

## 교수학적 변환 연구의 동향과 과제

이 경 화\*

교수학적 변환 관련 국내 연구는 약 25년 동안, 국외 연구는 약 35년 동안 이루어졌다. 본 연구는 국내와 국외에서 이루어진 교수학적 변환 관련 연구의 동향을 살펴보고 과제를 제안하는 데에 목표를 두었다. 연구결과는 다음과 같다. 첫째, 국내 연구에서는 교수학적 변환 이론이 수학교과서와 수학수업을 심층적으로 이해하는 관점이자 방법이 된다는 것을 구체적인 사례를 통하여 입증하는 데에 치중해왔다. 그동안 파악한 사례를 메타적으로 분석하거나 새롭게 설계하여 적용한 사례를 기초로 교수학적 변환 이론의 발전에 기여하는 연구가 이루어질 필요가 있다. 둘째, 국내에서도 수학교육학 외부의 연구 중에는 극단적인 교수 현상을 추가로 확인하거나 메타적으로 교과 내용의 분석하는 것까지 시도한 경우가 있었다. 이들 연구를 수학교육학 내부의 논의맥락에서 재해석하여 시사점을 도출할 필요가 있다. 셋째, 실제 또는 실제의 복합체로서 학교수학을 이해하고 기술하려는 연구가 이루어질 필요가 있다. 국외에서는 이와 관련하여 다양한 연구가 이루어졌으므로 이를 국내실정에 부합되는 형태로 수정하여 적용함으로써, 우리나라 고유의 실제 또는 실제의 복합체가 무엇인지를 파악하여 개선하는 연구가 이루어질 필요가 있다. 넷째, 국외 연구에서는 교수학적 변환 이론을 인류학, 기술문명 시대의 인간과 교육, 인간행동학, 인식론 등 다양한 학문분야의 주요 개념과 연결해왔다. 국내 연구에서도 연구대상을 확장하고 다양한 연결을 시도할 필요가 있다. 다섯째, 국내 연구에서 사용하는 교수학적 변환 관련 개념과 용어에 대한 이론적인 논의가 필요하다.

### 1. 서론

‘교수학적 변환(Didactic transposition)’은 프랑스의 수학교육학자인 Chevallard가 80년대 초부터 주창하여 발전시킨 개념이다. Kilpatrick은 당시에 교육계를 지배했던 구성주의 담론이 학습자의 경험에 초점을 두면서 지식의 본체론 또는 존재론적인 관점을 결여하고 있다고 지적하면서, 교수학적 변환 이론이 이 지적을 해결하는 데에 기여할 수 있을 것으로 보았다(강완, 1991: 72). 오늘날 교육에서 학습자를 존중해야 하며 학습자의 경험을 교수-학습의 주요 장면에 반영해야

한다는 것은 거부할 수 없는 전제로 보인다. 그러나 전통적으로 교사-주도의 수학수업을 진행해왔고 얼마간 성공을 거두어왔던 우리나라의 수학교육 현실에서는, 학습자와 학습자의 경험을 존중해야 한다는 주장과 더불어 교수학적 변환 이론에서 강조하는 지식의 본체론 또는 존재론적인 관점을 고려하는 것이 합리적이라고 생각되는 면이 있다. 이 관점에 입각하면 교사-주도의 수업 중 어떤 측면이 어떻게 수학 학습에 문제를 일으키는가에 대한 연구를 할 수 있으며, 어떤 측면에서 교사-주도의 수학수업이 의미 있는지를 파악할 수 있다.

강완(1991)에 의하여 시작된 교수학적 변환 관

\* 서울대학교, khmath@snu.ac.kr

런 국내 연구는, 한편으로는 교사-주도의 수학수업을 구체적으로 성찰하는 틀을 제공하였고, 다른 한편으로는 학습자를 존중하거나 학습자의 참여를 고려한다는 의미를 구체적으로 논의하는 계기를 제공하였다. 교사-주도의 수학수업은 의도하지 않았던 극단적인 교수 현상의 원인이 될 수 있다는 점도 수학교육학 연구의 주제로 부각되었다(강완, 1991; 박경미, 2007; 이경화, 1996b; 이종영, 2001). 또, 그러한 교수 현상의 극단적인 특성을 파악하여 경계하는 교사의 태도가 결국 학습자에게 지적인 책임을 이양하는 계기를 제공하고, 학습자의 경험과 참여를 고려하는 데에 필요하다는 점도 논의되었다. 이러한 논의들은 90년대 우리나라의 수학교육학 연구는 물론이고 다른 교과와 교육현상 연구에 상당한 영향을 미쳤다. 수학교육학 연구에서 교수학적 변환 이론을 적용한 사례(강완, 2001; 김신영·강완, 2005; 김연·강완, 2004; 신보미, 2010, 2012; 신보미·이경화, 2008; 이경화, 2004; 이영하·신정은, 2009; 이종희·배수경, 2013), 그리고 다른 교과의 연구를 위하여 교수학적 변환 이론을 적용한 사례, 예를 들어, 국어(심영택, 2002, 2004; 이정숙, 2005; 김부연, 2014; 정재찬, 2010), 지리(김민정, 2002; 손현진·손명철, 2013; 장의선, 2006, 2007; 조성욱, 2009; 조철기, 2011), 사회(심광택, 2002), 역사(천은수, 2009) 등에서 그러한 논의와 연구 성과를 확인할 수 있다. 교수학적 변환 이론의 발원지인 프랑스와 그 주변 국가들에서도 지속적으로 이론의 성격과 구성 요소, 적용과 분석에 관한 연구가 이루어졌다(Chevallard, 1985, 1989, 1990, 1991, 1992a, 1992b, 2006, 2007; Chevallard & Bosch, 2014).

교수학적 변환 이론은 국내외에서 짧지 않은 시간 동안 연구되었다. 이제 그 구체적인 성과와 의미를 파악하고 향후 연구 방향을 모색할 때이다. 본 연구는 교수학적 변환 관련 연구가 최초

의 문제제기 단계에서부터 수학교육 현상의 여러 측면을 바라보는 독자적인 입장을 정립하는 단계까지 발전하면서 어떤 논의가 이루어져왔는지를 국내와 국외로 구분하여 파악하고, 향후 연구 과제를 제안하는 데에 목표를 둔다.

## II. 본론

이하에서는 먼저 우리나라에서 이루어진 교수학적 변환 관련 연구의 주요 내용과 결과, 시사점을 살펴본다. 수학교육학 연구공동체 내부와 외부에서 교수학적 변환 이론에 의하여 어떤 측면을 조명하고 논의를 발전시켜 왔는지에 주목한다. 다음으로 프랑스에서 초기에 주목했던 논점과 이후 점차 발전을 이루면서 주목했던 논점을 주요 개념과 더불어 살펴본다. 마지막으로 국내와 국외 연구동향을 비교하여 논의함으로써 향후 연구가 필요한 내용을 제안한다.

### 1. 국내 교수학적 변환 관련 연구 동향

교수학적 변환 관련 국내 연구는 수학교육학 내부는 물론이고, 국어, 지리, 사회, 문학 등 수학교육학 외부로 널리 확산되었다. 이하에서 수학교육학 내부와 외부에서 이루어진 교수학적 변환 관련 논의에 대하여 살펴본다.

#### 가. 수학교육학 내부의 논의

수학교육학 내부에서 교수학적 변환과 관련하여 주목한 것은, 수학교과서와 수학수업에서 다루어지는 수학적 지식이 학문으로서의 수학에서 다루는 지식과 성격이나 수준에서 차이가 있으며, 그 차이를 섬세하게 이해하고 준비하며 개선하는 방법을 모색하는 것이었다. 여기서 차이가

난다는 것 자체가 문제라기보다는, 왜 그리고 어떻게 그 차이를 만들어서 수학 학습을 도울 것인가 하는 것이 관건이다.

먼저 수학교과서는 수학수업에서의 교수학적 변환을 염두에 두고 가상의 교수학적 변환을 시도한 결과를 담고 있다. 물론 학문으로서의 수학적 지식과는 상당한 차이가 있으며, 과도기적 형태와 내용에 해당하는 수학적 지식을 제시한다. 여기서 과도기적이라는 것은, 가르치기 위하여 임시로 도입하여 수학 학습을 촉진하지만 잘 학습되고 나면 사용되지 않는다는 뜻이다. 강완(1991)이 제시한 예는, 미국의 수학교과서에서 증명을 지도하기 위하여 도입한 ‘2단 증명(two column proof)’ 표기법이다(p. 79). 수학에서는 2개의 단으로 구분하여 증명을 제시하지 않으나, 가르치는 장면에서는 추상적이고 기호적으로 표현한 증명과 더불어 증명의 각 단계가 어떤 의미와 근거를 가지는지에 관련된 내용을 별개의 단에 제시한다. 이렇게 특별한 형태와 내용으로 증명을 표기하는 것은 증명을 처음 배우는 학생에게 도움이 되지만, 증명을 다 배우고 난 후에는 굳이 그렇게 표기할 필요가 없으므로 더 이상 사용하지 않게 된다. 수학교과서에 나타나는 교수학적 변환을 연구한다는 것은 이와 같은 과도기적 특성을 가지는 수학적 지식이 해당 개념이나 지식을 지도하는 데에 어떤 역할을 하는지, 어떤 제한점을 가지는지, 어떻게 개선할 수 있는지 등을 파악하는 것과 관련이 깊다. 이러한 입장에서 수학교과서를 연구한 사례가 국내 수학 교수학적 변환 연구의 주요 관심사였다. 예를 들어, 원의 넓이 공식(강완, 2001), 약수와 배수(최지영·강완, 2003), 나눗셈(김연·강완, 2004), 사각형(김현정·강완, 2008), 분수(강완, 2014), 확률(이경화, 1996b), 상관관계(이경화, 2004), 그래프(이경화·지은정, 2008), 정규분포(신보미, 2012) 등의 연구가 이에 해당한다.

수학수업은 교사가 수학교육과정과 수학교과서에서 공표된 지식을 나름의 해석에 기초하여 교수학적으로 변환하는 과정과 결과를 담고 있다. 수학교과서를 상당부분 따라가는 방식으로 수업하는 교사가 많다고 알려져 있지만, 수업을 분석해보면 수학교사 나름의 해석과 교수학적 변환이 시도되고 있다는 것이 보고되어왔다(나귀수, 2010; 박경미, 2007; 배수경, 2015; 이경화, 1996b). 예를 들어, 배수경(2015)은 4명의 수학교사가 진행한 수학수업을 관찰하고, 교수학적 변환 과정과 결과의 특징을 분석하였다. 먼저 교사들은 교육과정이나 교과서에 가르칠 지식으로 선언된 것을 그대로 지도하는 것이 아니라 스스로 생각할 때 중요한 것에 주목하였다. 또, 주목하는 측면이 무엇인가에 따라 가르치는 순서와 지도하는 시간이 다르고, 학습 환경을 조성하는 방식도 달랐다. 이러한 서로 다른 수학교사의 교수학적 변환은 학생들의 수학 학습에 매우 직접적으로 관련되는 것으로 나타났다. 특히, 교육 경력에 따라 그리고 신념에 따라 교수학적 변환 과정과 결과가 달랐다. 배수경(2015)은 교사들의 교수학적 변환에 영향을 미치는 포괄적 뉴스페이와 국소적 뉴스페어의 구체적인 요소를 확인하여 제시하였다. 예를 들어, 수학에 대한 사회의 부정적인 인식, 경험을 강조하는 뉴스, 학원 강사 경험, 교과서 집필 경험 등 다양한 외적 그리고 내적 요인들이 교수학적 변환에 크고 작은 영향을 미치는 것을 확인하였다. 이러한 연구결과에 기초하여 배수경(2015)은, 교사들이 교육과정과 교과서에서 가르칠 지식으로 선언한 것이 어떤 것인지를 명확하게 파악할 수 있는 기회, 같은 학년 교사들과의 협력에 따른 수업 연구 기회, 수업계획안과 더불어 수업을 기록하고 성찰하는 기회 등을 통하여 수학적 지식의 파손을 감축시키는 것이 중요하다고 주장하였다(pp. 171-179). 공학을 활용하여 수업할 경우의 교수

학적 변환에 대한 논의에서는, 학습 환경 자체에 힌트나 정보, 정답이 포함되어 있기 때문에 극단적인 교수 현상이 나타나기 쉽다는 주장도 제기되었다(이종영, 2001: 55).

교수학적 변환 관련 연구는 수학교사교육, 특히 예비교사교육의 주요 내용 중 하나로 자리 잡았다. 수학수업이 매우 복잡적이고 미묘한 특성을 가지고 있어서 이해하기 어려운데, 교수학적 변환은 그 복잡적이고 미묘한 특성 중 수학교사가 주목해야 할 것을 명시적으로 논의할 수 있게 한다. 수학수업에서의 교수학적 변환에 대한 논의는, 수학을 가르친다는 의미가 무엇인가, 왜 수학수업의 어떤 장면은 수학을 가르치는 것으로 보이지만 실상 그렇다고 보기 어려운가를 잘 드러낸다. 수학교사 임용을 위한 선발시험에서는 이와 같이 수학교사가 생각해보아야 할 문제가 내재된 수학수업의 장면을 제시하고 교수학적 변환의 관점에서 설명하도록 한다(2003, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2016년 중등수학교사 선발임용고사 참고). 예를 들어, 2011년 선발임용고사에 출제된 문항 중 13번에서 제시한 수업장면과 <보기><sup>1)</sup> 중 관련된 부분은 다음과 같다.

<수업장면>

교사: 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나고 이 점이 삼각형의 외심이 된다는 것을 배웠습니다. 사각형의 경우에는 어떨까요?

자영: 글썽요. 아마도 사각형은 삼각형과 비슷하므로 네 변의 수직이등분선은 한 점에서 만날 것 같아요.

교사: 확인해 봅시다.

[교사는 동적 기하 소프트웨어를 사용하여 다양한 예를 보여준다.]

교사: 한 점에서 만날 수도 있고 아닐 수도 있군요. 그럼 어떤 사각형일 때 한 점

에서 만날까요? 삼각형 세 변의 수직이등분선의 교점이 삼각형의 어떤 중심인지 한 번 생각해 보세요.

[대답 없음]

교사: 삼각형에서 세 변의 수직이등분선의 교점은 외심입니다. 만약 사각형의 네 변의 수직이등분선이 한 점에서 만난다면 그 점이 이 사각형의 외심이 되지 않을까요? 실제로 외심이 됩니다. 이 외심은 사각형의 외접원의 중심입니다. 정리하면 사각형이 원에 내접한다면 네 변의 수직이등분선은 한 점에서 만납니다.

<보기>

가르쳐야 한다는 교수학적 계약에 의한 압박으로, 토파즈 효과(토파즈식 외면치레, Topaze effect)가 나타날 가능성이 있다.

그런데 교수학적 변환 관련 용어에 대한 설명 중 일부는 논란의 대상이 되어왔다. 예를 들어, 위에 제시한 임용고사 문항에 나오는 토파즈 효과 또는 토파즈식 외면치레에 대해서는 두 가지 설명이 제시되어왔다. 때로는 교사가 탈배경화와 탈개인화를 강조한 것으로 그리고 때로는 간과한 것으로 설명한다. 교사가 탈배경화와 탈개인화를 간과하는 것으로 보는 입장은, 학생이 탈배경화와 탈개인화를 하지 못했다는 것에 초점을 둔다. 교사가 학생의 탈배경화와 탈개인화를 이끌어내지 못했다는 점에서 이를 간과했다고 보는 것이다. 반면에, 교사가 탈배경화와 탈개인화를 강조하는 것으로 보는 입장은, 교사가 학생 대신 탈배경화와 탈개인화를 했다는 점에 초점을 둔다. 교사가 대신해서라도 탈배경화와 탈개인화를 진행했다는 점에서 이를 강조한 것으로 볼 수 있다. 이와 같은 입장의 차이는 같은 현상을 해석하는 과정에서 당연히 발생하는데, 이에 대한 이론적 논의가 부족하기 때문에 단순히 사용된 단어만 보면서 혼동하는 경우가 있는 것으

1) 수업장면에 대하여 적절하게 설명한 것을 고르도록 하면서 제시한 <보기>를 뜻함

로 보인다.

결론적으로, 국내 수학교육학 내부에서 진행된 교수학적 변환 관련 논의는 수학교육 실제 중 수학교과서와 수학수업을 보는 한 가지 관점과 방법을 제시한 것으로 볼 수 있다. 이론적인 논의, 특히, 핵심 개념과 개념 사이의 관계에 대한 논의, 이론으로 정립되면서 배경이 되었던 다른 이론들에 대한 논의는 매우 부족하였다.

#### 나. 수학교육학 외부의 논의

수학교육학 외부에서 교수학적 변환에 관하여 논의하기 시작한 것은 2000년대 초이다. 연구자들은 강완(1991) 또는 이경화(1996a, 1996b)를 인용하면서 해당 교과교육 현상을 이해하고 연구하는 데에 교수학적 변환 이론이 유용하다는 것을 주장하였다. 예를 들어, 심영택(2002)은 다음과 같이 기술하였다.

그러던 중 우연히 ‘교수학적 변환론의 이해(이경화, 1996)’라는 논문을 접하고 그 동안 쌓였던 고민을 해결할 방법이 조금씩 보이기 시작했다. 하화 활동과 관련된 이 논문은 교실 맥락에서 학생을 상대로 지식을 가르칠 때 교사는 새로운 인식론이 필요함을 주장하고 있다. 그것은 바로 필자가 고민하던 ‘교수학적 변환론’이었다(p. 156).

수학교육학 외부에서 이루어진 교수학적 변환에 관한 논의는 주로 수업을 이해하고 분석하는 것에 관련된 것(이정숙, 2005; 정재찬, 2010; 김민정, 2002; 손현진·손명철, 2013; 심광택, 2002; 천은수, 2009)이거나 해당 교과 교육과정 또는 교과서에 관련된 것(장의선, 2006, 2007; 조성욱, 2009; 조철기, 2011)이 대부분이었다. 그런데 특이할만한 것은, 수학교육학 연구에서 논의한 내용을 보완하거나 발전시키려는 시도가 이루어졌다는 점이다. 이를테면, 지리수업에서 나타나는

극단적인 교수 현상을 연구한 김민정은 기존에 논의해왔던 네 가지(토파즈 효과, 죠르단 효과, 메타인지 이동, 형식적 고착) 외에 도그마화와 지나친 단순화에 의한 교수학적 변환이 이루어진다고 보고하였다. 도그마화는 논의의 여지가 있거나 복잡한 주제를 다루면서 의도적으로 교사의 설명에 의존하게 함으로써 혼란의 여지를 없애는 현상을 가리킨다. 이것은 배경화에 대한 지나친 간섭에서 비롯되는 현상이다(김민정, 2002: 121). 또, 지나친 단순화는 배경화를 가장 소극적으로 하는 데에서 비롯되는 교수 현상으로, 원래 다루어야 할 지식을 관련 배경 속에서 풍부하게 다루는 대신 파편적으로 고립시켜 다루는 것을 가리킨다(앞의 논문: 121-122).

수학교육학 외부로 확산되는 가운데 교수학적 변환 이론이 했던 역할 중 하나는, 해당 교과교육현상을 연구하는 것에 대하여 메타적인 논의 기회를 제공했다는 것이다. 예를 들어, 최웅환(2009)은 교수학적 변환 이론이 국어를 가르치고 배우는 현상을 이해하는 데에 도움이 됨에도 불구하고 수학, 과학, 역사의 교육관련 연구에 비하여 활성화 되지 못한 이유를 지식의 성격이 다르기 때문이라고 보았다. 수학, 과학, 역사는 가르치고 배우는 내용이 ‘지식적’이어서 교수학적 변환 이론을 적용하거나 발전시키기에 용이한데 반하여 국어는 그렇지 않다는 것이다(p. 324). 조성욱(2009)은 지리교과에서 지도하는 지식을 이해형, 경험형, 적용형으로 구분하고, 각각에 적합한 교수학적 변환 방법을 제시하였다. 먼저 이해형 지식은 지리적 현상의 인식에서 출발, 차이점 발견, 원인 및 요인의 파악, 분류 및 용어 부여, 용어 및 개념 이해의 순서로 내용을 전개하는 것이 적절하다고 제시하였다. 경험형 지식은 사례의 도입, 사례 분석, 인식 결과 확인의 순서로 그리고 적용형 지식은 사례의 도입, 해석 과정, 가치 판단, 적용 및 예측의 순서로 내용을

전개하는 안을 제시하였다(p. 223). 이와 같이 해당 교과에서 다루는 지식의 특성을 메타적으로 파악하여 교수학적 변환의 과정과 결과에 미치는 영향을 체계적으로 파악한 것은, 해당 교과교육 특유의 인식론을 발전시키는 데에 기여한 것으로 보인다.

#### 다. 국내 연구 동향 종합

한국 수학교육학 연구의 역사가 상대적으로 짧다는 것을 감안할 때, 약 25년 동안 지속적으로 교수학적 변환 관련 연구가 이루어졌다는 것은 우리나라 수학교육 이론과 실제에 대한 영향력이 상당했다는 것을 시사한다. 그러나 교수학적 변환 이론을 연구했다기보다는 그 적용가능성, 특히, 수학교과서와 수학수업을 이해하고 분석하는 데에 적용할 수 있는지, 한다면 어떻게 할 수 있고 그 결과로부터 수학교과서 그리고 수학수업에 대하여 어떤 시사점을 도출할 수 있는지에 대하여 주로 연구하였다. 이렇게 된 데에는 교수학적 변환 이론 자체가 새롭게 만들어져 서서히 발전하는 중이었다는 점, 발원지인 프랑스의 수학교육 연구가 상대적으로 국내에 많이 알려져 있지 않았다는 점, 교수학적 변환 과정과 결과를 연구하는 과정이 기본적으로 연구자의 전문성과 주관적인 판단에 상당부분 의존한다는 점, 교수학적 변환의 과정과 결과를 둘러싼 변수가 너무나 복잡하여 현상을 통제하거나 기술하는 데에 어려움이 있다는 점, 등이 원인이나 배경을 제공한 것으로 생각된다.

국내 수학교육학 외부의 교수학적 변환 관련 연구에서는 드물지만 독자성을 피하거나 초기 논의를 일부 수정하고 보완하려는 시도가 이루어졌는데, 극단적인 교수 현상의 유형을 추가한 다거나(김민정, 2002), 비판적인 수학교육 관점을 주장한 Skovsmose의 입장과 접목을 시도하거나

(심영택, 2004), 교과에서 다루는 지식의 성격을 다른 교과에 비추어 파악하거나(최응환, 2009), 교과에서 다루는 지식을 메타적으로 파악하여 유형화 한 후 각 유형에 따른 교수학적 변환 모델을 제안하는 경우(조성욱, 2009)가 있었다. 수학교육학 연구 맥락에서도 이와 유사한 시도를 하고 그로부터 교수학적 변환 이론에 대한 시사점을 도출할 필요가 있다. 예를 들어, 김민정(2002)의 연구에서 제안한 두 가지 극단적인 현상인 도그마화와 지나친 단순화는 수학수업에서도 충분히 나타날 수 있는 것으로 보인다. 교사의 설명에 의존하는 대신 학생들의 다양한 생각과 의견을 반영하여 수학을 지도하는 것은 교육과정의 권고 사항일 뿐만 아니라(교육부, 2015), 수학교육 윤리의 문제라는 지적까지 이루어지는 형편이다(Radford & Roth, 2011). 그러나 학생들의 다양한 생각과 의견을 반영하여 수업하는 데에는 여러 가지 어려움이 따르기 때문에, 교사 자신의 생각만을 제시하면서 수학수업을 이끄는 경우를 얼마든지 상상할 수 있다. 실제로 그러한 사례가 언제 그리고 어떤 방식으로 발생하는지에 대한 연구가 이루어질 필요가 있다. 지나친 단순화 현상 역시 수학적 개념과 원리, 법칙의 다차원적인 속성을 간과하거나 생략하고 효율적이고 기계적인 학습에 적합한 형태로 단순화하여 다루는 것을 충분히 상상할 수 있다. 실제 수학수업에서 관련 사례가 나타나는지를 파악하고 그 이면에 내재된 우리나라 수학교육의 복잡한 속내를 논의하는 연구가 이루어질 필요가 있다. 수학교육을 위하여 선정된 지식의 성격을 다른 교과의 지식에 비추어 파악하거나, 수학교육의 대상으로 조직된 지식을 유형화하여 유형별 교수학적 변환 모델을 모색하는 연구도 충분히 이루어질 수 있으며, 이로부터 새로운 논점과 시사점을 도출할 수 있을 것으로 생각한다.

여러 가지 변수가 복잡하게 얽힌 것이 지식의

교수학적 변환이 가진 본질적인 특성이며, 그 특성을 이해하기 위해서는 어쩔 수 없이 가능한 많은 정보와 논리, 이론과 실험 경험을 총동원하여 새롭게 해석하고 관련짓는 연구방식이 필요하다. 다시 말하여, 수학교과서와 수학수업에 나타나는 교수학적 변환의 과정과 결과를 파악하는 데에는 기존의 이론과 실행사례를 넘어서서 사회와 문화의 영향, 교육계의 현안과 주요 이슈 등 폭넓은 배경에 기인하는 측면과 연구자 자신의 주관적인 판단이나 논리 결여를 보완하는 사고의 비약 등 불완전하지만 과감한 해석의 측면을 균형 있게 고려할 필요가 있다. 이와 같은 연구로부터 교수학적 변환 이론에 대한 시사점을 도출하여 이론화를 시도할 필요가 있다. 또한, 교수학적 변환 관련 연구에 의하여 그 동안 수면 아래에 감추어져 있던 우리나라 수학교육 환경의 속성을 드러낼 수 있었다는 점에서 의미가 있는데, 이들을 메타적으로 분석하여 우리나라 수학교육 실재에 대한 시사점을 도출할 필요도 있다. 수학교육학 연구의 산물이 다른 교과교육학 연구에 확산된 모처럼의 기회를 더 확장하여 여러 교과에 공통으로 나타나는 패턴과 특성을 연구하는 융합적인 접근도 모색할 필요가 있다. 이와 같은 과제를 해결한다면 ‘한국의 교수학’ 또는 ‘한국 고유의 교수학적 변환’에 대한 교과-일반 그리고 교과-특수의 체계적이고 독자적인 입장을 정립할 수 있을 것이다.

## 2. 국외 교수학적 변환 관련 연구 동향

1980년 Chevallard는 ‘제 1회 수학 교수학(Didactics of mathematics) 여름 세미나’를 개최한 후 매년 동일한 제목의 세미나를 개최해왔다. 이 세미나는 ‘수학 교수학’의 의미와 사례를 공유하기 위하여 만든 것이며, 지금은 프랑스뿐만 아니라 다양한 국가의 연구자들이 모여 연구 성과를

나누고 새로운 연구 주제를 모색하는 자리가 되었다(Bosch & Gascón, 2006). 이 세미나를 기점으로 교수학적 변환 관련 연구가 시작되었기에 지금까지 약 35년 동안의 역사를 가지고 있는 것으로 볼 수 있다. 그러나 Chevallard가 최초로 ‘교수학적 변환(transposition didactique)’이라는 용어를 사용한 것은 그보다 조금 이른 1978년 통계지도에 관하여 논의할 때였고, Brousseau가 주장한 교수학적 상황 이론에 따른 것이었다(Bergsten, Jablonka, & Klisinska, 2010: 58 재인용). 교수학적 상황 이론에서는 ‘교수학(didactique)’의 역할을 ‘수학적 활동과 그 활동의 교수학적 변환 가능성에 대하여 과학적인 방법으로 기술하고, 이해하고, 설명하는 것(Brousseau & Warfield, 2014: 165)’이라고 정의하였다. 교수학적 변환 관련 연구 동향을 이해하기 위해서는 교수학적 상황 이론에서 택하고 있는 교수학에 대한 다음 설명을 참고할 필요가 있다.

수학 교수학은 특정한 요소들과 연구방법으로 이루어진다. 수학적 연구 분야에 포함되는 논리학, 컴퓨터과학, 인식론, 수학의 역사 등이 그 요소들이다. 고유한 탐구방식에 의하여 새로운 또는 새롭지 않은 수학적 지식을 발견하고 확산하거나 점유하게 되는데, 이러한 탐구의 과정과 결과도 수학 교수학의 고려 대상이다(Ibid: 165).

교수학적 변환 이론은 위에서 언급한 교수학의 역할과 요소, 방법을 준수하면서 학문적 지식을 가르칠 지식, 가르친 지식, 배운 지식으로 바꾸어가는 과정과 그 결과에 대한 논의를 체계화하는 데에 목표를 둔다. 특히, 학문적 지식을 ‘가르칠 수 있고(teachable),’ 의미 있으며, 유용한 지식으로 바꾸는 것에 연구의 초점을 둔다(Chevallard & Bosch, 2014: 170). 연구의 세부주제 중 첫 번째는 학문적 지식에서 가르칠 지식으로의 변환에 관여하는 ‘누스페어(noosphère)’의

역할과 영향에 대한 것이다. Chevallard(1992a)의 설명은 다음과 같다.

교육계는 하나의 조각으로 이루어지지 않았다. 교사, 학생, 교과서, 숙제 등이 전부가 아니다. 다른 사회적 제도 또는 기관처럼, 교육계도 사회전체와 모종의 관계를 유지한다. 교육계의 일부는 사회전체와의 관계를 유지하고 감독하는 역할을 하는 사람들로 채워져 있다. 이것이 바로 사회가 일반적으로 요구하는 바이며, 모든 사회적 제도 또는 기관은 이 요구에 응해야 한다. (중략) ‘교수학 누스페어(didactic noosphère)’는 교육에 대하여 ‘생각하는’ 사람들의 생각으로 이루어져 있다. 대략적으로 말해서, 교육계에 관심을 가지고 있으며 어떤 방법으로든 자신의 욕구를 ‘행동에 반영하는’ 그런 사람들 모두의 생각들이 여기에 담겨 있다(p. 216).

수학 교수학 누스페어에는 수학자, 수학교육학자, 정치인, 교육과정 개발자, 수학교사 등이 제안하고 고려하는 다양한 생각이 포함된다. 이 생각들이 다양한 주체로부터 나온 만큼 얼마나 다양하고 복잡할 것인가를 설명할 필요는 없을 것이다. 그럼에도 불구하고 시대정신으로서 여러 입장이 조율되어 몇 가지 핵심적인 생각으로 정돈되며, 그 생각에 의하여 가르칠 지식이 선택되고 기술되고 특성화된다. 누스페어의 영향에 의하여 배제되는 지식이 있고, 배제되는 배경과 이유도 있다. 학교에서 가르치는 수학적 지식은 누스페어의 복잡 미묘한 영향에 따른 결과이며, 결과 자체만으로는 알 수 없는 그 암묵적인 영향을 이해하는 것이 교수학의 과제 중 하나이다 (Chevallard & Bosch, 2014: 170). 수학 교수학 누스페어의 영향으로 학교에서 가르칠 수학이 매우 다른 형태를 띤 사례로는 ‘새 수학 운동’과 ‘기본으로 돌아가기 운동’에 의한 수학교육과정과 수학교과서를 들 수 있다. 자연수의 사칙계산과 같이 매우 간단한 수학적 지식이 두 가지 서로 다른 누스페어의 영향에 따라 얼마나 다른

형태로 학교수학에 포함되었는지에 대해서는 상술할 필요조차 없을 정도로 널리 알려져 있다. 우리나라의 수학교육과정도 서로 다른 누스페어의 영향에 따라 다양한 관점과 방식으로 개정이 이루어졌다. 문제해결 교육, 수준별 수업, 토론, 의사소통, 과정중심평가, 수학적 역량의 개발 등 당대의 핵심 아이디어들이 누스페어에 의하여 부각되었고 개정에 영향을 미쳐왔다. 그러나 그 영향을 교수학적 변환과 관련지어 체계적으로 연구한 사례는 배수경(2015)이 유일하며, 그나마도 삼각형의 외심 지도에 직접 관련되는 영향만을 확인한 정도에 그치고 있다. 우리나라 수학 교수학 누스페어는 어떤 형태로 존재하고 교수학적 변환에 어떤 영향을 미치는지에 대한 후속 연구가 이루어질 필요가 있다.

교수학적 변환 관련 연구의 두 번째 세부주제는, 학교에서 가르친 지식이 무엇이며 어떻게 가르쳤는가 하는 것이다. 국내 연구에서 많이 시도했던 수학수업 관련 연구가 이 주제를 다룬 것이라고 할 수 있다. 그러나 국내 연구에서는 국소적으로 수학교사가 어떤 관점에서 어떤 교수학적 변환을 시도하고 어떤 문제가 있는가를 드러내는 데에 주목한 반면, 프랑스와 스페인에서는 이 문제를 다루는 이론적인 틀을 ‘인류학(anthropology)’과 ‘인간행동학(praxeology)’에 접목하여 정교하게 발전시키는 데에 주목하였다. 다시 말하여, 수학교사의 교수학적 변환을 개인의 주관적인 판단에서 더 나아가 인식론적인 모델로 파악하고 그에 관련된 이론적 관점과 그 하위 개념들을 정교화 하려는 시도가 이루어졌다. Chevallard(2007)가 수학 교수학을 인류학적인 입장에서 폭넓은 시각으로 보게 된 데에는 다음과 같은 배경이 있다.

나는 교수학이 보다 넓은 범위로 논의의 확장해야 한다고 생각하며, 그러기 위해서는 보다 일반적인 대상을 연구해야 한다. (대학과 같은)

고등교육기관이 권위를 가지고 제시한 학문적 지식만이 아니라, 복잡하게 서로 관련되어 나타나는 폭넓은 지식의 생태계를 분석해야 한다. 물론 학문적 지식을 생산하는 기관에서는 그렇게 범위를 넓혀서 포함시킨 지식들을 지식이라고 부르지도 않을 텐데, 지식이 겪어나가는 과정에서 취하게 되는 여러 형태의 지식이야말로 ‘진정한’ 것이며, 교수학에서는 그러한 지식들을 고려할 필요가 있다(p. 133).

Chevallard(2007)는 경제학의 한 이론으로 등장한 인간행동학을 차용하여 수학적 지식의 교수학적 변환이 결국 임시적이지만 존재성을 가지는 여러 양태의 지식, 곧 ‘실재(praxeology)’를 이루게 된다고 보았다.

지식체(body of knowledge)는 실재 또는 ‘실재의 복합체(a complex of praxeology)’이며, 문화적으로 중대한 역할을 하는 기관에 의하여 그 존재성을 얻는다. 그러므로 어느 문화권에서 실재 또는 실재의 복합체를 배운다는 말은 그 문화권에 ‘진정으로 존재하는’ 지식체를 배운다는 말과 같은 뜻이다(Ibid: 133).

수학자, 수학교육학자, 교육과정 개발자, 수학교과서 집필자, 수학교사 등은 수학교육의 문화권을 이루며, 여기서 실재 또는 실재의 복합체로서의 수학 지식체를 만들어낸다. 그러므로 학교수학에서 만나는 여러 형태의 수학이 실재이거나 실재의 부분이다. 이들 수학은, 각각의 맥락에서, 가령, 교육과정이나 교과서에서 그리고 수업에서 고유한 특성과 역할, 용법을 가지는 실재이다. 요컨대, 고정되고 제한된 지식이 아니라 수학교육 문화의 일부로 존재하며 형태와 속성이 달라지는, 생태적인 존재로서의 지식들이 교수학적 변환의 대상이자 결과이다. Chevallard(2007)는 실재가 행동 또는 실행을 의미하는

praxis와 그 정당성에 주목하는 logos의 두 부분으로 이루어져 있다고 보고, 각 부분의 하위요소를 다음과 같이 설명한다.

praxis는 과제와 기술로 이루어진다. 여기서 과제란 이차방정식을 해결한다거나, 코를 푼다거나, 푸가를 작곡한다거나 하는 것을 가리키고, 기술은 과제를 실행하는 데에 활용할 수 있는, 알려져 있는 방법을 뜻한다. logos는 관련 개념들과 논거들로 이루어지며, 합리성을 갖춘 ‘담론(discourse)’을 뜻한다. 기술(technique)이 왜 그리고 어떤 조건에서 적용되며 적용 결과는 무엇인지에 관련된 매우 추상적인 개념과 논거들을 도출하여 일반성을 띠는 ‘담론’인 교수 이론을 도출하게 되면 praxeology가 되며, 이것으로 기술의 일반화에 따른 결과인 공학(technology)을 정당화할 수 있게 된다(Ibid: 133).<sup>2)</sup>

결국 수학 교수학의 인류학적 접근에서는 과제(Task) T, 기술(technique) τ, 공학(technology) Θ, 이론(theory) Θ의 네 가지 성분으로 이루어진 (T, τ, Θ, Θ)을 파악하여 학교수학과 수학수업에서의 교수학적 변환 과정을 개발하고 적용 결과를 논의하는 데에 활용할 수 있다(Winslow, 2011: 542). 수학적 지식의 교수학적 변환과 관련하여 핵심적인 연구주제 중 하나가 바로 이 네 가지 성분을 적절하게 개발하는 것 그리고 수학교사들이 이 개발 과정에서 전문성을 함양하는 것이다. 예를 들어, Zehavi와 Mann(2011)은 수학교사들이 컴퓨터 환경에서 증명을 지도하기 위한 (T, τ, Θ, Θ) 개발 과정을 연구하였다. 단번에 유용하고 적절한 실재를 개발하는 일은 기대하기 어려우며, 이론과 관련 연구, 실험을 되풀이함으로써만 실재를 개발하고 개선할 수 있다.

Barbé, Bosch, Espinoza, 그리고 Gascón(2005)은 스페인의 고등학교 수학내용 중 함수의 극한 부

2) technique이 logos를 갖추면 technology가 되며, praxis가 logos를 갖추면 praxeology가 된다. 한편, technique은 praxis의 구성 요소이며, technology는 praxeology의 구성 요소이다.

분을 지도하기 위한 실재를 확인하고 수학수업에서 그 중 어떤 것이 어떤 방식으로 다루어졌는지를 연구하였다. 이들은 수학교사에게 주어진 수학교육과정과 수학교과서에서 함수의 극한이 특별한 형태로 다루어지게 된 데에는 다양한 이유가 감추어져 있으며, 그 이유들에 근거하여 선택되고 삭제된 내용과 표현형태가 수학교사의 교수학적 변환의 범위와 성격을 상당부분 결정한다는 것을 확인하였다. 수학교사가 해당 수학적 지식을 적절하게 다루고 싶어도 그렇게 이미 결정된 실재에 내재된 제약 때문에 여러 측면에서 어려움을 겪게 된다. 결국 이는 극단적인 교수 현상의 원인이 되는데, 이 현상은 수업을 담당하는 수학교사만의 책임이 아니라 그 전에 가르칠 지식으로 선언되는 과정에서 초래된 위험요인 때문에 나타난 것이므로 수학 교수학 뉴스페어의 책임도 있다고 보아야 한다. 수학수업을 분석할 때 이와 같은 폭넓은 배경을 이해한다면 해당 수학교사의 행동과 의사결정을 파악하여 개선점을 모색하는 데에도 보다 실효성 있고 적절한 대처가 가능하다.

Barbé 외(2005)의 연구에서 알 수 있듯이, 교수학적 변환 이론이 인간행동학과 인류학이라는 분야와 접목하여 얻어낸 가장 중요한 것은, 수학교사 혼자서 교수학적 변환을 주도하고 책임지는 것이 아니라 수학교육에 관여하는 여러 주체가 서로 영향을 미치는 가운데 교수학적 변환이 이루어진다는 점을 명시적으로 논의할 수 있게 되었다는 점이다. Rasmussen(2015)도 Chevallard가 교수학적 변환 이론을 구축하면서 제안한 ‘교수학의 인류학적 접근(Anthropological Theory of Didactic, 이하 ATD)’이 우연적으로 발생하는 것으로 착각하여 지나칠 수 있는 다양한 수학교육 현상을 정교하고 민감하게 파악하는 틀이 될 수 있다고 주장하였다. 수학을 가르치고 배운다는 것은 복잡한 요인들이 복잡한 관계를 형성하고

계속 그 요인과 관계가 변화하는 일인데, ATD는 실재 또는 실재의 복합체로서의 수학적 지식을 논의할 수 있게 함으로써 그 변화를 감지하는 기회를 제공한다는 것이다.

교수학적 변환 연구의 세 번째 세부주제는 학생들이 어떻게 수학을 배우는가, 교수학적 변환의 결과가 학습에 어떤 영향을 미치는가, 학생들과 학습 환경 사이의 상호작용은 어떠한가 하는 것이다. 우리나라에서 이루어진 교수학적 변환 관련 연구는 이 주제에 대하여 다룬 경우가 매우 드물다. 가령, 개정된 수학교육과정과 수학교과서로 수학을 배울 때 학생들은 개정취지에 따라 새롭게 들어온 내용이나 새롭게 도입된 방식을 배울 것으로 기대한다. 그러나 실제로 개정의 배경에 있었던 교수학 뉴스페어의 의견, 이를테면, 내용 감축에 대한 요구, 활동과 직관, 공학의 활용에 대한 입장이 반영된 교수학적 변환이 수학 학습에 어떤 영향을 어떻게 미치는가에 대한 연구는 많이 수행되지 않았다. Chevallard(1992a, 1999, 2007)는 관련 집단의 다양한 요구들을 반영한 결과로서의 수학교육과정과 수학교과서는 배워야 할 수학적 지식의 근간에 상당한 변화를 내재하고 있다고 보았다. 예를 들어, 내용을 감축하고 학생의 흥미를 고려하며 활동적으로 접근한다는 입장에 따라 교수학적 변환이 이루어진 결과를 놓고, 기하란 무엇인가, 통계란 무엇인가, 대수란 무엇인가라는 근본적인 질문에 이 결과가 어떻게 답하고 있는가를 생각해보면, 기대와는 다른 결론에 도달할 수 있다는 것이다. 수학과와 공학전공에서 다루는 수학적 지식이 동일한 내용에 대하여 다른 방식으로 변환된 형태를 띤다는 것을 생각하면 이 지적에 대하여 충분히 공감할 수 있다. Chevallard의 제안은, 관련 집단의 입장과 요구를 반영하는 가운데 변환된 수학적 지식의 여러 측면이 구체적으로 학습에 미치는 영향이나 학습과 관계 맺는 방식에

대하여 정교하게 파악하고 그 입장에서 수학 학습의 양상을 연구해야 한다는 주장이라고 할 수 있다.

### III. 논의 및 결론

교수학적 변환 관련 국내 연구는 약 25년 동안, 국외 연구는 약 35년 동안 이루어졌음을 확인한 바 있다. 짧지 않은 시간이지만 연구에 참여한 인원을 놓고 보면 구성주의 등 널리 관심을 끌었던 주제에 비하여 상대적으로 소규모인데다가, 비영어권 국가를 중심으로 이루어진 연구라는 한계 때문에 양적으로 충분하지는 않아서 동향을 파악하는 데에 어려움이 있었다. 그래도 고무적인 것은 국내 연구에서 수학 외의 교과로 확산되어 새로운 해석과 이론화가 시도되었다는 점이다. 국외 연구는 주창자인 Chevallard의 주요 저작에 나타난 연구동향을 파악하였다. 이제 국내의 연구동향을 파악한 결과를 되돌아보면서 후속연구의 과제를 제안하고자 한다.

첫째, 국내 연구에서는 교수학적 변환 이론이 수학교과서와 수학수업을 심층적으로 이해하는 관점이자 방법이 된다는 것을 구체적인 사례를 통하여 입증하는 데에 치중해왔다. 이는 한편으로는 외국에서 발원한 교수학적 변환 이론을 이해하는 효과적인 전략이 되었고, 다른 한편으로는 우리나라의 수학교과서와 수학수업에 내재된 복잡한 구조와 수학적 지식의 파손에 대한 인식론적 경각심(강완, 1991)을 명시적으로 논의하는 기회가 되었다. 그러나 Chevallard가 수학적 지식을 생태적인 특성을 가진 것으로 보고 누스페어의 참여와 그로 인한 결과로서의 실재 또는 실재의 복합체로 학교수학을 규명하는 교수학의 인류학적 접근을 제안한 것에 이론적으로 그리고 실제적으로 대응하는 방식으로까지 연구가

발전하지는 못하였다. 국내 연구에서 파악한 사례를 메타적으로 분석하거나 새롭게 설계하여 적용한 사례를 기초로 교수학적 변환 이론의 발전에 기여하는 연구가 이루어질 필요가 있다.

둘째, 국내에서도 수학교육학 외부의 연구 중에는 극단적인 교수 현상을 추가로 확인하거나 메타적으로 교과의 내용을 분석하는 것까지 시도한 것을 확인하였다. 수학교육학 내부의 논의도 어떤 방향으로건 더 확장과 심화를 시도해야 할 것으로 생각한다. 다만 극단적인 교수 현상의 경우, 국외의 논의를 반영하여 수학교사 개인의 책임이나 역할의 범위를 넘어서는 논의가 이루어질 필요가 있다. Barbé 외(2005)의 연구에서 알 수 있듯이, 극단적인 교수 현상의 원인은 교사의 무지나 부족한 열정의 문제보다 더 뿌리가 깊은 것이며 그 심층을 적절히 분석할 때에만 실질적인 변화를 모색할 수 있다. 교수학적 변환의 결과인 수학적 지식에 대한 메타적인 논의를 할 때에도 학문적인 특성에만 의존할 것이 아니라, 수학 교수학 누스페어의 다양한 영향과 그에 따른 복합적인 상호작용을 드러내는 연구가 이루어져야 한다.

셋째, 국내 연구에서 실재 또는 실재의 복합체로서 학교수학을 이해하고 기술하려는 시도가 거의 이루어지지 않았다. 인류학적 관점에 따라 교수학을 연구한다는 의미에 대한 연구(Chevallard, 1991, 1992a, 1992b, 1999, 2006, 2007; Winsløw, 2011)와 더불어 문제해결 활동과 메타인지 활동에 대하여 인류학적 관점에 따라 해석한 연구(Rodríguez, Bosch, & Gascón, 2008), 함수의 극한에 대한 학생들의 이해를 인류학적 관점에 의하여 논의한 연구(Hardy, 2009), 모델링 활동을 통한 수학교육을 인류학적 관점에서 논의한 연구(Artaud, 2007), 컴퓨터 환경에서 수학을 지도하는 것에 대하여 인류학적 분석을 시도한 연구(Tetchueng, Garlatti, & Laube, 2008), 모델링

활동을 도입하여 수학을 지도하는 것에 대한 교사교육 방법에 대한 연구(García, & Ruiz-Higueras, 2011) 등 다양한 국외연구를 국내실정에 부합되는 형태로 수정하여 적용하고 우리나라 고유의 실제 또는 실제의 복합체에 대하여 연구할 필요가 있다. 특히, 현상을 관찰하는 연구에 그치기보다 다양한 주제에 대하여 (T,  $\tau$ ,  $\Theta$ ,  $\theta$ )을 개발하여 개선해나가는 연구가 이루어질 필요가 있다.

넷째, 국외 연구에서는 교수학적 변환 이론을 인류학, 기술문명 시대의 인간과 교육, 인간행동학, 인식론 등 다양한 학문분야의 주요 개념과 연결하여 폭넓게 논의하는 반면, 국내 연구에서는 수학교육학 연구맥락 그것도 주로 수학교과서와 수학수업에만 초점을 두어 논의한 면이 있었다. 본고에서 수학교육학 외부의 교수학적 변환 연구를 참고했을 때 몇 가지 시사점을 얻을 수 있었던 것을 감안하면, 경계를 허물고 다양한 시각을 접목시키는 시도가 필요하다는 것을 알 수 있다. 더욱이 교수학적 변환 이론 자체가 문화 또는 문명, 사회, 시대정신, 집단 지성, 환경 등 가르칠 지식과 가르친 지식, 학습된 지식의 생태에 미치는 영향이 조금이라도 있는 것이면 포괄하는 입장(Chevallard, 1985, 1990, 1999, 2006, 2007)이기 때문에, 수학교육학 내부의 논의로는 본래 충분하지 않다.

다섯째, 국내 연구에서 동일한 개념을 다른 용어나 의미로 표현하거나 기본적인 개념을 충분히 설명하지 않은 채로 사용하는 경우가 있는데, 이를 체계적으로 다듬어 정돈하는 연구가 필요하다. 국외 연구에서도 교수학적 변환 과정에 따른 지식의 유형을 다르게 설명하는 경우가 있기는 하다. 예를 들어, 교수학적 변환 과정에서 고려하는 지식을 학문적 지식, 가르칠 지식, 가르친 지식의 세 유형으로 구분하는 연구(Laborde & Vergnaud, 1994)도 있고, 여기에 학습된 지식

을 추가하여 네 유형으로 구분하는 연구(Bosch & Gascón, 2006), 상식으로서의 지식에서 출발하여 학문적 지식을 얻게 되고 이후 교수학적 변환을 거둬들이는 것으로 보는 연구(Chevallard, 1991)도 있다. 그러나 이들 연구에서는 교수학적 변환 과정 중 어떤 부분에 주목하는지가 다를 뿐 의미상의 혼동을 일으키지는 않는다. 국내 연구에서는 교수학적 변환 과정에 따른 지식의 유형 자체를 논의하기보다는 교과서 저자에 의한 교수학적 변환(또는 수학교과서에 나타나는 교수학적 변환), 수학교과서에 의한 교수학적 변환과 같이 변환의 주체가 누구인가에 주목하여 논의하며, 주로 배경화와 개인화, 탈배경화와 탈개인화, 가배경화와 가개인화와 관련지어 설명하는 것이 관례이다. 그런데 예비교사들 중에는 이 관례에 따라 극단적인 교수 현상을 이해하는 데에 어려움을 호소하는 경우가 적지 않다. 우선 배경화와 개인화, 탈배경화와 탈개인화가 무엇을 뜻하는지에 대한 설명이 충분하지 않다. 이들 중 일부를 과도하게 강조하거나 간과한다는 것이 어떤 뜻인지에 대한 설명도 충분하지 않다. 그에 비하여 극단적인 교수 현상 자체는 이해하기 쉽기 때문에, 그 현상을 이용하여 이론적 개념을 이해하려고 하는 경우가 종종 발생한다. 교수학적 변환 이론이 도입되는 초창기에는 참고할 자료가 워낙 부족하였기 때문에 기본적인 개념에 대하여 논의하기가 어려웠다. 이제 그 동안의 연구에 의하여 다양한 사례를 확보하였으므로 기본적인 개념의 의미를 세부적으로 논의하는 연구가 이루어질 수 있을 것으로 생각한다.

지난 약 25년 동안 교수학적 변환이라는 렌즈를 통하여 드러난 우리나라의 수학 교수학은 나름의 목표와 기술, 야심, 강점과 약점을 가지고 있는 것으로 보인다. 그러나 위에서 언급한 바와 같이 아직은 부분적인 조명에 그치고 있으므로, 향후 더 다양하고 깊이 있는 논의를 통하여 정

체성도 확보하고 교수학적 변환 이론의 발전에도 기여할 수 있게 되기를 기대한다.

## 참고문헌

- 강완(1991). 수학적 지식의 교수학적 변환. **수학 교육**, 30(1), 71-89.
- 강완(2001). 원의 넓이 공식에 대한 교수학적 변환 분석. **과학과 수학교육논문집**, 27, 27-68.
- 강완(2014). 분수 개념 지도 내용과 방법 분석. **수학교육학연구**, 24(3), 467-480.
- 교육부(2015). **2015 개정 수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책8].
- 김민정(2002). 지리수업에서의 교수학적 변환에 근거한 극단적인 교수현상. **한국지리환경교육학회지**, 10(2), 115-126.
- 김부연(2014). 교수학적 변환론 관점에서 본 국어사 교육 내용에 대한 고찰-고등학교<<독서와 문법 II>> 국어 변천사 단원을 중심으로. **국어교육학연구**, 49(1), 214-244.
- 김신영·강완(2005). 초등학교 수학 교과서에 나타난 삼각형과 사각형의 넓이 지도 방법에 대한 분석. **한국초등수학교육학회지**, 9(2), 161-180.
- 김연·강완(2004). 초등학교 수학 교과서에 나타난 나눗셈 지도 방법에 대한 분석. **한국초등수학교육학회지**, 9(1), 19-38.
- 김현정·강완(2008). 초등학교 수학 교과서에 나타난 사각형 지도 방법에 대한 분석. **초등수학교육**, 11(2), 141-159.
- 나귀수(2010). 초등학교 수학 수업 학습공동체 활동에 대한 연구. **수학교육학연구**, 20(3), 373-395.
- 박경미(2007). 수학 수업을 바라보는 두 가지 시각. **학교수학**, 9(2), 259-276.
- 배수경(2015). **중등 수학 교사의 수학적 지식의 교수학적 변환에 관한 연구**. 이화여자대학교 대학원 박사학위 논문.
- 손현진·손명철(2013). 고등학교 지리 수업에서 교수학적 변환의 실제. **교육과학연구**, 15(1), 1-30.
- 신보미(2010). 그래프의 경로에 대한 교수학적 변환 방식과 학생들의 이해 분석. **한국학교수학회논문집**, 13(2), 289-301.
- 신보미(2012). 정규분포에 대한 교수학적 변환 방식과 학생들의 이해 분석. **수학교육학연구**, 22(2), 117-136.
- 신보미·이경화(2008). 시뮬레이션을 활용한 확률 지식의 교수학적 변환. **수학교육학연구**, 18(1), 25-50.
- 심광택(2002). 초등 사회과 교실 수업 개선을 위한 방향 탐색. **사회과교육**, 41(3), 153-172.
- 심영택(2002). 국어적 지식의 교수학적 변환 연구. **국어교육**, 108, 155-179.
- 심영택(2004). 문법 지식의 교수학적 변환 연구-문법 교육의 학습 환경을 중심으로. **국어교육학연구**, 21, 355-390.
- 이경화(1996a). 교수학적 변환론의 이해. **수학교육학연구**, 6(1), 203-213.
- 이경화(1996b). **확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 이경화(2004). 상관관계의 교수학적 변환에 관한 연구. **학교수학**, 6(3), 251-266.
- 이경화(2010). 교수학적 변환 과정에서의 은유와 유추의 활용. **수학교육학연구**, 20(1), 57-71.
- 이경화·지은정(2008). 그래프의 교수학적 변환 방식 비교. **수학교육학연구**, 18(3), 353-372.
- 이영하·신정은(2009). 교수공학 친화적, 실용적, 교수학적 변환의 실제적 연구. **학교수학**, 11(1), 111-129.
- 이정숙(2005). 특집: 국어수업, 어떻게 볼 것인가

- 가?; 내용 변환에 따른 쓰기 교수-학습 현상. **국어교육학연구**, 24, 29-63.
- 이종영(2001). 컴퓨터 환경에서 극단적인 교수 현상의 가능성과 수학 교수·학습 양식에 관한 고찰. **수학교육학연구**, 11(1), 51-66.
- 이종희·배수경(2013). 국내 분과 발표: 교수학적 변환론의 관점에서 본 초임 수학교사의 외심 단원 수업 분석. **한국수학교육학회 학술발표 논문집**, 135-139.
- 장의선(2006). ‘전통 지리’의 지리 교육적 가치와 교육 내용 재구성 방안. **사회과교육**, 45(1), 97-119.
- 장의선(2007). 교수학적 변환의 관점에서 본 지리교육내용의 적절성 연구. **사회과교육연구**, 14(1), 87-109.
- 정재찬(2010). 수업 비평적 관점을 통한 중등 국어 수업 사례 연구. **국어교육학연구**, 39, 467-504.
- 조성욱(2009). 지리 지식의 유형별 교수학적 변환 방법. **한국지리환경교육학회지**, 17(3), 211-224.
- 조철기(2011). 지리 교과서에 서술된 내러티브 텍스트 분석. **한국지리환경교육학회지**, 19(1), 49-65.
- 천은수(2009). 어느 역사 교사의 ‘가르치기 위한 지식’ 연구. **역사교육연구**, 10, 85-121.
- 최응환(2009). 문법 교육에서의 교수적 변환론. **국어교육연구**, 45, 321-346.
- 최지영·강완(2003). 초등학교 수학 교과서에 나타난 약수와 배수 지도 방법 분석. **한국초등수학교육학회지**, 7, 45-64.
- Artaud, M. (2007). Some conditions for modelling to exist in mathematics classrooms. In P. L., Galbraith, H. W., Henn, & M. Niss (2007). *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 371-378). Springer US.
- Barbé, J., Bosch, M., Espinoza, L., & Gascón, J. (2005). Didactic restrictions on the teacher’s practice: The case of limits of functions in Spanish high schools. In C., Laborde, M. J., Perrin-Glorian, & A., Sierpiska (Eds.). *Beyond the apparent banality of the mathematics classroom* (pp. 235-268). Springer US.
- Bergsten, C., Jablonka, E., & Klisinska, A. (2010). A remark on didactic transposition theory. In *Proceedings of MADIF7, The Seventh Mathematics Education Research Seminar* (pp. 58-68).
- Bosch, M., & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, 51-63.
- Brousseau, G., & Warfield, V. (2014). Didactic situations in mathematics education. In S., Lerman (Ed.). *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 163-170). Springer Netherlands.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1989). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l’informatique*, 108, 103-117.
- Chevallard, Y. (1990). On mathematics education and culture: Critical afterthoughts. *Educational Studies in Mathematics*, 21(1), 3-27.
- Chevallard, Y. (1991). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Publications mathématiques et informatiques de Renne*, (S6), 160-163.
- Chevallard, Y. (1992a). A theoretical approach to curricula. *Journal fuer Mathematik-didaktik*, 13(2-3), 215-230.
- Chevallard, Y. (1992b). Fundamental concepts in

- didactics: Perspectives provided by an anthropological approach. *Research in Didactic of Mathematics*, 131-167.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 21-30).
- Chevallard, Y. (2007). Readjusting didactics to a changing epistemology. *European Educational Research Journal*, 6(2), 131-134.
- Chevallard, Y., & Bosch, M. (2014). Didactic transposition in mathematics education. In S., Lerman (Ed.). *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 170-174). Springer Netherlands.
- García, F. J., & Ruiz-Higueras, L. (2011). Modifying teachers' practices: The case of a european training course on modelling and applications. In G., Kaiser, W., Blum, R. B., Ferri, & G., Stillman (Eds.). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14* (pp. 569-578). Springer Netherlands.
- Hardy, N. (2009). Students' perceptions of institutional practices: the case of limits of functions in college level calculus courses. *Educational Studies in Mathematics*, 72(3), 341-358.
- Laborde, C., & Vergnaud, G. (1994). L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. *Apprentissages et didactiques ou en est-on*. Hachette, Paris.
- Radford, L., & Roth, W. M. (2011). Intercorporeality and ethical commitment: An activity perspective on classroom interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 227-245.
- Rasmussen, K. (2015). Lesson study in prospective mathematics teacher education: didactic and paradidactic technology in the post-lesson reflection. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-24.
- Rodríguez, E., Bosch, M., & Gascón, J. (2008). A networking method to compare theories: metacognition in problem solving reformulated within the Anthropological Theory of the Didactic. *ZDM*, 40(2), 287-301.
- Tetchueng, J. L., Garlatti, S., & Laube, S. (2008). A Context-Aware Learning System based on generic scenarios and the theory in didactic anthropology of knowledge. *IJCSA*, 5(1), 71-87.
- Winslow, C. (2011). Anthropological theory of didactic phenomena: Some examples and principles of its use in the study of mathematics education. *CRM Documents*, 10, 533-551.
- Zehavi, N., & Mann, G. (2011). Development process of a praxeology for supporting the teaching of proofs in a CAS environment based on teachers' experience in a professional development course. *Technology, Knowledge and Learning*, 16(2), 153-181.

# Trends and Tasks in Research on Didactic Transposition in Mathematics Education

Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

Research on didactic transposition in mathematics education has about 25-year and about 35-year long history in and out of Korea, respectively. This study attempts to investigate in trends of those research and to suggest tasks needed to be tackled. Major findings are followed. First, studies done in Korea tended to focus on the application of the didactic transposition theory for proving its effectiveness in understanding mathematics textbooks and mathematics lessons in-depth. It is suggested to conduct meta-analysis of the accumulated results or analysis of further applications of the didactic transposition theory to improve theoretical aspects of didactic transposition. Second, new categories for extreme teaching phenomenon were found and new typology in knowledge to be considered in the didactic transposition was developed in a few studies done in other subject matter education. Application of these to mathematics education may

enhance research in didactic transposition of mathematical knowledge. Third, praxeology or a complex of praxeology for Korean school mathematics should be explored as did in other countries. Fourth, there have been rich attempts to link perspectives in didactic transposition to other perspectives or fields such as anthropology, human and education in technology era, praxeology theory in economics, epistemology in other countries but not in Korea. It is suggested to extend the scope of discussion on didactic transposition and to relate various concepts given in other disciplines. Fifth, clarification or negotiation of meaning for the main terms used in the discussion on didactic transposition such as personalization, contextualization, depersonalization, decontextualization, Topaze Effect, Meta-Cognitive Shift is suggested by comparing researchers' various descriptions or uses of the terms.

\* Key Words : Didactic transposition(교수학적 변환), Knowledge to be taught(가르칠 지식), Knowledge taught(가르친 지식), Contextualization(배경화)/Personalization(개인화), Decontextualization(탈배경화)/Depersonalization(탈개인화), Extreme teaching phenomena(극단적인 교수 현상), Anthropology of didactics(교수학의 인류학적 접근)

논문접수 : 2016. 3. 12

논문수정 : 2016. 5. 5

심사완료 : 2016. 5. 5