

# 결합 예측 기법을 이용한 간헐 수요에 대한 수요예측

권익현\*

\*인제대학교 산업경영공학과

## Demand forecasting for intermittent demand using combining forecasting method

Ick-Hyun Kwon\*

\*Department of Industrial and Management Engineering, Inje University

### Abstract

In this research, we propose efficient demand forecasting scheme for intermittent demand. For this purpose, we first extensively analyze the drawbacks of the existing forecasting methods such as Croston method and Syntetos-Boylan approximation, then using these findings we propose the new demand forecasting method. Our goal is to develop forecasting method robust across many situations, not necessarily optimal for a limited number of specific situations. For this end, we adopt combining forecasting method that utilizes unbiased forecasting methods such as simple exponential smoothing and simple moving average. Various simulation results show that the proposed forecasting method performed better than the existing forecasting methods.

**Keywords :** Intermittent demand, Demand forecasting, Combining forecasting, Service part

### 1. 서론

본 논문에서는 간헐 수요(intermittent demand)에 대한 수요예측 방법론을 제안하고자 한다. 수요예측에 관한 연구 가운데 그동안 그 중요성에 비하여 간과되어져 온 분야 가운데 하나가 바로 간헐 수요에 대한 수요예측이다.

간헐 수요란 수요가 매 단위기간 마다 발생하지 않고 산발적으로 생성되는 수요를 말하며, 간헐 수요가 발생했을 경우 수요의 크기 또한 단일 사이즈 또는 일정한 값을 갖는 것이 아니기 때문에 수요예측에 어려움이 발생하게 된다. 즉 간헐 수요의 경우 수요의 크기(demand size) 뿐만 아니라 수요의 발생간격(inter-demand interval) 또한 함께 예측하여야 하는 특성으로 인해 간헐 수요의

예측에는 많은 어려움이 따르는 실정이다.

간헐 수요는 많은 종류의 서비스 부품(service/spare part)을 취급하는 자동차, 항공, 중공업, 첨단기술(high-tech), 정보통신, 전자제품 관련 회사, MRO(maintenance, repair, operations) 관련 회사, 군수물자 및 항공기 등과 관련된 군수산업, 고가의 자본재(capital goods) 생산회사 등에서 흔히 나타나는 수요 형태이며, 이러한 회사에서 취급하는 전체 재고 가치의 약 60~70% 이상을 간헐 수요를 나타내는 제품 또는 부품들이 차지하는 것으로 알려져 있다. 간헐 수요와 관련된 AMR Research의 조사결과 2001년 기준 미국에서 발생한 서비스 부품과 관련된 비용은 약 7000억 달러 가량이며, 이는 미국 GDP의 약 8%

†Corresponding Author : Ick-Hyun Kwon, Department of Industrial and Management Engineering, Inje University, 197 Inje-Ro, Gimhae-Si, Gyeongsangnam-Do, 621-749  
E-mail: ikwon@inje.ac.kr

에 해당하는 큰 규모이다. 또한 미국 항공산업의 경우 연간 100억 달러 이상을 서비스 부품과 관련된 비용으로 지출하고 있다.

실제 현장에서 간헐 수요에 대한 수요예측을 위해 일반적으로 사용되는 기법으로는 single exponential smoothing(SES)이나 simple moving average(SMA) 등이 있다. 그러나 이러한 일반적인 예측기법들은 간헐 수요만의 특별한 속성들을 효과적으로 반영하지 못하는 단점으로 인해 정확한 수요예측을 하기에는 한계가 있다. Croston은 비록 single exponential smoothing이 일반적으로 널리 사용되는 수요예측 방법이지만 single exponential smoothing이 간헐 수요에 대한 수요예측에 사용될 경우의 문제점을 처음으로 지적한 바 있다. Single exponential smoothing은 그 특성상 가장 최근의 수요에 가장 큰 가중치를 부여하기 때문에 실제로 수요가 발생한 기간에 대한 예측값이 가장 작으며, 수요가 발생한 바로 다음 기간에 대한 예측값이 가장 큰 값을 갖게 된다. Croston은 이러한 single exponential smoothing의 단점을 극복하고 간헐 수요의 특성을 반영할 수 있는 새로운 수요예측 기법을 제안하였다. 그는 기본적으로 수요는 Bernoulli process에 따라 발생하는 것으로 가정하였으며, 수요예측을 '0이 아닌 수요의 예측값( $z_t$ )' 과 '수요발생 간격의 예측값( $p_t$ )' 인 2가지 부분으로 분리하고 각각의 값을 single exponential smoothing을 사용하여 예측하였다.  $t$ 기간의 실제수요를  $y_t$ , 가장 최근에 0이 아닌 수요가 발생한 이후 현시점까지의 시간간격을  $q$ , simple exponential smoothing에서 사용되는 smoothing parameter를  $\alpha$ 라고 할 경우 Croston의 예측방법은 [Figure 1]과 같은 절차로 진행된다.

```

If  $y_t = 0$  then
 $z_t = z_{t-1}$ ,  $p_t = p_{t-1}$ ,  $q = q + 1$ 
Else
 $z_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) z_{t-1}$ ,
 $p_t = \alpha q + (1 - \alpha) p_{t-1}$ ,  $q = 1$ 

```

[Figure 1] Procedure for Croston's forecasting

$t$ 기간의 예측수요  $\hat{y}_t$ 은 0이 아닌 수요의 예측값( $z_t$ )과 수요발생 간격의 예측값( $p_t$ )을 결합한  $\hat{y}_t = z_t / p_t$ 의 형태로 계산되며, 이 값은 0이 아닌 수요가 발생했을 경우에만 갱신된다. 특히, 수요가 매기간 마다 발생하는 경우 Croston의 예측방법은 일반적인 SES(single exponential smoothing)과 동일한 결과를 보이게 된다. 현재까지도 Croston의 예측방법은 간헐 수요에 대한 가장 대표적인 기법으로 인식되고 있으며, 통계적 예측기법을 사용하는 소프트웨어 패키지(예: Forecast Pro)나 수요계획 모듈(예: Industrial and Financial Systems - IFS AB), 실시간 SOP(sales and operations planning) 프로세스(예: SAP Advanced Planning and Optimization - APO 4.0) 등에서도 Croston의 예측방법이 활용되어 그 우수성을 입증 받고 있다.

Syntetos and Boylan은 Croston의 예측방법으로 계산되는  $\hat{y}_t$ 는 Croston의 주장과 달리 실제 수요보다 적게 평가(underestimation)되는 경향을 보이며, 이러한 이유로 인하여 positively biased된 예측결과를 나타낸다는 사실을 수학적 분석을 통해 증명하였다. 후속 연구로써 Syntetos and Boylan은 이러한 Croston의 예측방법의 문제점을 개선하는 아래 수식 (1)과 같은 방법을 제안하였으며, 이 수식은 근사적으로 unbiased한 예측결과를 보임을 수학적 증명과 시뮬레이션을 통해 입증하였다.

$$\hat{y}_t = (1 - \alpha/2) \cdot (z_t / p_t) \quad (1)$$

Syntetos-Boylan approximation(SBA)으로 불리는 Syntetos and Boylan의 예측방법은 현재까지 간헐 수요에 대한 수요예측 기법 가운데 가장 우수한 것으로 알려져 있으며, 다양한 이론적인 수요(0이 아닌 수요의 수요분포와 수요분포의 발생간격의 형태에 따라 여러 가지의 간헐적인 수요를 생성할 수 있음) 형태와 empirical data 기반의 실험을 통해 그 우수성을 입증 받고 있다.

이러한 기존 연구들의 결과를 살펴보았을 때 일반적으로 SBA의 성능이 Croston의 예측방법이나 SES, SMA 등에 비해 우수함을 알 수 있지만 모든 조건에서 이러한 결과를 얻을 수 있는 것은 아니며, 특히 사용하는 평가 척도(performance measure)에 따라 동일한 조건에서도 예측방법들의 성능이 달라질 수 있음을 알 수 있다. 따라서 간헐 수요에 대해 보다 실제적인 도움을 주기 위해서는 SBA를 비롯한 기존의 예측방법에 비해 우수할 뿐만 아니라 보다 robust한 수요예측 방법이 필요하다.

## 2. 본 론

본 논문에서 제안하는 수요예측 기법은 제한된 이론적인 가정하에서의 최적해를 구하고자 하는 것이 아니라, 다양한 현실적인 조건하에서 robust한 성능을 발휘할 수 있도록 하는 수요예측 방법론의 개발을 목표로 한다. 이를 위해서 우선 간헐 수요에 대해 우수성이 입증된 기존의 수요예측 기법인 Croston 예측방법이나 SBA(Syntetos-Boylan approximation)의 단점을 분석하고 이를 극복할 수 있는 다양한 방법을 모색하며, 이를 토대로 새로운 수요예측 기법을 제안하고자 한다.

### 2.1 접근방법

수학적인 계산의 용이성으로 인해 일반적으로 MSE(mean squared error)는 수요예측 결과에 대한 평가척도로서 높은 활용빈도를 보인다. Syntetos et al은 MSE를 평가척도로 사용하여 간헐 수요의 형태를 크게 4가지 종류(예: erratic, lumpy, smooth, intermittent)로 구분한 바 있으며, 간헐 수요에 대하여 MSE는 수요예측 결과에 대한 우열을 평가하기에 적합한 평가척도임을 다양한 근거를 통해 설명한 바 있다.

일반적으로 unbiased한 예측방법과 biased한 예측방법에 대한 MSE는 각각 다음과 같은 수식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \text{Var}(\text{수요예측값}) + \text{Var}(\text{실제수요}), \text{ if} \\ &\text{forecasting method is unbiased} \\ \text{MSE} &= \text{Var}(\text{수요예측값}) + \text{Bias}^2 + \text{Var}(\text{실제수요}), \\ &\text{if forecasting method is biased} \end{aligned}$$

즉 이론적인 측면에서 보았을 경우, 간헐 수요에 대해 최적의 수요예측 결과를 보이기 위해서는 최소분산-불편추정량(minimum-variance unbiased estimator)을 보장하는 수요예측 방법이 필요하다. 예를 들어 2가지의 예측방법 A와 B에 대해  $\text{Var}(\text{수요예측값})_A + \text{Bias}^2_A > \text{Var}(\text{수요예측값})_B + \text{Bias}^2_B$ 의 관계를 나타낼 경우, MSE 측면에서 예측방법 B가 예측방법 A에 비해 우수함을 알 수 있다. 따라서 간헐 수요에 대하여 수요예측값들의 분산을 줄이고(minimize  $\text{Var}(\text{수요예측값})$ ), 이와 동시에 실제 수요의 평균에 근사(minimize  $\text{Bias}^2$ )하는 수요예측 방법을 개발할 필요가 있으며, 본 연구의 목적 또한 이러한 접근법을 통해 간헐 수요에 대한 효율적인 수요예측 방법론을 개발하는 것이다.

Syntetos et al와 Johnston and Boylan 등의 연구 결과로부터 대부분의 간헐 수요하에서 SBA는

Croston 예측방법보다, 마찬가지로 Croston 예측방법은 SES(single exponential smoothing) 보다 MSE 측면에서 우수함을 알 수 있다. 즉 일반적으로 (실제 수요 또는 이론적인 분포하에 생성된 수요 모두에 대해) 아래와 같은 관계가 성립하는 것으로 알려져 있다.

$$\text{MSE}(\text{SES}) > \text{MSE}(\text{Croston}) > \text{MSE}(\text{SBA}) ; \text{MSE}$$

측면에서의 3가지 예측방법의 성능평가

한편 SES는 다른 예측방법과는 달리 이론적으로 생성된 간헐 수요하에서 unbiased한 예측결과를 나타내지만,  $\text{Var}(\text{수요예측값})$ 이 상대적으로 매우 크기 때문에 다른 예측방법에 비하여 MSE 측면에서 열등한 결과를 보인다. 또한 Teunter and Sani의 연구결과로부터 SBA와 Croston 예측방법의 biasness는 큰 차이가 없음을 알 수 있으며, 수식 (1)로부터 SBA가 Croston 예측방법과 비교하여 수요예측값의 편차가 작음을 알 수 있다. 따라서  $\text{Var}(\text{수요예측값})$ 을 작게 줄이는 것이 MSE 측면에서 Bias<sup>2</sup>에 비하여 상대적으로 유리하며 이러한 값의 차이가 예측방법의 성능에 직접적인 영향을 준다는 점을 알 수 있다.

따라서 본 연구에서는 bias를 일정한 수준으로 유지하면서  $\text{Var}(\text{수요예측값})$ 를 줄일 수 있는 예측방법을 개발하는 것을 본 과제의 핵심 목표로 설정하고 있으며, 이러한 목표의 달성을 위하여 combining forecasting 기법을 활용하는 접근법을 사용하고자 한다.

본 연구에서는 SES, SMA, SY 등의 unbiased한 예측방법들을 조합하여 이들의 평균값을 예측에 활용하는 방식의 combining forecasting을 통해 수요예측 값의 변동폭을 줄이면서도 bias를 최소화는 접근방법을 사용하고자 한다. Combining forecasting 또는 composite forecasting은 어떠한 예측방법이 적합한지 확실하지 않을 경우이거나 또는 큰 예측오차를 발생하는 것을 방지하기 위한 목적으로 사용할 경우 우수한 결과를 보이는 것으로 알려져 있다. Empirical data를 통해 실험한 기존 논문들의 결과를 살펴보다도, 각 예측방법의 성능은 실험데이터의 특성이나 종류, 평가척도 등에 따라 각기 상이한 결과를 보이며, 어느 하나의 예측방법이 일관되게 좋은 결과를 보이지는 못하는 것을 알 수 있다. 따라서 이러한 문제를 해결하고, 보다 robust한 예측결과를 도출하기 위해 본 연구에서는 combining forecasting을 통한 수요예측 방법을 제안한다.

## 2.2 제안된 방법론

본 연구에서는 combining forecasting 접근방법을 사용하는 수요예측 기법을 제안한다. 본 연구에서 제안하는 수요예측 기법은 SES(single exponential smoothing)를 통해 exponentially smoothed된 데이터에 대해서 SES를 다시 한 번 적용하는 double exponential smoothing과 유사한 접근방식을 의미한다. 즉 실제 수요데이터가 아닌 SES, SMA, SY 등의 unbiased한 예측방법으로 예측된 데이터를 SBA나 Croston 예측방법의 입력데이터로 사용하는 접근방법을 통해 수요예측 값의 변동폭, 즉  $\text{Var}(\text{수요예측값})$ 을 감소시키면서 biasness를 일정수준 이하로 유지하도록 한다. 이를 통해 특히 MSE(mean squared error) 측면에서 매우 우수한 성능을 보이면서도 다른 평가척도들에 대해서도 우수한 성능을 보이는 robust한 예측방법을 제안하는 것을 주요한 목표로 하고 있다.

즉 본 연구에서 제안하는 연구방법의 기본 아이디어는 기존의 Croston이나 SBA와 같은 예측방법의 성능을 개선시키기 위한 방안으로 실제의 간헐적인 수요데이터를 직접 활용하는 것이 아니라 수요데이터를 기존의 unbiased한 예측기법을 활용하여 전처리(pre-processing) 과정을 거친 후, 이러한 smoothing시킨 데이터를 토대로 수요예측을 하는 접근방법을 의미한다. 이는 실제 수요의 간헐성으로 인하여 예측된 수요의 편차가 크게 나타나기 때문에 이를 완화시키기 위한 방안으로써 실제 수요를 기반으로 한 smoothed 데이터를 생성시키고 이를 토대로 수요예측을 실시할 경우 예측수요의 편차를 감소시킬 수 있을 것이라는 판단에 근거한 것이다.

이 때 중요한 점은 어떠한 예측방법을 사용하여 smoothed 데이터를 생성시키느냐에 관한 것으로 본 연구에서는 SES나 SMA, SY와 같은 unbiased한 예측방법을 활용하도록 한다. 이러한 이유는 smoothed 데이터의 biasness가 클수록 이를 통해 예측된 수요의 biasness 또한 크기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은 9가지(전처리 과정 예측방법 3가지, 후처리 과정 수요예측방법 3가지의 조합)의 경우를 대상으로 실험환경을 구성하고 다양한 성능평가를 실시하였다. 실험결과 이 가운데 “SES(전처리)+SBA(후처리)” 조합이 가장 우수한 성능을 보이는 것을 확인하였다.

- 전처리 과정 예측방법 : SES, SMA, SY
- 후처리 과정 예측방법 : Croston, SBA, SY

실험결과에 기초하여 본 연구에서 제안하는 수요예

측 방법인 SES(전처리)+SBA(후처리)로 이루어진 combining forecasting의 절차를 요약하면 아래의 <Figure 2>와 같다. <Figure 2>에서  $y_t = t$ 기간의 실제수요,  $y'_t = \text{SES}$ 를 사용한 예측수요,  $\hat{y}_t = \text{본 연구에서 제안하는 예측방법의 예측수요}$ ,  $p_t = \text{수요발생 간격의 예측값}$ ,  $q = \text{가장 최근에 0이 아닌 수요가 발생한 이후 현시점까지의 시간간격}$ ,  $\alpha = \text{simple exponential smoothing에서 사용되는 smoothing parameter}$ 를 각각 의미한다.

For every  $t$

$$y'_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot y'_{t-1}$$

If  $y_t = 0$  {

$$p_t = p_{t-1}, y''_t = y''_{t-1}$$

$$q = q + 1$$

Else {

$$p_t = \alpha \cdot q + (1 - \alpha) \cdot p_{t-1},$$

$$y''_t = \sum_{k=t-q+1}^t y'_k$$

$$q = 1$$

$$\hat{y}_t = (1 - \alpha/2) \cdot y''_t / p_t$$

[Figure 2] Proposed demand forecasting procedure

아래 [Figure 3]은 50기간 동안 임의로 생성된 간헐 수요에 대한 4가지 수요예측 방법별 수요예측 결과를 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 제안하는 수요예측 방법이 고객 수요의 변화에 가장 적은 반응을 보이고 있으며 이를 통해 예측된 수요의  $\text{Var}(\text{수요예측값})$ 이 다른 수요예측 방법에 비해 작음을 알 수 있다.

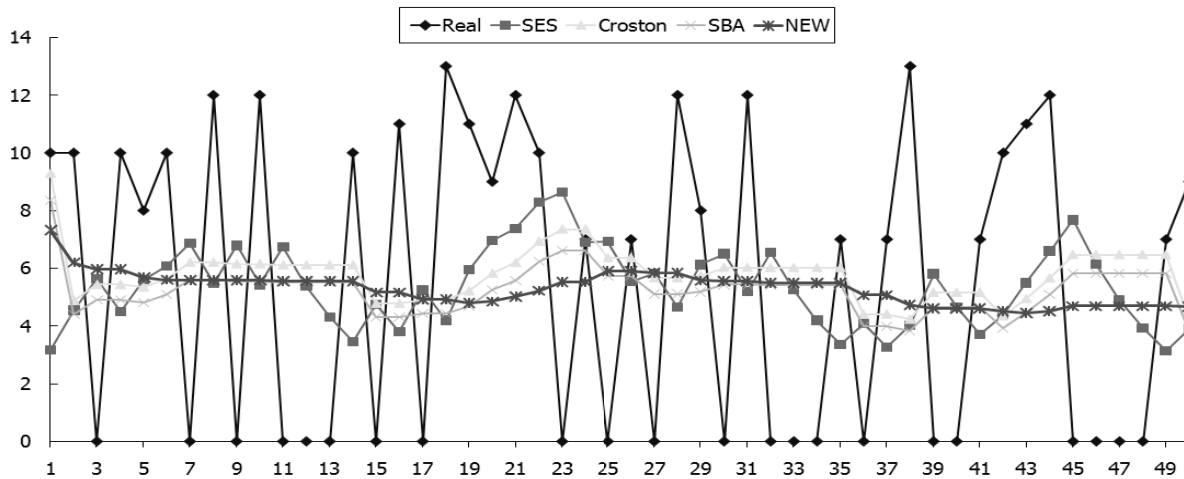
## 3. 실험 및 결과분석

본 연구에서는 제안된 방법의 biasness와 MSE 등을 정량적으로 평가, 분석하고 기존의 수요예측 방법론과의 비교를 위해 아래와 같이 크게 2가지 실험환경을 구성하고 각 실험환경 마다 45가지의 비교실험을 수행하였다. 매 실험은 5,000기간 동안 수행한 결과를 평균한 것이며 보다 정확한 실험을 위해 초기 50기간을 warm-up 기간으로 활용하였다. 실험결과 이러한 실험을 10회 반복한 평균값을 사용한 것이다.

- 실험환경 1 : 수요분포(정규분포 - 평균 10, 표준편차 1, 2, 3), 수요발생 간격  $p$  (Bernoulli process - 평균 1.2, 1.5, 2, 5, 10), smoothing parameter  $\alpha$  (0.1, 0.2, 0.3)
- 실험환경 2 : 수요분포(Lognormal 분포 - 평균 10, 표준편차 1, 2, 3), 수요발생 간격  $p$  (Bernoulli process - 평균 1.2, 1.5, 2, 5, 10), smoothing parameter  $\alpha$  (0.1, 0.2, 0.3)

<Table 1>과 <Table 2>는 실험환경 1과 실험환경 2에서의 실험결과를 요약하여 보여주고 있다. <Table 1>과 <Table 2>를 통해 제안하는 수요예측 방법이 기존의 가장 우수한 결과를 보인다고 알려진 SBA 보다 biasness가 조금 크게 나타났지만, MSE 측면에서 SBA를 포함한 다른 모든 예측 방법과 비교하여 가장 우수한 결과를 보임을 알 수 있으며 이러한 결과는 수요분포의 형태에 크게 영향을 받지 않고 일관되게 나타남을 알 수 있다.

기존 연구문헌에서 알려진 바와 같이 SES는 unbiased한 예측결과를 보였지만 예측수요의 변동성이 매우 심하기 때문에 MSE 측면에서 가장 열등한 결과를 보임을 알 수 있다. Croston의 경우 알려진 바와 같이 실제 수요보다 적게 예측하는 경향으로 인하여 실험환경 1과 2에 대해 평균적으로 각각 -5.97%, -6.02%의 예측오차를 보였다. 주목할 만한 점은 일반적으로 Croston의 경우 수요의 간헐성이 매우 작을 경우, 즉  $p$  값이 1에 근사하고, CV(coefficient of variation)가 작을수록 우수한 예측결과를 보이는 것으로 알려져 있는데 [18], 본 연구의 실험에서도 이를 확인할 수 있다. 즉 Croston의 경우  $p=1.2$ 인 경우 대부분의 경우 SBA보다 MSE 측면에서 우수한 결과를 보였으며, CV가 작은 경우(예, 표준편차가 1 또는 2) 그 값의 차이가 더 크게 나타남을 알 수 있다. 특히 실험결과 1과 2 모두에서  $\alpha=0.3$ ,  $p=1.2$ , 수요분포의 표준편차가 1과 2인 경우에는 Croston이 가장 작은 MSE를 나타내었다.



[Figure 3] Example of forecasting results for considered forecasting methods

#### 4. 결론

본 연구에서는 수요예측에 관한 연구 가운데 그동안 그 중요성에 비하여 간과되어져 온 분야 가운데 하나인 간헐 수요에 대한 연구한다. 제안하는 수요예측 기법은 제한된 이론적인 가정하에서의 최적해를 구하고자 하는 것이 아니라, 다양한 현실적인 조건하에서 robust한 성능을 발휘할 수 있도록 하는 수요예측 방법론의 개발을 목표로 한다. 이를 위해 SES, SMA 등의 unbiased한 예측방법들을 조합하여 이를 예측에 활용하는 방식의 combining forecasting 접근방법에 기

반한 수요예측 방법론을 제안하였으며, 다양한 실험을 통해 제안된 방법론의 우수성을 입증하였다.

또한 연구 결과를 효과적으로 활용한다면 현실적으로 사용가능한 수요예측 정책을 개발할 수 있는 토대를 마련할 수 있을 것이며, 국내 학계에서의 간헐 수요에 대한 연구 활성화에 기여할 수 있으리라 기대된다. 특히 향후 제안된 방법론을 토대로 상업적인 솔루션이 개발된다면 수요예측에 이를 활용함으로써 막대한 재고비용 절감 및 고객 서비스 수준 향상을 통해 국내 서비스 산업의 경쟁력 향상에 기여할 수 있을 것이다.

<Table 1> Summary results for experimental environment 1

| Series  | $\alpha$ | $p$ | Demand distribution | Bias (%) |         |       |       | MSE   |              |       |              |
|---------|----------|-----|---------------------|----------|---------|-------|-------|-------|--------------|-------|--------------|
|         |          |     |                     | SES      | Croston | SBA   | NEW   | SES   | Croston      | SBA   | NEW          |
| 1       | 0.1      | 1.2 | N(10,1)             | 0.00     | -0.82   | 4.23  | 4.55  | 15.46 | 15.28        | 15.34 | <b>15.14</b> |
| 2       | 0.1      | 1.2 | N(10,2)             | 0.00     | -0.84   | 4.21  | 4.54  | 18.29 | 18.09        | 18.14 | <b>17.88</b> |
| 3       | 0.1      | 1.2 | N(10,3)             | 0.00     | -0.82   | 4.22  | 4.55  | 22.39 | 22.15        | 22.19 | <b>21.85</b> |
| 4       | 0.1      | 1.5 | N(10,1)             | 0.00     | -1.69   | 3.40  | 3.98  | 24.07 | 23.66        | 23.62 | <b>23.38</b> |
| 5       | 0.1      | 1.5 | N(10,2)             | 0.00     | -1.70   | 3.38  | 4.00  | 26.29 | 25.84        | 25.80 | <b>25.50</b> |
| 6       | 0.1      | 1.5 | N(10,3)             | -0.01    | -1.69   | 3.39  | 3.99  | 29.77 | 29.26        | 29.21 | <b>28.87</b> |
| 7       | 0.1      | 2   | N(10,1)             | 0.00     | -2.56   | 2.57  | 3.33  | 26.94 | 26.27        | 26.21 | <b>26.01</b> |
| 8       | 0.1      | 2   | N(10,2)             | 0.00     | -2.57   | 2.56  | 3.34  | 28.51 | 27.83        | 27.76 | <b>27.54</b> |
| 9       | 0.1      | 2   | N(10,3)             | 0.01     | -2.53   | 2.59  | 3.36  | 30.90 | 30.13        | 30.06 | <b>29.84</b> |
| 10      | 0.1      | 5   | N(10,1)             | 0.01     | -4.24   | 0.97  | 1.60  | 17.10 | 16.45        | 16.43 | <b>16.40</b> |
| 11      | 0.1      | 5   | N(10,2)             | 0.02     | -4.23   | 0.98  | 1.65  | 17.68 | 17.01        | 16.99 | <b>16.95</b> |
| 12      | 0.1      | 5   | N(10,3)             | 0.00     | -4.25   | 0.96  | 1.62  | 18.65 | 17.94        | 17.91 | <b>17.88</b> |
| 13      | 0.1      | 10  | N(10,1)             | 0.00     | -4.62   | 0.61  | 0.98  | 9.45  | 9.02         | 9.02  | <b>9.01</b>  |
| 14      | 0.1      | 10  | N(10,2)             | -0.01    | -4.68   | 0.55  | 0.89  | 9.98  | 9.54         | 9.53  | <b>9.52</b>  |
| 15      | 0.1      | 10  | N(10,3)             | 0.00     | -4.68   | 0.56  | 0.97  | 10.35 | 9.88         | 9.88  | <b>9.87</b>  |
| 16      | 0.2      | 1.2 | N(10,1)             | 0.00     | -1.66   | 8.51  | 9.08  | 16.44 | 15.97        | 16.24 | <b>15.94</b> |
| 17      | 0.2      | 1.2 | N(10,2)             | 0.00     | -1.67   | 8.50  | 9.07  | 19.28 | 18.76        | 18.98 | <b>18.61</b> |
| 18      | 0.2      | 1.2 | N(10,3)             | 0.00     | -1.65   | 8.51  | 9.10  | 23.66 | 23.09        | 23.24 | <b>22.69</b> |
| 19      | 0.2      | 1.5 | N(10,1)             | 0.00     | -3.41   | 6.93  | 7.98  | 25.48 | 24.54        | 24.41 | <b>24.02</b> |
| 20      | 0.2      | 1.5 | N(10,2)             | 0.00     | -3.42   | 6.92  | 8.00  | 27.85 | 26.83        | 26.66 | <b>26.19</b> |
| 21      | 0.2      | 1.5 | N(10,3)             | 0.00     | -3.37   | 6.97  | 8.00  | 31.37 | 30.24        | 30.04 | <b>29.52</b> |
| 22      | 0.2      | 2   | N(10,1)             | 0.00     | -5.27   | 5.26  | 6.60  | 28.37 | 27.01        | 26.74 | <b>26.43</b> |
| 23      | 0.2      | 2   | N(10,2)             | 0.00     | -5.27   | 5.25  | 6.69  | 30.06 | 28.60        | 28.32 | <b>27.92</b> |
| 24      | 0.2      | 2   | N(10,3)             | 0.00     | -5.29   | 5.24  | 6.67  | 32.80 | 31.26        | 30.94 | <b>30.52</b> |
| 25      | 0.2      | 5   | N(10,1)             | 0.00     | -9.03   | 1.87  | 3.14  | 17.89 | 16.58        | 16.47 | <b>16.40</b> |
| 26      | 0.2      | 5   | N(10,2)             | 0.01     | -8.82   | 2.06  | 3.37  | 18.80 | 17.38        | 17.27 | <b>17.19</b> |
| 27      | 0.2      | 5   | N(10,3)             | 0.01     | -8.77   | 2.11  | 3.32  | 19.88 | 18.38        | 18.26 | <b>18.20</b> |
| 28      | 0.2      | 10  | N(10,1)             | -0.01    | -10.61  | 0.45  | 1.34  | 9.99  | 9.15         | 9.11  | <b>9.10</b>  |
| 29      | 0.2      | 10  | N(10,2)             | 0.00     | -9.97   | 1.02  | 1.69  | 10.22 | 9.34         | 9.30  | <b>9.29</b>  |
| 30      | 0.2      | 10  | N(10,3)             | 0.01     | -10.01  | 0.99  | 1.87  | 11.23 | 10.25        | 10.21 | <b>10.20</b> |
| 31      | 0.3      | 1.2 | N(10,1)             | 0.00     | -2.49   | 12.89 | 13.63 | 17.41 | <b>16.51</b> | 17.16 | 16.85        |
| 32      | 0.3      | 1.2 | N(10,2)             | 0.00     | -2.48   | 12.89 | 13.64 | 20.40 | <b>19.43</b> | 19.97 | 19.52        |
| 33      | 0.3      | 1.2 | N(10,3)             | 0.00     | -2.49   | 12.89 | 13.63 | 25.12 | 24.10        | 24.46 | <b>23.81</b> |
| 34      | 0.3      | 1.5 | N(10,1)             | 0.00     | -5.13   | 10.64 | 12.02 | 26.92 | 25.30        | 25.05 | <b>24.60</b> |
| 35      | 0.3      | 1.5 | N(10,2)             | 0.00     | -5.21   | 10.57 | 11.97 | 29.39 | 27.69        | 27.35 | <b>26.81</b> |
| 36      | 0.3      | 1.5 | N(10,3)             | 0.00     | -5.13   | 10.64 | 12.02 | 33.09 | 31.22        | 30.78 | <b>30.13</b> |
| 37      | 0.3      | 2   | N(10,1)             | 0.00     | -8.00   | 8.20  | 10.06 | 30.05 | 27.81        | 27.22 | <b>26.78</b> |
| 38      | 0.3      | 2   | N(10,2)             | 0.00     | -8.13   | 8.09  | 10.00 | 31.77 | 29.52        | 28.86 | <b>28.37</b> |
| 39      | 0.3      | 2   | N(10,3)             | 0.00     | -8.05   | 8.16  | 10.03 | 34.74 | 32.29        | 31.57 | <b>31.00</b> |
| 40      | 0.3      | 5   | N(10,1)             | -0.01    | -13.96  | 3.13  | 4.89  | 19.21 | 17.15        | 16.86 | <b>16.76</b> |
| 41      | 0.3      | 5   | N(10,2)             | 0.01     | -14.04  | 3.07  | 4.76  | 19.64 | 17.53        | 17.24 | <b>17.14</b> |
| 42      | 0.3      | 5   | N(10,3)             | 0.00     | -14.17  | 2.95  | 4.82  | 20.95 | 18.72        | 18.41 | <b>18.28</b> |
| 43      | 0.3      | 10  | N(10,1)             | 0.00     | -15.88  | 1.50  | 2.70  | 10.75 | 9.36         | 9.28  | <b>9.26</b>  |
| 44      | 0.3      | 10  | N(10,2)             | 0.00     | -16.66  | 0.84  | 2.20  | 11.16 | 9.77         | 9.68  | <b>9.65</b>  |
| 45      | 0.3      | 10  | N(10,3)             | 0.01     | -16.88  | 0.66  | 2.12  | 11.55 | 10.11        | 10.01 | <b>9.98</b>  |
| Average |          |     |                     | 0.00     | -5.97   | 4.73  | 5.73  | 21.58 | 20.49        | 20.40 | <b>20.15</b> |

<Table 2> Summary results for experimental environment 2

| Series | $\alpha$ | $p$ | Demand distribution | Bias (%) |         |       |       | MSE   |              |       |              |
|--------|----------|-----|---------------------|----------|---------|-------|-------|-------|--------------|-------|--------------|
|        |          |     |                     | SES      | Croston | SBA   | NEW   | SES   | Croston      | SBA   | NEW          |
| 1      | 0.1      | 1.2 | LN(10,1)            | 0.00     | -0.83   | 4.21  | 4.54  | 15.64 | 15.46        | 15.52 | <b>15.32</b> |
| 2      | 0.1      | 1.2 | LN(10,2)            | 0.00     | -0.80   | 4.24  | 4.56  | 18.25 | 18.04        | 18.09 | <b>17.84</b> |
| 3      | 0.1      | 1.2 | LN(10,3)            | -0.01    | -0.82   | 4.22  | 4.53  | 22.46 | 22.24        | 22.27 | <b>21.97</b> |
| 4      | 0.1      | 1.5 | LN(10,1)            | -0.01    | -1.71   | 3.37  | 4.00  | 24.09 | 23.68        | 23.64 | <b>23.37</b> |
| 5      | 0.1      | 1.5 | LN(10,2)            | -0.01    | -1.71   | 3.38  | 3.98  | 26.45 | 25.98        | 25.94 | <b>25.64</b> |
| 6      | 0.1      | 1.5 | LN(10,3)            | 0.03     | -1.66   | 3.43  | 4.04  | 29.85 | 29.35        | 29.30 | <b>28.95</b> |
| 7      | 0.1      | 2   | LN(10,1)            | 0.00     | -2.57   | 2.56  | 3.38  | 26.83 | 26.15        | 26.08 | <b>25.87</b> |
| 8      | 0.1      | 2   | LN(10,2)            | -0.01    | -2.55   | 2.58  | 3.35  | 28.48 | 27.78        | 27.71 | <b>27.49</b> |
| 9      | 0.1      | 2   | LN(10,3)            | -0.01    | -2.65   | 2.49  | 3.23  | 31.00 | 30.26        | 30.18 | <b>29.96</b> |
| 10     | 0.1      | 5   | LN(10,1)            | -0.02    | -4.36   | 0.86  | 1.50  | 17.04 | 16.39        | 16.36 | <b>16.33</b> |
| 11     | 0.1      | 5   | LN(10,2)            | 0.04     | -4.15   | 1.06  | 1.63  | 17.74 | 17.07        | 17.04 | <b>17.02</b> |
| 12     | 0.1      | 5   | LN(10,3)            | 0.01     | -4.23   | 0.98  | 1.60  | 18.66 | 17.96        | 17.93 | <b>17.90</b> |
| 13     | 0.1      | 10  | LN(10,1)            | -0.08    | -5.25   | 0.01  | 0.24  | 9.34  | 8.93         | 8.92  | <b>8.92</b>  |
| 14     | 0.1      | 10  | LN(10,2)            | 0.11     | -4.89   | 0.35  | 0.75  | 9.86  | 9.43         | 9.42  | <b>9.41</b>  |
| 15     | 0.1      | 10  | LN(10,3)            | 0.00     | -4.78   | 0.46  | 0.82  | 10.39 | 9.94         | 9.93  | <b>9.92</b>  |
| 16     | 0.2      | 1.2 | LN(10,1)            | 0.00     | -1.65   | 8.51  | 9.09  | 16.43 | 15.97        | 16.24 | <b>15.94</b> |
| 17     | 0.2      | 1.2 | LN(10,2)            | 0.01     | -1.64   | 8.53  | 9.12  | 19.34 | 18.77        | 19.00 | <b>18.60</b> |
| 18     | 0.2      | 1.2 | LN(10,3)            | 0.01     | -1.64   | 8.52  | 9.08  | 23.88 | 23.29        | 23.43 | <b>22.90</b> |
| 19     | 0.2      | 1.5 | LN(10,1)            | 0.00     | -3.40   | 6.94  | 8.01  | 25.45 | 24.52        | 24.39 | <b>23.98</b> |
| 20     | 0.2      | 1.5 | LN(10,2)            | 0.00     | -3.34   | 7.00  | 7.99  | 27.77 | 26.70        | 26.55 | <b>26.15</b> |
| 21     | 0.2      | 1.5 | LN(10,3)            | 0.00     | -3.29   | 7.04  | 8.03  | 31.41 | 30.25        | 30.05 | <b>29.52</b> |
| 22     | 0.2      | 2   | LN(10,1)            | 0.02     | -5.25   | 5.27  | 6.63  | 28.36 | 27.01        | 26.74 | <b>26.43</b> |
| 23     | 0.2      | 2   | LN(10,2)            | 0.01     | -5.23   | 5.29  | 6.68  | 30.04 | 28.60        | 28.32 | <b>27.94</b> |
| 24     | 0.2      | 2   | LN(10,3)            | 0.00     | -5.32   | 5.21  | 6.64  | 32.82 | 31.26        | 30.95 | <b>30.49</b> |
| 25     | 0.2      | 5   | LN(10,1)            | 0.01     | -8.97   | 1.93  | 3.26  | 18.01 | 16.68        | 16.56 | <b>16.49</b> |
| 26     | 0.2      | 5   | LN(10,2)            | -0.02    | -8.87   | 2.02  | 3.20  | 18.58 | 17.18        | 17.07 | <b>17.00</b> |
| 27     | 0.2      | 5   | LN(10,3)            | 0.00     | -8.85   | 2.03  | 3.37  | 19.86 | 18.37        | 18.25 | <b>18.17</b> |
| 28     | 0.2      | 10  | LN(10,1)            | 0.03     | -10.12  | 0.89  | 1.84  | 10.03 | 9.14         | 9.11  | <b>9.09</b>  |
| 29     | 0.2      | 10  | LN(10,2)            | 0.03     | -10.07  | 0.94  | 1.83  | 10.51 | 9.60         | 9.57  | <b>9.55</b>  |
| 30     | 0.2      | 10  | LN(10,3)            | 0.00     | -10.81  | 0.27  | 0.86  | 10.89 | 10.00        | 9.96  | <b>9.95</b>  |
| 31     | 0.3      | 1.2 | LN(10,1)            | 0.00     | -2.46   | 12.91 | 13.67 | 17.33 | <b>16.39</b> | 17.05 | 16.72        |
| 32     | 0.3      | 1.2 | LN(10,2)            | 0.00     | -2.51   | 12.86 | 13.62 | 20.14 | <b>19.26</b> | 19.80 | 19.32        |
| 33     | 0.3      | 1.2 | LN(10,3)            | 0.00     | -2.51   | 12.86 | 13.61 | 25.31 | 24.27        | 24.62 | <b>23.98</b> |
| 34     | 0.3      | 1.5 | LN(10,1)            | 0.00     | -5.16   | 10.62 | 12.04 | 27.16 | 25.43        | 25.17 | <b>24.70</b> |
| 35     | 0.3      | 1.5 | LN(10,2)            | 0.00     | -5.21   | 10.57 | 12.01 | 29.46 | 27.75        | 27.41 | <b>26.84</b> |
| 36     | 0.3      | 1.5 | LN(10,3)            | -0.01    | -5.14   | 10.64 | 12.07 | 33.35 | 31.49        | 31.03 | <b>30.32</b> |
| 37     | 0.3      | 2   | LN(10,1)            | 0.00     | -8.11   | 8.11  | 10.03 | 30.18 | 27.93        | 27.32 | <b>26.87</b> |
| 38     | 0.3      | 2   | LN(10,2)            | 0.01     | -8.12   | 8.10  | 10.01 | 31.82 | 29.53        | 28.88 | <b>28.39</b> |
| 39     | 0.3      | 2   | LN(10,3)            | -0.02    | -8.08   | 8.13  | 9.99  | 35.14 | 32.59        | 31.86 | <b>31.32</b> |
| 40     | 0.3      | 5   | LN(10,1)            | 0.01     | -14.29  | 2.85  | 4.61  | 19.08 | 17.06        | 16.77 | <b>16.67</b> |
| 41     | 0.3      | 5   | LN(10,2)            | 0.00     | -14.14  | 2.98  | 4.90  | 19.69 | 17.58        | 17.29 | <b>17.17</b> |
| 42     | 0.3      | 5   | LN(10,3)            | 0.00     | -13.92  | 3.17  | 5.00  | 21.03 | 18.75        | 18.45 | <b>18.32</b> |
| 43     | 0.3      | 10  | LN(10,1)            | 0.01     | -16.43  | 1.03  | 2.40  | 10.91 | 9.53         | 9.44  | <b>9.41</b>  |
| 44     | 0.3      | 10  | LN(10,2)            | -0.01    | -15.96  | 1.44  | 2.53  | 11.36 | 9.90         | 9.81  | <b>9.79</b>  |
| 45     | 0.3      | 10  | LN(10,3)            | -0.01    | -17.50  | 0.13  | 1.89  | 11.63 | 10.19        | 10.08 | <b>10.04</b> |
|        |          |     | Average             | 0.00     | -6.02   | 4.69  | 5.69  | 21.62 | 20.53        | 20.43 | <b>20.18</b> |

## 5. References

- [1] Altay, N., Rudisill, F. and Litteral, L. A., (2008), "Adapting Wright's modification of Holt's method to forecasting intermittent demand", *International Journal of Production Economics*, 111:389-408.
- [2] Armstrong, J. S., (2001), "Combining forecasts", In *Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners* (Armstrong, J. S., Ed), 417-439, Kluwer Academic Publisher.
- [3] Boylan, J. E. and Syntetos, A. A., (2007), "The accuracy of a Modified Croston procedure", *International Journal of Production Economics*, 107:511-517.
- [4] Brown, R. G., (1963), *Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series*, Prentice-Hall.
- [5] Clemen, R. T., (1989), "Combining forecasts: a review and annotated bibliography", *International Journal of Forecasting*, 5: 559-583.
- [6] Croston, J. D., (1972), "Forecasting and stock control for intermittent demands", *Operational Research Quarterly*, 23, 289-304.
- [7] Eaves, A. H. C. and Kingsman, B. G., (2004), "Forecasting for the ordering and stock-holding of spare parts", *Journal of the Operational Research Society*, 55:431-437.
- [8] Gutierrez, R. S., Solis, A. O. and Mukhopadhyay, S., (2008), "Lumpy demand forecasting using neural networks", *International Journal of Production Economics*, 111:409-420.
- [9] Johnston, F. R. and Boylan, J. E. (1996), "Forecasting for items with intermittent demand", *Journal of the Operational Research Society*, 47:113-121.
- [10] Silver, E. A., Pyke, D. F. and Peterson, R., (1998), *Inventory management and production planning and scheduling*, John Wiley & Sons.
- [11] Smart, C. N. (2002), "Accurate intermittent demand/inventory forecasting": new technologies and dramatic results, In: *Proceeding of APICS International Conference*, C-08.
- [12] Strijbosch, L. W. G., Heuts, R. M. J. and van der Schoot, E. H. M. (2000), "A combined forecast-inventory control procedure for spare parts", *Journal of the Operational Research Society*, 51:1184-1192.
- [13] Syntetos, A. A. (2001), *Forecasting for intermittent demand*, Unpublished Ph.D. thesis, Buckinghamshire Chilterns University College, Brunel University.
- [14] Syntetos, A. A., Babai, M. Z., Dallery, Y. and Teunter, R., (2009), "Periodic control of intermittent demand items: theory and empirical analysis", *Journal of the Operational Research Society*, 60:611-618.
- [15] Syntetos, A. A. and Boylan, J. E., (2001), "On the bias of intermittent demand estimates", *International Journal of Production Economics*, 71:457-466.
- [16] Syntetos, A. A. and Boylan, J. E., (2005), "The accuracy of intermittent demand estimates", *International Journal of Forecasting*, 21:303-314.
- [17] Syntetos, A. A. and Boylan, J. E., (2010), "On the variance of intermittent demand estimates", *International Journal of Production Economics*, 128:546-555.
- [18] Syntetos, A. A., Boylan, J. E. and Croston, J. D., (2005), "On the categorization of demand patterns", *Journal of the Operational Research Society*, 56, 495-503.
- [19] Syntetos, A. A., Boylan, J. E. and Disney, S. M. (2009), "Forecasting for inventory planning: a 50-year review", *Journal of the Operational Research Society*, 60: S149-S160.
- [20] Thompson, P. A., (1990), "An MSE statistic for comparing forecast accuracy across series", *International Journal of Forecasting*, 6:219-227.
- [21] Teunter, R. H. and Sani, B., (2009), "On the bias of Croston's forecasting method", *European Journal of Operational Research*, 194:177-183.



- [22] Zou, H. and Yang, Y., (2004), "Combining time series models for forecasting", International Journal of Forecasting, 20: 69-84.

## 저자 소개

### 권익현



고려대학교 산업공학과에서 학사, 석사 및 박사학위를 취득하였다. 미국 University of Illinois at Urbana-Champaign에서 박사후 연구원으로 근무한 바 있다. 현재 인제대학교 산업경영공학과 조교수로 재직 중에 있다. 주요 관심 분야는 물류 및 공급망관리, 생산 계획 및 통제, 서비스 사이언스 등이다.