 0을 전송하기 위해서는 전파를 송신하지 않으며 비트1을 전송하기 위해서는 전파를 송신하는 것이다. 이러한 방법은 가장 간단한 디지털 변조 방식의 하나로 온-오프키잉 (on-off keying)이라 불리는데, 널리 사용되는 디지털 변조 방식은 이와 비교

하여 상당히 복잡하다. 따라서 다음 절에서는 상대적으로 이해하기 쉬운 아날로그 변조의 하나인 진폭 변조와 이의 복조에 대해 공부한다.

III. 삼각함수의 항등식, 그리고 진폭 변조와 복조

음성 신호를 마이크를 이용하여 전류나 전압의 전기 신호로 바꾸어 시간의 함수로 나타낸 것을 정보 신호 $m(t)$ 라 하자. 음성 신호는 대략 20 킬로헤르츠 즉 초당 2만번 정도 진동하는 경우가 가장 큰 진동을 하는 경우이다. 따라서 이 전류를 안테나에 흘려 전파를 전력 효율적으로 방사하려면 그 전파의 파장인 15 킬로미터와 비슷한 값을 갖는 송신 안테나 크기가 필요하지만 이는 현실적을 불가능하다. 물론 엄청난 전력으로 이러한 전파를 방사하면 통신이 가능할 수 있으나 매우 비효율적인 통신시스템이 된다.

만약 정보 신호 $m(t)$ 에 높은 주파수를 갖는 정현파 $\cos(2\pi f_c t)$ 를 곱한 신호를 안테나에 인가하면 어떻게 될까? 여기서 정현파의 주파수인 f_c 는 안테나가 높은 효율성을 가지고 전파를 방사할 수 있는 충분히 높은 값이라 하자. 이제 송신 안테나에 인가되는 전기 신호 $m(t) \cos(2\pi f_c t)$ 가 높은 주파수를 가지므로 전력 효율적으로 방사될 수 있다는 장점이 생긴다. 이와 같이 높은 주파수를 갖는 정현파에 정보 신호를 곱하여 즉, 그 정현파의 진동폭을 정보 신호의 크기를 곱해 변화시켜 송신 신호를 만드는 것을 진폭 변조 방식이라 한다.

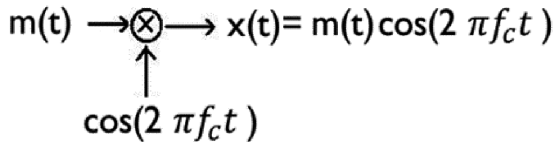


그림 5. 진폭 변조 과정

우리나라에서 진폭 변조로 사용하는 정현파의 주파수는 약 1 메가헤르츠로 초당 백만번 정도 진동하는데 이 경우 파장은 300미터이므로 수십 미터 길이의 송신탑에서도 매우 높은 전력을 가하면 비록 복사 효율은 조금 낮더라도 진폭 변조 방송이 가능할 정도의 전파 복사가 가능하다.

송신 안테나에서 방사된 신호는 물결파가 2차원 적으로 수면을 전파해 나가듯 3차원 공간을 전파해 나가 수신 안테나에 전류를 유도한다. 비례 상수와 전파의 전파에 걸린 시간을 무시하면 수신 안테나에서 검출된 전류는 송신 신호와 같은 $m(t) \cos(2\pi f_c t)$ 가 된다. 이제 할 일은 이 수신 신호에서 $m(t)$ 를 복원하는 것이다. 고교 수학시간에 배운 삼각 항등식 중 하나로 다음 항등식이 있다[4].

$$2 \cos^2 \theta = 1 + \cos 2\theta$$

따라서, 수신 신호 $m(t) \cos(2\pi f_c t)$ 에 $2\cos(2\pi f_c t)$ 를 곱하면 $2m(t) \cos^2(2\pi f_c t) =$

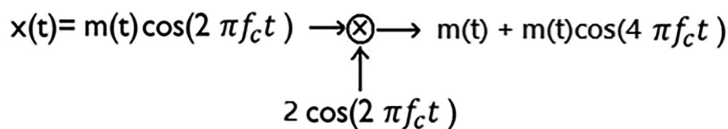


그림 6. 진폭 변조 신호의 복조 과정

정현파의 진동폭을 정보신호의 크기를 곱해 변화시켜 송신신호를 만드는 것을 진폭 변조 방식이라 한다.

수신 신호에서 다시 정보신호를 얻어내는 과정을 일반적으로 복조라고 부른다.

$m(t) + m(t) \cos(4\pi f_c t)$ 가 된다. 만약 이 신호에서 두번째 항인 $m(t) \cos(4\pi f_c t)$ 를 제거할 수 있다면 우리는 원하는 신호인 $m(t)$ 를 얻을 수 있다. 이렇게 수신 신호에서 다시 정보신호를 얻어내는 과정을 일반적으로 복조라고 부른다. 즉, 진폭 변조 신호의 복조를 위해서는 정현파를 곱하고 높은 주파수의 정현파와 곱해져 있는 항을 제거하는 과정이 필요하다.

〈그림 5〉와 〈그림 6〉에서 볼 수 있는 바와 같이, 진폭 변조와 복조에서 공통적으로 사용된 과정은 어떤 신호에 정현파를 곱하는 과정이다. 이런 수학적 곱셈을 물리적인 전기 신호들에 대해서도 수행할 수 있을까? 즉, 어떻게 전자전기 회로를 만들면 이것을 실현할 수 있을까? 또 복조를 위해 낮은 주파수 성분과 높은 주파수 성분이 더해져 있는 전기 신호에서 낮은 주파수 성분만 뽑아 내는 과정을 어떻게 전자전기 회로를 써서 구현할 수 있을까? 흡사 프리즘을 사용하여 백색 광선을 일곱 가지 색으로 구분한 후 낮은 주파수의 적색 광선만 남기는 것과 유사한 과정을 어떻게 회로로 구현할 수 있을까? 이 두가지 과정을 전자전기 회로로 구현할 수 있다면 진폭 변복조가 가능해지고 따라서 무선 통신이 가능해 지는 것이다.

이상의 진폭 변복조의 예에서 우리는 무선 통신에 대한 연구가 크게 둘로 나누어 질 수 있다는 사실을 알 수 있다. 즉 통신이란, 어떤 수학적 연산이 정보 신호에 수행되면 보다 나은 통신 시스템이 만들어질 수 있는지에 대한 상당히 수학적 이론 연구와, 그런 수학적 연산을 전기전자회로를 사용하여 어떻게 실제로 구현할 것인지에 대한 회로 구현 연구로 크게 나누어 지는 것이다. 이번 절에서는 진폭 변복조라는 통신을 가능케하는 수학적 연산의 예를 보았고, 다음 절에서는 진폭 변복조에 사용되는 두 가지 수학적 과정을 전자전기 회로로 구현하는 방법에 대해 공부해 본다.

IV. 곱셈과 필터링, 그리고 전기전자회로

진폭 변조와 복조에서 공통적으로 사용된 과정은 어떤 전기 신호에 정현파 전기 신호를 곱하는 과정이다. 두 함수의 곱은 동일한 시각에 두 함수의 값을 곱하여 새로운 함수의 값으로 정하는 것인데, 수학적으로 너무도 단순해 보이는 이 연산은 물리적으로 간단하지 않다. 전기 신호는 전류를 시간의 함수로 본 것이라 생각할 수 있고 전류란 단위 시간당 어느 지점을 지나간 전자의 수이니, 전기 신호의 곱을 구하기 위해서 우리는 단위 시간당 지나간 전자의 수들의 곱으로 새로운 전류를 얻어내야 한다. 어떻게 이것이 전기전자회로로 구현될 수 있을까?

다행히도 우리가 관심있는 진폭 변복조에서의 시간 함수의 곱은, 임의의 두 시간 함수의 곱이 아니라 어떤 시간 함수에 정현파 신호를 곱하는 특별한 것이다. 19세기 초에 푸리에에 아래 그

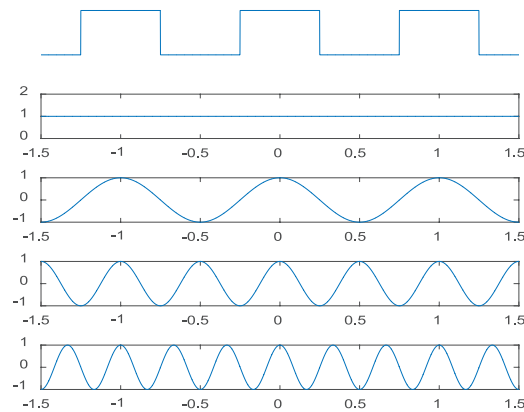


그림 7. 사각파와 이를 구성하는 정현파들

림 맨 위의 주기 1인 0과 1의 값을 갖는 사각파가 그 아래의 상수, 그리고 주기 1, 1/2, 1/3, ... 을 갖는 여러 정현파들의 선형합으로 나타낼 수 있음을 발견하였다[5]. 이를 수식으로 나타내면 $s(t) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l \cos(2\pi f_c l t)$ 가 되는데, 여기서 $s(t)$ 는 사각파이고, a_l 은 적절한 상수이며, $T = 1/f_c$ 는 사각파의 주기이다

이를 이용하면 정보 신호 $m(t)$ 에 $\cos(2\pi f_c t)$ 를 곱하는 대신 먼저 $m(t)$ 에 $s(t)$ 를 곱한 후 그 결과에서 원하지 않는 항을 제거하여 $m(t) \cos(2\pi f_c t)$ 를 얻을 수 있다. 왜냐하면 $m(t)s(t) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l m(t) \cos(2\pi f_c l t) = a_0 m(t) + a_1 m(t) \cos(2\pi f_c t) + a_2 m(t) \cos(4\pi f_c t) + \dots$ 이고, 여기서 두번째 항만 남길 수 있다면 $a_1 m(t) \cos(2\pi f_c t)$ 를 얻게 되기 때문이다. 정보 신호에 0, 1 값을 갖는 사각파 $s(t)$ 를 곱하는 것은 $m(t)$ 를 전기 스위치로 주기적으로 켜다꺼다(on-off) 함으로써 구현할 수 있다. 진공관이나 트랜지스터가 전기 스위치로서 작동할 수 있으므로 이를 이용하여 사각파를 곱하는 전기전자회로를 구현하는 것에 대해서는 가능하다고 보고 자세한 설명은 생략한다.

그러면 이제 남는 것은 $a_1 m(t) \cos(2\pi f_c t)$ 항만 남기는 것이다. 이것은 앞서 3절에서 보았던 진폭 변조 신호의 복조시에 $m(t) + m(t) \cos(4\pi f_c t)$ 에서 $m(t)$ 항만 남기는 것과 유사하고 필터링이라 불린다. 필터링을 수행하려면 어떻게 하면 될까? 필터링은 공진 현상을 이용하여 원하는 진동수와 유사한 진동수를 갖는 신호만을 남기는 전기전자회로를 구현함으로써 가능해진다. 놀이터의 그네의 경우, 고유진동수와 같은 진동수로 밀면 더 높은 진폭을 갖도록 에너지가 잘 전달되고 그렇지 않으면 진폭이 줄어들게 되는데, 단위길이당 회전을 적절히 선택한 코일, 용량이 적절히 선택된 축전기, 그리고 증폭기와 저항을 잘 조합하면 그네와 유사하게 고유진동수를 갖게 되고 따라서 전기전자회로는 이 고유진동수와 유사한 진동수를 갖는 전기 신호만 통과하게 된다[3].

주기적으로 신호를 단속하는 회로와 원하는 주파수 근처의 신호만 뽑아 내는 필터 회로의 구체적인 구현 방법은 대학 학부의 전자전기공학 관련 학과의 전공 필수 과목인 회로이론과 전자회로 과목 등에서 이에 대해 배우게 된다. 이는 본고의 범위를 넘으므로 이상과 같은 간단한 설명으로 이를 대신하기로 한다.

V. 디지털 통신과 수학 그리고 물리

본고에서는, 정보 신호를 안타나로 송신할 수 있는 높은 주파수를 갖는 신호로 변조하고 수신 신호에서 다시 정보 신호를 뽑아내는 복조 과정을 수행하는 수학적 처리 방법을 고안해 내고 이를 전기전자회로로 구현할 수 있다면 무선 통신이 가능해진다는 것을 지적하였다. 특히 이를 아날로그 통신의 대표적인 방식인 진폭 변조와 복조의 예를 들어 설명하였다.

전기 신호를 디지털 신호로 바꾸어 컴퓨터와 같은 신호 처리 장치로 처리하면, 초중고 및 대학, 대학원 수학에서 나오는 여러 가지 수학적 기법들을 쉽게 적용할 수 있기 때문에, 현대의 디지털 통신은 보다 복잡한 수학적 처리 방식들을 사용하고 있다. 놀랍게도, 행렬의 곱셈을 계산하는 것, 행렬의 고유값을 찾는 것, 다항식의 근을 찾는 것, 다항식을 인수분해하는 것, 최대 공약수를 찾는 것, 복소수의 곱을 계산하는 것, 점화식을 이용하는 것, 시계열을 분석하는 것, 조건부 확률을 계산하는 것 등 거의 모든 수학적 분야가 현대 무선 통신을 위한 변복조 과정에 사용되고 있다.

이러한 수학적 도구들을 써서 오늘날도 통신 전공자들은 보다 성능이 뛰어난 통신 방식을 고안해 내고 있으며, 회로 전공자들은 전자기학과 양자역학, 재료 공학을 써서 이를 전기전자 회로를 이용해 구현해 내고 있다. 자세한 것은 전자전기공학을 전공하면서 하나하나 배워 나가기로 하자.

수학적 도구들을 써서 보다 성능이 뛰어난 통신 방식을 고안해 내고 있으며 이를 전기전자 회로를 이용해 구현해 내고 있다.

Acknowledgment

본 연구는 미래창조과학부 및 정보통신기술연구진흥센터의 정보통신·방송 연구개발사업의 일환으로 수행하였음. [B0717-16-0023, IoT환경에서 Massive connectivity를 위한 5G 기반 저전력, 저복잡도의 전송 및 변조·부호화 원천기술 개발]

참고 문헌

- [1] 앨빈 토플러, 제 3의 물결. 한국경제신문사, 1989.
- [2] 위키백과, “스마트 혁명,” [<https://ko.wikipedia.org>]
- [3] 김영민 외, 고등학교 물리 II, 교학사, 2014
- [4] 양승갑 외, 수학 II, 금성교과서, 2008.
- [5] Transnational college of Tex, 수학으로 배우는 파동의 법칙, 작은 책방, 2010