

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2016.40.6.587>ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

크리깅 대체모델을 이용한 순차적 신뢰성기반 최적설계를 위한 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법[§]

김지훈* · 장준용* · 김신유* · 이태희*† · 조수길** · 김형우** · 홍 섭**

* 한양대학교 미래자동차공학과, ** 한국해양과학기술원 부설 선박해양플랜트연구소

An Efficient Constraint Boundary Sampling Method for Sequential RBDO Using Kriging Surrogate Model

Jihoon Kim^{*}, Junyong Jang^{*}, Shinyu Kim^{*}, Tae Hee Lee^{*†}, Su-gil Cho^{**}, Hyung Woo Kim^{**}
and Sup Hong^{**}^{*} Dept. of Automotive Engineering, Hanyang Univ.^{**} Technology Center for Offshore Plant Industries, Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering

(Received January 31, 2016 ; Received April 9, 2016 ; Accepted April 12, 2016)

Key Words: Constraint Boundary Sampling(제한조건경계 샘플링), FORM(1차 신뢰도법), Kriging Surrogate Model(크리깅 대체모델), RBDO(신뢰성기반 최적설계)

초록: 대체모델을 이용한 신뢰성기반 최적설계에서 최적해와 신뢰도의 정확성은 제한조건경계의 대체모델의 정확도에 영향을 받는다. 기존 제안된 제한조건경계 샘플링 기법은 제한조건경계에 실험점을 생성하여 이러한 정확성을 높일 수 있었다. 하지만, 제한조건경계 샘플링 기법은 최적해와 먼 부근의 제한조건경계에도 불필요한 실험점을 생성하여 과도한 계산비용이 발생한다. 본 논문에서는 크리깅 대체모델의 통계적 정보를 이용하여 최적해 근처의 제한조건경계에 실험점을 생성하는 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법을 제안한다. 제안한 기법의 효율성과 정확성은 수학예제를 통하여 확인한다.

Abstract: Reliability-based design optimization (RBDO) requires a high computational cost owing to its reliability analysis. A surrogate model is introduced to reduce the computational cost in RBDO. The accuracy of the reliability depends on the accuracy of the surrogate model of constraint boundaries in the surrogated-model-based RBDO. In earlier researches, constraint boundary sampling (CBS) was proposed to approximate accurately the boundaries of constraints by locating sample points on the boundaries of constraints. However, because CBS uses sample points on all constraint boundaries, it creates superfluous sample points. In this paper, efficient constraint boundary sampling (ECBS) is proposed to enhance the efficiency of CBS. ECBS uses the statistical information of a kriging surrogate model to locate sample points on or near the RBDO solution. The efficiency of ECBS is verified by mathematical examples.

1. 서 론

신뢰성기반 최적설계(reliability-based design optimization, RBDO)는 설계변수의 불확실성을 고려하

여 성능이 목표신뢰도를 만족하며 목적함수를 최소화하는 해를 도출하는 기법이다. 그러나 신뢰성기반 최적설계는 최적화 과정 중 신뢰성 해석이 필요하기 때문에 확정론적 최적설계(deterministic design optimization, DDO)에 비하여 많은 계산비용이 발생한다. 이러한 신뢰성기반 최적설계의 계산비용을 줄이기 위하여 대체모델이 도입되었다. 또한, 정확한 대체모델을 효율적으로 만들기 위하여 다양한 샘플링 기법이 연구되었다.^(1,2)

§ 이 논문은 대한기계학회 창립 70주년 기념학술대회 (2015.11.10-14., ICC제주) 발표논문임

† Corresponding Author, thlee@hanyang.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

대체모형을 이용한 신뢰성기반 최적설계의 가장 중요한 점은 정확한 신뢰도를 얻기 위해 제한조건 경계를 정확하게 모사하는 것이다. 일반적으로 대체모형의 정확성을 높이기 위한 방법으로는 모든 설계영역에 가능한 많은 실험점을 생성하여 대체모형을 구성하는 것이다. 하지만, 이는 계산비용의 증가를 발생한다. 이러한 계산비용을 줄이면서, 정확한 제한조건경계를 근사하기 위하여 제한조건경계 샘플링 기법(constraint boundary sampling, CBS)이 Lee에 의해 제안되었다.⁽³⁾ 제한조건경계 샘플링 기법은 크리깅 대체모형에서 제공되는 통계적 정보를 이용하여 제한조건경계에 실험점을 생성하는 기법이다. 하지만 제한조건경계 샘플링 기법은 전체 설계영역 내에 존재하는 모든 제한조건경계에 실험점을 생성하기 때문에 실제 최적해와 거리가 먼 제한조건경계에도 실험점을 생성하는 단점이 있다. 이러한 제한조건경계 샘플링 기법의 단점을 보완하면서 동시에 최적해 부근의 크리깅 대체모형의 정확도를 높이기 위한 중요경계 샘플링 기법(important boundary sampling, IBS)이 제안되었다.⁽⁴⁾ 그러나 중요경계 샘플링 기법은 목적함수의 값만 사용하여 크리깅 대체모형에서 제공하는 통계적 정보를 충분히 이용하지 않아 효율을 극대화하지 못하였다.

본 연구에서는 크리깅 대체모형에서 제공되는 통계적 정보를 이용한 개선확률(improvement probability)의 개념을 도입한 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법을 제안한다. 또한, 세 개의 수학예제를 통하여 제안한 기법의 효율성과 정확성을 검증한다.

2. 대체모형을 이용한 신뢰성기반 최적설계

2.1 크리깅 대체모형

크리깅 대체모형은 전역모형과 편차항의 합으로 구성되며 식은 다음과 같다.⁽⁵⁾

$$\hat{Y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} \{ \mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}} \} \quad (1)$$

여기서, \mathbf{R} 은 상관행렬로 데이터들의 공간 상관관계(spatial correlation)를 나타낸다. 본 연구에서는 식 (2)와 같은 가우스(Gauss) 상관함수를 사용하였다.

$$R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j) = \exp\left(\sum_{k=1}^{n_d} -\theta_k (x_k^i - x_k^j)^2\right) \quad (2)$$

여기서 $\boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{x} \in R^{n_d}$ 이다. 상관행렬의 상관계수, $\boldsymbol{\theta}$ 는 우량함수(likelihood function)를 최대화하여 구하

며, 이를 최우량추정과정(maximum likelihood estimation, MLE)이라 한다.⁽⁶⁾ 우량함수를 최대화하는 것은 확률적으로 가능성이 가장 높은 상관계수를 구하는 것을 의미하며, 최대화해야 하는 우량함수를 간략히 하여 최적화를 정식화하면 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Find } \boldsymbol{\theta} \\ & \text{Minimize } \hat{\sigma}_z^2 |\mathbf{R}|^{1/n} \\ & \text{Subject to } \boldsymbol{\theta} > 0 \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 크리깅 대체모형의 통계적 정보

크리깅 대체모형의 통계적 정보는 평균제곱오차로서, 식 (4)로 표현된다.

$$MSE[\hat{Y}(\mathbf{x})] = \sigma_z^2 \left(1 - [\mathbf{f}(\mathbf{x})^T, \mathbf{r}(\mathbf{x})^T] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{F}^T \\ \mathbf{F} & \mathbf{R} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{r}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \right) \quad (4)$$

평균제곱오차는 크리깅 대체모형 예측값과 실제함수값의 차이의 제곱에 대한 평균으로 정의된다. 즉, 평균제곱오차는 예측값의 통계적 오차를 의미한다. 평균제곱오차는 실험점에 가까워 질수록 0에 가까운 값을 가지게 되고, 멀어질수록 높은 값을 가지는 특성이 있다. 이러한 통계적 정보를 가지는 크리깅 대체모형은 실험점에서의 예측값을 평균, 평균제곱오차를 분산으로 하는 정규분포를 따른다는 가정이 존재한다.

크리깅 대체모형의 통계적 가정을 이용하면 현재의 최소 응답함수값 f_{\min} 보다 크리깅 대체모형의 예측값이 작을 확률인 목적함수의 개선확률을 구할 수 있다. 개선확률은 크리깅 대체모형의 응답값을 평균, 평균제곱오차를 분산으로 하는 정규분포의 누적분포함수(cumulative distribution function, CDF) 표준화 한 값으로 계산되며, 다음의 식 (5)와 같다.⁽⁷⁾

$$P(\hat{Y}(\mathbf{x}) \leq f_{\min}) = \Phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{Y}(\mathbf{x})}{\hat{\sigma}_y(\mathbf{x})}\right) \quad (5)$$

이때, $\hat{Y}(\mathbf{x})$ 는 목적함수 크리깅 대체모형의 예측값, $\hat{\sigma}_y(\mathbf{x})$ 는 평균제곱오차의 값, $\Phi(\cdot)$ 는 표준 정규분포의 누적분포함수를 나타낸다.

목적함수의 개선확률은 Fig. 1과 같이 도식화하여 나타낼 수 있다. 삼각함수 형태의 곡선은 4개의 실험점을 이용하여 생성된 크리깅 대체모형을 나타내고, f_{\min} 은 4개의 실험점에서의 응답값 중 가장 작은 값을 나타낸다. 이 때, 임의의 점 x_1 과 x_2 에서의 목적함수의 개선확률은 각각 그림의 빗

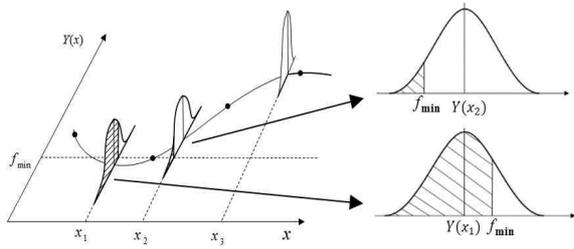


Fig. 1 Improvement probability for objective function of kriging surrogate model

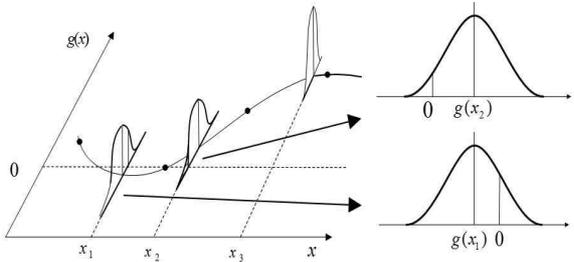


Fig. 2 Boundary probability for constraint function of kriging surrogate model

금 친 부분의 넓이로 계산될 수 있다. 크리깅 대체모델의 예측값이 작을수록 빗금 친 넓이가 넓어지므로, 이러한 개선확률이 최대가 되는 점은 크리깅 대체모델의 응답값이 최소가 되는 점이 된다. 한편, 제한조건 크리깅 대체모델의 응답값이 0과 같을 확률은 다음 식과 같이 응답값을 평균, 평균제곱오차를 분산으로 하는 정규분포의 확률밀도함수(probability density function, PDF)를 표준화한 값으로 식 (6)과 같이 계산 된다.

$$P(\hat{g}(\mathbf{x})=0)=\varphi\left(\frac{0-\hat{g}(\mathbf{x})}{\hat{\sigma}_g(\mathbf{x})}\right) \quad (6)$$

여기서 $\hat{g}(\mathbf{x})$ 는 제한조건 크리깅 대체모델의 예측값, $\hat{\sigma}_g$ 는 크리깅 대체모델의 평균제곱오차, $\varphi(\cdot)$ 는 표준 정규분포의 확률밀도 함수를 나타낸다. 이를 도식화 하여 나타내면 Fig. 2와 같다. $\hat{g}(\mathbf{x})=0$ 일 확률은 $\hat{g}(\mathbf{x})$ 가 0에 가까워 질수록 커진다. 그러므로, 크리깅 대체모델의 응답값이 0과 같을 확률을 최대화 하는 점은 $\hat{g}(\mathbf{x})=0$ 인 점이 된다.

3. 신뢰성기반 최적설계를 위한 순차적 샘플링 기법

3.1 제한조건경계 샘플링 기법

제한조건경계 샘플링 기법⁽³⁾은 크리깅 대체모델

에서 제공되는 통계적 정보를 이용하여 다음 식 (7)과 같은 샘플링 기준을 최대화하는 실험점을 순차적으로 선택하여 배치한다.

$$\text{Max}_{\mathbf{x}} \text{CBS} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \varphi\left(\frac{0-\hat{g}_i(\mathbf{x})}{\hat{\sigma}_{g_i}(\mathbf{x})}\right) \cdot D & \text{if } \hat{g}_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

여기서 $\hat{g}_i(\mathbf{x})$ 은 i 번째 제한조건에 대한 크리깅 대체모델, $\hat{\sigma}_{g_i}(\mathbf{x})$ 은 i 번째 제한조건의 크리깅 대체모델에서 제공되는 평균제곱오차, $\varphi(\cdot)$ 는 표준 정규분포의 확률밀도 함수, D 는 새롭게 선택될 실험점 \mathbf{x} 와 기존 실험점들과 최소거리를 나타낸다.

위 식 (7)에서 현재의 크리깅 대체모델이 0보다 작은 유용영역에서 $\hat{g}_i(\mathbf{x})=0$ 이 될 때 확률밀도함수의 값이 가장 커지게 된다. 따라서 제한조건경계 샘플링 기법은 $\hat{g}_i(\mathbf{x})$ 가 0에 가까우며, 기존 실험점들과 거리가 먼 부분에 순차적으로 새로운 실험점을 배치한다.

3.2 중요경계 샘플링 기법

중요경계 샘플링 기법⁽⁴⁾은 제한조건경계 샘플링 기법이 실험점을 낭비하는 단점을 보완하며, 동시에 최적해 부근의 크리깅 대체모델의 정확도를 높이기 위한 방법으로 제안되었다. 제한조건경계 샘플링 기법을 기본으로, 실험점들의 목적함수값을 이용하여 기존의 최적해 보다 작은 값을 가질 수 있는 곳에 실험점을 생성할 수 있도록 하는 선형가중치 항을 추가하였고 이는 식 (8)과 같다.

$$\text{IBS}(I) = \begin{cases} \sum_{j=1}^N \varphi\left(\frac{0-\hat{g}_j(\mathbf{x})}{\hat{\sigma}_{g_j}(\mathbf{x})}\right) \cdot D \cdot I(\mathbf{x}) & \text{if } \hat{g}_j(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{where}$$

$$I(\mathbf{x}) = \frac{\max\{f(\mathbf{x}^j)\}_{j=1}^m - f(\mathbf{x})}{\max\{f(\mathbf{x}^j)\}_{j=1}^m - \min\{f(\mathbf{x}^j)\}_{j=1}^m} \quad (8)$$

여기서 $I(\mathbf{x})$ 는 현재 실험점들의 목적 함수 값을 이용한 가중치 항으로, 현재의 응답 값들 중 최소값보다 작을수록 큰 값을 가지게 된다. 따라서 중요경계 샘플링 기법은 목적함수가 작아지는 부근에 존재하는 제한조건경계에 실험점을 생성한다.

4. 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법

본 연구에서는 최적해와 가까운 제한조건경계에

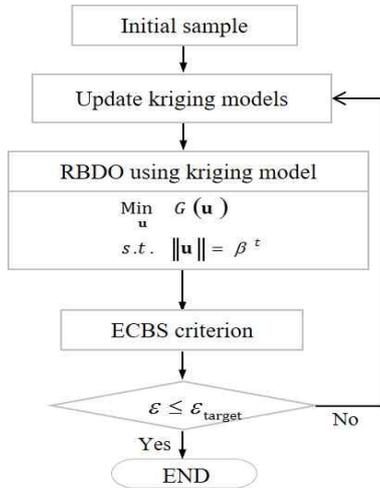


Fig. 3 Flowchart of the proposed method

실험점을 배치하기 위하여 제한조건경계 샘플링 기법에 목적 함수의 개선 확률 항을 도입하여 다음 식 (9)와 같이 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법 (efficient constraint boundary sampling, ECBS)을 제안한다.

$$\text{Max}_{\mathbf{x}} \text{ECBS} = \begin{cases} \Phi \left(\frac{f_r - \hat{f}(\mathbf{x})}{\hat{\sigma}_f(\mathbf{x})} \right) \cdot \sum_{i=1}^N \varphi \left(\frac{0 - \hat{g}_i(\mathbf{x})}{\hat{\sigma}_{g_i}(\mathbf{x})} \right) \cdot D(\mathbf{x}) & \text{if } \hat{g}_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $\hat{f}(\mathbf{x})$ 과 $\hat{\sigma}_f(\mathbf{x})$ 는 각각 목적함수 크리깅 대체모델과 크리깅 대체모델의 평균제곱오차, $\Phi(\cdot)$ 는 표준 정규분포의 누적분포함수, f_r 은 현재의 크리깅 모델을 이용하여 1차 신뢰도법을 이용한 신뢰성기반 최적설계를 수행하였을 때 최적해의 목적함수 값이다.

식 (9)에서 $\Phi(\cdot)$ 항은 $\hat{f}(\mathbf{x})$ 가 f_r 보다 작을수록 1에 가까운 값을 가지며, 반대로 $\hat{f}(\mathbf{x})$ 가 f_r 보다 작을수록 0에 가까운 값을 가진다. 따라서 제안된 기법은 $\hat{f}(\mathbf{x}) \leq f_r$ 일 확률이 높으며 동시에 $\hat{g}_i(\mathbf{x}) = 0$ 일 확률이 크고 기존 실험점들과 거리가 먼 부분에 새로운 실험점을 배치한다. 그러므로 설계영역안의 모든 제한조건경계가 아닌, 최적해와 가까운 제한조건경계에만 실험점을 배치하여 계산비용을 줄이고 최적해 근처의 대체모델 정확성을 높인다.

이러한 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법은 Fig. 3과 같은 순서로 진행된다. 초기 실험점으로 크리깅 대체모델을 생성하고, 생성된 대체모델을 이용하여 신뢰성기반 최적설계를 수행한다. 이 때

계산된 f_r 을 이용하여 ECBS 기준을 최대화 하는 새로운 실험점을 생성하고, 일정 종료조건을 만족할 때까지 반복 수행한다.

5. 예 제

본 장에서는 기존의 기법들과 제안한 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법의 성능을 비교하기 위하여 검증 방법을 제시하고, 2가지 수학함수에 대하여 비교 검증을 수행한다.

5.1 검증 방법

세 가지 수학함수 예제에 대하여 2개의 일원화 샘플링 기법과 3개의 순차적 샘플링 기법을 비교하였다. 일원화 샘플링 기법은 기존에 가장 널리 쓰이는 기법인 전조합실험법(full factorial design, FFD) 과 최적라틴방격법⁽⁸⁾(optimal Latin hypercube design, OLHD) 을 이용하였다.

순차적 샘플링 기법은 CBS와 IBS 그리고 제안된 ECBS를 수행한다. 샘플링 종료 조건은 다음 식 (10)과 같이 새로운 실험점의 제한조건 값의 오차를 계산하여 오차값이 0.001 이하가 되면 샘플링을 종료하였다.

$$\frac{\|\hat{g}_i^k(\mathbf{x}_{k+1}) - g_i(\mathbf{x}_{k+1})\|}{\|g_i(\mathbf{x}_{k+1})\|} \quad (10)$$

이 때, \mathbf{x}_{k+1} 는 $k+1$ 번째 생성된 실험점, g_i 는 i 번째 경계조건 함수, \hat{g}_i^k 는 k 번째까지의 실험점들로 구성된 i 번째 경계조건의 크리깅 대체모델을 의미한다.

최종적으로 생성된 실험점들의 개수를 통하여 기법들의 효율을 비교하였고, 실제 최적해와 도출되는 해의 거리를 설계변수의 상한 Ub 와 하한 Lb 의 거리로 나눈 값을 오차로 정의하고 식 (11)과 같이 구하여 비교하였다.

$$\varepsilon = \frac{\|\mathbf{x}_{opt} - \hat{\mathbf{x}}_{opt}\|}{\|Ub - Lb\|} \times 100 \quad (11)$$

본 논문에 사용된 크리깅 대체모델은 MATLAB의 *dacefit*을 사용하였으며⁽¹⁰⁾, 신뢰성 해석 기법으로는 1차 신뢰도법⁽⁹⁾ (first order reliability method, FORM)을 사용하였다.

5.2 예제 1: Haupt function example

첫 번째 수학예제인 Haupt function은 식 (12)와

Table 1 Results of Haupt function example

Method	No. of sample points	\hat{x}_{opt}	ϵ
FFD	49	[2.9187, 3.1179]	4.3865
OLHD	48	[2.8083, 3.2992]	0.5394
CBS	37	[2.8249, 3.2783]	0.1646
IBS	26	[2.8165, 3.2766]	0.0143
ECBS	<u>20</u>	[2.8164, 3.2767]	0.0118

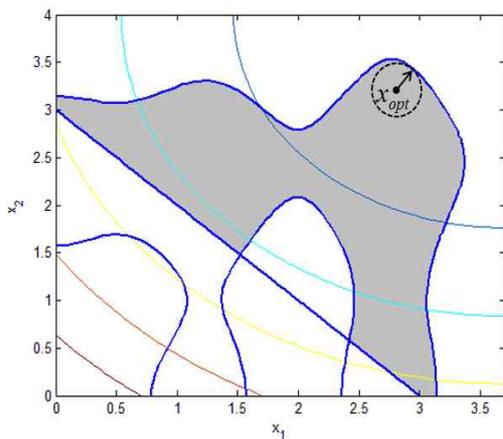
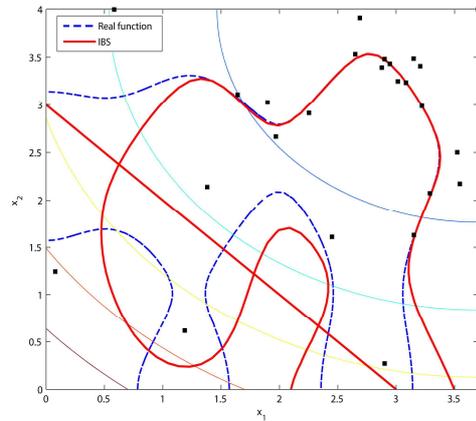


Fig. 4 Haupt function example

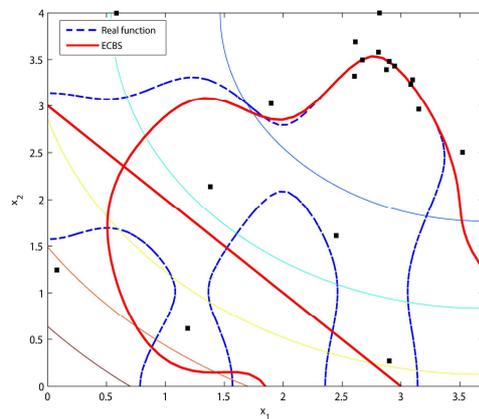
$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\mathbf{x}} (x_1 - 3.7)^2 + (x_2 - 4)^2 \\
 & \text{s.t. } g_1(\mathbf{x}) = -x_1 \sin(4x_1) - 1.1x_2 \sin(2x_2) \\
 & \quad g_2(\mathbf{x}) = -x_1 + x_1 - 3 \\
 & \quad 0 \leq x_1 \leq 10, \quad 0 \leq x_2 \leq 41
 \end{aligned} \tag{12}$$

같으며 최적해의 위치는 Fig. 4와 같다. 설계변수 x_1, x_2 은 표준편차가 0.1인 정규분포를 따른다고 가정하였고, 이때, 신뢰도 지수 2를 만족하는 최적해 \mathbf{x}_{opt} 는 [2.8160, 3.2772]이다. FFD는 7수준의 49개 실험점을 이용하였고, OLHD는 2차원의 포화숫자 (saturate number) 6의 8배인 48개의 실험점을 이용하였다. 순차적 샘플링 기법의 초기 실험점은 9개의 OLHD로 샘플링을 수행하였다.

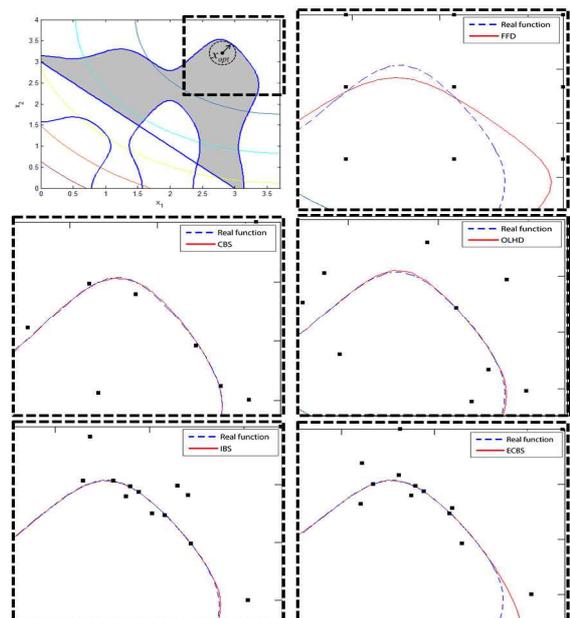
위 예제의 결과를 Fig. 5와 Table 1에 나타내었다. Fig. 5에서 제안한 기법이 IBS와 다른 기법들에 비하여 최적해 부근의 제한조건경계에만 실험점을 집중적으로 생성하며 최적해 부근의 경계조건을 정확히 근사하는 것을 확인할 수 있다. 또한, 제안한 기법이 20개로 여러 기법들 중 가장 적은 실험점을 생성하면서, 실제 최적해와의 오차가 0.0188로 가장 정확한 최적해를 도출하였다.



(a)



(b)

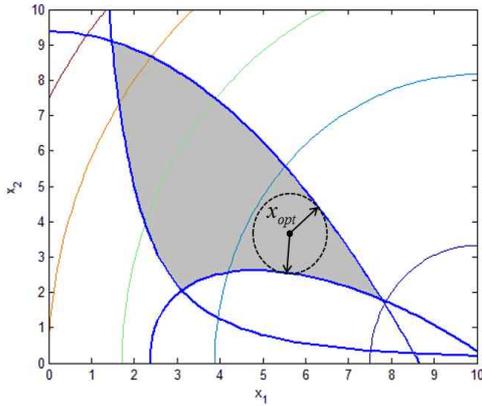


(c)

Fig. 5 Sampling results of the sampling methods (a) IBS, (b) ECBS and (c) local domain of each method

Table 2 Results of Choi function example

Method	No. of sample points	$\hat{\mathbf{x}}_{opt}$	ε
FFD	49	[5.8792, 3.4189]	0.1778
OLHD	48	[5.8449, 3.4254]	0.0691
CBS	33	[5.8586, 3.4228]	0.0295
IBS	25	[5.8545, 3.4236]	0.0000
ECBS	<u>19</u>	[5.8545, 3.4237]	0.0007

**Fig. 6** Choi function example

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\mathbf{x}} \quad 10 - x_1 + x_2 \\
 & \text{s.t.} \quad g_1(\mathbf{x}) = -\frac{x_1 x_2}{20} + 1 \\
 & \quad \quad g_2(\mathbf{x}) = -\frac{(x_1 + x_2 - 5)^2}{30} - \frac{(x_1 - x_2 - 12)^2}{120} + 1 \quad (13) \\
 & \quad \quad g_3(\mathbf{x}) = -\frac{80}{(x_1^2 + 8x_2 + 5)} + 1 \\
 & \quad \quad 0 \leq x_1, x_2 \leq 10
 \end{aligned}$$

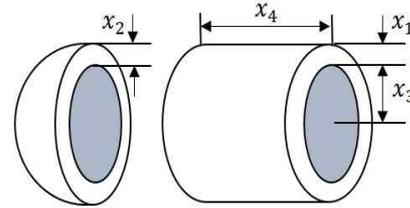
5.3 예제 2: Choi function example

두 번째 수학예제인 Choi function은 3개의 제한 조건 가지는 문제로 식 (13)과 같으며 최적해 위치는 Fig. 6에 나타내었다. 설계변수 x_1, x_2 는 표준편차 0.3인 정규분포를 따른다 가정하였고, 이때 신뢰도 지수 3를 만족하는 최적해 x_{opt} 는 [5.8545, 3.4236]이다. 예제 1과 마찬가지로 FFD는 49개 실험점, OLHD는 48개의 실험점을 이용하였으며, 순차적 샘플링 기법의 초기 실험점은 9개의 OLHD로 샘플링을 수행하였다.

위 예제의 결과를 Table 2에 나타내었다. 제안된 기법이 19개로 여러 기법들 중 가장 적은 실험점을 생성하였다. 최적해는 중요제한경계 샘플링 기법이 실제 최적해와 가장 가까운 값을 도출하였으나, 제안한 기법으로 도출한 최적해 또한 오차

Table 3 Results of pressure vessel example

Method	No. of sample points	$\hat{\mathbf{x}}_{opt}$	ε
FFD	256	[3.9939, 0.2830, 10, 10]	71.5835
OLHD	225	[0.9478, 0.5190, 43.9267, 157.8768]	15.7227
CBS	82	[0.9601, 0.5251, 44.5757, 148.9828]	19.0397
IBS	115	[0.8772, 0.4842, 40.2739, 200]	0.0543
ECBS	<u>84</u>	[0.8796, 0.4835, 40.3948, 200]	0.0094

**Fig. 7** Design variables of pressure vessel example

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\mathbf{x}} \quad 0.6225x_1 x_3 x_4 + 1.7781x_2 x_3^2 \\
 & \quad \quad + 3.1661x_1^2 x_4 + 19.84x_1^2 x_3 \\
 & \text{s.t.} \quad g_1(\mathbf{x}) = -x_1 + 0.0193x_3 \\
 & \quad \quad g_2(\mathbf{x}) = -x_2 + 0.00954x_3 \quad (14) \\
 & \quad \quad g_3(\mathbf{x}) = -\pi x_3^2 x_4 - \frac{4}{3}\pi x_3^3 + 1,296,000 \\
 & \quad \quad g_4(\mathbf{x}) = x_4 - 240 \\
 & \quad \quad 0.0625 \leq x_1, x_2 \leq 6.1875, \quad 10 \leq x_3, x_4 \leq 200
 \end{aligned}$$

0.0007로 정확한 값을 갖는 것을 확인하였다.

5.4 예제 3: Pressure vessel example

세 번째 예제인 pressure vessel은 4변수 문제로 식 (14)과 같으며, 변수의 정보는 Fig. 7과 같다. 설계변수 \mathbf{x} 는 각각 표준편차 0.05인 정규분포를 따른다 가정하였고, 이때 신뢰도 지수 2를 만족하는 최적해 \mathbf{x}_{opt} 는 [0.8801, 0.4856, 40.4199, 200]이다. FFD는 4변수 4수준의 256개의 실험점을 이용하였으며, OLHD는 4변수 포화숫자 15의 15배인 225개를 사용하였다. 순차적 샘플링 기법의 초기 실험점은 4변수 포화숫자 15부터 시작하여 샘플링을 수행하였다.

예제 3의 결과를 Table 3에 나타내었다. FFD와 OLHD는 실제 최적해와의 오차가 각각 71.5835, 15.7227로 정확한 최적해를 도출하지 못하는 것을 확인할 수 있으며, 순차적 샘플링 기법에서는

CBS가 82개의 실험점으로 가장 적은 실험점을 생성하였으나 실제 최적해와의 오차는 19.0397로 매우 큰 것을 확인하였다. IBS는 115개의 실험점으로 실제 최적해와의 0.0543인 비교적 정확한 최적해를 도출하였으나, 제안된 기법은 그보다 더 적은 84개의 실험점으로 실제 최적해와 오차 0.0094인 가장 정확한 최적해를 도출하는 것을 확인하였다.

6. 결 론

본 연구에서는 신뢰성기반 최적설계에 사용되는 대체모델의 제한조건경계를 효율적이며 정확하게 근사하기 위하여 효율적인 제한조건경계 샘플링 기법을 제안하였다. 크리깅 대체모델의 통계적 정보인 평균제곱오차와 크리깅 대체모델의 기본가정을 이용하여 목적함수의 개선확률을 계산하였고, 이러한 목적함수의 개선확률과 제한조건이 0이 될 확률을 동시에 최대화하는 곳인 실제 최적해 근처 제한조건경계에 실험점을 생성하도록 하였다. 세 가지 수학적예제 비교를 통하여 본 논문에서 제안한 기법의 효율성과 정확성을 검증할 수 있었다. 수행 결과, 제안한 기법은 세 예제에서 각각 20, 19, 84개의 실험점을 생성하였다. 적은 갯수의 실험점을 생성하였음에도 불구하고, 실제 최적해 근처에 존재하는 제한조건경계에 집중하여 실험점을 생성하였기 때문에 최적해 근처 제한조건경계를 정확하게 근사하는 것을 확인하였다. 각 기법으로 생성된 실험점으로 크리깅 대체모델을 생성하고 이를 이용하여 신뢰성기반 최적설계를 수행한 결과, 실제 최적해와의 오차가 각각 0.0118, 0.0007, 0.0094로 제안한 기법이 다른 기법들에 비하여 정확한 신뢰성기반 최적해를 도출하는 것을 확인하였다.

후 기

본 연구는 산업통상자원부 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원(No. 20142020103970)으로 수행된 연구입니다.

참고문헌 (References)

- (1) Jin, R., Chen, W. and Sudjianto, A., 2002, "On Sequential Sampling for Global Metamodeling for in Engineering Design," *Proceedings ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computer and Information in Engineering Conference*, Vol. 2, pp. 1~10.
- (2) Crombecq, K., Laermans, E. and Dhaene, T., 2011, "Efficient Space-filling and Non-collapsing Sequential Design Strategies for Simulation-based Modeling," *European Journal of Operation Research*, Vol. 214, No. 3, pp. 683~696.
- (3) Lee, T. H. and Jung, J. J., 2008, "A Sampling Technique Enhancing Accuracy and Efficiency of Metamodel-based RBDO: Constraint Boundary Sampling," *Computer and Structures*, Vol. 86, No. 13, pp. 1463~1476.
- (4) Zhenzhong, C., Siping, p., Xiaoke, L., Haobo, Q., Huadi, X., Liang, G. and Peigen, L., 2014, "An Important Boundary Sampling Method for Reliability-based Design Optimization Using Kriging Model," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 52, No. 1, pp. 55~70.
- (5) Jang, J., Cho, S. and Lee, T. H., 2009, "Weight Function-Based Sequential Maximin Distance Design to Enhance Accuracy and Robustness of Surrogate Model," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 39, No. 4, pp. 369~374.
- (6) Cho, S. K., Byun, H. and Lee, T. H., 2009, "Selection Method of Global Model and Correlation Coefficients for Kriging Metamodel," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 33, No. 8, pp. 813~818.
- (7) Kushner, H. J., 1962, "Stochastic Model of an Unknown Function," *Journal of Mathematical Analysis and Application*, Vol. 5, pp. 150~167.
- (8) Park, J., 1994, "Optimal Latin-hypercube Designs for Computer Experiments," *Journal of Statistical planning and inference*, Vol. 37, No. 1, pp. 95~111.
- (9) Tu, J. and Choi, K. K., 1999, "A New Study on Reliability Based Design Optimization," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, No. 4, pp. 557~564.
- (10) Soren, N. L., Hans, B. N. and Jacob, S., "DACE-A MATLAB Kriging Toolbox," *Technical Report IMM-TR-2002-12*, pp. 1~26.