韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/mathedu.2016.55.2.209
2016. 5. 제 55권, 제 2호, 209-232.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
2016, Vol. 55, No. 2, 209-232.

초등 수학 영재를 위한 Renzulli의 삼부심화모델 도입 개방형 수학 문제 만들기 프로그램 개발 및 적용1)

이자혜(이화여자대학교 대학원)
김민경(이화여자대학교)†

Ⅰ. 서론

2015년 10월 행정고시 된 2015 개정 교육과정 총론(교육부, 2015)에서는 교육과정의 성격을 '국가 수준의 공통성과 지역, 학교, 개인 수준의 다양성을 함께 추구하고 있다'고 명시하고 있다. 이는 학생들이 기본적으로 성취해야 하는 것들을 제시함과 동시에 학생들이 처한 다양한 환경이나 능력 등 다양성과 개인차를 인정하고 있는 것으로 풀이될 수 있다. 즉, 능력이 우수한 학생이나 그렇지 않은 학생 모두 자신의 역량을 펼칠 수 있는 기회가 필요하다는 것이다.

Gardner(1983)는 지능이 단일 능력으로 구성되었다는 시각에서 벗어나, 언어 지능, 논리-수학, 음악, 공간, 신체-운동, 대인관계, 자기이해 등 여러 지능으로 이루어져있다고 주장하면서 개인마다 각 지능을 갖고 있는 정도가 다르다고 강조한 바 있다. 즉, 학교 현장에 앉아있는 학생들은 모두 잠재된 능력이 다르며, 학생들이 자신의 잠재력을 발현하기 위해서는 각자 자신의 능력에 맞는 교육적 고려와 배려가 필요하다는 시사점을 제공한다는 점에서 교수자는 다양한 교육적 접근을 시도해야할 것이다.

이와 같은 맥락에서 학생의 능력 계발 및 국가의 경쟁력 확보를 위해 이미 미국, 러시아, 싱가포르, 이스라엘 등의 여러 나라에서 영재 교육을 실시하고 있으며, 우리나라에서도 영재 교육진흥법(2000)을 시행하고 있다. 동법 제2조 1항에서는 영재를 '재능이 뛰어난 사람으로서 타고난 잠재력을 계발하기 위하여 특별한 교육을 필요로 하는 자'로 정의하고 '타고난 잠재력을 계발할 수 있도록 능력과 소질에 맞는 교육을 실시함으로써 개인의 자아실현을 도모하고 국가・사회의 발전에 기여'하게 하고자, 영재학교를 비롯하여 영재교육원, 영재 학급 등 다양한 형태의 영재 교육기관을 운영하고 있으며, 영재교육대상자로 선발된 학생들은 분야별 특성에 맞게 각각의 프로그램을 교육받고 있다(한국교육개발원, 2013). 또한 교육부(2013)가 2013년 10월 발표한 제3차 영재교육 진흥종합 계획에 따르면 2013년 9월 기준으로 영재교육 수혜율이 전체 초·중등학생의 1.87%에 이르는 것으로 나타나 영재교육 대상자가 꾸준히 증가하고 있는 추세임을 확인할 수 있다. 영재교육 대상자의 양적 확대와 함께 질적 향상을 도모하기 위하여 동 계획서에서는 영재교육 프로그램 구성・운영 방식의 개선을 위해 주제 중심 프로그램과 프로젝트 중심 교수 학습법을 강조하고 있는데(교육부, 2013), 이는 학생의 참여와 종합적인 사고 능력의 신장을 강조하고 있는 것으로 풀이될 수 있다.

하지만 영재 학생들을 위한 프로그램 마련에 대한 연구가 지속적으로 보고되고 있음에도 불구하고, 현장에서 만나게 되는 다양한 수준의 영재 학생들을 고려하여 실제적으로 적용하기 위한 교수·학습 자료의 개발 및 보급이 필요하다는 지적은 계속 되었으며(권오남 외, 2005; 박혜정, 조영미, 2012; 이경숙, 유미현, 2014), 학생의 요구와 특성을 고려한 수준별 맞춤식 교육과정의 개발의 요구 또한 요청된 바 있다(한기순, 2006).

현재까지의 선행연구를 살펴보면 면대면 지도 프로그램(박혜정, 조영미, 2012; 이경숙, 유미현, 2014)을 비롯하여 온라인 프로그램(이영희, 2003; 이윤영, 송상헌, 2013) 등 여러 가지 방법을 통한 수학 영재 교육프로그램이 제

---

* 접수일(2016년 3월 11일), 수정일(1차: 2016년 4월 12일, 2차: 2016년 4월 20일), 게재확정일(2016년 4월 21일)
* ZDM분류 : D32
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 영재, 삼부심화모델, 개방형 문제, 문제 만들기
† 교신저자

시되고 있으나, 기 개발된 대부분의 수학 영재 교육프로그램들은 지도 내용의 이해 촉구와 내용에 대한 이해를 바탕으로 하여 산출물을 제출하는 형식으로 구성되어 있기 때문에 학생들의 재능을 다각도로 신장시키기에는 한계가 있다고 보여진다. 학생들은 개방형 문제를 통해 이전에 학습한 지식과 기능, 사고 방법을 결합함으로써 새로운 것을 발견하는 경험을 하며(Becker, 島田茂, 1995), 문제를 해결과정에서 지식을 사용할뿐만 아니라(이대현, 2008), 문제를 만들고 그 문제를 해결하는 과정에서 확산적 사고를 경험한다(신마리아, 나귀수, 2012). 결국, 수학적 사고를 경험하기 위해서 문제 해결만을 강조하는 것은 문제 해결의 일부 즉, 한 쪽 방향만 치중하고 있는 것으로 볼 수 있다. 그러므로 고급 지식의 소비자로서의 영재교육이 아닌 지식의 생산자 역할을 수행하기 위한 영재교육의 관점에서 문제의 해결뿐만 아니라 문제를 생성하는 경험의 제공이 부족한 현실이므로 학생들이 현실적인 상황에서 문제 상황을 수학적으로 제시하고, 문제를 해결하는 과정과 독립적인 연구를 통해 자신의 사고를 정교화하는 활동 등과 같이 능동적인 수학적 탐구를 할 수 있는 프로그램을 고안해야 할 필요가 있다.

따라서 본 연구에서는 학생들이 학습에서 배운 내용을 바탕으로 스스로 문제를 탐구해 나가는 과정을 중시하기 위하여 초등 수학 영재 학생들을 대상으로 Renzulli의 삼부심화모델을 바탕으로 개방형 문제 만들기(problem posing) 프로그램을 개발·적용하여 학생들의 수학적 잠재력을 신장시키고자 한다. 학생들이 주어진 과제를 해결하고, 창의적인 산출물을 제작하면서 보다 고차원적인 수학적 사고력을 활용하고, 자신의 사고를 점검할 수 있도록 한다. 이는 교사들에게는 문제 만들기 프로그램을 해결하는 영재 학생들의 사고 수준을 탐색할 수 있는 초석을 제공하게 될 것이며, 학생에게는 종합적인 사고 능력의 신장을 기대할 수 있을 것이다.

이상에서 언급한 연구의 필요성과 목적에 따라 본 연구에서 설정한 연구 문제는 다음과 같다.

1. Renzulli의 삼부심화모델을 바탕으로 초등 수학 영재 학생을 대상으로 한 개방형 문제 만들기 프로그램을 어떻게 구성할 수 있는가?

2. 개방형 문제 만들기 프로그램을 통해 영재학생들이 생성한 문제의 수준은 어떠한가?

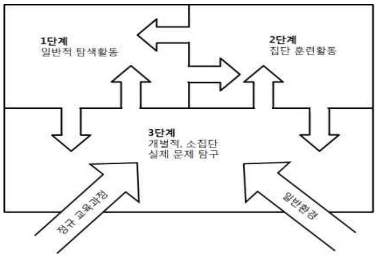
Ⅱ. 이론적 배경

1. Renzulli의 삼부심화모델

VanTassel-Baska와 Brown(2007)은 영재와 영재교육과정 및 교육을 해석하는 방법을 이해하기 위하여 교육과정 설계와 성장을 위한 틀이 있는가, 모든 내용 영역에서 사용가능한가, 전 연령에서의 적용 가능한가, 그룹 크기에 구애 받지 않고 적용 가능한가, 영재 학습자를 위한 차별화된 특성이 포함되는가, 효과성에 대한 증거가 있는가를 중심으로 15개의 기준을 적용하여 효과적인 영재 학생의 지도를 위한 프로그램 및 교육과정 모델을 분석하였다. 그들은 Stanley의 재능탐색 모델(Talent Identification and Development), Renzulli의 학교전체 심화모델(School wide Enrichment Triad Model, SEM), Gardner의 다중지능모델(Multiple Intelligences, MI), Purdue 3단계 심화학습 모형(Three-Stage Enrichment Model, PACE), The Maker Matrix, 평행교육과정(Parallel Curriculum Model, PCM), Schlichter의 무한재능 모델(Talents Unlimited), Sternberg의 삼원모델(Triarchic Componential Model), VanTassel-Baska의 통합교육모델(Integrated Curriculum Model, ICM)등을 분석하였으며 Renzulli의 모델이 미국 내에서 영재교육에 효과가 있다고 보고하였다.

Renzulli(1997)는 영재 학생의 흥미 개발 기회 부여, 학습 선택의 자율권 존중, 개별화된 교수 학습 환경 등을 기본원리로 하여, 한두 가지의 기본 능력들을 완전히 학습하여 적용할 것, 영재학생들에게는 압축 교육과정을 통해 정규교육과정을 빠르게 숙달할 것, 학생의 흥미를 중요 요소로 하여 심화 학습활동에서 중요하게 고려할 것, 심화학습은 정규교육과정과 관련되어 있되 높은 수준으로 다룰 것 등을 제시하였다.

Renzulli(1997)는 삼부심화모델([표 1], [그림 1]참조)을 제시하면서 1단계는 일반적 탐색 활동으로 일반 교육과정과는 다른 활동을 경험하고, 관심 있는 학생들이 활용할 수 있는 일반적인 심화 학습을 제공하는 것으로, 초청 강연, 현장학습, 시범, 관심 센터 및 새로운 주제, 아이디어, 그리고 일반적으로 정규 교육 과정에서 다루지 않는 지식의 분야에 학생들을 노출하기 위한 시청각 자료의 사용 등을 활용하는 단계이다. 그리고 2단계는



[그림 1] Renzulli(1977)의 심화학습 3단계 모형(David & Rimm, 1985, 재인용)
[Fig. 1] The Enrichment Triad Model (David & Rimm, 1985, requotation)

집단 훈련 과정으로서, 사고와 감정의 발달을 촉진하는 것을 목적으로, 독립적인 프로젝트 수행과 관련된 직접적인 기술을 다루도록 하는 단계로, 교육방법 및 자료를 생각, 느낌, 연구, 의사소통, 및 방법론 프로세스의 개발을 촉진하도록 의도적으로 설계된 과정이며, 마지막으로 모델의 가장 고급 수준인 3단계는 개별적 또는 소집단 활동으로 현실 문제를 조사하는 단계로, 전문가처럼 생각하고 느끼고 활동함으로써 직접 연구자의 역할을 가정하는 활동을 하게 되며 독립적인 프로젝트를 수행할 수 있도록 동기화 시키는 과정으로, 생각, 느낌 및 고급 또는 전문 수준에서 추구하는 참여와 실천을 전문적으로 행동함과 함께, 학생의 나이와 수준을 감안하여 개발된 관련 고급 또는 가능한 전문적인 수준을 추구하는 과정이다(Olenchak & Renzulli, 1989; VanTassel-Baska & Brown, 2007).

그는 삼부심화모델을 제안하면서 3단계의 심화학습의 단계를 모두 거칠 것을 권장했는데, 모든 학생들이 주제에 접근하도록 하는 1단계에서부터 점차적으로 영재 학생들이 3단계로 진입할 수 있도록 하는 것에 의미를 두고 있다.

2. 문제 만들기(problem posing) 지도의 교육적 의미와 분석 도구

'문제 만들기'라는 말은 problem posing을 번역한 것으로 학자에 따라 문제 정의(problem definition), 문제 형식화(problem formulation), 문제 생성(problem generation) 등과 같이 다양한 용어로 사용되고 있다(송민정, 박종서, 2005). 본 연구에서는 문제 만들기를 학생들이 현실적 상황을 수학적으로 설정하고 해결하는 과정으로 정의하겠다.

문제 만들기 단계에 대해서는 의견이 학자마다 상이한데, Brown과 Walter(1990)는 문제만들기의 과정으로 수용(accepting)과 도전(challenging)의 과정을 제시하면서 원래 문제의 조건이나 결과를 받아들이는 수용의 과정을 관찰과 추측, 내적 탐구 또는 외적 탐구, 정밀한 탐구와 근접한(approximate) 탐구, 역사 탐구로 나누어 제시하였고, 원래의 문제에서 벗어나 새로운 문제를 탐구하는 도전의 과정은 What-if-not 전략을 사용하여 기본

[표 1] Renzulli의 삼부 심화모델의 단계(Renzulli & Reis, 1997)
[Table 1] The Stage of Enrichment Triad Model (Renzulli & Reis, 1997)

단계	활동	내용
1	일반적인 탐색활동	- 여러 가지 새로운 지식 영역을 경험함으로써 자신의 관심 분야를 파악하고, 3단계 심화활동에서 독자적으로 깊이 있게 연구할 관심 주제, 문제들을 생각함 - 보고 듣는 차원을 넘어 학생들이 직접 전문 분야를 경험하고 관련 활동들을 적극적으로 체험하게 함
2	소집단 단위의 학습활동	- 사고력, 창의력, 문제해결력, 학습 기능 및 연구 기능, 참고 자료의 활용, 다양한 의사소통 기능 계발과 자아 개념의 형성 및 사회성 발달을 목표로 함 - 3단계 심화활동 및 일반 학급에서 학습에 필요한 능력을 갖춤
3	개인 또는 소집단 단위의 문제 해결 및 연구 활동	- 영재 학생을 대상으로 실시되는 핵심활동으로, 새로운 지식을 창출 - 습득한 지식과 기능을 적용하여 일상생활이나 주변에서 발견되는 문제 또는 자신의 관심사에 대해 실질적으로 연구하거나 작품을 생산함 - 교사는 연구의 조력자로 활동하고, 학생들은 분야의 전문가에게 실제로 조언을 받기도 하며, 산출물은 전시하거나 발표함

적인 문제에서 속성이나 조건을 변화시켜 새로운 문제를 탐구해보는 것으로 나타내었다.

또한 임문규(1996)는 문제 만들기의 단계를 ①문제 상황 설정 및 제시, ②학생들의 개인 문제 만들기, ③ 학생들이 만든 문제의 발표, ④학급 문제의 구성 및 결정, ⑤학급 문제의 해결, ⑥학급 문제 해결의 검토, ⑦발전적인 문제 만들기의 7단계로 나타내면서 문제를 만들고 발표하며 검토하는 과정에서 학생들이 자신의 문제를 정제하고 다듬을 수 있도록 했다.

문제 만들기는 문제 해결에 긍정적인 영향을 줄 뿐만이 아니라 문제 만들기 활동 자체로도 수학적 본질을 투영하고, 학생의 이해를 측정하며 수학에 대한 지각력을 향상시켜 수학적 사고를 촉진하는 등 수학적 의미를 갖는다(송상헌 외, 2007; 황동주, 2006; Silver, 1994).

특히 송상헌 외(2007)는 수학에 재능이 있는 학생들이 능동적으로 수학 문제를 만들어 보는 경험을 강조하였는데, 이는 Silver(1994)가 Krutetskii(1976)와 Ellenton(1986)의 연구를 분석하면서 수학 영재학생이 일반 학생보다 수학적 문제 제시에 우수한 능력을 보임을 주장한 것과 맥을 같이 한다고 볼 수 있다. 즉, 수학 영재 학생이 일반 학생보다 수학적으로 문제를 폭넓게 보는 시간이 있을 수 있음을 나타낸다고 볼 수 있으며, 중학생의 문제 설정 능력을 분석하여 수학 문제 해결 능력뿐만 아니라 문제 설정 능력도 수학 영재의 특성임을 밝

[표 2] 문제 만들기의 분석 기준
[Table 2] Analysis criterion of problem posing

연구자	평가 기준	세부 평가 항목 또는 평가 내용	본 연구에서의 활용	
			수학적	개방형
백대현, 이진희 (2010)	친숙도	친숙함, 친숙하지 않음, 맹목적임		
	일상성	일상적, 비일상적		유의미성
최왕규 (2011)	표현의 세련도	조건 과부족, 수학적 정오(正誤)	완전성	
		의미 전달	전달성	
	원 문제와의 관련성	직접 관련, 기존 문제 인용, 독립된 문제		
	사고의 복잡성	문제 풀이에 사용되는 알고리즘 수		복잡성
	해의 다양성	한 가지 해 또는 열린 문제		개방성
최혜진, 김상룡 (2011)	완성도	문제의 구성요소 및 문법적 오류 유무	완전성 전달성	
	복잡성	연산의 종류와 수 및 단어의 수		복잡성
	제기하는 문제의 수	유창성과 융통성		
이경미, 이광호, 이근철 (2012)	완성도	문법적 오류, 의미 전달	전달성	
	복잡성	언어적, 수학적		복잡성
신마리아, 나귀수 (2012)	구성 요소의 완전성		완전성	
	구성요소 양감의 충분성		해결가능성	
	문제의 완성도			
	문제의 해결 정도		해결가능성	
김경탁, 류성림 (2013)	정보 부족의 유무		완전성	
	문제 이해 정도		전달성	
	기술적 오류의 유무		전달성	
	논리적 오류의 유무		해결가능성	복잡성
	기타			
Chen, Van Dooren, & Verschaffel (2013)	정확성	상황의 유무, 정보의 질과 양, 현실성		유의미성
	복잡성	언어적, 의미적	전달성	
	독창성			
	다양성			

한 황동주(2006)의 연구와 수학 영재의 문제 해결 과정의 명확함을 거론한 김판수(2005)의 연구, 중학생 수학 영재 학생을 대상으로 문제 만들기의 사고 과정을 분석한 백대현과 이진희(2010)의 연구가 이를 지지한다. 상기 연구자들의 의견을 종합하여 보면, 문제 만들기가 수학의 본질을 탐구하는 방법이 될 수 있기 때문에 일반학생들뿐만 아니라, 영재 학생들에게도 의미 있는 과제가 될 것임을 알 수 있다.

학생들의 문제 만들기에 대한 연구는 일반 학생을 대상으로 한 연구(김경탁, 류성림, 2013; 신마리아, 나귀수, 2012; 이경미 외, 2012; 최혜진, 김상룡, 2011; Chen 외, 2013)뿐만 아니라 영재 학생들을 대상으로 한 연구(백대현, 이진희, 2010; 최왕균, 2011)도 있다. 그러나 학생들의 문제 만들기 전략에만 관심을 갖거나(김판수, 2003; 송상헌 외, 2007; 임근광, 2010; Koichu & Kontorovich, 2013), 만들어진 문제를 분석함에 있어서도 기준이 연구자마다 달라, 전혀 다른 기준으로 분석하거나 서로 흡사한 기준을 다른 용어로 표현하기도 하였다. 또한 평가를 '완전한 문제', '불완전한 문제' 등 문제의 상태에 대한 판단만 할 뿐, 문제의 수준에 대한 전반적인 평가를 실시하지 않은 실정이다. [표 2]는 문제 만들기 수준을 분석하고자한 연구자들이 제안한 분석 기준이다.

3. 개방형 문제 지도의 교육적 의미와 분석도구

문제는 출발 상황(조건)과 목표 상황(구하고자 하는 것)이 존재하는데, 출발 상황과 목표 상황이 모두 결정되어 있는 문제를 폐쇄형, 그렇지 않은 것을 개방형 문제라고 한다(도종훈, 2007). Pehkonen(1995)은 출발과 목표상황을 기준으로 [표 3]과 같이 개방형 문제를 분류하였다. 표에서 볼 수 있는 것과 같이 출발상황이나 목표상황 중 어느 곳이라도 열려 있는 상태인 경우 개방형이라고 할 수 있는데, 하나의 정답을 추구하는 문제가 아니라 여러 개의 정답 또는 여러 가지 방법을 고안하게 할 수 있는 문제를 개방형 문제로 볼 수 있다.

[표 3] 개방형 문제 분류(Pehkonen, 1995)
[Table 3] The classification of problems according to their starting and goal situation (Pehkonen, 1995)

출발상황 \ 목표상황	닫힘	열림
닫힘	폐쇄형 문제	실생활 상황, 탐구과제, 문제 장, 문제 변형
열림	실생활 상황, 문제 변형	문제 장, 문제 변형, 프로젝트, 문제 만들기

개방형 문제의 유형을 배종수와 오은영(2005)은 坪田耕三(1993)의 연구를 인용하여 ①관계나 법칙을 찾아내는 문제, ②분류하는 문제, ③수량화 문제, ④역(逆)의 문제, ⑤조건(條件)불비(不備) 문제, ⑥구성활동적(構成活動的) 문제 등으로 제시하였고, Becker와 島田茂(1995)는 개방형 문제를 통해 ①상황을 적절히 수학화, ②수학적 규칙 혹은 관계 발견, ③ 문제 해결, ④결과 검사를 할 수 있어야 한다고 주장한 바 있다.

개방형 문제의 해결 과정에 대한 분석은 학자 마다 차이를 보이는데, 국내에서 연구된 방법은 초등학교 5학년 학생들의 수학적 의사소통에서 패턴을 살펴 본 연구(박우자, 전평국, 2003), 수업에서의 활용 방법(이종영, 2012), 초등학교 4학년 학생들이 개방형 문제로 변형된 수학 교과서 문제를 풀이하면서 보이는 태도를 살펴본 연구(배종수, 오은영, 2005), 초등학교 3학년 학생들을 대상으로 개방형 문제를 활용한 수준별 학습의 차이를 살핀 연구(김보경, 권성룡, 2010)등이 있다.

개방형 문제는 학생들의 학업 성취도를 향상시킬 뿐만 아니라(김보경, 권성룡, 2010; 박우자, 전평국, 2003), 개방형 문제의 해결 과정에서 수학적 탐구의 경험을 통해 창의적이고 다양한 독창적인 사고 능력을 길러주며, 학생들의 다양하고 독창적인 사고 능력을 자극한다(김보경, 권성룡, 2010; 도종훈, 2007). 또한 개방형 문제는 학생의 수준에 제한적이지 않기 때문에 학생 수준에 따라 잠재력을 개발시킬 수 있다(이종영, 2012). 즉, 수학적으로 우수한 사고 능력을 갖춘 영재 학생들은 개방형문제를 해결하면서 자신의 수학적 잠재력과 가능성이 발현시킬 수 있을 것이다.

학생들이 산출한 개방형 문제의 수준을 분석한 연구는 미미한 편인데, 아직까지는 개방형 문제를 해결하는 학생들의 사고를 분석하는 것 또는 개방형 문제의 효과에 초점이 맞춰진 연구가 많기 때문인 것으로 보인다(권오남 외 2005; 김민경 외, 2011; 김은혜 외, 2011; Veletsianos & Doering, 2010). 국내에서 개방형 문제에 드러난 학생의 사고 과정을 분석한 연구로는 고상숙, 노지연(2007)이 Polya의 관점을 적용하여 이해-수립-실행-반성의 단계에서 문제 해결과정을 중심으로 살핀 점은 주목할만하다. 다음의 [표 4]는 개방형 문제의 수준을 분석하고자 연구자들이 제안한 분석 기준이다.

[표 4] 개방형 문제의 분석 기준
[Table 4] Analysis criterion of open-ended problem

연구자	평가 기준	세부 평가 항목 또는 평가 내용	본 연구에서의 활용 수학적	본 연구에서의 활용 개방형
Becker, 島田茂 (1995)	적합성	수학적 내용의 풍부성과 수학적 가치성		유의미성
		학생 수준의 적합성		복잡성
		고등 수준의 수학적 사고		복잡성
Leatham, Lawrence, & Mewborn (2005)	의미 있는 수학의 포함			유의미성
	다양한 답의 유도 가능성	부정확함, 단답, 일반화		개방성
	적절한 정보 제공		완전성	
Hertzog (1995)	여러 개의 답			개방성
	논리적 근거를 제시			복잡성

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구대상

연구 대상은 총 18명이다. 이들은 4학년 때 담임교사의 관찰추천과 학교장 추천 및 서울시교육청 영재교육대상자 선발시험을 거쳐 영재교육대상자로 선발된 학생들로, 5학년 1년 동안 초등 수학 영재교육원에서 수학한 40명의 학생 중 5학년 때 창의적 문제 해결력 검사를 통해 재 선발된 20명의 학생들로 그 중 자퇴 학생 1명을 제외한 학생들이다. 학교와 영재 담당 교사들에 의해 영재 행동이 관찰된다고 보고된 학생들이기 때문에 ‘영재’로 간주하여 프로그램을 적용할 수 있다고 사료된다.

본 연구는 개방형문제 만들기 프로그램의 적용에서 교사로 인한 변인을 통제하고자 서울특별시 A지역 초등 수학 영재교육원 1개 학급(6학년 19명) 중에서 본 프로그램의 총 16차시(1차시 50분) 중 수업의 계열성과 산출물 제출 시점을 고려하여 80% 이상 이수하지 않았거나 산출물을 생성하는 3단계 과정에 참여하지 않은 경우 및 비수학적인 문제를 생성한 1명을 제외하고 18개의 응답을 분석하였다.

2. 학생이 생성한 문제의 수준 분석 도구

학생들이 산출한 문제의 수준을 분석하기 위하여 Silver와 Cai(1996)가 중학생의 문제 설정 능력을 파악하기 위하여 마련한 사고 수준 분석 틀을 참고로 본 연구에서는 학생들의 반응을 [그림 2]와 같은 분석틀을 이용하여 수학적 측면과 개방성 측면을 분석한다.

1) 수학적 문제 측면의 분석

학생들이 문제 만들기를 통해 생성한 문제를 비수학적 문제와 수학적 문제로 구분한 후 수학적 문제들을 분석한다. 분석 기준은 김경탁, 류성림(2013), 신마리아, 나귀수(2012), 이경미 외(2012), 최왕균(2011), 최혜진, 김상룡(2011), Chen 외(2013), Leatham 외(2005) 등의 문제 만들기 분석 기준을 참고로 완전성, 전달성, 해결가능성의 세 가지 기준으로 재구성하였으며, 각 항목의 의미와 수준은 다음과 같으며 세부 내용은 보면 [표 5]와 같다.

[표 5] 수학적 문제 측면의 분석 기준
[Table 5] Analysis criterion of mathematical problem

항목(의미)	단계	수준
완전성 (수학적 구성요소가 완전한 문제를 창출하였는가?)	0	비 수학적 문제
	1	수학적 오류가 있는 문제
	2	수학적 구성요소가 부족한 문제
	3	수학적 구성요소가 완전한 문제
전달성 (문제가 전달하고자 하는 바가 명확한가?)	0	이해되지 않거나 틀린 문제
	1	의미가 애매한 문제
	2	문법적인 오류가 조금 있지만 의미가 이해되는 문제
	3	진술이 명확하고 문법적 오류가 없는 문제
해결가능성 (수학적 문제 풀이가 가능한가?)	0	문제에서 요구하는 것이 명확하지 않아 문제를 풀이할 수 없음
	1	문제에서 풀이하고자 하는 것에 수학적으로 접근하기가 애매함
	2	문제에서 풀이하고자 하는 것을 수학적 요소(예> 순서, 도형 등)를 적용하고 있으나, 수학적 알고리듬 등을 사용한다고 보기 어려움
	3	문제에서 풀이하고자 하는 것이 명확하고 수학적 풀이에 기반함

(1) 완전성

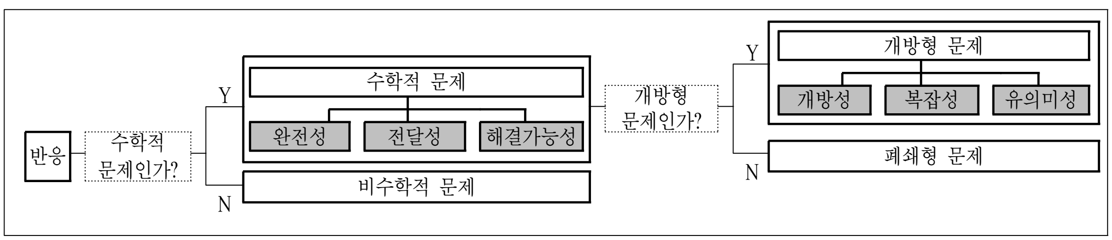
기존의 연구에서 문제의 완성도에 대하여 분석할 때 기준으로 쓰이는 것은 ①이해의 여부, ②문법적 오류 여부, ③조건의 과부족, ④자료의 명확성, ⑤수학적 오류의 유무이다(김경탁, 류성림, 2013; 박한홍, 1995; 이경미 외, 2012; 임문규, 2001; 최왕균, 2011). 그러나 본 연구에서 학생들이 만들어야 하는 문제는 '개방형'문제로 조건을 풀이자가 스스로 선택하여 풀이하는 것에 목표를 두고 있으므로, 조건의 과함이나 자료의 명확성은 완전성의 요소에 포함시킬 수 없다. 또한 기존의 연구에서 '수학적'완성도와 '문법적'완성도를 같은 항목의 하위 요소로 넣은 것은 다른 성질의 것을 결합시켜 놓은 것으로 보이기 때문에 "완전성" 항목에서는 수학적으로 풀이할 수 있는 구성요소(문제의 요구사항, 조건, 구하고자 하는 것, 수학적 개념의 사용)와 수학적 오류만을 포함하는 수학적인 완전성을 파악하고자 한다. 그리고 "전달성" 항목에서 선행연구에서 초점을 맞춘 '문법적' 완성도를 파악하여 분석한다.

(2) 전달성

문제 이해와 의미 파악, 기술적 오류 등을 같은 항목으로 종합하여 전달성을 분석한다면 의미 이해의 여부와 문법적인 오류를 기준으로 삼을 수 있다(김경탁, 류성림, 2013; 이경미 외, 2012; 임문규, 2001; 최왕균, 2011; 최혜진, 김상룡, 2011). 본 연구에서는 전달성을 이해되지 않거나 틀린 문제에서 의미가 애매한 문제, 문법적 오류가 약간 있으나 이해할 수 있는 문제, 진술이 명화하고 문법적 오류가 없는 문제의 기준으로 분석한다.

(3) 해결가능성

문제에서 부족한 조건이 무엇인지 아는 것과 그렇지 않은 것의 차이. 즉, 논리적 오류의 유무로 해결가능성을 파악한 선행연구를 바탕으로(김경탁, 류성림, 2013; 신마리아, 나귀수, 2012), 문제에서 요구하는 답안과 문제에 나타난 조건이 학생들이 수학적 사고에 기반하여 문제를 해결할 수 있는가를 기준으로 분석한다.



[그림 2] 문제의 수준 분석의 틀
[Fig. 2] Analysis frame of problem level

2) 개방형 문제 측면의 분석

학생들이 산출한 수학적 문제들을 개방형과 폐쇄형 문제로 나눈 후 폐쇄형 문제는 제외하고 개방형 문제들에 대해서 개방성, 복잡성, 유의미성의 세 가지 기준으로 분석한다. 각 항목의 의미와 수준은 다음과 같으며 세부 내용은 [표 6]과 같다.

[표 6] 개방형 문제 측면의 분석 기준
[Table 6] Analysis criterion of open-ended problem

항목(의미)	단계	수준
개방성 (풀이자가 다양한 접근을 할 수 있도록 문제가 열려있는가?)	0	문제가 난해하거나, 정보에 모순이 있어 해결할 수 없음
	1	문제를 해결하는 접근 방법이 1~2개로 제한적임
	2	문제를 해결하는 접근 방법은 다양하지만, 도출되는 결론이 1~2개로 제한적임
	3	문제 해결에 여러 가지 경우를 찾아 의사결정하고 해결해야 함
복잡성 (문제 해결을 위한 사고과정의 단계가 복잡하고 의사결정을 위해 종합해야하는가?)	0	문제의 계산과정이 쉽고 명확한 경우
	1	문제를 해결하면서 1개의 알고리듬을 적용하면 바로 해결됨
	2	문제를 해결하면서 2개 이상의 알고리듬을 적용하면 바로 해결됨
	3	문제를 해결할 때 상충되는 부분이 있어서 수학적 지식이나 기능 등을 통한 조작과정을 거쳐 의사결정이 요구됨
유의미성 (수학적으로 유의미하고 가치 있는 상황에서 수학적 개념이 결합되어 있는가?)	0	개인의 기호나 취향 등을 고려한 것으로 수학적 상황이 포함되지 않음
	1	간단한 수치나 모양이 포함되어 수학적인 상황은 있으나 의미가 없거나, 풀이과정에는 영향을 끼치지 않음
	2	수학적으로 의미 있는 상황에서 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 풀이 과정에 포함되어 있음
	3	수학적으로 의미 있고 가치 있는 상황에서 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 복합적으로 결합되어 있음

(1) 개방성

문제 설정에서도 해의 다양성을 강조하거나, 개방의 정도를 제시하면서 개방성을 강조하기도 하며(김판수, 2005; 최왕균, 2011), 비슷한 맥락으로 단답에서부터 일반화까지 다양한 답의 유도 가능성을 제시하면서 개방의 정도를 확인하기도 한다(Leatham, Lawrence, & Mewborn, 2005). 즉, 개방형 문제를 창출하면서 학생들의 여러 가지 문제 해결을 위한 방법을 열어 놓은 정도와 풀이자가 자신의 생각을 개입할 수 있는 정도가 개방성의 평가 기준이 될 수 있겠다.

(2) 복잡성

복잡성에 대해 '언어적'접근과 '수학적'접근이 시도되고 있다. 언어적 복잡성으로는 문법적 분석을 분석한 Silver와 Cai(1996)의 연구가 있으며, 문제 풀이에 사용되는 알고리듬의 수, 연산, 사고 과정의 단계성, 제시된 개념과 내용의 복잡성, 논리성 등을 바탕으로 문제의 복잡성 정도를 수학적으로 파악하려는 연구들이 있다(김경탁, 류성림, 2013; 박한홍, 1995; 이경미 외, 2012, 최왕균, 2011; 최혜진, 김상룡, 2011; Hertzog, 1995). 또한 Chen 외(2013)의 연구와 같이 언어적 복잡성과 수학적 복잡성을 함께 고려한 연구도 있다.

본 연구는 개방형 문제를 창출하는 영재 학생의 사고과정에 초점을 맞추고 있기 때문에 복잡성에 대해 수학적 접근을 하고자 한다. 따라서 문제 해결을 위한 풀이가 쉬운 정도, 몇 개의 알고리듬이 포함되는가, 수학적 지식 등과 자료를 종합해야 하는지를 기준으로 삼는다.

(3) 유의미성

유의미성은 개방형 문제의 특징으로 유의미한 문제를 창출하는 것이 개방형 문제의 필수 요소이며 개방형 문제의 질을 나타내는 중요한 기준이다. 유의미한 수학적 문제 상황을 생성하는 것은 쉽지 않지만, 일상적인 상황에서 의미 있고 수학적 가치를 지닌 문제인가하는 것은 중요하다(김판수, 2005; 백대현, 이진희, 2010; Becker, 島田茂, 1995; Chen, Van Dooren, & Verschaffel, 2013; Leatham, Lawrence, & Mewborn, 2005). 따라서 본 연구에서는 수학적 상황인가, 수학적으로 해결할 수 있는가를 중심으로 유의미성을 판단하도록 한다.

3. 자료 수집 및 분석

Markhan, Larmer 그리고 Ravitz(2003)는 프로젝트

평가를 위해 과정을 추측하기 보다는 결과물을 평가할 것을 제안하였다. 이에 학생들의 사고와 수준의 분석은 학생들이 산출한 문제에 기반하도록 하기 위하여 개방형 문제 만들기 프로그램 적용 후 학생들의 산출물과 활동지를 모두 사진으로 찍어 데이터화 하였고, 학생이 제출한 활동지 외에 필요한 경우 추가적인 개별 심층 면담을 일주일에 걸쳐 2~3회 정도 실시하였다.

질적 자료의 분석은 기술(description), 분석(analysis), 해석(interpretation)의 단계를 거쳐 분석하는데, 분석과 해석의 과정에서 공통적인 개념을 추상적으로 형상화함에 따라 연구자의 주관적 해석이 개입될 여지가 있다(이애리, 2013). 따라서 연구자뿐만 아니라 영재 교육과 관련이 있는 분석자 2인과 함께 총 3인이 삼각분석을 실시함으로써 타당성을 높였는데, 분석자 1인은 서울특별시 A영재교육원 초등 수학 분야에서 13년 동안 영재 학생들을 지도한 영재 강사로 교육심리학 석사학위를 소지한 현직 초등학교 교사이며, 다른 분석자는 단위학교 영재학급에서 4년 동안 영재 학생들을 지도한 영재 강사로 초등 수학과 교육학 석사학위를 소지한 현직 초등학교 교사이다. 분석자를 선정함에 있어서 영재 학생들을 지도해 본 경험 및 영재 학생에 대한 이해 정도와 수학과에 대한 전문지식을 고려하였으며, 선정 후 연구 내용에 대한 전체적인 안내와 함께 연구 분석 도구 사용에 대해 안내하고 5명 내외의 학생들의 반응을 함께 분석하고 조정하는 것으로 사전 논의를 한 후 전체 학생의 응답을 분석하였다. 분석 과정에서 생긴 학생의 의도에 관한 물음은 학생에게 재질문하는 방법으로 피드백하여, 학생들의 사고 수준이 정확하게 반영될 수 있도록 하였다.

2명 이상의 검사자가 이산적인 자료를 채점하였기 때문에 채점자간 일치도를 평가하기 위하여 일반화된 카파계수(Generalized Kappa)를 이용하여 채점자간 일치도를 확인하였다. Landis와 Koch(1977)는 카파지수를 .20이하는 매우 약함(slight), .21~.40은 약함(fair), .41~.60은 보통(moderate), .61~.80은 높음(substantial), .81~1.0을 매우 높음(almost perfect)로 보았는데, 수학적 문제의 측면인 완전성은 .67(표준오차 .08), 전달성은 .81(표준오차 .10), 해결가능성은 .72(표준오차 .10)로 완전성과 해결가능성은 일치도가 높음, 전달성은 매우 높음을 보였고, 개방형 문제의 측면인 개방성은 .65(표준오차 .13), 복잡성은 .75(표준오차 .08), 유의미성은 .61(표준오차 .10)로 모두 일치도가 높음을 나타내어 전체 항목에서 검사자간 일치도가 높았다.

분석자들과 본 연구자의 분석 내용 중 의견이 합치되는 것은 그대로 코딩하고, 셋 중 두 명의 의견이 같은 경우는 다수의 의견으로 하였으며, 세 명의 분석자가 모두 의견이 다른 경우는 협의를 통해 조정하였다.

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. 프로그램 개발 및 적용

1) 프로그램의 방향

(1) Renzulli 삼부심화모델의 도입

학생들의 다양한 수학적 사고를 자극하는 방법으로 개방형 문제를 적용하며, 학생들이 각각의 수준에 맞는 개방형 문제를 산출하는 것을 프로그램의 중심 활동으로 구성하기 위해 Gardner의 다중지능모델, Purdue 3단계 심화모델, The Maker Matrix, 평행교육과정, Sternberg 삼원 모델, VanTassel-Baska의 통합 교육모델 등 영재 학생들을 위한 여러 가지 교육 모델을 고려하였다.

재능탐색 모델과 무한 재능모델은 속진의 형태를 갖기 때문에 우리나라에 영재교육에서 제안하는 심화 중심 영재 교육 형태에 부합하지 않고, Gardner의 다중지능모델은 교사 교육을 매우 강조하고 있어서 교사 연수가 선행되지 않고서는 영재 교육 현장에 투입되기 어려움이 있으며, Purdue 3단계 심화모델의 경우 간단한 사고에서 복잡한 독립 활동까지 전개되는 심화활동이지만, 보통 창의적 문제 해결력 신장과 연계되기 때문에 본 연구의 흐름에는 적절하지 않다. 또한 The Maker Matrix는 수렴적 사고에서부터 비구조화된 문제의 해결까지도 지향하고 있으나 아직까지도 지속적인 개발 중인 영재교육과정 모델이기 때문에 효과가 입증되지 않았다. 그리고 평행교육과정은 핵심 교육과정을 중심으로 연결 교육과정 실행 교육과정, 자기화 교육과정이 유기적으로 연결되어 있는 교육과정으로, 핵심적인 내용을 익혀 간 학문간 연결과 실제적인 탐구 및 자기화의 과정을 통한 진로 교육까지도 고려되어 있지만 학생이 핵심 교육과정을 구성해 나가야 하는 개방형 문제 만들기 프로그램 주제를 달성하기에는 무리가 있다. Sternberg 삼원 모델은 분석적, 창의적, 실제적 지능을 바탕으로 학습 능력과 실제를 강

조하고 있으나, 본 프로그램과는 달리 탐구보다는 주로 분석적 지능을 강조한다. 또한 VanTassel-Baska의 통합 교육모델은 언어예술, 과학, 수학의 분야에서 미국 내 주 표준과 연계된 표준 교육과정을 마련한 영재 교육 프로그램이지만, 우리나라의 교육과정과는 차이가 있기 때문에 바로 접목하기 어려운 면이 있다.

위와 같은 이유로 본 연구에서는 수학 영재 학생들의 사고의 수준을 살펴 볼 수 있는 문제 만들기 프로그램을 개발하기 위하여 2009개정 수학과 교육과정을 바탕으로 Renzulli의 삼부심화모델에 따라 프로그램을 개발하였다. 이는 삼부심화모델을 확장한 학교전체 심화모델이 개발되어 있으나 학교 전체학생을 대상으로 영재교육을 실시하지 않는 우리나라의 현실을 반영한 것으로, 프로그램을 개발함에 있어서 우리나라 영재학급 교육 실태에 맞게 조정하여 영재교육대상자 학생이 모두 쉽게 접근할 수 있는 1단계에서부터, 3단계를 유기적으로 구성하기 위함이다.

수와 연산, 도형, 측정, 규칙성과 함수 영역에서 학습한 내용을 바탕으로 해결할 수 있는 문제를 접하도록 하고, 문제 해결 경험을 바탕으로 스스로 문제를 생성하는 방법을 모색하고, 마지막 단계에서는 학생이 개발한 문제를 다른 친구들과 함께 공유하였다.

(2) 프로그램 내용 선정

· 수학적 아이디어의 적용

학생들이 문제 만들기를 함에 있어서 자신의 수학적 아이디어를 충분히 활용할 수 있도록 하고, 범위와 깊이에 제한을 두지 않는다. 다만, 너무 열려 있어 누구도 해결하지 못하는 문제는 조건을 체계적으로 설정할 수 있도록 지도한다.

· 실생활 적용 대상

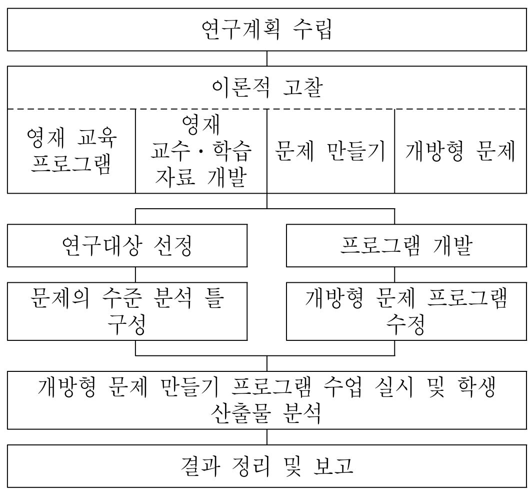
학생들의 문제가 일상생활, 놀이, 뉴스, 역사, 그림, 모형 등 가급적 학생들의 실생활과 연계될 수 있도록 하여 문제의 현실성을 높인다. 또한 문제 만들기에 사용되는 자료를 현실 세계에서 인용하도록 하여 학생들이 실생활과 수학을 연계하는 경험을 하도록 한다.

· 제시 형태의 유연화

문제 만들기의 형태에 제한을 두지 않음으로써 학생들이 자신의 수학적 아이디어를 다양하게 표현할 수 있도록 한다. 1~2단계에서 그림형, 언어형, 복합형 문제 해결 과정을 경험할 수 있도록 하여, 3단계에서 다양한 형태의 문제가 도출될 수 있도록 한다.

2) 프로그램 개발 절차

프로그램 개발 절차는 다음의 [그림 3]과 같다. 연구계획 수립 후 개방형 문제 만들기 프로그램 개발을 위해 영재교육 프로그램과 영재교수·학습 자료 개발에 대한 이론적 고찰을 실시하였으며, 문제 만들기와 개방형 문제에 대한 선행연구도 함께 실시하였다. 개방형 문제 만들기 프로그램을 개발하면서 연구 대상을 선정하였고, 이론적 고찰을 바탕으로 학생이 산출한 문제의 수준을 분석하기 위한 틀을 마련하고 프로그램을 투입 후 산출물을 분석하였다.



[그림 3] 프로그램 연구 절차
[Fig. 3] Process of program

3) 프로그램 구안 및 적용

Becker와 島田茂(1995)의 개방형 문제의 과정, 임문규(1996), Brown과 Walter(1990)의 문제 만들기 연구의 결과를 종합해 볼 때, 연구자마다 표현한 방법은 상이하지만 문제를 설정하는 것과 문제의 결과를 확인하는 것 모두 문제 만들기 과정에 포함해야 한다는 것을 파악할 수

있다. 선행 연구의 결과를 수용하여 본 프로그램에서도 수학적으로 접근하는 문제를 제시해야 한다는 것을 인식할 수 있도록 개방형문제 만들기 안에 문제를 만드는 것뿐만 아니라, 자신이 제시한 문제를 스스로 해결하여 잠정적인 답(해결 방법)을 찾는 것, 그리고 학생들이 서로 수학적 상호작용하는 과정을 거쳐 자신의 문제를 개선해 나갈 수 있도록 하였으며, 학생들이 산출한 문항에서 드러난 학생들의 사고 수준을 분석하기 위해 학생들이 어떠한 문제를 제시했는가 하는 것과 자신의 문제를 해결하고 정당화하는 과정을 모두 포함하여 개발하였다.

프로그램은 Renzulli의 삼부심화모델에 따라 1~3단계 과정을 거치며 점차 개인 연구 활동으로 발전한다. 각 단계의 프로그램은 다음과 같이 구성하였다. 프로그램의 개요는 [표 7]과 같다.

[표 7] 프로그램의 개요
[Table 7] Outline of program

차시	단계 및 활동	삼부 심화 단계의 내용	본 프로그램의 지도 내용
1~3 (총 3차시)	1단계 일반적인 탐색활동	정규 교육과정과 다른 새로운 주제 제공으로 새로운 흥미를 자극 (사건 지향)	-개방형 문제 경험하기 -개방형 문제 풀이하기
4~8 (총 5차시)	2단계 소집단 단위의 학습활동	과정적 능력, 태도 및 사고 기능 신장을 할 수 있도록 범위 및 계열적인 접근 (방법, 자료 지향)	-개방형 프로그램 특징 알기 -개방형 프로그램 제작 방법 알기
9~16 (총 8차시)	3단계 개인 단위의 문제 해결 및 연구활동	개인적인 탐구 및 실제 청중을 위한 실제적 산출물 생산 및 발표 (탐구자로서의 역할 지향)	-개방형 문제 만들기 -개방형 문제 발표하기 -친구들이 만든 개방형 문제 풀기 및 평가하기 -자신의 개방형 문제 다듬기

(1) 1단계 심화(개방형 문제 접하기)

1단계 심화는 일반적인 탐색 활동으로 총 16차시 중 1~3차시(총 3차시 분)로 구성하여 개방형 프로그램을 경험하는 것을 중심으로 구안되었다. 1단계 심화의 기본적인 포맷은 Cognition and Technology Group at VanderBuilt(2012)에서 개발한 Jasper 시리즈의 흐름을 차용하여 '발전소'를 건설하는 문제를 제시하고, 학생들이 실제적인 상황 속에서 여러 가지 관련 자료를 조사하고 검증하며 해결 방법과 방법에 따른 결과를 도출할 수 있도록 하였다. 그 과정에서 학생들은 수학적 원리를 적용하고 수학적으로 사고하게 되며, 다른 학생들과 반성적 토의를 통해 자신의 사고 과정을 정당화 하게 된다. 이러한 과정을 통해 과정을 발전시키고, 심도 있는 수학적 사고를 발전시킬 수 있다.

1단계 과정을 거치면서 학생들은 문제 풀이자의 사고 과정을 경험하였으며, 이를 통해 문제 설정의 방향을 알 수 있도록 함으로써 스스로 산출할 개방형 문제의 조건을 파악하고 프로젝트를 계획하도록 하였다.

(2) 2단계 심화(개방형 문제 제작과정 파악하기)

2단계 심화는 16차시 중 4~8차시(총 5차시 분)의 수업으로 구성되었으며, 학생들이 개방형 문제를 개발할 수 있도록 개방형 문제의 특징과 제작 방법 등을 학습하는 단계로, 개방형 문제를 제작하는 과정과 그 과정에서 고려해야하는 것들을 파악하기 위하여 교사 및 다른 학생들과 함께 문제를 만들어 보고 해결하는 내용으로 구성함으로써 추후 자신만의 개방형 문제를 착안하는데 기반을 마련할 수 있도록 하였다.

2단계 심화에서도 학생들이 자신의 사고 과정을 다른 학생들과 함께 이야기 할 수 있도록 구성하여 자신의 사고를 정당화하고 검증할 수 있도록 하였고, 집단 지성의 활용으로 교사의 개입 없이 학생이 스스로 과정을 다듬어 나갈 수 있도록 하는 것에 중점을 두었다. 그 후 문제 만들기를 계획하는 활동을 하게 되는데, 학생들이 1단계 심화에서 해결한 문제와 같이 일상에서 수학적으로 탐구할만한 가치가 있는 것을 학생들이 모색하고 탐구하여 3단계에서 자신만의 문제 만들기 활동을 할 수 있도록 준비하도록 하였다.

(3) 3단계 심화(문제 찾고, 만들어 발표하기)

심화 과정 중 영재 학생들이 자신의 잠재력을 나타내며 독립 연구를 수행하는 3단계는 전체 16차시 중 9~16차시(총 8차시 분)로 구성되었으며, 개방형 문제를 개발하고, 발표하고 평가하는 과정을 주요 과정으로 하였다.

실생활과 관련된 문제를 탐색하고 문제화할 수 있도록 하였으며, 문제 사태를 수학적으로 사고하도록 구성하였다. 학생들의 수준차를 고려하여, 속성을 변화한다거나 조건을 추가하는 등의 활동을 실시하며, 모둠별 통의를 통해서 자신의 문제를 다듬도록 하였다. 또한 문제를 예비로 발표하는 활동을 통해 모둠별 토의에서 발견되지 않았던 새로운 문제점을 확인하고, 수정하도록 구성하였다. 그리고 실제로 수정한 문제를 발표하는 과정을 갖는데, 문제 발표를 처음 보는 학생은 이를 1단계로 삼아 다시 탐구할 수 있도록 구성하여 개방형 문제 만들기 프로그램이 지속될 수 있도록 구안하였다.

2. 영재 학생들이 개방형 문제 만들기 프로그램 과정을 통해 생성한 문제 분석

1) 수학적 문제 측면의 분석

학생들의 반응을 기반으로 비수학적 문제와 수학적 문제로 나누었다. 전체 19명의 학생 중 비수학적인 문제를 산출한 1명의 답안을 제외하고 총 18명의 학생을 대상으로 문제의 수준을 분석하였다.

(1) 완전성

학생들이 산출한 문제에서 수학적 구성요소를 기준으로 수학적 완전성을 분석하였다. 비 수학적인 문제에서부터 수학적 구성요소가 완전한 문제까지 총 4단계로 나누었을 때([표 8] 참조), 학생들이 제시한 문제를 중심으로 분석한 결과 다음과 같은 빈도를 보였다.

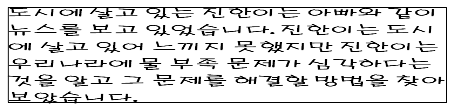
[표 8] 완전성
[Table 8] completion (N=18)

단계	수준	빈도수(%)
0	비 수학적 문제	2(11.1%)
1	수학적 오류가 있는 문제	1(5.5%)
2	수학적 구성요소가 부족한 문제	3(16.7%)
3	수학적 구성요소가 완전한 문제	12(66.7%)

[표 8]에서 볼 수 있는 것과 같이 맛집 지도 그리기와 출발점, 놀이동산에서 놀이기구 타기와 같이 수학적으로 해결할 수 없는 문제에서부터 구성요소가 완전한 문제까지 다양한 수준이 다양했다.

1단계 수준으로 수학적 오류라고 볼 수 있는 문제로는 시간과 요금을 고려하여 효율적인 방법으로 제주도에 가는 방법을 생각하는 문제였는데, 다양한 경로가 있지 않고, 시간의 차이는 계산할 수 있으나 기준이 명확하지 않다는 점에서 양감이 결여된 문항으로 사료되며, 시간과 금액의 차이로 문제가 해결된다고 볼 수 없기 때문에 논리적으로도 오류가 있다고 볼 수 있겠다.

2단계 수준의 가장 전형적인 모습으로는 [그림 4]와 같이 구성요소가 결여된 문항이었다. 물 부족 문제를 제기하면서 문제의 풀이자가 물을 절약하는 방법을 선택하도록 문제를 제시하면서도, 물 절약과 관련된 정보와 자료를 거의 제공하지 않고 있기 때문에 문제에 제시된 내용만으로는 문제를 해결할 수 없다. 2단계의 다른 문제도 마찬가지로 문제를 해결하기 위한 결정적인 단서가 주어지지 않은 경우이다.


도시에 살고 있는 진한이는 아빠와 같이
뉴스를 보고 있었습니다. 진한이는 도시
에 살고 있어 느끼지 못했지만 진한이는
우리나라에 물 부족 문제가 심각하다는
것을 알고 그 문제를 해결할 방법을 찾아
보았습니다.

[그림 4] 완전성 2단계 수준의 예
[Fig. 4] Example of completion level 2

3단계 수준을 보인 학생들이 가장 많았는데(66.7%), 문제를 풀 수 있는 조건 및 문제에서 알고자 하는 바를 제시하여 풀이자가 문제를 파악하고 해결할 수 있는 형태로 문제를 산출하였다. 개개인마다 명시적으로 문제의 조건이나 해결하고자 하는 문제를 제시하는 정도에는 차이가 있었으나, 문제 속에 수학적 구성요소가 완전하게 있었다.

학생들이 구성요소가 부족한 문제들을 산출하게 된 원인은 학생들의 면담자료에서 찾을 수 있었는데, 학생들은 지속적으로 문제를 생각했기 때문에 스스로 출제한 문항을 풀이하면서 문제 안에 명시되어있지 않은 것들을 고려하여 문제를 풀 수 있었기 때문에 문제의 구성요소를 간과 한 것으로 확인 되었다.

(2) 전달성

문제에서 구하고자 하는 것을 풀이자에게 정확하게 전달하고 있는가의 여부를 파악하는 항목으로 문항의 전달성을 분석하였다. 이 항목은 문제와 출제 학생의 풀이를 연관하여 분석하였으며, 출제 학생의 풀이로 미루어

보았을 때 전달하고자 하는 바가 정확히 전달되었는지를 확인하였다. 이해가 안 되는 수준(0단계)에서 진술이 명확하고 오류가 없는 수준(3단계)로 나누어 보았을 때 빈도는 다음의 [표 9]와 같았으며, 표에서 볼 수 있는 바와 같이 학생들이 산출한 문제의 수준이 비교적 다양하게 분포되어 있었다.

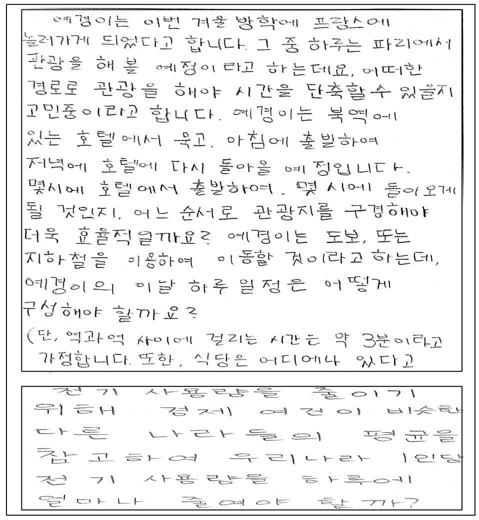
[표 9] 전달성
[Table 9] Communication (N=18)

단계	수준	빈도수(%)
0	이해되지 않거나 틀린 문제	1(5.6%)
1	의미가 애매한 문제	4(22.2%)
2	문법적인 오류가 조금 있지만 의미가 이해되는 문제	5(27.8%)
3	진술이 명확하고 문법적 오류가 없는 문제	8(44.4%)

1단계 수준은 문제에서 요구하는 바가 정확히 어떤 것인지 알리지 않은 경우였는데, 예를 들면 문제는 운영에 효율적인 시간표를 짜는 방법에 대해 묻고 있는 반면, 출제 학생의 풀이를 살펴보면 고려 사항에 대한 요구나 자료가 정확히 나타나 있지 않아 문제의 의미가 애매함을 확인할 수 있다.

2단계 수준의 문제들은 글이 설명적이고 장황한 경우였는데, 결과적으로 보았을 때 무엇을 구하라고 하는 것인지 파악은 할 수 있으나 글의 문맥이 매끄럽지 않고 앞뒤가 연결되지 않는 것이 있었다.

3단계 수준의 문제들은 문제에서 요구하는 내용이 정확히 전달되는 경우였는데, 학생들의 성향에 따라 맥락적인 상황을 제시하면서 구하고자 하는 것을 전달하고 있는 것에서부터 요점만 간단히 제시하여 풀이자가 해결해야 하는 문제만을 제시하는 것까지 다양한 수준을 보였다. 그러나 3단계의 학생 모두 진술이 명확하고 문법적 오류가 없어 문제에서 요구하는 바를 명확히 파악할 수 있었다([그림 5] 참조).


예경이는 이번 겨울 방학에 프랑스에
놀러가게 되었다고 합니다. 그 중 하루는 파리에서
관광을 해 볼 예정이라고 하는데요, 어떠한
경로로 관광을 해야 시간을 단축할수 있을지
고민중이라고 합니다. 예경이는 북역에
있는 호텔에서 묵고, 아침에 출발하여
저녁에 호텔에 다시 돌아올 예정입니다.
몇시에 호텔에서 출발하여, 몇 시에 돌아오게
될 것인지, 어느 순서로 관광지를 구경해야
더욱 효율적일까요? 예경이는 도보, 또는
지하철을 이용하여 이동할 것이라고 하는데,
예경이의 이날 하루 일정은 어떻게
구성해야 할까요?
(단, 역과역 사이에 걸리는 시간은 약 3분이라고
가정합니다. 또한, 식당은 어디에나 있다고

전기 사용량을 줄이기
위해 경제 여건이 비슷한
다른 나라들의 평균을
참고하여 우리나라 1인당
전기 사용량을 하루에
얼마나 줄여야 할까?

[그림 5] 전달성 3단계 수준의 예
(상: 맥락 포함 경우, 하: 맥락 결여 경우)
[Fig. 5] Example of Communication level 3
(upper: Including context, lower: not Including context)

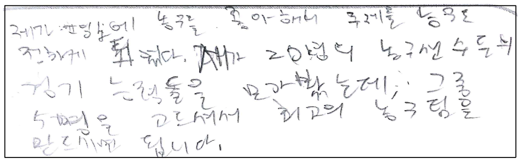
(3) 해결가능성

문제가 수학적으로 풀이가 가능한지의 여부를 중심으로 해결가능성을 분석하였다([표 10] 참조). 프로그램 과정 안에 문제 풀이하는 과정이 포함되어 있기 때문에 0~1단계의 출현빈도가 낮은 것으로 파악되며 2~3단계 중에서는 3단계 수준의 문제가 많이 산출되었다.

[표 10] 해결가능성
[Table 10] Solvability (N=18)

단계	수준	빈도수(%)
0	문제에서 요구하는 것이 명확하지 않아 문제를 풀이할 수 없음	2(11.1%)
1	문제에서 풀이하고자 하는 것에 수학적으로 접근하기가 애매함	2(11.1%)
2	문제에서 풀이하고자 하는 것을 수학적 요소(예> 순서, 도형 등)를 적용하고 있으나, 수학적 알고리듬 등을 사용한다고 보기 어려움	4(22.2%)
3	문제에서 풀이하고자 하는 것이 명확하고 수학적 풀이에 기반함	10(55.5%)

1단계 수준으로 파악된 문항은 지도와 자료를 보고 최단 거리를 찾는 문제이지만, 출발점과 종료지점이 제시되어있지 않고, 지나야 하는 지점이 결정되지 않는 등 수학적으로 접근하기가 애매하다.



[그림 6] 해결가능성 2단계 수준의 예
[Fig. 6] Example of solvability level 2

2단계 수준으로 파악된 문항([그림 6])은 농구팀 선수를 선발하는 문제인데, 비교하기, 통계 활용하기 등의 내용으로 본다면 수학적 요소가 사용되었다고 볼 수 있으나 단순히 서열을 매기는 것만으로는 수학적 알고리듬을 사용한다고 보기 어렵다.

3단계 수준의 문제들은 하나 이상의 수학적 풀이 과정을 거치고 있는 문제로 수학적인 풀이 과정의 복잡성에서는 차이가 있었으나, 수학적인 접근이 가능하고 이를 통한 해결가능성이 있는 문제들을 산출한 경우였다. 산출한 문제들은 풀이과정이 간단한 것에서부터 여러 가지 의사결정 과정을 거쳐야 하는 것, 다양한 접근 방법이 있을 수 있는 것 등 다양한 수준을 나타냈다. 다수의 학생들이 수학적으로 해결이 가능한 문제를 산출하였는데, 수나 도형 등 간단한 요소만을 문항 속에 삽입하는 것이 아니라 수학적인 풀이가 가능한 문제를 제시하였다는 것, 학생마다 수준 차이는 있으나 수의 크기 비교나 간단한 사칙 연산 외에 수 조작이나 문제 풀이에 필요한 알고리듬을 찾아 해결 가능한 문제를 출제했다는 것에 의의가 있다.

2) 개방형 문제 측면의 분석

학생들이 산출한 수학적 문제들을 개방형 문제와 폐쇄형 문제로 나누고 그 중 개방형 문제는 개방성, 복잡성, 유의미성을 중심으로 분석하였다. 학생들이 산출한 수학적 문제는 총 18개였으나, 폐쇄형 문제를 제외한 15개의 응답을 대상으로 개방형 문제 측면을 분석하였다.

(1) 개방성

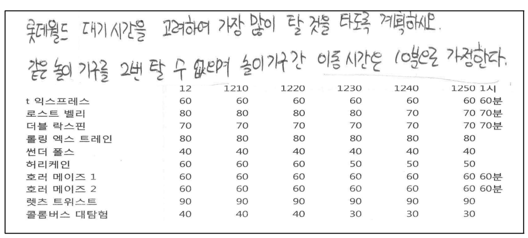
문제의 풀이자가 다양한 접근을 할 수 있도록 문제가 열려 있는가를 중심으로 개방성을 분석하였는데, [표 11]에서 볼 수 있는바와 같이 학생들이 산출한 문제는 1단계와 3단계 수준에 편중된 것으로 나타났다.

[표 11] 개방성
[Table 11] Openness (varied possible outcomes) (N=15)

단계	수준	빈도수(%)
0	문제가 난해하거나, 정보에 모순이 있어 해결할 수 없음	1(6.7%)
1	문제를 해결하는 접근 방법이 1~2개로 제한적임	8(53.3%)
2	문제를 해결하는 접근 방법은 다양하지만, 도출되는 결론이 1~2개로 제한적임	1(6.7%)
3	문제 해결에 여러 가지 경우를 찾아 의사결정하고 해결해야 함	5(33.3%)

1단계 수준의 예를 들면 부가가치세를 계산하는 문제인데, 부가가치세는 단일세율로 가공하지 않은 농수산물이나 의약품 등을 제외하고서는 계산 방법이 단순하기 때문에 접근 방법이 제한적일 수밖에 없다.

3단계는 [그림 7]의 예처럼 자료를 바탕으로 풀이자가 의사결정을 하는 과정이 생성되도록 문항이 산출된 경우이다.


롯데월드 대기 시간을 고려하여 가장 많이 탈 것을 타도록 계획하시오.
같은 놀이 기구를 2번 탈 수 없으며 놀이기구 간 이동 시간은 10분으로 가정한다.

	12	1210	1220	1230	1240	1250 1시
t 익스프레스	60	60	60	60	60	60 60분
로스트 벨리	80	80	80	80	70	70 70분
더블 락스핀	70	70	70	70	70	70 70분
롤링 엑스 트레인	80	80	80	80	80	80
썬더 폴스	40	40	40	40	40	40
허리케인	60	60	60	50	50	50
호러 메이즈 1	60	60	60	60	60	60 60분
호러 메이즈 2	60	60	60	60	60	60 60분
렛츠 트위스트	90	90	90	90	90	90
콜롬버스 대탐험	40	40	40	30	30	30

[그림 7] 개방성 3단계 수준의 예
[Fig. 7] Example of openness (varied possible outcomes) level 3

(2) 복잡성

학생들이 산출한 문제를 복잡성을 중심으로 살펴보았다. 문제의 해결을 위한 사고 과정의 단계와 종합적인

의사 결정의 필요 여부를 기준으로 하여 0단계에서 3단계까지 분석한 결과 [표 12]와 같이 학생들이 매우 고른 분포를 보임을 확인할 수 있다. 매우 간단한 계산과정에서부터 수학적 지식 및 간 학문적 의사결정을 포함한 문제까지 포함하여 학생들이 산출한 문제의 수준이 매우 다양했다.

[표 12] 복잡성
[Table 12] Complexity (N=15)

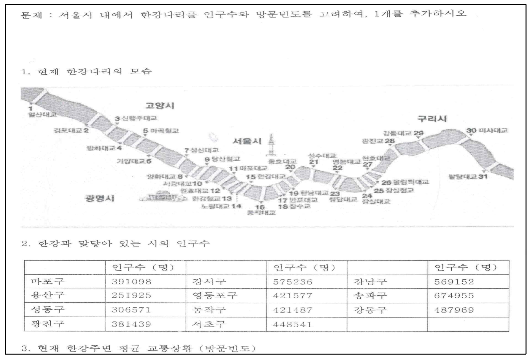
단계	수준	빈도수(%)
0	문제의 계산과정이 쉽고 명확한 경우	3(20.0%)
1	문제를 해결하면서 1개의 알고리듬을 적용하면 바로 해결됨	3(20.0%)
2	문제를 해결하면서 2개 이상의 알고리듬을 적용하면 바로 해결됨	5(33.3%)
3	문제를 해결할 때 상충되는 부분이 있어서 수학적 지식이나 기능 등을 통한 조작과정을 거쳐 의사결정이 요구됨	4(26.7%)

0단계의 경우 수학적 알고리듬이라고 하기에 수준이 낮은 비교나 사칙 연산 정도의 수준의 문제였다. 그리고 1단계의 예를 보면, 책상의 크기를 결정하는 문제인데 제한되어 있는 조건(교실의 크기, 책상 배치 등)을 활용해야하기 때문에 여러 가지 알고리듬을 적용하기 어려운 점이 있어 1개의 알고리듬을 적용하면 문제가 해결되는 경우이다.

2단계 수준의 문제의 예는 데이터 양과 배터리의 양을 고려하여 핸드폰을 사용하는 문제로 데이터와 배터리라는 2가지를 고려해야 한다는 점에서 2개 이상의 알고리듬을 거쳐야 한다고 볼 수 있다.

3단계 수준의 문항의 예인([그림 8])은 한강 다리 1개를 추가하는 문제로, 위치, 인구의 수, 교통 상황 등을 고려하여 다리의 위치를 결정하고, 유속이나 강의 폭 등을 고려하여 예산을 활용하는 등 여러 가지 수학적 지식과 기능, 의사 결정과정이 필요한 문제라고 볼 수 있다.

학생들이 자신의 문제를 풀이하면서 문제가 간단한 경우 더 복잡하게 그리고 더 많은 자료를 활용하도록 수정을 하였는데 수정하기에 성공할수록 복잡성이 높아지고 문항의 수준이 높아졌다.


문제 : 서울시 내에서 한강다리를 인구수와 방문빈도를 고려하여, 1개를 추가하시오

1. 현재 한강다리의 모습

2. 한강과 맞닿아 있는 시의 인구수

	인구수 (명)		인구수 (명)		인구수 (명)
마포구	391098	강서구	575236	강남구	569152
용산구	251925	영등포구	421577	송파구	674955
성동구	306571	동작구	421487	강동구	487969
광진구	381439	서초구	448541		

3. 현재 한강주변 평균 교통상황 (방문빈도)

[그림 8] 복잡성 3단계 수준의 예
[Fig. 8] Example of complexity level 3

(3) 유의미성

유의미성은 학생들이 산출한 문제가 수학적으로 의미가 있는 문제인지를 파악한 것으로, 개인의 기호나 취향을 고려하여 수학적 상황이 포함되지 않은 0단계에서부터 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 복합적으로 포함되어 있는 3단계까지 단계를 나누었다. 6개의 문항을 분석한 결과는 다음의 [표 13]과 같다.

[표 13] 유의미성
[Table 13] Relevance (N=15)

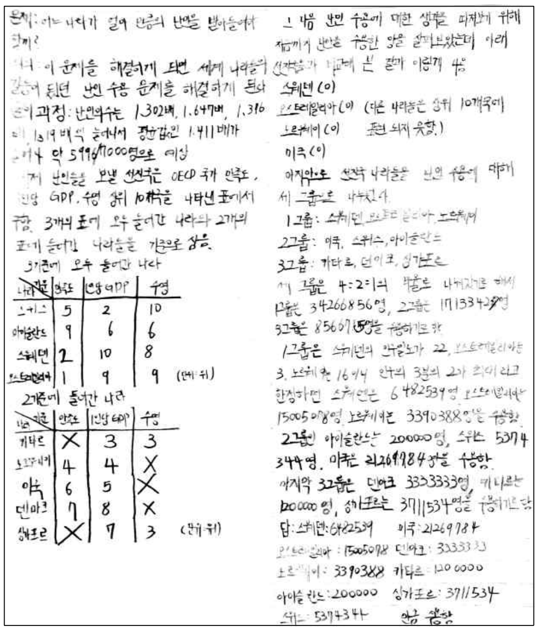
단계	수준	빈도수(%)
0	개인의 기호나 취향 등을 고려한 것으로 수학적 상황이 포함되지 않음	2(13.3%)
1	간단한 수치나 모양이 포함되어 수학적인 상황은 있으나 의미가 없거나, 풀이과정에는 영향을 끼치지 않음	2(13.3%)
2	수학적으로 의미 있는 상황에서 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 풀이 과정에 포함되어 있음	10(66.7%)
3	수학적으로 의미 있고 가치 있는 상황에서 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 복합적으로 결합되어 있음	1(6.7%)

0단계 수준의 문제의 경우 농구 선수를 선발하는 것과 같이 개인이 가중을 어떤 분야에 두는지가 문제의 풀이와 직결되는 문제여서 수학적 상황에 포함되었다고 보기 어려우며, 1단계 수준의 문제는 풀이 과정에서 사칙연산과 같은 수학적 내용은 포함하고 있으나 풀이를 위

한 과정일 뿐 수학적 의미를 찾기 어려운 경우였다.

2단계 수준의 문제는 물 부족 양과 물 필요량 및 누수율 유실률을 고려하여 계산하고 있는 문제로 예를 들 수 있는데, 수학적 개념을 이용하여 문제를 풀이하게 된다.

3단계 수준의 문제의 예는 [그림 9]와 같다. 예시의 문제는 난민을 어느 나라가 얼마만큼 수용할 것인가에 대한 문제를 제시하였는데, 출제 학생의 풀이를 살펴보면, 난민의 수를 예측하고, 경제 성장 정도, 수명, 현재까지 수용한 난민의 수, 인구 밀도 등을 복합적으로 고려하여 그룹을 나누고 비례 배분 한 것을 확인할 수 있다. 이 문제는 수학적 개념, 원리, 법칙이 복합적으로 결합된 문항으로 볼 수 있겠다.



[그림 9] 유의미성 3단계 수준의 예
[Fig. 9] Example of relevance level 3

3. 학생들이 생성한 문제의 수학적 문제 측면과 개방형 문제 측면의 상관 분석

(1) 수학적 문제 측면의 하위요소 상관 분석

학생들이 생성한 문제들을 수학적 문제 측면의 하위요소 간에 어떠한 상관관계가 있는지 알아보기 위하여 Pearson의 적률상관계수를 산출하였다([표 14]).

수학적 측면 하위요소 간의 상관은 모두 정적 상관관계를 나타냈다. 완전성은 수학적 측면 총점, 전달성, 해결가능성의 순으로 높은 상관을 보였다. 전달성은 수학적 측면 총점, 완전성, 해결가능성의 순으로 높은 상관을, 해결가능성은 수학적 측면 총점, 전달성, 해결가능성의 순으로 높은 상관을 나타냈다. 그리고 수학적 측면의 총점은 전달성, 완전성, 해결가능성의 순으로 높은 상관을 나타냈다. 모든 하위 요소에서의 상관이 .70보다 높았기 때문에 각 요소 간에 상관이 매우 높음을 확인할 수 있었다. 즉, 영재학생들이 생성한 문제를 수학적 측면에서 보았을 때 수학적 문제 측면의 총점과 완전성은 93%, 전달성은 96%, 해결가능성은 91% 정도의 매우 높은 상관관계를 갖고 있다고 볼 수 있으며, 통계적으로도 유의했다.

영재학생들이 생성한 문제를 수학적 문제 측면으로 보았을 때, 수학적 구성요소가 완전한 문제가 전달하고자 하는 바가 명확하면서도 해결가능성이 높은 문제일 가능성이 높음을 나타낸다고 할 수 있다.

[표 14] 수학적 문제 측면 하위요소 간의 상관
[Table 14] Correlation coefficient among lower elements of mathematical problem

	완전성	전달성	해결가능성	총점
완전성	1			
전달성	.903***	1		
해결가능성	.732***	.825***	1	
총점	.937***	.968***	.910***	1

*p<.05. **p<.01, ***p<.001

(2) 개방형 문제 측면의 하위요소 상관 분석

학생들이 생성한 문제들을 개방형 문제 측면의 하위요소 간에 어떠한 상관관계가 있는지 알아보기 위하여 Pearson의 적률상관계수를 산출하였다([표 15]).

개방형 측면 하위요소 간의 상관은 모두 정적 상관관계를 나타냈다. 개방성은 개방형 측면 총점, 복잡성, 유의미성의 순으로 높은 상관을 보였고, 복잡성은 개방형 측면 총점, 개방성, 유의미성의 순으로 높은 상관을, 유의미성은 개방형 측면 총점, 복잡성, 개방성의 순으로 높은 상관을 나타냈다. 그리고 개방형 측면의 총점은 복잡

성, 개방성, 유의미성의 순으로 높은 상관을 나타냈다. 개방형 측면의 총점은 각 요소들과 .80을 넘는 매우 높은 상관을 보였고, 개방성과 복잡성의 상과도 .80을 넘어 매우 높은 상관을 나타냈으며 유의미성은 개방성, 복잡성과 .60이상으로 높은 상관을 보였다. 영재학생들이 생성한 문제를 개방형 문제 측면에서 보았을 때 개방형 문제 측면의 총점과 개방성은 90%, 복잡성은 93%, 유의미성은 83% 정도의 매우 높은 상관관계를 갖고 있으며, 통계적으로도 유의했다.

영재학생들이 생성한 문제를 개방형 문제 측면으로 보았을 때, 접근이 열려있는 문제가 복잡한 사고 과정을 유도하고 수학적으로 유의미한 문제일 가능성이 높음을 나타낸다고 할 수 있다.

[표 15] 개방형 문제 측면 하위요소 간의 상관
[Table 15] Correlation coefficient among lower elements of open-ended problem

	개방성	복잡성	유의미성	총점
개방성	1			
복잡성	.804***	1		
유의미성	.601**	.665**	1	
총점	.909***	.931***	.831***	1

*p<.05. **p<.01, ***p<.001

(3) 수학적 문제 측면과 개방형 문제 측면 상관 분석

학생들이 생성한 문제들을 수학적 문제 측면과 개방형 문제 측면의 하위요소 간에 어떠한 상관관계가 있는지 알아보기 위하여 Pearson의 적률상관계수를 산출하였다([표 16]).

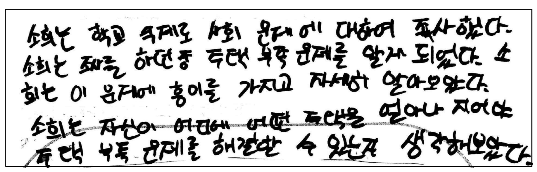
수학적 측면과 개방형 문제 측면 하위요소 간의 상관은 모두 정적 상관관계를 나타냈다. 완전성은 유의미성, 개방형 측면 총점, 개방성, 복잡성의 순으로 높은 상관을 보였다. 전달성은 유의미성, 개방형 측면 총점, 개방성, 복잡성의 순으로 높은 상관을, 해결가능성은 유의미성, 개방형 측면 총점, 복잡성, 개방성의 순으로 높은 상관을 나타냈다. 그리고 수학적 측면의 총점은 유의미성, 개방형 측면 총점, 개방성, 복잡성의 순으로 높은 상관을 나타냈으며 모두 통계적으로 유의했다. 유의미성은 모든 수학적 문제 측면의 하위요소와 .70을 넘는 매우 높은 상관을 보였으며, 개방성과 복잡성은 모든 수학적 문제 측면의 하위 요소와 .50을 넘는 높은 상관을 나타냈다. 또한 개방형 측면의 총점은 수학적 측면의 하위요소 중 전달성, 해결가능성, 그리고 수학적 측면의 총점에서 매우 높은 상관을(.70 이상), 완전성에서 높은 상관(γ=.670)을 보였으며 모두 통계적으로 유의했다.

[표 16] 수학적 문제 측면과 개방형 문제 측면 하위요소 간의 상관
[Table 16] Correlation coefficient between mathematical problem and open-ended problem

개방형 측면 \ 수학적 측면	완전성	전달성	해결가능성	총점
개방성	.546*	.653**	.569*	.626**
복잡성	.518*	.601**	.574*	.600**
유의미성	.755***	.817***	.777***	.834***
총점	.670**	.765***	.708**	.760***

*p<.05. **p<.01, ***p<.001

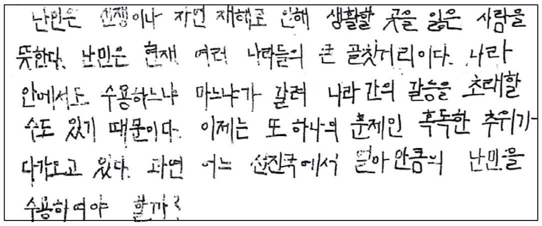
수학적 문제 측면의 모든 하위 요소들과 개방형 문제 측면의 개방성, 복잡성은 최저 51%에서 최고 65% 정도의 높은 상관을 보였고 개방형 문제 측면의 유의미성은 수학적 문제 측면의 모든 하위 요소들과 최저 75%에서 최고 83%의 매우 높은 상관을 보였다. 이는 개방형 문제의 유의미성이 수학적으로 유의미하고 가치 있는 상황인가를 알아보는 것이기 때문에 수학적인 측면의 요소들과 상통하는 면이 있다는 것을 보여주는 결과라고 볼 수 있겠다.



[그림 10] 수학적 측면, 개방형측면이 낮은 예
[Fig. 10] Example of lower mathematical problem and open-ended problem

위 [그림 10]은 수학적 측면과 개방형 측면이 모두 낮은 단계를 보이는 예로, 수학적 측면에서 완전성 1단계, 전달성 1단계, 해결가능성 1단계 수준으로 채점되고, 개방형 측면에서 개방성 0단계, 복잡성 0단계 유의미성 0

단계로 채점된 문제이다. 문제에서는 주택 문제 해결을 위해 어떤 주택을 얼마나 지어야 하는지를 묻고 있는 반면, 출제 학생에 제시한 자료들을 살펴보면 필요한 주택의 수를 유추할 수 있는 어떠한 자료도 없이 총 가구와 지역별 거처 유형의 순위만을 제시하고 있어 서로 차이를 보였다.


난민은 전쟁이나 자연 재해로 인해 생활할 곳을 잃은 사람을 뜻한다. 난민은 현재 여러 나라들의 큰 골칫거리이다. 나라 안에서도 수용하느냐 마느냐가 갈려 나라 간의 갈등을 초래할 수도 있기 때문이다. 이제는 또 하나의 문제인 혹독한 추위가 다가오고 있다. 과연 어느 선진국에서 얼마 만큼의 난민을 수용하여야 할까?

[그림 11] 수학적 측면, 개방형측면이 높은 예
[Fig. 11] Example of higher mathematical problem and open-ended problem

위 [그림 11]은 수학적 측면과 개방형 측면이 모두 높은 단계를 보이는 예로, 수학적 측면에서 완전성 3단계, 전달성 3단계, 해결가능성 3단계 수준으로 채점되고, 개방형 측면에서 개방성 3단계, 복잡성 3단계 유의미성 3단계로 채점된 문제이다. 문제에서 선진국에서 수용해야 하는 난민 수용 수에 대해 묻고 있으며, 제시한 자료로는 난민 수 증가에 대한 자료, 국가별 GDP, 인구 밀도, 난민 수용 나라의 지도 등에 대한 자료를 제시하였다.

두 문제의 큰 차이점은 출제 학생이 제시한 자료를 통해 풀이자가 수학적인 접근을 할 수 있는지의 여부이다. 즉, 통계적인 수치나 서열을 제시하는 것만으로는 수학적 측면의 시각에서 완전성, 전달성, 해결가능성이 미흡한 문제가 될 수밖에 없고 개방형 측면에서도 수학적으로 접근이 어렵지만, 풀이자가 자료를 통해 전체적인 상황을 파악할 수 있는 문제를 제시하는 경우 수학적 측면에서도 해결가능성이 높은 이해 가능한 문제이면서 동시에 여러 가지 상황을 고려하여 접근 방법이 다양하게 도출될 수 있는 문제가 됨을 나타낸다고 볼 수 있다.

결국 수학적 문제 측면의 총점과 개방형 문제 측면의 총점이 76% 정도의 상관을 보이는 것은 수학적 측면에서의 관점과 개방형 측면에서의 관점이 측정하고 있는 바에서는 차이가 있으나 수학적인 풀이에 기반을 두고 있다는 점에서 부합되는 면이 있기 때문이라고 해석할 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 Renzulli의 삼부심화모델을 도입한 개방형 문제 만들기 프로그램을 개발하여 초등학교 수학 영재 학생들에게 적용한 과정과 학생들이 산출한 문제의 수준을 분석한 것이다. 선행 연구의 분석을 통해 학생들의 사고 수준을 분석 할 수 있도록 문제의 수준을 분석하는 틀을 개발하여 수학적 문제와 개방형 문제의 수준을 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, Renzulli의 삼부심화모델을 바탕으로 수학 영재 학생들을 위한 프로그램인 개방형 문제 만들기 프로그램이 개발 가능하며, 학생들이 문제를 해결하는 것뿐만 아니라 문제를 새롭게 창출하는 경험을 통해서 수학과 실생활을 연계하는 경험을 하게 할 수 있다. 특히 학생들이 생성한 문항들은 모두 실생활에서 발견되는 문제들 혹은 자신의 관심사에 대한 실질적인 연구들로 이루어졌음을 확인할 수 있는데, 이는 Renzulli의 '삼부 심화모델의 도입'과 '문제 만들기'라는 주제가 시너지 효과를 내었기 때문으로 생각된다. 학생들은 3단계 과정을 거치면서 전문가가 되어 새로운 지식을 창출하였을뿐만 아니라, 생활 속에서 발생하는 문제를 수학적인 시각으로 해석하고 해결해 나갈 수 있는 안목을 기른 것으로 풀이할 수 있다. 주어진 자료들을 바탕으로 주어진 연구를 수행하는 것이 아닌, 학생들이 각자 관심을 가진 것에 대해 문제를 발견하고 능동적이고 실질적으로 개별적인 연구가 이루어졌다는 면에서 본 프로그램의 의의를 찾을 수 있으며 학생들의 높은 수행 결과물은 독립 연구가 학생들에게 성과가 있었음을 보고한 Brauner 외(2006)의 연구를 지지한다.

둘째, 학생이 산출한 문제가 수학적으로 어떤 수준인지, 개방형 문제의 시각에서는 어떠한 수준인가를 분석할 수 있다. 문제를 발견하고 설정하는 능력의 측정은 어려우며(Brugman, 1995), 학생의 사고를 다각적으로 분석하는 것이 용이하지 않은 만큼 연구자들 사이에서도 분석 기준이 다르다. 그러나 연구자들의 공통적인 의견을 종합하여 학생의 사고 수준을 분석하는 기준 틀을 마련하는 것이 가능하다.

셋째, 수학 영재 학생들의 수학적 문제 측면 분석 결과 완전성 부분에서 수학적 구성요소가 완전한 문제를 많이 산출하였는데, 이는 김경탁과 류성림(2013)이 일반 학생들을 대상으로 문제 만들기를 실시한 후 오류 분석을 한 결과 정보 부족의 오류가 가장 높은 빈도를 차지한 것과 상반되는 결과이다. 또한 전달성 부분에서는 여러 수준의 문항이 혼재된 것으로 나타났지만 의미를 이해할 수 있는 문제들이 많았는데, 이는 이경미 외(2012)가 일반 학생이 문제를 만든 결과 다양한 문항에 익숙하지 않음을 지적한 것과도 차이를 보인다고 할 수 있다. 즉, 영재 학생은 일반 학생들에 비하여 수학 문제를 구성할 때 구성요소가 보다 완전하고, 전달력이 높은 문제를 산출한다고 볼 수 있겠다. 해결가능성의 측면에서 살펴본 결과 수학에 기반하여 해결 가능한 문제를 산출한 학생이 대부분이었다. 이 결과는 만들기가 수학적 능력과 관련 깊으며(Silver, 1994), 문제를 설정하는 능력이 수학 영재의 특성이라고 한 황동주(2006)의 주장 및 학생의 학습 수준에 따라 문제 만들기 능력에서 차이를 보였다고 한 최혜진, 김상룡(2011), 문제 설정 능력이 일반 학생과 영재 학생의 변별에도 유용하다고 보고한 이강섭, 황동주(2007)의 언급과 같은 맥락이라고 볼 수 있다.

넷째, 학생들의 개방형 문제 분석 결과 영재 학생들은 문제 해결 방법이 다양하고 풀이자가 의사결정을 해야하는 문항을 개발할 수 있었다. 이는 권오남 외(2005)가 개방형 문제를 다루는 과정에서 학생들이 여러 가지 전략을 구사한다고 했던 주장과 김은혜, 박만구(2011)가 수학 영재 학생들이 개방형 문제를 해결하는 과정에서 다양한 풀이 전략을 갖고 접근했다고 주장하는 것과 맥을 함께 하는 것으로, 영재 학생들이 개방형 문제를 산출하는 동안 문제에 대한 여러 가지 접근법을 생각하며 문제 풀이의 역순으로 문제를 생성해 갈 수 있음을 시사하는 것으로 파악할 수 있다. 영재 학생들이 산출한 문제는 복잡성 부분에서 매우 다양한 수준을 나타냈는데, 매우 간단한 문제에서부터 풀이자에게 복잡한 사고 과정을 거쳐 종합적 의사결정을 요구하는 문제까지 산출 되었다. 이는 일반 학생들을 대상으로 이경미 외(2012)와 최혜진, 김상룡(2011)이 연구한 것과 비슷한 결과로 보일 수 있으나, 문제의 질 면에서 단순히 주어진 문제의 변형이나 다량의 문항 산출이 아니므로 수준 높은 문제 만들기의 관점에서 보았을 때, 일반 학생의 편차보다 영재 학생의 편차가 넓은 것으로 이해할 수 있겠다. 마지막으로 학생들이 산출한 문제를 유의미성의 측면에서 살펴보았을 때 수학적으로 의미 있는 상황에서 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 풀이 과정에 순차적으로 적용되어 풀이하는 문항은 다수 산출하였으나, 복합적으로 응용해야하는 문제는 1개의 경우만 산출되었다. 이는 김은혜, 박만구(2011)이 수학 영재 학생은 개방형 문제 해결 과정에서 수학적 범주나 그 범주를 너머 사고할 수 있다고 한 것과 어느 정도 일치한다고 볼 수 있다. 수학적 문제는 문제 해결자의 수학적 배경지식과 태도뿐만 아니라 과제를 다루는 상황에 달려 있으므로(Silver, 2007), 영재 학생이 익숙한 문제 해결 상황뿐만 아니라 문제 설정 상황에서도 학생들이 개방적인 사고를 표출해 낼 수 있도록 지도 방안을 모색해야 할 것이다. 더욱이 문제 설정의 목표 중 하나는 지식의 생산자로서 학생들을 만드는 것(Grace & Langout, 2014)이라는 관점에서 볼 때, 영재 학생들이 수학적으로 의미 있는 환경에서 수학적 개념, 원리, 법칙이 복합적으로 결합된 문제를 산출하는 경험은 중요하다고 할 수 있다.

다섯째, 수학적 문제 측면의 모든 하위 요소들끼리, 개방형 문제 측면의 모든 하위요소들끼리는 높은 또는 매우 높은 상관관계가 있었으며 수학적 문제 측면과 개방형 문제 측면 사이에도 상관관계가 높았고, 특히 수학적 문제 측면의 모든 하위요소는 개방형 문제 측면의 하위요소인 유의미성과 매우 높은 상관을 보였다. 즉, 유의미성이 수학적 문제의 측면과 상통하는 면이 높음을 나타낸 것으로 볼 수 있는데, 이는 개방형 문제가 수학적으로 유의미한 상황을 포함해야 한다고 주장한 이종영(2012)의 연구와 맥락을 같이 한다.

연구 결과를 바탕으로 제언을 한다면 다음과 같다.

첫째, 본 연구를 바탕으로 수학 영재 학생의 어떠한 특성과 개방형 문제 산출의 사고 수준이 관계가 있는가에 관한 후속 연구를 통해 영재 학생들의 잠재력 계발을 조력할 수 있는 프로그램 개발의 가능성을 확대시킬 수 있을 것이다.

둘째, 문제 만들기 능력은 영재 학생들의 특징이며 학생들의 수학적 안목을 높이는데 중요한 요소라는 점에서 문제 만들기의 경험을 지속적으로 할 수 있는 기회를

마련해야 할 것이다. 이를 위해 학생들의 관심을 끌 수 있는 주제를 통해 이와 관련된 학생들의 사고를 촉진할 수 있는 프로그램이 지속적으로 제공되어야 하겠다.

셋째, 개방형 문제를 산출하는 것은 매우 어려운 과정이므로 학생들이 여러 가지 현상들을 종합적으로 사고하는 경험과 독립적으로 연구를 수행하는 과정에 대한 지원이 필요하다.

지식의 생산자뿐 아니라 확산자 역할을 수행할 영재 학생들이 수학의 가치와 의의를 체득하도록 하여 추상적이고 함축적인 학문을 더욱 친숙한 현실에 반영하도록 하는 것은 중요하다. 따라서 학생들이 일상생활과 수학을 자연스럽게 연계하여 수학적 시각에서 현실 상황을 조망할 수 있게 능동적인 탐구를 고무시키는 연관 프로그램이 지속적으로 개발되어야 하겠다.

참 고 문 헌

고상숙, 노지연 (2007). 중학교 기하단원의 개방형문제에서 학생의 문제해결과정의 사고 특성에 관한 연구, 한국학교수학연구회논문집 10(3), 303-322.

Choi-Koh, S.S. & Noh, J.Y. (2007). A study on student's processes of problem solving using open-ended geometric problems in the middle school, *Journal of the Korea School Mathematics Society 10*(3), 303-322.

교육부 (2013). 제3차 영재교육 진흥 종합계획 (2013~2017), 교육부.

Ministry of Education. (2013). *The 3rd gifted education development plan (2013~2017),* Seoul: The Ministry of Education.

교육부 (2015). 교육과정 총론, 교육부.

Ministry of Education. (2015). *The general guideline of the national curriculum,* Seoul: The Ministry of Education.

권오남, 박정숙, 박지현, 조영미 (2005). 개방형 문제 중심의 프로그램이 수학적 창의력에 미치는 효과, 수학교육 44(2), 307-323.

Kwon, O.N., Park, J.S., Park, J.H., & Cho, Y.M. (2005). Cultivating mathematical creativity through open-ended approaches: development of a program and effectiveness analysis, *The Mathematical Education 44*(2), 307-323.

김경탁, 류성림 (2013). 5, 6학년 수학교재의 문제만들기 내용 및 6학년 학생들의 문제만들기에서의 오류 분석, 한국초등수학교육학회지 17(2), 321-350.

Kim, G.T. & Ryu, S.R. (2013). An analysis of problem posing in the 5th and 6th grade mathematics textbook and error in problem posing of 6th graders, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 17*(2), 321-350.

김민경, 이지영, 홍지연, 김은경 (2011). 초등학교 수학 교과서에서 나타난 '문제'의 비구조성(ill-structured)에 관한 연구, 학습자중심교과교육연구 11(2), 1-21.

KIm, M.K., Lee, J.Y., Hong, J.Y., & Kim, E.K. (2011). A study of 'ill-structured' status from mathematics problems in elementary school textbooks, *The Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction 11*(2), 1-21.

김보경, 권성룡 (2010). 개방형 문제를 활용한 수준별 학습이 학업성취도에 미치는 영향, 한국초등수학교육학회지 14(3), 907-935.

Kim, B.K. & Kwon, S.Y. (2010). An influence of using open-ended problems in ability-level activities on academic achievement of mathematics, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 14*(3), 907-935.

김은혜, 박만구 (2011). 수학 영재교육 대상 학생과 일반학생의 개방형 문제 해결 전략 및 행동 특성 분석, 한국초등수학교육학회지 15(1), 19-38.

Kim, E.H. & Park, M.G. (2011). An analysis on the responses and the behavioral characteristics between mathematically promising students and normal students in solving open-ended mathematical problems, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 15*(1), 19-38.

김판수 (2003). 수학 영재의 문제 설정 단계와 사고과정 분석: 성냥개비 과제에 대한 사례분석을 중심으로, 초등교육연구 18(2), 303-334.

Kim, P.S. (2003). Analysis of think process and step in problem posing of the mathematically gifted children, *The Journal of Elementary Education 18*(2). 303-334.

도종훈 (2007). 개방형 문제를 어떻게 만들 것인가?: 두 개의 개방형 문제 제작 사례를 중심으로, 한국학교수학회논문집 10(2), 221-235.

Do, J.H. (2007). How to pose am open problem? : two cases of posing an open-ended problem by reorganizing given closes problems. *Journal of the Korean School Mathematics Society 10*(2), 221-235.

박우자, 전평국 (2003). 개방형 문제 해결과정에서 나타난 소집단 구성원의 합의 패턴 분석, 초등수학교육 7(2), 117-129.

Park, U.J. & Jeon, P.G. (2003). An analysis of small-group children's consensus patterns in open-ended problem solving, *Education of Primary School Mathematics 7*(2), 117-129.

박한홍 (1995). 아동의 문제 설정 유형과 문제 특성에 관한 연구. 석사학위논문, 한국교원대학교.

Park, H.H. (1995). *An analysis of the types and the characteristics of problems poses by the children,* Unpublished master's thesis, Korea National University of Education.

박혜정, 조영미 (2012). Girih 타일링을 이용한 초등수학영재 프로그램 개발 및 적용 연구, 영재교육연구 22(3), 619-637.

Park, H.J. & Cho, Y.M. (2012). The development and application of Girih tiling program for the math-gifted student in elementary school, *Journal of Gifted/Talented Education 22*(3), 619-637.

배종수, 오은영 (2005). 개방형 문제를 이용한 학습에 대한 아동의 태도 연구, 한국초등수학교육학회지 9(1), 39-64

Bae, J.S. & Oh, E.Y. (2005). A study of children's attitudes towards learning mathematics with open-ended problems, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 9*(1), 39-64.

백대현, 이진희 (2010). Problem posing by mathematically gifted middle school students, 학교수학 12(3), 259-271.

Paek, D.H. & Yi, J.H. (2010). Problem posing by mathematically gifted middle school students. *Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics School Mathematics 12*(3), 259-271.

송민정, 박종서 (2005). 문제 만들기 프로그램 개발・적용이 수학 학업 성취도 및 태도・흥미도에 미치는 영향, 한국초등수학교육학회지 9(1), 1-18.

Song, M.J. & Park, J.S. (2005). The effects of development and application of problem posing program on mathematics learning achievements, attitude and interest, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 9*(1), 1-18.

송상헌, 정영옥, 임재훈, 신은주, 이향훈 (2007). 수학영재들이 NIM 게임 과제에서 만든 문제 만들기 사례 분석, 수학교육학연구 17(1), 51-66.

Song, S.H., Chong, Y.O., Yim, J.H., Shin, E.J., & Lee, H.H. (2007). A study on the cases of the problem posing which the mathematically gifted students are made in the nim game, *Journal of Educational Research in Mathematics 17*(1), 51-66.

신마리아, 나귀수 (2012). 학생들의 문제 만들기의 특징에 대한 연구, 한국초등수학교육학회지 16(2), 269-293.

Shin, M. & Na, G.S. (2012). Understanding the characteristics if students' problem posing, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 16*(2), 269-293.

이강섭, 황동주 (2007). 수학 영재학생과 일반학생의 수학 창의성과 문제 설정과의 상관 연구, 수학교육 46(4), 503-519.

Lee, K.S. & Hwang, D.J. (2007). Correlation between gifted and regular students in mathematical problem posing and mathematical creativity ability, *The Mathematical Education 46*(4), 503-519.

이경미, 이광호, 이근철 (2012). 초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기, 학교수학 14(4), 431-443.

Lee, K.M., Lee, K.H., & Lee, K.C. The analysis of the 5th graders' responses on problem posing, *Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics 14*(4), 431-443

이경숙, 유미현 (2014). 초등 수학영재 수준을 고려한 무게중심에 대한 교수 학습 프로그램의 개발 및 적용, 과학영재교육 6(1), 15-34.

Lee, K.S. & Yu, M.H. (2014). Development and application of program on the center of mass considering the level of the mathematically gifted elementary students, *Journal of Science Education for gifted 6*(1), 15-34.

이대현 (2008). 초등 수학 평가를 위한 개방형 문제의 활용 결과 분석, 수학교육 47(4), 421-436.

Lee, D.H. (2008). A study on the results of use of open-ended problems for evaluation in elementary mathematics, *The Mathematical Education 47*(4), 421-436.

이영희 (2003). 웹기반 원격 수학영재교육 학습자료 개발, 영재교육연구 13(1), 81-95.

Lee, Y.H. (2003). Development of web-based education program for the gifted in mathematics, *Journal of Gifted/Talented Education 13*(1), 81-95.

이윤영, 송상헌 (2013). 디피(Diffy) 게임을 활용한 원격 교육용 초등수학영재 프로그램 개발, 학교수학 15(1), 121-136.

Lee, Y.Y. & Song, S.H. (2013). Development of distance education programs utilizing Diffy game for the math gifted students in elementary school, *Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics 15*(1), 121-136.

이애리 (2013). 저소득층 학생들의 창의적 음악활동 경험에 대한 사례 연구: 지역 아동센터 초등학교 3학년 학생들을 중심으로. 석사학위논문, 이화여자대학교.

Lee, A.R. (2013). *A case study on experiences of creative music activities of students from low-income families: A study of 3rd grade elementary school students at a local children's center,* Unpublished master's thesis, Ewha Womans University.

이종영 (2012). 개방형 문제를 통한 초등학교 수학 수업 개선 방안 연구, 교육종합연구 10(3), 307-322.

Lee, C.Y. (2012). A study for improving mathematics instruction through open problems in the elementary school, *The Journal of Educational Research 10*(3), 307-322.

임근광 (2010). 종이접기 프로그램에서 수학영재학생들의 문제 만들기 전략 분석, 영재교육연구 20(2), 461-486.

Yim, G.G. (2010). Analysis of problem posing strategy of mathematics gifted students in an orgami program, *Journal of Gifted/Talented Education 20*(2), 461-486.

임문규 (1996). 수학교육에서 열린 교수 학습의 실천적 방법 연구, 한국초등수학교육학회지 1, 17-32.

Lim, M.K. (1996). A study on the practical methods of open teaching and learning in mathematics education, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 1*, 17-32.

임문규 (2001). 7차 교육과정에 따른 초등학교 1, 2학년 수학 교재의 문제 만들기 내용 분석 및 학생들의 실태 조사, 학교수학 3(2), 295-324.

Lim, M.K. (2001). A study on the analysis for problem-posing contents of elementary school first and second grade mathematics textbooks by the 7th curriculum and investigation for children's disposition to mathematical problem-posing, *Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics School Mathematics 3*(2), 295-324.

최왕균 (2011). 수 퍼즐 문제 만들기 과제에서 나타나는 초등수학 영재들의 수학적 사고 특성 분석-문제설정과 일반화 사고를 중심으로. 석사학위논문, 아주대학교.

Choi, W.G. (2011). *Analysis of 'mathematical thinking' process on puzzle problem posing for the mathematically gifted elementary students-focus on the problem posing and generalization,* Unpublished master's thesis, Ajou University.

최혜진, 김상룡 (2011). 생활소재를 활용한 수학 문제 만들기 활동, 한국초등수학교육학회지 15(1), 121-139.

Choi, H.J. & Kim, S.L. (2011). Activities of mathematical problem posing using real-life materials, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 15*(1), 121-139.

한국교육개발원 (2013). 통계자료 SM 2013-01 2012 영재교육 통계 연보, 서울: 한국교육개발원.

Korean educational development institute (2013). *Gifted education statistical year book,* Seoul: Korean educational development institute.

한기순 (2006). 국내 영재교육 프로그램의 현황과 과제, 영재와 영재교육 5(1), 109-129.

Han, K.S. (2006). Current status and future prospect of gifted education programs, *The Journal of the Korean Society for the Gifted and Talented 5*(1), 109-129.

황동주 (2006). 중학교 1학년 수학 영재 학생과 일반 학생의 수학 문제해결과 문제 설정 능력의 차이 비교, 한국학교수학회논문집 9(3), 287-308.

Hwang, D.J. (2006). Difference between gifted and regular students in mathematical problem solving ability, *Journal of the Korean School Mathematics Society 9*(3), 287-308.

Becker. J.P. & 島田茂 (2004). 수학지도를 위한 새로운 제안 개방형 교수법 (구광조, 전평국, 박성선, 문성길 역), 서울: 경문사. (원저 1995년 출판)

Brauner, A., Carey, J., Henriksson, M., Sunnerhagen, M., & Ehrenborg, E. (2007). Open-ended assignment and student responsibility, *Biochemistry and Molecular Biology Education 35*(3), 187-192.

Brown, S.I. & Walter, M.I. (1990). *The art of problem posing,* PA: Franklin institute press.

Brugman, G.M. (1995). The discovery and formulation of problems, *European Education 27*(1), 38-57.

Chen, L., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2013). The relationship between students′ problem posing and problem solving abilities and beliefs: a small-scale study with chinese elementary school children, *Front Education China 8*(1), 147-161.

Cognition and Technology Group at Vanderbuilt (1997). *The Jasper project: Lesson in curriculum, instruction, assessment, and professional development,* NJ: Lawrence Eribaum Associates.

Davis, G.A. & Rimm, S.B. (2005). 영재교육 (이경화, 최병연, 박숙희 역), 서울: 박학사. (원저 1985년 출판)

Gardner, H. (1993). 마음의 틀 (이경희 역), 서울: 문음사. (원저 1993년 출판)

Grace, S. & Langout, R.D. (2014). Questioning our questions: assessing question asking practices to evaluate a yPAR program, *Urban Rev 46*, 703-724.

Veletsianos, G. & Doering, A. (2010). Long-term student experiences in hybrid, open-ended and problem based adventure learning program, *Australasian Journal of Educational Technology 26*(2), 208-296.

Hertzog, G. (1995). *Investigating the nature of open-ended activities,* Doctoral dissertation, University of Illinois, Champaign-Urbana.

Koichu, B. & Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: a case of the billiard task, *Educational Studies in Mathematics 83*(1), 71-86.

Landis, J.R. & Koch, G.G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data, *Biometrics 33*, 159-174.

Leatham, K.R., Lawrence, K., & Mewborn, D.S. (2005). *Getting started with open ended assessment,* Teaching children mathematics.

Markham, T., Larmer, J., & Ravitz, J. (2003). *A guide to standards-focused project based learning for middle and high school teachers,* Back institute for education.

Olenchak, F.R. & Renzulli, J.S. (1989). The effectiveness of the schoolwide enrichment model on selected aspects of elementary school change, *Gifted Child Quarterly 33*(1), 36-46.

Pehkonen, E. (1995). Use open-ended problems in mathematics, *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 27*(2), 67-71.

Renzulli, J.S. (1997). *The enrichment triad model: A guide for developing defensible program for the gifted and talented,* CT: Creative Learning Press.

Renzulli, J.S. & Reis, S.M. (1997). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence,* CT: Creative Learning Press.

Silver, E.A. (1994). On mathematical problem posing, *For The Learning of Mathematics 14*(1), 19-28.

Silver, E.A. (2007). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives,* NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Silver. E.A. & Cai. J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students, *Journal for Research in Mathematics Education 27*(5), 521-539.

VanTassel-Baska, J. & Brown, E.F. (2007). Toward best practice: An analysis of the efficacy of curriculum models in gifted education, *Gifted Child Quarterly 51*(4), 342-358.

The Development and Application of Posing Open-Ended Problems Program with Renzulli's Enrichment Triad Model for Mathematics-Gifted Elementary Students

Ja Hye Lee
Graduate School, Ewha Womans University
E-mail : scarlett@ewhain.net

Min Kyeong Kim†
Department of Elementary Education, Ewha Womans University
E-mail : mkkim@ewha.ac.kr

This study analyzed the process of steps in a program introducing Renzulli's enrichment triad model and various levels of posing open-ended problems of those who participated in the program for mathematics-gifted elementary students.

As results, participants showed their abilities of problem posing related to real life in a program introducing Renzulli's enrichment triad model. From eighteen mathematical responses, gifted students were generally outstanding in terms of producing problems that demonstrated high quality completion, communication, and solvability. Amongst these responses from fifteen open-ended problems, all of which showed that the level of students' ability to devise questions was varied in terms of the problems' openness (varied possible outcomes), complexity, and relevance. Meanwhile, some of them didn't show their ability of composing problem with concepts, principle and rules in complex level.

In addition, there are high or very high correlations among factors of mathematical problems themselves as well as open-ended problems themselves, and between mathematical problems and open-ended problems. In particular, factors of mathematical problems such as completion, communication, and solvability showed very high correlation with relevance of the problems' openness perspectives.

* ZDM classification : D32
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30
* Key Words : Gifted, Enrichment Triad Model, Open-ended question, Problem posing
† Corresponding author