

이론 밸런싱 로봇에 대한 비선형 모델 기반 외란보상 기법

Nonlinear Model-Based Disturbance Compensation for a Two-Wheeled Balancing Mobile Robot

유재림, 김용국, 권상주*
(Jaerim Yu¹, Yongkuk Kim¹, and SangJoo Kwon^{1,*})

¹School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

Abstract: A two-wheeled balancing mobile robot (TWBMR) has the characteristics of both nonlinear and underactuated system. In this paper, the disturbances acting on a TWBMR are classified into body disturbance and wheel disturbance. Additionally, we describe a nonlinear disturbance observer, which is suitable as a single input multi-output (SIMO) system for the longitudinal motion of TWBMR. Finally, we propose a reasonable disturbance compensation technique that combines the indirect reference input of equilibrium point and the direct torque compensation input. Simulations and experimental results show that the proposed disturbance compensation method is an effective way to achieve robust postural stability, specifically on inclined terrains.

Keywords: balancing robot, underactuated system, wheeled inverted pendulum, disturbance compensation

1. 서론

이론 밸런싱 모바일 로봇은 차체에 평행하게 장착된 두 바퀴의 움직임으로 피치, 요, 전진 방향에 대한 3 자유도 운동을 구현하는 대표적인 부족구동 시스템(underactuated system)이다[1]. 이론 밸런싱 로봇은 작은 차체, 두 바퀴 동작을 이용한 선회 기동성 등의 장점을 갖기 때문에 차세대 개인용 주행기기의 플랫폼으로 각광받고 있으며, Segway가 개발된 이후 지금까지 많은 연구와 제품 개발이 이루어지고 있다. 이론 밸런싱 타입의 개인용 주행기기는 크게 입식과 좌식으로 구분할 수 있다. 대표적인 입식 타입의 밸런싱 로봇으로는 Segway [2], BB-Rider [3], PMP [4] 등이 있으며 실내외에 걸친 자유로운 주행성으로 출퇴근용이나 레저용으로 사용되고 있다. Genny [5], Balbot [6], EN-V [7] 등 좌식 타입은 몸이 불편한 장애인들의 이동 수단 또는 도심지 교통 수단으로 활용이 가능하다.

이론 밸런싱 로봇 또는 이론형 개인주행기기에 대한 다양한 연구와 개발이 이루어지고 있음에도 불구하고 여전히 주행 안정성 문제가 대두되고 있다. 이론 밸런싱 로봇은 역진자 구조를 갖기 때문에 삼륜 또는 사륜의 이동기기에 비해 주행 중에 불규칙한 외란에 더 민감하게 반응한다[8]. 밸런싱 로봇에서 종방향 운동만을 고려하면 양 바퀴의 단일한 입력으로 직진 속도와 피치 자세를 동시에 제어해야 한다. 따라서 목표속도 추종과 함께 로봇에 작용하는 외란에 대하여 강인한 자세제어 성능을 유지하기 위해서는 피드백 제어기 외에 외란보상 기법을 추가적으로 적용할 필요성이 있다.

밸런싱 로봇에 작용하는 외란을 보상하기 위한 방법으로

는 구조적 기법, 강인제어 기법, 외란관측 기법으로 분류할 수 있다. 첫째, 구조적 기법은 양 바퀴 외에 추가적인 구동기를 이용하여 외란의 작용 방향에 따라 로봇의 전체 무게중심을 능동적으로 이동시킴으로써 출발 또는 정지 시에 자세제어 안정성을 확보할 수 있다[7,9,10]. 그러나 구동기를 추가하게 되면 차체가 커지고 무거워지며 개발비용이 상승하여 이론 밸런싱 로봇의 장점이 감소하게 된다. 둘째, 강인제어 기법에서는 외란을 고려한 모델 기반 제어기에 의해 제어 입력을 결정한다. 예를 들어 [11,12]에서는 슬라이딩 모드 제어(SMC) 기법을 밸런싱 로봇에 적용하였다. 그러나 SMC는 부족구동 시스템에 적용하기에 복잡하고 chatter(chaattering) 현상이 발생하는 문제점이 있다. 셋째, 외란관측기는 실제 시스템과 공칭 모델의 차이에 해당하는 외란을 추정하여 보상하는 방법으로서, 단순한 구조와 직관적인 설계가 가능하다는 장점 때문에 여러 분야에 널리 적용되어 왔다[13,14].

한편, 밸런싱 로봇에 외란 관측기를 적용한 기존의 연구들은 밸런싱 로봇의 동적 특성을 설계에 정확히 반영하지 못했기 때문에 그 효과가 제한적이었다[15-17]. 효과적인 외란 관측기 설계를 위해서는 우선 밸런싱 로봇에 가해지는 외란에 대한 분류가 필요하다. 밸런싱 로봇 시스템에서 고려할 수 있는 외란은 피치 밸런싱 운동과 직접적으로 연관된 역진자 차체에 가해지는 외란과 로봇의 직진 운동과 직접 관련된 바퀴에 가해지는 외란으로 구분할 수 있다. [15]에서는 차체에 작용하는 힘이 바퀴에도 동일하게 가해진다고 가정하고 단일 외란으로 모델링하였으나 이러한 상황은 매우 제한적이므로 일반적인 경우에 대하여 일관된 외란보상 성능을 기대하기 어렵다. [16]에서는 지면 경사각 변화에 의한 영향을 바퀴 외란으로, 탑승자에 의한 외란을 차체 외란으로 구분하여 추정하였으나 바퀴 외란 보상을 다루었고 차체 외란에 대한 보상 방법은 제시되지 않았다. [17]에서는 바퀴 외란을 보상하기 위한 토크 보상 입력과 피치 레퍼런스를 생성하였다. 그러나 모델링 과정에서 이론 밸런싱 로봇의 입력 커플링 특

* Corresponding Author

Manuscript received May 31, 2016 / revised July 20, 2016 / accepted September 1, 2016

유재림, 김용국, 권상주: 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과
(ishifeedi@nate.com/yk_mobis_md@naver.com/sjkwon@kau.ac.kr)

* 이 논문은 2015년 한국연구재단 이공학개인기초연구지원사업(교육부)의 지원을 받아 수행되었음(NRF-2015R1D1A1A01061390).

성을 고려하지 않았기 때문에 실제의 물리적 현상과는 다른 결과를 초래하였다.

밸런싱 로봇의 종방향 동역학은 양 바퀴의 단일 입력에 대하여 다중 출력(single input multi output)을 나타내는 부족구동 시스템이다. 그러나 기존의 외란 관측기들은 이러한 시스템 특성을 고려하지 않았으며 선형 모델에 기반하여 제어기를 설계하였기 때문에 로봇의 기동성이 증가할수록 외란 보상 효과는 크게 감소하게 된다. 본 논문에서는 입력 커플링 효과가 고려된 비선형 모델을 이용한 외란 관측기 설계 기법을 개발함으로써 기존 방법들의 단점을 극복한다.

먼저 II장에서 밸런싱 로봇에 작용하는 외란을 차체 외란과 바퀴 외란으로 분류한 후, III장에서 각 외란의 영향을 종방향 운동방정식에 표현한다. IV장에서는 차체 외란과 바퀴 외란을 독립적으로 추정하고, 외란의 크기에 따라 요구되는 피치각 평형점을 기준입력으로 인가하는 비선형 외란 관측기를 제안한다. V장에서는 주행 시뮬레이션 및 실험 결과를 통하여 제안된 비선형 외란 관측기의 효과를 검증한다. 마지막으로 VI장에서 결론을 맺는다.

II. 이륜 밸런싱 로봇에 작용하는 외란

그림 1(a)와 같이 밸런싱 로봇의 차체는 바퀴 축에 대하여 역진자 운동을 한다. 따라서 차체에 가해지는 외란은 바퀴 축을 피봇으로 하는 회전 운동을 일으킨다. 또한 차체와 바퀴 축 사이의 입력 커플링에 의해 바퀴가 회전함으로써 로봇의 직진 운동이 함께 발생한다. 일반적으로 차체 외란의 X 방향 성분(D_x)은 힌지 점인 바퀴 축을 통하여 바퀴에 전달되어 차체와 바퀴에 복합적인 외란으로 작용하며, 탑승자의 무게 변화와 같은 Y 방향 성분(D_y)은 마찰력의 크기에 따라서 차체의 회전 운동만을 일으킬 수 있다.

그림 1(b)와 같이 밸런싱 로봇에서 바퀴 토크는 바퀴의 회전과 함께 차체의 직진 운동을 발생시키며 슬립이 발생하지 않는다면 바퀴의 회전력은 차체와 바퀴에 동일한 가속도를 발생시킨다. 로봇이 장애물(D_o)을 만나거나 지면 상태가 변화함으로써 바퀴에 작용하는 외란은 바퀴와 차체의 운동 상태를 동시에 변화시키는 복합적 외란이라고 할 수 있다.

따라서 밸런싱 로봇에 작용하는 외란은 역진자 차체 만을

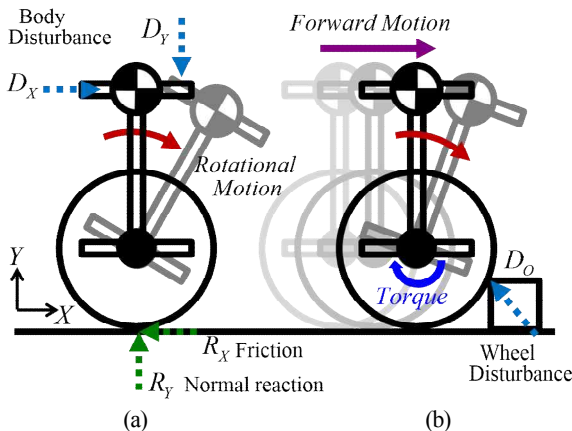


그림 1. 역진자 차체와 바퀴에 작용하는 외란. Fig. 1. Disturbances acting on the body and wheel.

회전시키는 차체 단일 외란, 차체의 회전과 직진 운동을 동시에 발생시키는 차체 복합 외란, 그리고 바퀴에 작용하는 바퀴 복합 외란으로 구분할 수 있다. 본 논문에서는 차체 단일 외란과 차체 복합 외란을 차체 외란으로, 바퀴 복합 외란을 바퀴 외란으로 정의한다. 한편, [15]에서는 차체 외란이 바퀴에 단일한 외란으로 전달되는 특별한 경우로 국한하였고, [16]에서는 탑승자의 핸들 조종에 의한 차체 외란만을 고려하였다. 또한 [17]에서는 경사로 주행 문제에 대한 외란 관측기를 다룰 때 외란의 분류에 대한 구체적인 언급이 없었다.

III. 밸런싱 모바일 로봇의 종방향 운동

밸런싱 모바일 로봇의 종방향 운동은 양 바퀴의 토크 입력에 대한 피치 운동과 직진 운동의 조합으로 정의할 수 있다. 밸런싱 로봇에 작용하는 외란을 추정하기 위해서는 차체와 바퀴에 가해지는 외란이 반영된 운동방정식이 요구된다. 탑승자 또는 더미(dummy)에 의해 로봇의 무게중심 위치가 변동하거나 외부에서 작용하는 일정한 크기의 힘이 차체 외란에 해당한다. 차체 외란은 역진자 바디의 피치각 변화를 발생시키므로 그림 2와 같이 차체에 작용하는 외란의 영향을 추가적인 피치 외란각(β)의 변화로 정의할 수 있다. 그리고 주행 노면의 경사각(α)의 변화는 바퀴에 작용하는 대표적인 외란이라고 할 수 있다. 또한 지면의 요철 변화 등에 의해 바퀴에 가해지는 외란을 로봇에 순간적으로 경사각 변동 효과가 작용하는 것으로 모델링할 수 있다.

본 절에서는 차체 외란에 의한 피치 외란각 변화 및 바퀴 외란에 의한 경사각 효과를 고려하여 밸런싱 모바일 로봇의

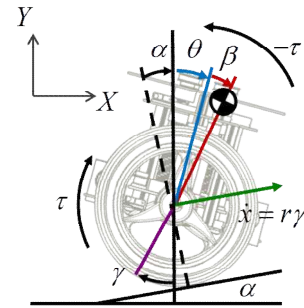


그림 2. 차체 외란에 대한 피치 외란각 변화 및 바퀴 외란에 대한 경사각 효과. Fig. 2. Effect of body disturbance and wheel disturbance.

표 1. 밸런싱 로봇의 모델 파라미터.

Table 1. Model parameters of the balancing robot.

파라미터	정의
θ, γ	피치각, 바퀴 회전각
α, β	경사각, 피치 외란각
m_b, m_w	차체 질량, 양바퀴 질량
l	바퀴 축으로부터 무게중심까지의 거리
r	바퀴의 반지름
I	바퀴 축에 대한 차체의 질량관성모멘트
J	바퀴 축에 대한 양 바퀴의 질량관성모멘트
τ	바퀴 구동 토크

중방향 운동방정식을 기술한다. 먼저 중방향 운동 평면에서 바퀴 (X_W, Y_W) 와 차체 (X_B, Y_B) 의 무게중심을 정의하면,

$$\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\gamma \cos \alpha \\ r \cos \alpha + r\gamma \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_W + l \sin(\theta + \beta) \\ Y_W + l \cos(\theta + \beta) \end{bmatrix}$$

이 때 일정한 크기의 외란 또는 외란 크기의 변화가 작아서 경사각과 피치 외란각이 일정하다고 가정하면,

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_B \\ \dot{Y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X}_W + l\dot{\theta} \cos(\theta + \alpha + \beta) \\ -l\dot{\theta} \sin(\theta + \alpha + \beta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

라그랑지 방법을 적용하기 위해서 차체와 양 바퀴의 운동 에너지와 위치 에너지를 일반좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K &= T_{W,Trans} + T_{W,Rot} + T_{B,Trans} + T_{B,Rot} \\ &= \frac{1}{2} m_W r^2 \dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2} m_B r^2 \dot{\gamma}^2 + m_B r \dot{\gamma} l \dot{\theta} \cos(\theta + \alpha + \beta) \\ &\quad + \frac{1}{2} m_B l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} P &= P_W + P_B \\ &= m_W g (r\gamma \sin \alpha) + m_B g (r\gamma \sin \alpha + l \cos(\theta + \beta)) \end{aligned}$$

라그랑지안(Lagrangian) $L = K - P$ 를 정의한 후, 피치 운동 방정식과 직진 운동 ($\dot{x} = r\dot{\gamma}$) 을 발생시키는 바퀴의 운동방정식은 다음과 같이 결정된다. 단, 마찰력의 영향은 무시한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -\tau, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \gamma} = \tau \quad (4)$$

위 식을 Euler-Lagrange 방정식 형태로 정리하면,

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + S(\alpha) = T \quad (5)$$

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \quad C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ C_{21} \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ S(\alpha) &= \begin{bmatrix} 0 \\ S_{21} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \theta \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau \\ \tau \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_B l^2 + I, \quad M_{12} = m_B r l \cos(\theta + \alpha + \beta) \\ M_{21} &= M_{12}, \quad M_{22} = J + (m_B + m_W) r^2 \\ C_{21} &= -m_B r l \dot{\theta}^2 \sin(\theta + \alpha + \beta), \quad G_{11} = -m_B g l \sin(\theta + \beta) \\ S_{21} &= (m_B + m_W) g r \sin \alpha \end{aligned}$$

식 (6)의 G_{11} 항에서 피치각이 영인 경우 피치 외란각에 의해 차체에는 $m_B g l \sin \beta$ 만큼의 중력 모멘트가 외란으로 작용하고, S_{21} 항에서 경사각에 의해 $(m_B + m_W) g r \sin \alpha$ 의 중력 모멘트가 바퀴에 외란으로 작용한다. 시스템에 인가되는 토크 벡터 (T) 는 부족구동 시스템의 구조적 특성에 의한 입력 커플링으로 결정된다[12]. 대표적인 예로 그림 3과 같이 Acrobot [19]과 Pendubot [20]이 있다. Pendubot은 역진자와 바퀴가 각각의 회전축을 가지므로 바퀴에 가해지는 토크 입력이 진자의 회전축에는 작용하지 않는다. 그러나 Acrobot은 진자와 바퀴가 동일한 회전축을 가지므로 바퀴에 가해지는 입

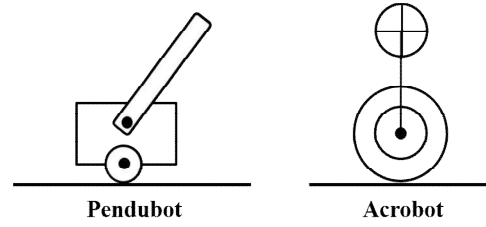


그림 3. 역진자 시스템 종류.

Fig. 3. Inverted pendulum system types.

력 토크가 작용-반작용에 의해 반대 방향으로 진자의 회전축에 인가되는 입력 커플링(input coupling)이 발생한다. 이를 밸런싱 로봇은 바퀴와 진자가 동일한 회전축을 가지는 Acrobot 타입에 해당된다. 따라서 입력 토크는 $T = [-\tau, \tau]^T$ 와 같이 표현된다. 한편, [17]에서는 밸런싱 로봇을 Pendubot으로 간주하고 운동 방정식에 입력 커플링을 고려하지 않았다.

위 운동 방정식에서 피치 외란각과 경사각 효과를 무시하면(즉, $\alpha = \beta = 0$) [11,12,15-17] 등에서 제시한 중방향 운동 방정식과 동일하며 또한 무게중심 편심에 따른 무게중심 변동각을 정의하고 Newtonian 방법을 적용하여 [18]에서 유도한 운동방정식과 유사한 결과이다.

IV. 비선형 모델을 이용한 외란 관측기 설계

1. SIMO 시스템에 대한 외란 보상

일반적으로 외란 관측기는 공칭(nominal) 모델과 실제 시스템의 입력력 신호를 이용하여 외란을 추정하며[13,14], 단일 입출력과 단일 제어목표를 갖는 SISO (Single-Input, Single-Output) 선형 시스템에 대하여 적용된다. 그러나 밸런싱 로봇의 중방향 운동은 단일 입력과 다중 출력, 다중 제어목표를 가지는 SIMO (Single-Input, Multi-Output) 시스템이며 강한 비선형성을 나타내기 때문에 선형 시스템에 대하여 정립된 기존의 외란 관측기 설계 개념을 적용하는 것은 적절하지 않다.

따라서 본 논문에서는 이런 밸런싱 로봇에 대한 비선형 운동방정식을 이용하여 차체 외란과 바퀴 외란을 추정한다. 식 (5)-(6)에서 외란이 작용하지 않을 때, 즉 피치 외란각과 경사각이 영일 때의 공칭 모델은 다음과 같다.

$$\bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q}) + \bar{G}(q) = \bar{T} \quad (7)$$

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{C}_{21} \end{bmatrix}, \quad \bar{G}(q) = \begin{bmatrix} \bar{G}_{11} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

그림 4는 공칭 모델 (7)에 기반한 밸런싱 로봇 시스템에 대한 비선형 외란 관측기의 블록 선도를 나타낸다. 외란의 작용 위치에 따라 차체 외란 관측기와 바퀴 외란 관측기로 구성되며 SIMO 시스템에 대한 다중 루프 형태를 갖는다. 출력 센서로는 바퀴 회전수 측정을 위한 엔코더와 자세 측정을 위한 AHRS (Attitude Heading Reference System)가 요구된다. 양 바퀴에는 피치 제어기와 속도 제어기에 의해 발생하는 피드백 제어 입력 (u) 과 바퀴 및 차체 외란 보상 입력이 더해진 최종적인 제어 입력 (τ) 이 인가된다.

식 (5)를 공칭 모델로 표현하면 외란 벡터 D 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

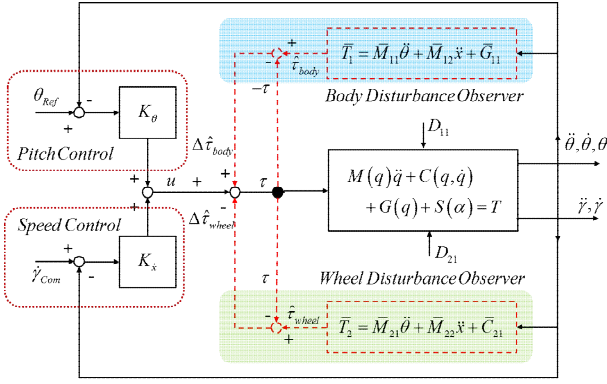


그림 4. 직접 토크 보상 방식의 밸런싱 로봇에 대한 비선형 외란 관측기.

Fig. 4. Nonlinear disturbance observer for balancing robot with direct torque compensation.

$$\bar{M}\ddot{q} + \bar{C} + \bar{G} = T + \underbrace{(\Delta M + \Delta C + \Delta G - S)}_D$$

where $\Delta M = \bar{M} - M$, $\Delta C = \bar{C} - C$, $\Delta G = \bar{G} - G$ (9)

$$\rightarrow D = \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{21} \end{bmatrix} = \Delta M(\alpha, \beta) + \Delta C(\alpha, \beta) + \Delta G(\beta) - S(\alpha)$$

식 (7), (8)에서 공칭 모델의 파라미터와 센서 값들이 주어지면 공칭 모델의 토크(\bar{T})는 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\tau}_{Body} \\ \hat{\tau}_{Wheel} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11}\ddot{\theta} + \bar{M}_{12}\ddot{\gamma} + \bar{G}_{11} \\ \bar{M}_{21}\ddot{\theta} + \bar{M}_{22}\ddot{\gamma} + \bar{C}_{21} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 공칭 모델의 토크(\bar{T})와 실제 밸런싱 로봇에 입력되는 토크(T)의 차이를 외란으로 간주한다(외란이 작용하지 않으면 $\bar{T} = T$). 따라서 샘플링 시간(λ) 사이에 제어 입력의 변화가 매우 작다는 사실을 이용하면, 즉 $\tau(t) \approx \tau(t - \lambda)$, 차체 및 바퀴 외란에 대한 보상입력의 크기를 각각 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\Delta \hat{\tau}_{Body}(t) = \bar{T}_1(t) - T_1(t - \lambda) = \hat{\tau}_{Body}(t) + \tau(t - \lambda) = \hat{D}_{11} \quad (11)$$

$$\Delta \hat{\tau}_{Wheel}(t) = \bar{T}_2(t) - T_2(t - \lambda) = \hat{\tau}_{Wheel}(t) - \tau(t - \lambda) = \hat{D}_{21}$$

바퀴 외란(D_{21})은 휠 구동력(τ)에 의해 보상하지만 차체 외란(D_{11}) 보상은 휠 구동력에 대한 반작용 토크($-\tau$)를 이용하기 때문에 식 (11)의 외란보상 입력은 서로 반대 방향으로 인가해야 한다. 따라서 그림 4에서 최종적인 제어입력은

$$\tau(t) = u(t) - \Delta \hat{\tau}_{Wheel}(t) + \Delta \hat{\tau}_{Body}(t) \quad (12)$$

이때 외란 보상 입력들은 그림 5와 같이 입력 커플링 현상에 의해 바퀴와 차체에 역방향의 토크를 발생시키므로 차체와 바퀴 외란에 대한 보상입력이 바퀴와 차체에는 또 다른 외란처럼 작용하게 된다. 이것은 외란 관측기를 통하여 차체와 바퀴 외란을 각각 추정할 수 있지만 휠 구동기의 단일 입력에 의해 개별적인 보상은 할 수 없기 때문이다. 결국 그림 4와 같이 직접적인 토크 보상 방식을 밸런싱 로봇에 적용하면 외란 보상 효과가 제한적으로 나타난다.

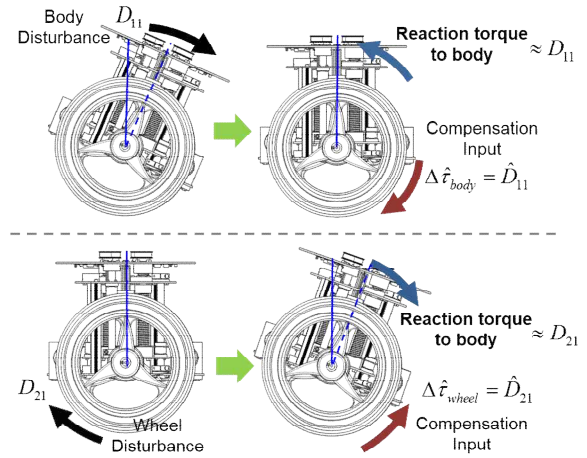


그림 5. 외란 보상 토크에 의한 입력 커플링.

Fig. 5. Input couplings for the disturbance compensation torques.

2. 피치 평형점 보상

일반적으로 밸런싱 로봇이 정속으로 주행할 때 피치제어 시스템의 기준입력은 영으로 인가한다. 그러나 입의 외란이 작용하는 경우에 외란의 크기에 따라 변화하는 피치각 평형점을 이용함으로써 보다 안정적인 자세제어가 가능하다. 본 절에서는 외란 관측기에서 산출되는 외란 추정치를 이용하여 실시간으로 피치각 평형점을 계산하고 제어 루프의 기준입력으로 인가함으로써 로봇에 가해지는 외란을 효과적으로 제거할 수 있는 피치 평형점 보상기법을 제안한다.

평형점이란 시스템의 상태 변수들이 시간에 따라 일정한 값을 유지하는 상태로 정의되며 밸런싱 로봇의 종방향 운동에 대해서는 $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = \dot{\gamma} = \ddot{\gamma} = 0$ 를 만족한다[18]. 앞 절의 운동방정식 (5)에서 평형점에 해당하는 상태 변수들을 대입하면 피치각의 평형점을 결정할 수 있다. 먼저 로봇에 외란이 작용하지 않는다면(즉, $\alpha = \beta = 0$) 피치각 평형점은 다음과 같이 영이 된다.(역진자의 피치각은 $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ 으로 제한.)

$$\text{No disturbance: } \begin{cases} -m_B g l \sin \theta_{Eq} = -\tau \\ 0 = \tau \end{cases} \Rightarrow \theta_{Eq} = 0 \quad (13)$$

그리고 로봇에 외란이 가해지는 상황에서 차체 외란 및 바퀴 외란에 대하여 각각 모멘트 평형을 이루기 위한 피치각 평형점은 다음과 같다.

$$\text{Body disturbance: } \begin{cases} -m_B g l \sin(\theta_{Eq} + \beta) = -\tau \\ 0 = \tau \end{cases} \Rightarrow \theta_{Eq} = -\beta \quad (14)$$

$$\text{Wheel disturbance: } \begin{cases} -m_B g l \sin \theta_{Eq} = -\tau \\ (m_B + m_W) g r \sin \alpha = \tau \end{cases} \Rightarrow \theta_{Eq} = \sin^{-1} \left(\frac{(m_B + m_W) r \sin \alpha}{m_B l} \right) \quad (15)$$

앞 절에서 언급한 바와 같이 외란보상 입력이 커플링 현상에 의해 바퀴와 차체 상호간에 추가적인 외란으로 작용하여 외란보상 성능이 저하되는 것을 최소화시키는 방법으로써 그림 6과 같이 비선형 외란 관측기와 외란의 크기에 대응하

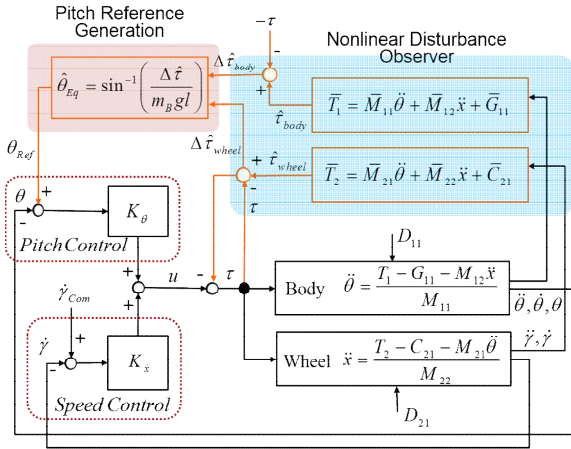


그림 6. 피치 평형점 보상을 위한 비선형 외란 관측기.
Fig. 6. Nonlinear disturbance observer for pitch equilibrium point compensation.

는 피치 레퍼런스를 조합한 피치 평형점 보상기법을 제안한다. 이 때 휠 구동기에 대한 직접적인 외란보상 입력은 바퀴 외란 추정치($\Delta \hat{\tau}_{wheel}$) 만을 적용한다.

외란에 대한 피치 레퍼런스를 생성하기 위해서는 외란 추정치와 피치각 사이의 관계식이 필요하다. 종방향 운동방정식 (5)를 이용하면, 로봇이 평형상태에 있을 때 차체 외란 및 바퀴 외란 입력에 대한 피치 외란값 및 지면 경사각은 다음 관계를 갖는다.

$$-m_B g l \sin \beta = \Delta \hat{\tau}_{Body} \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{-\Delta \hat{\tau}_{Body}}{m_B g l} \right)$$

$$(m_B + m_W) g r \sin \alpha = \Delta \hat{\tau}_{Wheel} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\Delta \hat{\tau}_{Wheel}}{(m_B + m_W) g r} \right) \quad (16)$$

식 (16)을 식 (14)와 (15)에 각각 대입하면 차체 및 바퀴 외란과 평형을 이루는 피치각은 각각 다음과 같이 결정된다.

$$\hat{\theta}_{Eq, Body} = -\beta = \sin^{-1} \left(\frac{\Delta \hat{\tau}_{Body}}{m_B g l} \right),$$

$$\hat{\theta}_{Eq, Wheel} = \sin^{-1} \left(\frac{(m_B + m_W) r \sin \alpha}{m_B l} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\Delta \hat{\tau}_{Wheel}}{m_B g l} \right) \quad (17)$$

결국, 바퀴 외란에 대한 직접 보상과 피치각 평형점 산출에 의한 간접 보상을 조합함으로써 입력 커플링 효과에 의한 직접적인 토크 보상 방식의 성능 한계를 극복하고 보다 안정된 자세제어 성능을 구현할 수 있다.

V. 시뮬레이션 및 실험

본 절에서는 시뮬레이션과 실험을 통하여 제안된 비선형 외란 보상기법의 효과를 검증한다. 외란 관측기는 자체적으로 적분제어의 성질을 갖기 때문에[13,14] 외란 관측기를 적용할 경우, 속도 및 피치제어 루프에는 PD 제어를 적용하는 것으로 충분하다. 성능 평가를 위하여 PID 제어기, 토크 보상 비선형 외란 관측기(그림 4), 피치 평형점 보상과 토크 보상을 조합한 비선형 외란 관측기(그림 6)의 성능을 상호 비교한다.

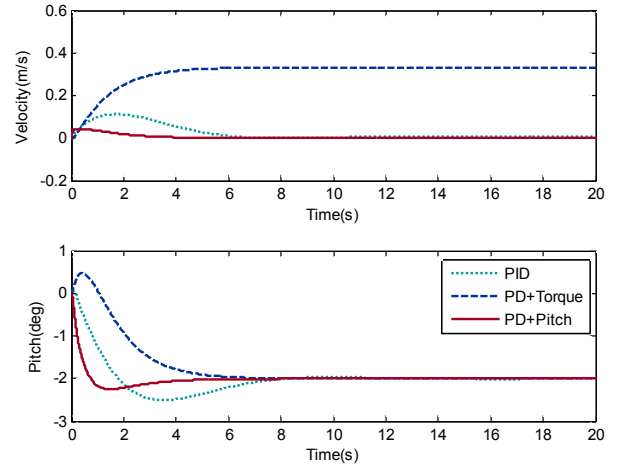


그림 7. 차체 외란 보상 시뮬레이션(속도 및 피치각).
Fig. 7. Body disturbance compensation simulation.

1. 차체 외란 보상 시뮬레이션

그림 7은 밸런싱 로봇이 초기 상태 $\dot{x} = \theta = 0$ 에서 역진차체에 외란이 작용하여 피치 외란각이 2 deg 발생하였을 때 초기의 평형 상태를 유지하는 밸런싱 성능을 비교한다. 그래프에서 1) 'PID'는 외란보상 없이 속도 및 피치제어에 PID 제어기 적용, 2) 'PD + Torque'는 속도 및 피치제어에 PD 제어를 적용하고 토크 보상 외란 관측기 적용, 3) 'PD + Pitch'는 피치 평형점 보상 외란 관측기를 적용한 경우를 나타낸다. 경우 1은 적분 계인의 영향으로 시간지연이 발생하여 비교적 늦게 제어 목표로 수렴한다. 경우 2는 외란보상 입력에 대한 반작용 토크의 영향 때문에 정지 상태를 유지하지 못한다. 이에 비해 경우 3은 외란 보상 입력과 함께 평형점을 만족하는 피치 기준입력을 추정한 결과 빠르게 목표 속도 및 자세로 수렴한다.

2. 바퀴외란 보상 시뮬레이션

밸런싱 로봇이 평지를 주행하다가 경사로를 만나는 것은 바퀴에 외란이 작용하는 대표적인 상황이다. 그림 8, 9는 로봇이 정지상태에서 출발하여 목표 속도 $\dot{x} = 1 \text{ m/sec}$ 로 주행하다가 10초에 경사로에 진입할 때 속도, 피치각, 및 로봇 무게 중심의 궤적 변화를 나타낸다. 추정된 외란에 대한 토크 보

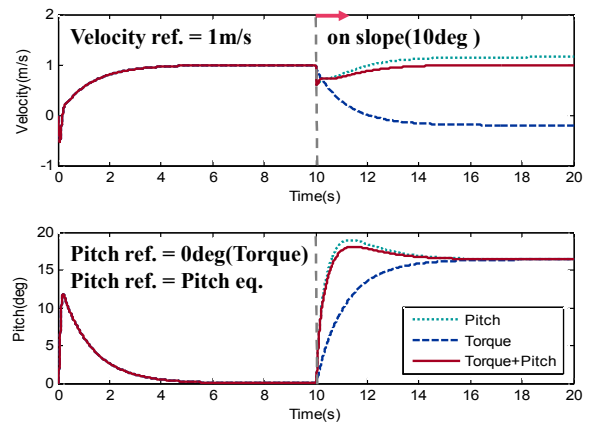


그림 8. 경사로 주행 시뮬레이션(주행 속도 및 피치각 궤적).
Fig. 8. Slope climbing simulation.

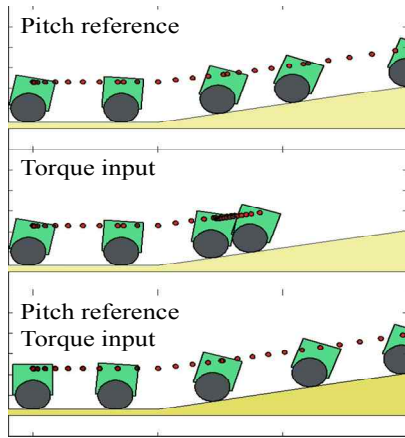


그림 9. 경사로 주행 시뮬레이션(무게중심 궤적).

Fig. 9. Slope climbing simulation.

상 입력만을 적용한 경우('Torque')에는 로봇이 경사 구간에서 목표 속도를 유지하지 못하고 중간에서 정지하였다. 밸런싱 로봇은 중방향 운동 시에 바퀴의 단일 구동 입력으로 자세와 속도를 동시에 제어하는 부족구동 시스템이기 때문에 속도제어 계인에 비해 피치제어 계인에 큰 가중치가 부여된 경우에는 이와 같이 경사지에서 속도제어 성능이 현저히 저하되는 문제점이 발생할 수 있다.

반면에 토크 보상과 함께 피치 평형점 레퍼런스를 적용한 경우('Torque + Pitch')에는 두 가지 제어 목표를 만족시키고 있다. 또한 외란 보상 입력을 제외하고 피치 레퍼런스만을 적용한 경우('Pitch')에도 경사지에서 원활한 자세제어 성능을 보이고 있으나 목표 속도를 초과하며 속도 제어 성능이 저하되는 문제점이 발생하였다.

3. 외란 보상 실험

비선형 외란보상 기법의 성능을 검증하기 위하여 이륜 밸런싱 로봇에 대한 실험을 수행하였다. 그림 10은 밸런싱 로봇에 인위적으로 질량을 추가하여 전체 무게중심이 이동하는 차체 외란을 발생시켰을 때 로봇이 제자리에서 밸런싱 자세를 유지하는 실험 결과이다. 기본적인 피드백 제어기만을 적용한 경우에는('No DOB') 피치각 기준입력이 항상 영으로 인가되기 때문에 로봇이 정지 자세를 유지하지 못한다. 속도 그래프의 미어스 값은 무게중심 편심에 의하여 로봇이 한 쪽으로 이동하는 것을 의미한다. 반면에 외란 보상기법을 적용한 경우('On DOB')에는 새로운 피치각 평형점이 생성되어 로봇의 위치 이동이 발생하지 않으며 채터링 현상도 감소한다.

그림 11은 로봇이 경사각 10 deg의 경사로를 1 m/sec의 속도로 등판하여 말단부 목표점에서 멈추는 실험 결과이다. 속도/자세 제어 루프에 PID 제어기만을 적용한 경우와 PD 제어 루프에 비선형 외란보상 기법을 함께 적용한 경우를 비교한다. 먼저 PID 제어기를 적용한 경우에는 로봇이 목표 속도를 일정하게 추종하지 못하고 중간에서 멈추었다가 적분 게인 효과에 의해 다시 등판을 계속하는 현상을 나타낸다. 또한 누적된 오차의 영향 때문에 목표점에서 바로 멈추지 못하는 문제점이 나타난다. 반면에 외란 보상기법을 적용했을 때는 안정된 자세와 속도를 유지하면서 경사로를 등판하여 무난하게 목표점에서 멈추는 동작을 보인다.

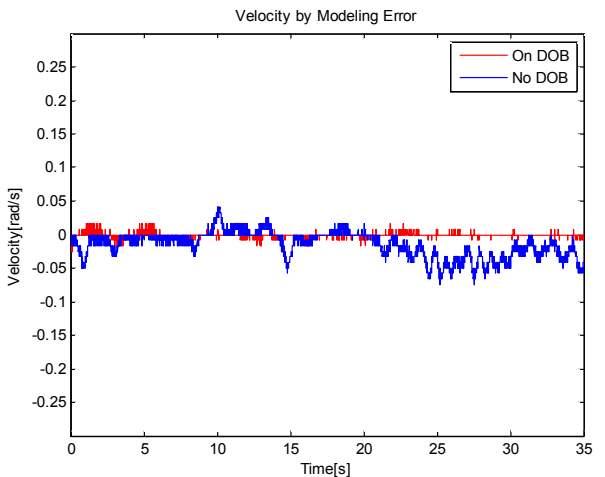
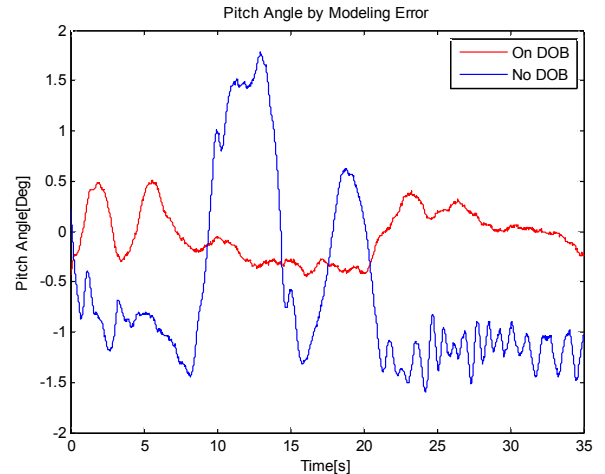
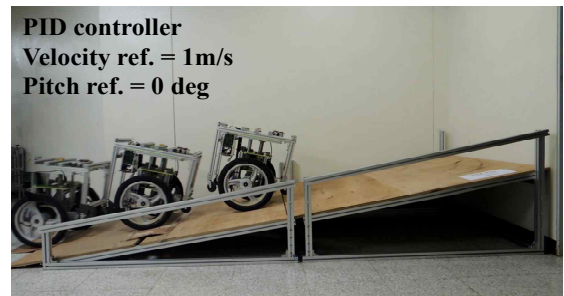
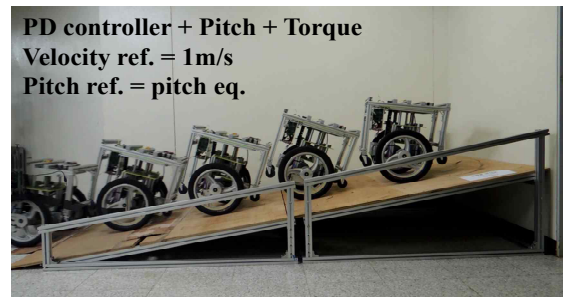


그림 10. 차체 외란 보상 실험(피치각 및 속도).

Fig. 10. Body disturbance compensation experiment.



(a) PID control.



(b) PD control + Nonlinear DOB.

그림 11. 경사로 주행 실험(바퀴 외란 보상).

Fig. 11. Slope climbing experiment.

VI. 결론

이론 밸런싱 로봇은 강한 비선형성을 갖는 SIMO 시스템으로써 SISO 시스템에 대한 일반적인 외란 관측기 개념을 적용하는 것은 적절하지 않다. 본 논문에서는 부족구동 시스템 특성을 갖는 밸런싱 로봇에 대하여 주행 중에 작용하는 외란을 차체외란과 바퀴외란으로 구분하고 비선형 동적 모델에 기반한 외란보상 기법을 제안하였다. 또한 밸런싱 로봇은 Acrobot의 입력 커플링 특성을 가지므로 직접적인 외란 보상 입력만을 적용하면 오히려 성능이 저하되는 문제가 발생할 수 있다. 본 논문에서는 외란 추정치를 이용하여 실시간으로 피치 평형점을 결정하고 자세제어 루프의 기준 명령으로 적용함으로써 외란보상 입력에 의한 커플링 문제를 극복할 수 있음을 보였다. 본 논문에서 제안된 비선형 외란보상 기법을 이론 밸런싱 타입의 주행기기에 적용하면 주행 성능 및 안정성 개선에 큰 효과가 있을 것으로 기대된다.

REFERENCES

- [1] Y. Liu and H. Yu, "A survey of underactuated mechanical systems," *IET Control Theory and Applications*, vol. 7, no. 7, pp. 921-935, Feb. 2013.
- [2] <http://www.segway.com/>.
- [3] <http://www.robo3.com/>.
- [4] M. Sasaki and N. Yanagihara, "Steering control of the personal riding-type wheeled mobile platform(PMP)," *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2005.
- [5] <http://www.gennymobility.com/>.
- [6] H.-J. Lee and S. Jung, "Development of two wheeled car-like mobile robot using balancing mechanism: BalBOT VII," *The Journal of Korea Robotics Society (in Korean)*, vol. 4, no. 4, pp. 289-297, 2009.
- [7] <http://media.gm.com/>.
- [8] J. Yu and S. J. Kwon, "Disturbance observer design for uneven terrain driving of a two-wheeled balancing mobile robot," *2015 30th ICROS Annual Conference (in Korean)*, pp. 350-351, May 2015.
- [9] H. Jian, D. Feng, F. Toshio, and M. Takayuki, "Modeling and velocity control for a novel narrow vehicle based on mobile wheeled inverted pendulum," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 22, no. 5, pp. 1607-1617, Sep. 2013.
- [10] S. J. Lee and S. Jung, "An experimental study on balancing stabilization of a service robot by using sliding mechanism," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 19, no. 3, pp. 233-239, Mar. 2013.
- [11] H. Jian, G. Zhi-Hong, M. Takayuki, F. Toshio, and S. Kosuke, "Sliding-mode velocity control of mobile-wheeled inverted-pendulum systems," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, no. 4, pp. 750-758, Aug. 2010.
- [12] J.-X. Xu, Z.-Q. Guo, and T. H. Lee, "Design and implementation of integral sliding-mode control on an underactuated two-wheeled mobile robot," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 7, pp. 3671-3681, Jul. 2014.
- [13] K. Ohnishi, M. Shibata, and T. Murakami, "Motion control for advances mechatronics," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 1, no. 1, pp. 56-67, Mar. 1996.
- [14] E. Sariyildiz and K. Ohnishi, "A guide to design disturbance observer," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 136, Mar. 2014.
- [15] D. Choi and J.-H. Oh, "Human-friendly motion control of a wheeled inverted pendulum by reduced-order disturbance observer," *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2521-2526, May 2008.
- [16] T. Takei, O. Matsumoto, and K. Komoriya, "Simultaneous estimation of slope angle and handling force when getting on and off a human-riding wheeled inverted pendulum vehicle," *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4553-4558, Oct. 2009.
- [17] K. Hirata, M. Kamatani, and T. Murakami, "Advanced Motion Control of Two-wheel Wheelchair for Slope Environment," *39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2013)*, pp. 6436-6441, Nov. 2013.
- [18] S.-H. Lee and S.-Y. Rhee, "Dynamic modeling of a wheeled inverted pendulum for inclined road and changing its center of gravity," *Journal of the Korean Institute of Intelligent Systems (in Korean)*, vol. 22, no. 1, pp. 69-74, Feb. 2012.
- [19] M. W. Spong, "The swing-up control problem for the Acrobot," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 49-55, Feb. 1995.
- [20] I. Fantoni, R. Lozano, and M. W. Spong, "Energy based control of the Pendubot," *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 725-729, Apr. 2000.



유재림

2013년 8월 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 공학사. 2015년 8월 동대학원 공학석사. 2015년 9월~현재 한화기계 재직 중. 관심분야는 로봇 기구 설계 및 제어.



김용국

2015년 2월 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 공학사. 2015년 3월~현재 동대학원 석사과정 재학 중. 관심분야는 로봇 기구 설계 및 제어, 모바일 로봇 내비게이션.

권상주

제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지, 2014년 제20권 제1호 p. 93 참조.