



Assessment of uncertainty associated with parameter of gumbel probability density function in rainfall frequency analysis

Moon, Jang-Won^a · Moon, Young-Il^a · Kwon, Hyun-Han^{b*}

^aDept. of Civil Engineering, Seoul University, Dongdaemun-gu 02504, Korea

^bDept. of Civil Engineering, Chonbuk National University, Chonbuk 54896, Korea

Paper number: 15-070

Received: 7 September 2015; Revised: 20 February 2016 / 16 Marh 2016; Accepted: 16 Marh 2016

Abstract

Rainfall-runoff modeling in conjunction with rainfall frequency analysis has been widely used for estimating design floods in South Korea. However, uncertainties associated with underlying distribution and sampling error have not been properly addressed. This study applied a Bayesian method to quantify the uncertainties in the rainfall frequency analysis along with Gumbel distribution. For a purpose of comparison, a probability weighted moment (PWM) was employed to estimate confidence interval. The uncertainties associated with design rainfalls were quantitatively assessed using both Bayesian and PWM methods. The results showed that the uncertainty ranges with PWM are larger than those with Bayesian approach. In addition, the Bayesian approach was able to effectively represent asymmetric feature of underlying distribution; whereas the PWM resulted in symmetric confidence interval due to the normal approximation. The use of long period data provided better results leading to the reduction of uncertainty in both methods, and the Bayesian approach showed better performance in terms of the reduction of the uncertainty.

Keywords: Uncertainty, Bayesian Analysis, Parameter Uncertainty, Frequency Analysis, Gumbel Distribution

강우빈도해석에서 Bayesian 기법을 이용한 Gumbel 확률분포 매개변수의 불확실성 평가

문장원^a · 문영일^a · 권현한^{b*}

^a서울시립대학교 공과대학 토목공학과, ^b전북대학교 공과대학 토목공학과

요 지

우리나라는 수공구조물 설계할 때 강우빈도해석과 강우-유출 모형으로 홍수량을 산정하여 사용하고 있다. 그러나 강우자료의 확률분포 및 자료 기간 등에 따른 매개변수 추정에 많은 불확실성이 존재하나 이를 고려한 해석은 이루어지지 않고 있다. 이러한 점에서 Gumbel 분포형과 확률가중 모멘트법을 기준으로 확률강우량의 신뢰구간을 평가함과 동시에 매개변수의 불확실성을 평가하는데 있어서 우수한 성능을 발휘하는 Bayesian 방법을 도입하여 서울지역의 확률강우량의 불확실성을 정량적으로 평가하였다. 두 가지 방법의 비교결과 확률가중모멘트법의 신뢰구간이 Bayesian 방법의 불확실성 구간보다 전반적으로 크게 나타났다. 신뢰구간의 경우 정규분포를 따르기 때문에 좌우대칭의 형태를 갖는 반면에 Bayesian 방법의 불확실성은 Gumbel 분포로부터 유도되어, 보다 현실적인 불확실성 평가가 가능하였다. 자료의 구간 및 기간에 따른 확률강우량의 불확실성을 평가한 결과 자료에 증가에 따른 불확실성 감소를 확인할 수 있었으며, Bayesian 방법이 자료 증가에 따른 불확실성 범위 감소가 보다 뚜렷하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

핵심용어: 불확실성, 베이지안 분석, 매개변수 불확실성, 빈도해석, 검별 분포

*Corresponding Author. Tel: +82-63-270-2426

E-mail: hkwon@jbnu.ac.kr (H. -H. Kwon)

1. 서론

빈도해석은 강우량을 입력 자료로 사용하는 강우빈도해석과 홍수량을 입력 자료로 사용하는 홍수빈도해석이 있다. 설계홍수량 산정에는 홍수량자료를 활용한 홍수빈도해석이 이론적으로 가장 적합한 방법이나(Jung and Yoon, 2007), 관측 자료 부족, 댐 등 유역의 인위적인 변화로 인한 자연유량 취득의 어려움, 자료의 신뢰성 문제 등으로 분석에 많은 제약이 동반된다. 그러므로 우리나라에서는 강우빈도해석으로 설계홍수량을 산정한 후 유출 모형으로 유출량을 모의함으로써 확률홍수량과 설계홍수량을 산정하는 방법이 주로 사용되고 있다(Ministry of Land, Transport and Maritime Affairs, 2012). 강우빈도해석 시, 대상 자료가 GEV, Gamma, Gumbel 등의 확률분포형을 따른다고 가정하여 확률분포형에 해당하는 매개변수를 최우도법, 모멘트법, 확률가중모멘트법 및 L-모멘트법 등의 방법을 사용하여 추정함으로써 확률강우량이 산정된다. 그러나 추정되는 설계빈도에 비해 상대적으로 작은 자료 연한으로 50년 빈도 이상의 설계강우 산정 시 상당한 불확실성이 내재되어 있으나, 이에 대한 정량적인 평가는 미진한 상태이다.

수공구조물의 적절한 설계홍수량의 선정을 위하여 다양한 분포형과 매개변수 추정방법을 활용한 강우빈도해석 기법에 대한 연구가 수행되고 있다. Kim *et al.* (1995)는 빈도해석에서 널리 사용되는 5개의 분포형에 대해 모멘트법과 확률가중모멘트법을 비교함으로써, 우리나라의 짧은 기간의 자료 계열에는 확률가중모멘트법이 적용성이 높음을 제시하였다. Lee (2004)은 매개변수, 비매개변수 방법으로 산정한 확률강우량을 비교함으로써, 각각의 매개변수 추정기법의 한계를 보완한 새로운 기법의 필요성을 제시하였다. 그 밖에 Park *et al.* (2014)는 관측연수보다 많은 비연초과치 강우 자료를 활용한 빈도해석 방법을 제시하였으며, Yoon *et al.* (2012)는 혼합확률분포를 활용한 빈도해석기법 제시함으로써 정확도 높은 확률강우량을 산정하기 위한 다양한 연구가 시도되었다. 하지만 수문분석 과정에서는 수문자료의 측정 및 수집 과정, 수문모형의 적용과정에서 불확실성이 개입되어 있으며, 확률강우량 산정과정에서도 확률분포모형의 적용 및 매개변수 산정과정에서 불확실성을 포함하게 된다(Hong *et al.*, 2001). 기존의 매개변수 추정기법은 재현기간에 따른 확률강우량의 단일 결과를 추정하기에 적합하며, 불확실성을 제시하는데 한계가 존재한다. 본 연구에서는 Bayesian 기법을 적용하여 강우빈도해석시의 불확실성을 정량적으로 표현하고자 한다.

강우빈도해석에서 불확실성은 확률강우량의 신뢰구간을 활용하여 표현할 수 있다. 신뢰구간을 산정하기 위하여 근사식을 활용한 다양한 연구가 진행되었으나, 근사식을 사용할

경우에는 확률분포의 매개변수 추정과정에서 정규성, 선형성 등의 가정이 이루어져 불확실성 산정 시에 과다추정이 발생될 수 있다.(Kim and Lee, 2008; Reis Jr. and Stedinger, 2005) 근사식을 이용한 불확실성 추정방법 대신에 Bootstrap으로 자료를 발생시켜 신뢰구간 산정, Bayesian 기법을 이용하여 불확실성을 나타내는 연구가 수행되었다(O'Connell *et al.*, 2002; Reis Jr. and Stedinger, 2005; Tasker, 1987). Bayesian 기법은 근사식을 사용하기 위한 가정조건이 필요하지 않아 기존의 방법보다 우수하며(Kim and Lee, 2008), Bayesian 방법은 매개변수의 사후분포(posterior distribution)를 제공하여 매개변수의 불확실성 구간을 제시함으로써, 기존의 방법에 비해 매개변수 추정 시 신뢰성 있는 접근이 가능하다(Congdon, 2001). O'Connell *et al.* (2002)는 모멘트 기법 기반 매개변수 추정기법들이 측정 오차(measurement error)를 고려한 빈도해석의 수행에는 한계가 있음을 제시하며 Bayesian 홍수빈도해석 기법을 제시하였다. Coles and Pericchi (2003)과 Coles *et al.* (2003)은 Bayesian MCMC (Markov chain Monte Carlo) 알고리즘을 활용하여 GEV 분포모형의 매개변수를 추정한 사례가 있으며, Reis Jr. and Stedinger (2005)는 Bayesian MCMC 기법을 적용하여 확률강우량 및 홍수위험도에 대한 신뢰구간을 추정하였다. Kim and Lee (2008a), Kim and Lee (2008b)는 Bayesian MCMC 기법으로 저수량의 점 빈도해석을 수행하여, 최우도법의 근사식을 이용하였을 때보다 불확실성 구간을 감소시킨 결과를 도출하였다. Han *et al.* (2009)은 Bayesian MCMC 기법으로 산정한 확률강우량과 ARMA 모형과 Bootstrap 방법으로 산정한 결과의 신뢰구간을 비교하여 Bayesian 기법을 적용하였을 경우 좁은 신뢰구간이 산정됨을 확인하였다.

본 연구에서는 Bayesian 기법을 적용하여 강우빈도해석을 수행함으로써, 확률분포의 매개변수 추정과 더불어 매개변수의 불확실성을 평가하고자 한다. 자료의 기간이 비교적 긴 서울지점을 대상으로 하여, Gumbel 분포모형에 적용하여 강우빈도해석 시 나타나는 불확실성을 검토하였다. 자료 연한에 따른 매개변수 불확실성의 변동성을 제시하기 위하여 강우자료의 기간을 다르게 하여 확률강우량을 산정하였으며, 확률모멘트법으로 산정한 확률강우량의 신뢰구간과 비교분석하였다.

2. 대상자료

본 연구에서는 강우자료의 확보가 용이하며 신뢰할 수 있는 기상청 강우자료를 이용하여 분석하였다. 서울지점의 1961년부터 2014년까지(54년)의 강우자료를 활용하였으며, 16

개의 지속시간별(Table 1에서 지속시간 참고) 연최대 강우량을 추출하여 사용하였다.

관측 자료의 보유 년수에 따른 변화양상을 살펴보기 위하여 54년 기간의 강우자료를 3가지 기간으로 분류하였다. Case I 은 34년 기간의 자료(1961부터 1994년까지), Case II는 44년 기간의 자료(1961부터 2004년까지), Case III은 54년 기간의 자료(1961부터 2014년까지)로 구성되어있으며, 지속시간별 강수자료의 통계적 특성을 Table 1에 제시하였다.

Table 1을 통하여 자료기간이 늘어나면서 평균과 분산은 증가하며 특히, 최근의 자료 변동성이 과거 기간에 비해 상대적으로 크게 나타남을 확인 할 수 있다. 자료기간이 증가할수록 변동계수(coefficient of variation)의 경우 대부분의 지속시간에서 증가경향이 크게 나타났으며, 첨예도(Kurtosis)는

대부분의 지속시간에서 감소하고 있다. 이는 자료의 분포의 좌우 폭이 커지면서 나타난 현상으로 판단된다.

본 연구에서는 Ministry of Land, Transport and Maritime Affairs (2012)를 참고하여 Gumbel 분포와 확률가중모멘트법을 활용하였으며, Gumbel 분포의 유의수준 5%에 대한 적합도 검정(χ^2 , KS, CVM, PPCC) 결과는 Table 2와 Fig.1과 같다. Fig.1에서는 가정된 Gumbel 분포형의 적합성을 시각적으로 판단하기 위해 Gumbel 확률지(probability plot)에 도시한 결과로 이론적인 곡선식에 매우 적합성이 뛰어난 것을 확인할 수 있었다. Table 2를 보면 Case에 따른 검정 결과를 나타내며, 적합성 검정 결과로 굵게 표시된 부분(4건)을 제외하고 대부분의 결과가 통계적으로 유의함을 확인하였다.

Table 1. Basic statistics of extreme rainfall for the different duration and periods (seoul station)

Dur.	Mean (mm)			Standard Deviation			Coefficient of Variation			Skewness			Kurtosis		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
1	48.8	51.1	50.9	18.4	18.9	18.3	0.378	0.369	0.359	1.157	1.064	0.998	6.156	5.250	4.964
2	71.8	74.6	74.6	24.5	26.3	26.9	0.342	0.352	0.360	0.050	0.456	0.597	2.600	3.523	3.772
3	85.6	90.8	91.0	30.2	35.3	37.1	0.352	0.389	0.408	0.423	0.954	1.113	3.061	4.612	4.979
4	94.5	100.2	100.9	34.6	40.4	42.6	0.366	0.403	0.422	0.778	1.202	1.256	3.552	5.159	5.127
5	102.4	108.5	109.3	37.9	43.1	45.5	0.371	0.397	0.416	0.930	1.216	1.214	3.618	4.893	4.790
6	112.3	118.1	118.9	40.7	45.3	47.7	0.362	0.383	0.401	0.915	1.120	1.057	3.745	4.515	4.211
8	123.4	129.9	131.3	43.5	46.1	48.9	0.353	0.355	0.373	0.964	1.004	0.847	3.737	3.977	3.506
9	127.5	134.6	136.8	45.3	47.6	51.1	0.355	0.353	0.374	0.985	0.925	0.734	3.741	3.649	3.080
10	130.7	138.1	140.7	46.4	49.1	52.9	0.355	0.356	0.376	1.002	0.961	0.751	3.796	3.747	3.091
12	137.8	145.8	148.1	52.2	54.2	57.3	0.379	0.372	0.387	1.163	0.977	0.720	4.275	3.621	2.927
15	145.7	153.7	157.3	60.1	60.9	64.9	0.412	0.396	0.413	1.368	1.073	0.855	5.117	3.976	3.192
18	151.4	161.4	166.6	65.1	68.4	74.8	0.430	0.424	0.449	1.482	1.175	1.133	5.584	4.142	4.056
24	162.9	175.4	180.4	79.8	83.2	87.3	0.490	0.474	0.484	1.888	1.387	1.330	7.306	4.867	4.594
36	174.2	191.0	197.1	85.0	90.9	94.5	0.488	0.476	0.480	1.765	1.193	1.212	6.264	3.815	4.027
48	183.9	206.9	213.5	85.6	96.6	101.9	0.465	0.467	0.477	1.623	1.001	1.162	5.618	3.236	4.065
72	203.2	234.1	240.6	95.4	119.3	122.5	0.469	0.510	0.509	1.621	1.232	1.271	5.586	3.925	4.173

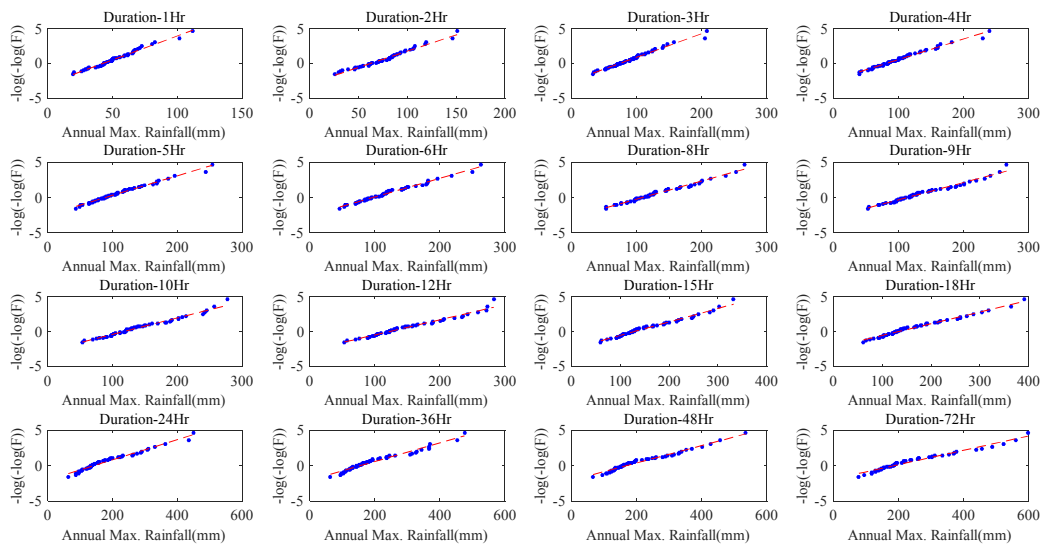


Fig. 1. Goodness-of-fit test based on gumbel probability plot for the different durations

Table 2. Goodness-of-fit test results for the different durations and periods (seoul station)

Dur.	Case I				Case II				Case III			
	x^2 (7.810)	KS (0.160)	CVM (0.460)	PPCC (0.970)	x^2 (7.810)	KS (0.160)	CVM (0.460)	PPCC (0.970)	x^2 (7.810)	KS (0.160)	CVM (0.460)	PPCC (0.970)
1	4.471	0.088	0.062	0.983	2.091	0.085	0.063	0.989	2.444	0.070	0.057	0.992
2	4.824	0.118	0.094	0.971	10.000	0.099	0.061	0.988	4.444	0.085	0.064	0.991
3	1.647	0.064	0.033	0.990	1.273	0.046	0.021	0.995	0.444	0.058	0.019	0.992
4	2.706	0.065	0.030	0.990	0.182	0.054	0.021	0.994	0.444	0.058	0.023	0.992
5	0.941	0.079	0.031	0.985	1.273	0.064	0.04	0.993	0.889	0.048	0.021	0.994
6	6.588	0.090	0.050	0.985	4.545	0.091	0.045	0.993	2.222	0.084	0.037	0.995
8	6.941	0.114	0.056	0.987	1.545	0.120	0.061	0.993	1.111	0.096	0.043	0.993
9	3.059	0.087	0.044	0.989	5.091	0.084	0.045	0.993	2.889	0.077	0.044	0.991
10	3.059	0.084	0.046	0.987	2.909	0.074	0.050	0.992	3.778	0.070	0.051	0.989
12	2.000	0.107	0.047	0.986	3.182	0.089	0.042	0.988	3.111	0.088	0.046	0.987
15	3.412	0.098	0.063	0.989	1.818	0.087	0.052	0.993	2.000	0.090	0.062	0.991
18	5.176	0.111	0.073	0.986	3.455	0.103	0.072	0.991	4.222	0.100	0.075	0.992
24	4.118	0.145	0.120	0.970	5.909	0.124	0.132	0.985	5.333	0.114	0.130	0.986
36	4.471	0.137	0.134	0.966	5.909	0.125	0.149	0.976	3.556	0.110	0.126	0.984
48	8.000	0.166	0.158	0.968	8.364	0.137	0.153	0.981	10.222	0.127	0.136	0.989
72	5.882	0.149	0.133	0.967	7.000	0.140	0.151	0.980	6.222	0.112	0.125	0.985

3. 방법론

본 절에서는 확률가중모멘트법에 근거한 매개변수 추정과 이에 따른 신뢰구간 추정방법을 요약하였다. 이와 더불어 Bayesian 기법 기반의 매개변수 추정과 불확실성을 평가하는 방안에 대해서 서술하였다.

3.1 확률가중모멘트법을 적용한 Gumbel 분포의 매개변수 추정

국내에서는 Gumbel 분포와 매개변수 추정방법으로는 확률가중모멘트법이 일반적으로 활용되고 있다(Ministry of Land, Transport and Maritime Affairs, 2012). 확률가중모멘트법은 모멘트법과 마찬가지로 모집단의 확률가중모멘트는 표본자료의 확률가중모멘트와 같다는 가정아래 확률분포의 모수를 추정한다. 변수를 오름차순으로 정렬하고, 작은 값에는 작은 가중치를 큰 값에는 큰 가중치를 부여하여 모수를 추정하는 방법으로 표본자료의 크기가 작거나 왜곡된 자료일 경우에도 비교적 안정적인 결과를 도출할 수 있다(Lee, 2006). 정렬된 자료에 각 자료 점에서 발생확률의 차수승인 $X \cdot F^r(X)$ 등을 이용하여 확률가중모멘트를 산정한다. 누가확률분포 함수 $F(X)$ 를 갖는 확률변량 X 에 대한 모집단의 확률가중모멘트는 Eq. (1)과 같이 표현된다.

$$M_{1,r,0} = \beta_r = b_r = E[XF^r(X)] = \int_0^1 X(u)u^r du \quad (1)$$

여기서 β_r 과 b_r 은 확률가중모멘트, X 는 확률변량, $F(X)$ 는 누가확률분포함수의 비초과확률, r 은 모멘트 차수로 정수, $E[\cdot]$ 는 기댓값, u 는 비초과확률 $F(X)$ 의 치환 값이다. 비초과확률을 사용하여 확률가중모멘트를 구할 경우 r 값에 따른 모멘트는 Eqs. (2a)~(2d)와 같다.

$$M_{1,0,0} = E[X] = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2a)$$

$$M_{1,1,0} = E[XF(X)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)}{(n-1)} X_i \quad (2b)$$

$$M_{1,2,0} = E[XF^2(X)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)}{(n-1)(n-2)} X_i \quad (2c)$$

$$M_{1,3,0} = E[XF^3(X)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)(i-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} X_i \quad (2d)$$

여기서, $M_{1,0,0}$, $M_{1,1,0}$, $M_{1,2,0}$, $M_{1,3,0}$ 은 표본의 확률가중모멘트, n 은 표본자료의 개수, X_i 는 오름차순으로 정렬된 i 번째 자료이다. 이어서, 본 연구에서 적용하는 Gumbel 분포의 확률밀도함수와 누가확률밀도함수는 Eqs. (3a), (3b)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[-\frac{(x-\mu)}{\sigma} - \exp \left[-\frac{(x-\mu)}{\sigma} \right] \right] \quad (3a)$$

$$F(x) = \exp \left\{ -\exp \left[-\frac{(x-\mu)}{\sigma} \right] \right\} \quad (3b)$$

여기서, x 는 강우 자료로 Case I, II, III의 강우가 입력 자료로 활용되며, μ 는 위치 매개변수(location parameter)와 σ 는 규모 매개변수(scale parameter)를 나타낸다. 확률가중모멘트법에 의한 매개변수 추정은 Gumbel 분포의 매개변수 μ 와 σ 의 Eqs. (4a)와 (4b)를 활용한다(Greenwood et al., 1979; Hosking and Wallis, 1986a).

$$\sigma = \frac{2b_1 - b_0}{\log 2} = \frac{L_2}{\log 2} \quad (4a)$$

$$\mu = b_0 - \epsilon\sigma = L_1 - \epsilon\sigma \quad (4b)$$

여기서, b_0 와 b_1 은 확률가중모멘트(Eq. (2a)와 (2b) 참고)이며, L_1 과 L_2 는 1차, 2차 L-모멘트이며, ϵ 은 Euler's 수로 0.5772157 이다. 확률가중모멘트법을 활용하여 산정된 매개변수는 Gumbel 분포에 적용되어 단일한 값의 확률강우량이 산정된다. 산정된 확률강우량의 불확실성은 신뢰구간을 활용하여 나타낼 수 있으며, 확률가중모멘트법으로 산정된 확률강우량의 신뢰구간은 Eq. (5)를 사용하여 계산된다.

$$(1 - \alpha) \text{ confidence interval} = x_T \pm t_{\alpha/2} \cdot S_T \quad (5)$$

여기서, x_T 는 확률분포 모형에 적용하여 산정된 재현기간 T 에 대한 확률강우량, $t_{\alpha/2}$ 는 t 통계량으로 $\frac{\alpha}{2}$ 에 해당하는 x 축 좌표를 의미하며, S_T 는 표준 오차(standard error)를 나타낸다. 재현기간 T 에 따른 표준 오차 S_i 는 Eqs. (6a)와 (6b)를 활용하여 계산된다(Hamed and Rao, 1999).

$$S_T^2 = \frac{\sigma^2}{n} (1.1128 + 0.4574 Y + 0.8046 Y^2) \quad (6a)$$

$$Y = \frac{\delta x}{\delta \sigma} = -\log[-\log(1 - \frac{1}{T})] \quad (6b)$$

여기서, σ 는 앞에서 산정한 규모 매개변수, n 은 활용된 강우 자료의 수이며, Y 는 Gumbel 분포의 x 에 대한 역함수를 규모 매개변수로 미분한 값으로, Eq. (6b)에 제시하였다. 예를 들어, 확률가중모멘트법으로 산정한 재현기간 10년의 확률강우량의 95% 신뢰구간을 산정하고자 할 경우, $\alpha = 5$ 가 되며 10년 재현기간의 강우량과 이에 해당하는 표준오차(Eq. (6a), (6b)참고)를 산정하여 Eq. (5)에 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$95\% \text{ CI} = x_{10} \pm t_{2.5} \cdot S_{10} \quad (7)$$

확률가중모멘트법을 이용한 매개변수의 추정은 단순모멘트방법에 의한 추정보다 편의가 작고, 표본수가 작은 경우 최우도방법보다 정확도가 높다. 특히, 이상치가 있는 경우에도 왜곡특성을 크게 나타내지 않고 자료수가 충분하지 못한 경우에도 영향을 덜 받는 상대적인 장점을 지니고 있다(Hamed and Rao, 1999).

3.2 Bayesian 방법을 이용한 확률분포 매개변수 추정 방법

Bayesian을 통한 매개변수 추정기법은 기존 방법들(최우도법, 모멘트법, 확률가중모멘트법)과는 다르게 매개변수를 하나의 확률변수로 취급한다. 즉, 매개변수가 단일 값이 아닌 확률분포의 형태로 부여되며 최종적으로 매개변수의 사후 분포(posterior distribution)를 추정하는데 목적을 두며, Bayes' 정리(Eq. (8))를 기반으로 한다.

$$p(\theta | x) = \frac{p(\theta, x)}{p(x)} \propto p(x | \theta) \cdot p(\theta) \quad (8)$$

여기서, $p(\theta|x)$ 은 사후 분포로, 2장에서 제시한 강우자료가 Gumbel 분포($Gumbel(\mu, \sigma)$)를 따른다고 가정하며, $\theta = [\mu, \sigma]$ 으로 Gumbel 분포에 대한 전체매개변수들의 집합을 나타낸다. $p(x)$ 는 관측자료 x 의 주변분포(marginal distribution), $p(\theta)$ 는 매개변수들의 사전분포를, $p(x | \theta)$ 는 극치자료 x 의 우도함수(likelihood function) 의미하므로 Eq. (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$p(x | \theta) = \prod_{n=1}^N Gumbel(x_n | \mu, \sigma) \quad (9)$$

여기서, N 은 강수시계열의 자료연수를 나타낸다. 매개변수들의 사전분포($p(\theta)$)는 자료를 기반으로 하는 Informative 사전분포와 자료에 크게 상관하지 않는 Noninformative 사전분포가 있으며, Noninformative 사전분포로는 정규분포, 균일분포, 지수분포가 대표적으로 활용된다(Gelman et al., 2004, Lee et al., 2010). 사전분포를 결정하는데 있어서 공액분포, 즉 사전분포와 사후분포가 동일하게 결정되는 사전분포를 활용하는 것이 매개변수 추정에 안정성을 도모할 수 있으나, 본 연구와 같이 공액분포 추정이 어려운 경우, 비공액분포를 사용하는 것이 일반적이다(Gelman et al., 2004, Lee et al., 2010). 이러한 점에서 본 연구에서는 사전분포로 각각의 매개변수를 정규분포와 Gamma 분포로 가정하였다(Eqs. (10a)~(10b) 참고). 다시

말해, 위치매개변수에 대한 사전분포로서 분산이 큰 Diffuse 정규분포를 활용하였으며, 분산에 대해서는 음의 값을 방지하기 위하여 Gamma 분포를 활용하였다.

$$p(\mu) \sim Normal(\mu_\mu, \sigma_\mu^2) \tag{10a}$$

$$p(\sigma) \sim Gamma(k_\sigma, s_\sigma) \tag{10b}$$

여기서, 위치매개변수 μ 는 μ_μ 와 σ_μ^2 를 갖는 정규분포를 따르며, μ_μ 와 σ_μ^2 는 하위단계에서 다시 한 번 정규분포와 Gamma 분포를 따르도록 2단계의 계층적 Bayesian 모형으로 구성하였다. 동일하게 규모매개변수 σ 는 k_σ 와 s_σ 를 갖는 Gamma 분포를 따르며, k_σ 와 s_σ 는 하위단계에서 모두 Gamma 분포를 따르도록 하였다. 본 연구에서는 Gumbel 분포의 2개의 매개변수가 모두 불확실성을 가지고 있다는 가정아래 확률적 추론(statistical inference)을 수행하였으며, 2개의 매개변수에 대한 결합 확률밀도함수(joint distribution)는 Eq. (11)과 같다.

$$p(\mu, \sigma) \propto 1 \tag{11}$$

Eq. (9)~(11)에서 정의되는 매개변수들의 사전분포들을 Eq. (8)에 대입시킴으로서 매개변수들의 사후분포를 Eq. (12)와 같이 추정할 수 있다.

$$p(\theta | x) \propto \prod_{n=1}^N Gumbel(x_n | \mu, \sigma) \cdot Normal(u, \sigma_\mu^2) \cdot \Gamma(k_\sigma, s_\sigma) \tag{12}$$

Eq. (12)에서 모든 매개변수에 대한 적분을 통해 직접적으로 추정하는 것은 불가능하며, 본 연구에서는 앞서 언급한 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)방법을 도입하여 매개변수들의 사후분포를 추정하게 된다. 본 연구에서는 MCMC 방법 중 깃스표본법(gibbs sampling)을 이용하여 사후분포를 추정하였다.

3.3 Bayesian Markov Chain Monte Carlo 모의

Bayesian MCMC기법은 사후분포를 추정하는데 있어서 다변량에 대한 복잡한 적분을 위해서 적용되는 수치해석 기법으로 매개변수 추정하는 수단으로 활용되고 있다 (Kwon and Moon, 2008). 일반적인 Monte Carlo기법은 확률변수들 간의 독립성을 가정으로 이루어지는 샘플링

방법이라면, MCMC기법은 다변량에 대해서 종속성을 기준으로 조건부 샘플링이 가능한 방법이라 할 수 있다. 즉, 주어진 다변량 확률분포가 복잡하고 iid (independent identically distributed) 난수 대신 Markov Chain에 근거한 난수를 추출하는데 적합하다. Markov Chain을 통해 다변량 확률분포를 따르는 난수를 재현하기 위해서는 반복 시행을 통해 분포에 수렴시키는 과정이 필요하다. 따라서 MCMC기법은 Bayesian 통계 기법에서 사후분포의 추론을 위해서 활용될 수 있으며 매개변수들 간의 결합 확률 특성을 고려한 해석을 가능하게 한다.

MCMC기법의 대표적인 방법으로 메트로폴리스-헤스팅 알고리즘(Metropolis-Hastings algorithm)과 깃스표본법 등이 있으며, 본 연구에서는 깃스표본법을 이용하였다. 깃스표본법은 원하는 다변량 확률분포에서 iid 표본을 추출하는 것이 복잡할 때 사용하는 방법으로써 2개의 변수를 갖는 다변량 확률분포를 이용하여 설명하면 다음과 같다. 2개의 변수를 갖는 다변량 확률밀도함수를 $f(\mu, \sigma)$ 라고 하자. 깃스표본법은 확률밀도함수로부터 직접 표본을 추출할 수는 없으나 각각의 변수들의 대해서 다른 두 변수들이 주어졌을 때의 조건부 분포가 알려져 있고 이로부터의 표본추출이 가능한 경우에 사용할 수 있다. 알고리즘을 간단히 정리하면 다음과 같다.

- [1] Gumbel 분포의 두 매개변수에 대한 초기 값 $(\mu^{(0)}, \sigma^{(0)})$ 을 부여한다.
- [2] i 번째 난수 벡터 $(\mu^{(i)}, \sigma^{(i)})$ 가 주어졌을 때 $i+1$ 번째 난수 벡터를 다음과 같은 조건부 분포에서 추출한다.

$$(1) \mu^{i+1} \sim f(\mu | \sigma^{(i)})$$

$$(2) \sigma^{i+1} \sim f(\sigma | \mu^{(i+1)})$$

- [3] 위의 과정을 충분히 반복한 후 초기의 일정부분 난수를 제거한 이후의 난수들을 이용한다. 이러한 제거과정을 Burning이라고 하며 Bayesian 해석에서 일반적으로 요구되는 단계이다.

(George and McCulloch, 1993)

위의 방법에서 깃스표본법은 현재시점의 매개변수들의 값은 정확하게 바로 직전의 추출된 값들이 사용되게 되며, 따라서 조건부 분포에서 추출된 난수들이 안정 상태에 도달하는 것이 주어진 다변량 확률분포를 정확히 따르는 난수가 되는 척도가 되며 깃스표본법을 구현하는데 가장 중요한 부분이 된다.

4. 빈도해석 및 불확실성 평가 결과

본 연구에서는 기상청 서울지점의 강우자료(Case I, II, III)를 Gumbel 분포 모형에 적용하여 빈도해석을 수행하였다. 확률가중모멘트법으로 추정된 매개변수와 Bayesian 방법을 통해 추정된 확률강우량을 비교하였다. 재현기간별 확률강우량의 비교에 앞서, 2가지 방법에 매개변수를 비교하여 Figs. 2~3에 도시하였다.

Figs. 2~3에서 검정 실선은 기존 방법인 확률가중모멘트법으로 산정된 매개변수를 활용하여 산정한 확률강우량으로, 단일 값으로 표현된다. Bayesian 방법은 매개변수를 사후

분포(파란색 선)로 나타낼 수 있으며, 빨간색 실선은 사후분포의 중앙값(Median)을 나타낸다. Bayesian 방법으로 추정된 매개변수는 단일 값이 아닌 사후분포이며, 매개변수 추정시의 불확실성을 포함하고 있다. 사후분포의 중앙값을 기준으로 위치매개변수 μ 는 확률가중모멘트법과 매우 비슷하게 산정되었으며, 확률가중모멘트법에 비해 약간 크며, -2~3 차이가 났다. 그러나 규모매개변수 σ 는 대부분 확률가중모멘트법이 크게 산정되었으며, -1~11 차이가 나타나고 있음을 확인할 수 있었다. 이어서, 산정된 매개변수를 바탕으로 확률강우량을 계산한 결과를 Fig. 4와 Table 3에 나타내었다.

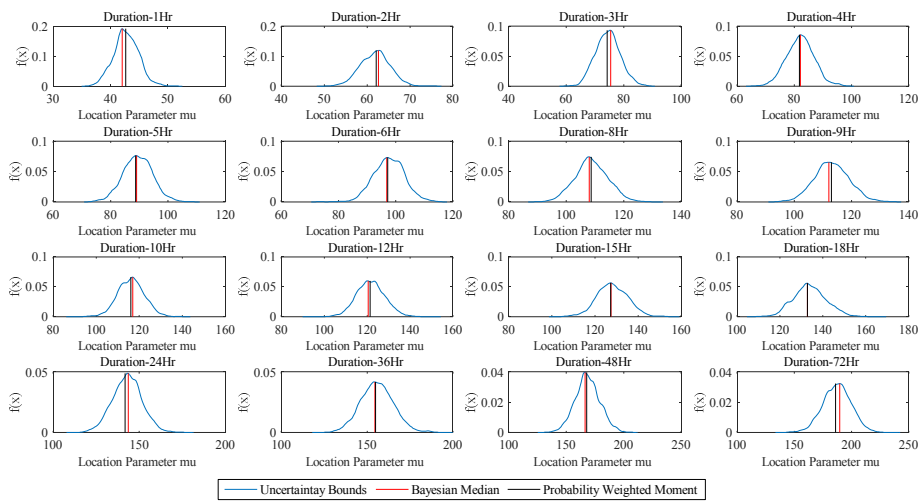


Fig. 2. A comparison of location parameter(μ) for the different durations using PWM and hierarchical bayesian model (1961~2014)

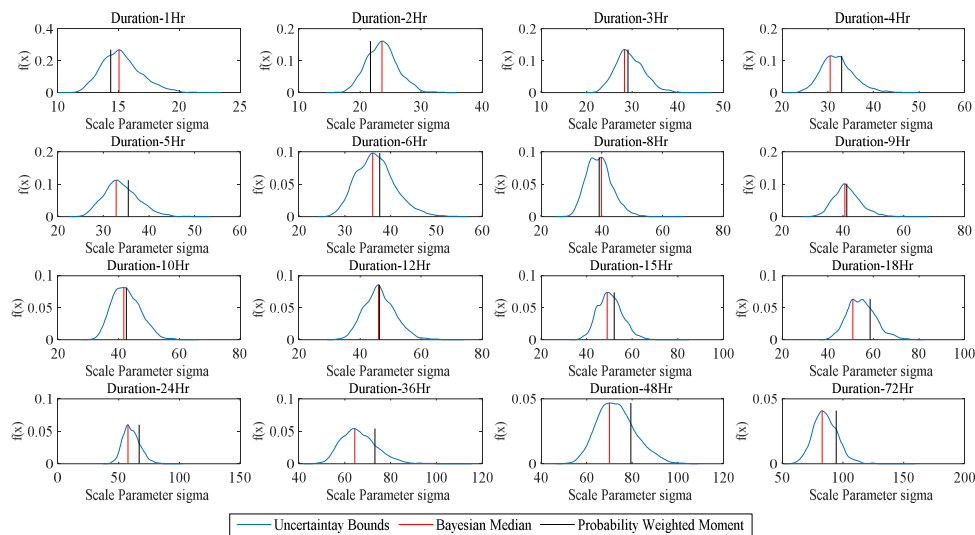


Fig. 3. A comparison of scale parameter(σ) for the different durations using PWM and hierarchical bayesian model (1961~2014)

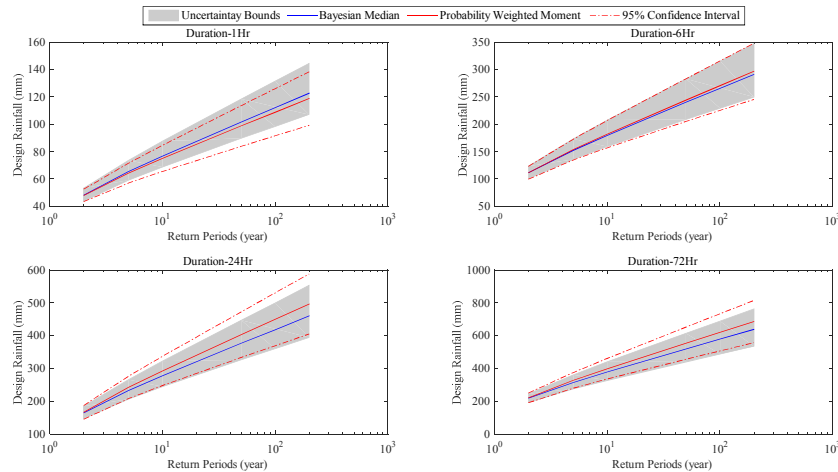


Fig. 4. Design rainfalls for the different durations using PWM and hierarchical bayesian model

Table 3. Design rainfalls for the different durations using PWM and hierarchical bayesian model (mm)

R.P.	Type	Duration											
		1	2	3	6	8	10	12	15	24	36	48	72
10	PWM(A)	75.0	110.9	139.7	181.9	196.7	212.0	225.6	244.4	292.4	319.4	346.5	398.4
	Bayesian(B)	76.7	114.6	140.1	179.5	196.4	211.9	225.4	241.1	277.9	302.9	330.8	378.5
	(A)-(B)	-1.7	-3.7	-0.4	2.4	0.3	0.1	0.2	3.3	14.5	16.5	15.7	19.9
50	PWM(A)	98.7	146.8	187.7	244.0	261.3	282.3	302.2	330.3	403.0	440.2	477.7	554.1
	Bayesian(B)	101.6	153.5	188.4	240.1	260.7	281.6	301.6	324.2	376.6	410.9	450.9	519.2
	(A)-(B)	-2.9	-6.7	-0.7	3.9	0.6	0.7	0.6	6.1	26.4	29.3	26.8	34.9
100	PWM(A)	108.7	161.9	208.0	270.2	288.6	312.1	334.5	366.7	449.7	491.2	533.1	619.9
	Bayesian(B)	112.1	169.9	208.7	265.5	287.9	311.2	333.6	359.4	418.1	456.8	501.6	578.3
	(A)-(B)	-3.4	-8	-0.7	4.7	0.7	0.9	0.9	7.3	31.6	34.4	31.5	41.6

Table 4. Confidence interval (PWM) and Uncertainty Bound (Bayesian) of Design Rainfalls (mm)

Dur.	10-year Return Period					100-year Return Period				
	PWM(A)		Bayesian(B)		(A)-(B)	PWM(A)		Bayesian(B)		(A)-(B)
	2.5%	97.5%	2.5%	97.5%		2.5%	97.5%	2.5%	97.5%	
1	65.4	84.5	68.6	87.6	0.1	91.5	125.9	98.4	131.4	1.4
2	96.5	125.3	101.1	130.5	-0.6	135.9	187.9	146.3	197.6	0.7
3	120.3	159	124.6	161.3	2.0	173.1	243.0	181.5	245.6	5.8
6	156.8	206.9	159.0	207.7	1.4	225.1	315.4	228.9	315.1	4.1
8	170.7	222.7	174.9	224.3	2.6	241.7	335.6	251.4	337.8	7.5
9	178.4	233.3	183.5	236.5	1.9	253.3	352.3	264.2	356.4	6.8
10	183.6	240.3	187.9	241.0	3.6	261.0	363.2	271.5	363.3	10.4
12	194.8	256.5	199.8	258.6	2.9	278.9	390.1	288.7	391.6	8.3
15	209.8	279.0	211.7	275.2	5.7	304.2	429.1	307.9	419.5	13.3
18	225.6	303.5	226.0	295.3	8.6	331.9	472.4	331.3	456.2	15.6
24	247.9	336.9	244.4	322.2	11.2	369.4	530.0	360.3	499.8	21.1
36	270.8	368.0	266.3	354.6	8.9	403.5	579.0	392.5	547.8	20.2
48	293.6	399.3	291.1	384.8	12.0	437.8	628.5	431.1	595.6	26.2
72	335.7	461.1	327.1	440.8	11.7	506.8	733.0	487.7	688.4	25.5

Fig. 4에서 파란색 선은 Bayesian 방법으로 산정된 중앙값, 회색 영역은 Bayesian 방법의 불확실성 범위를 나타낸다. 빨간색 선은 확률가중모멘트법을 이용하여 산정된 확률강우량과 신뢰구간을 나타낸다. 지속시간이 1~3시간에서는 Bayesian 법이 0.3~4.7% 크게 산정되었으나 지속시간 4시간 이후에는 확률가중모멘트법을 이용한 빈도해석 방법이 0.2~7.

6% 크게 산정되었다.

신뢰구간은 기본적으로 정규분포를 가정하여 해석하기 때문에 실제 극치자료의 분포 특성을 반영하지 못하고 좌우대칭 형태를 갖는다. 이에 반해 Bayesian 방법은 가정된 Gumbel 분포의 특성이 효과적으로 반영되어 불확실성 구간도 Gumbel 분포의 형태를 가지는 것을 확인할 수 있다. 추정되는 빈도

가 커짐에 따라 불확실성 구간도 우측 꼬리측이 커짐을 확인할 수 있다. Bayesian 방법의 불확실성 범위와 확률가중모멘트법의 신뢰구간을 비교하여 Table 4에 나타내었다. 97.5% 값에서 2.5% 값을 빼면 불확실성 범위의 크기를 구할 수 있으며 두 방법의 크기 차이는 (A)-(B)로 나타낼 수 있다. 일부를 제외하고 Bayesian 방법의 불확실성 구간이 작게 산정되는 것을 확인할 수 있었다.

5. 자료기간에 따른 빈도해석 및 불확실성 평가 결과

자료기간에 따른 확률강우량과 불확실성 분석을 위해 자료를 3가지 CASE로 구분하여 분석하였다. 앞서 언급한 바와

Case I 은 1961~1994년 34개년, Case II는 1961~2004년 44개년, Case III은 1961~2014년 54개년의 경우를 대상으로 자료기간의 따른 확률강우량의 변화 및 이에 따른 불확실성 변화를 평가하였다. 먼저 확률가중모멘트법은 CASE I 에서 II로 자료기간이 증가 되었을 때 확률강우량은 약 2.9~3.7 (지속시간 1시간 기준) 증가하였으나 CASE II 에서 III로 증가 할 때는 오히려 약 0.7~1.5 감소하는 것으로 나타났다. Bayesian 방법도 비슷한 결과를 보였으며 CASE I 에서 II로 변 할 때 2.4~3.0 증가하였으나 CASE II 에서 III로 증가 할 때는 1.0~2.1 감소하는 것으로 나타났다. 지속시간이 증가할수록 확률강우량 값의 차이가 커지나 증가에서 감소하는 패턴은 전반적으로 유사하게 나타났다. 이는 1990년 초반에 발생한 극치사상으로 인한 확률강우량의 증가로 판단된다.

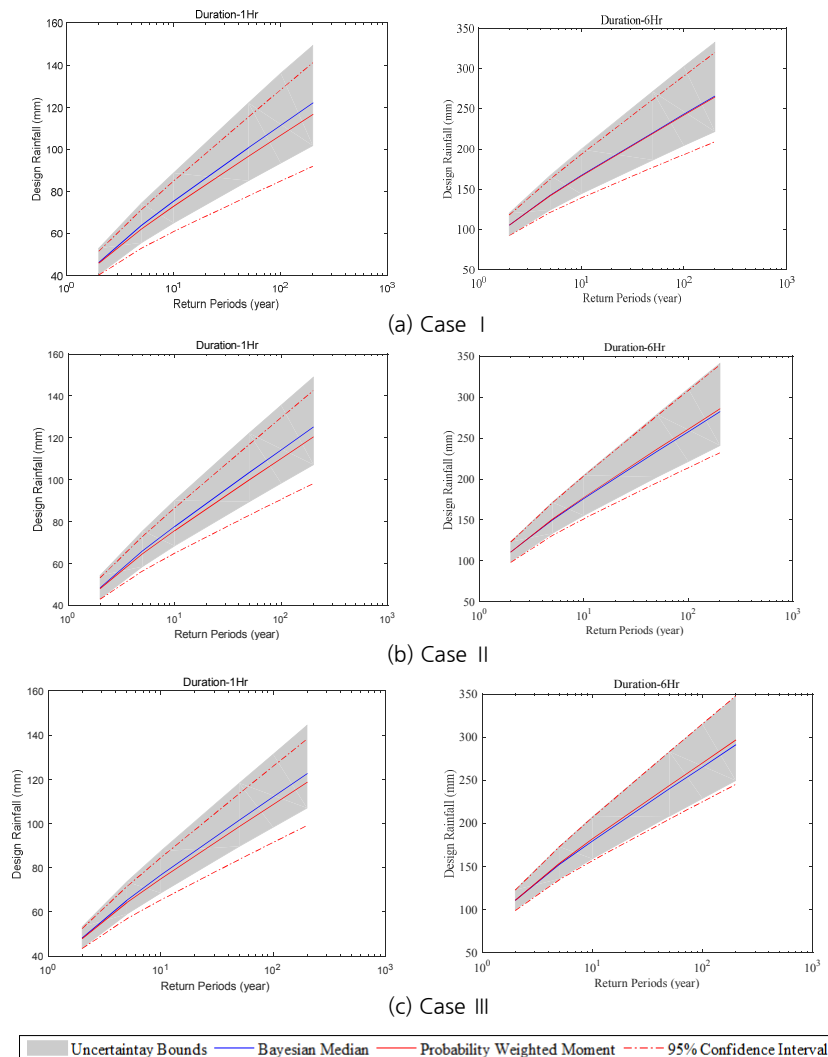


Fig. 5. A comparison of design rainfalls along with different data length

Table 5. A comparison of uncertainty range for the different durations and periods (for 10-year design rainfall, mm)

R.P.	Type	Duration								
		1 Hr			6 Hr			12 Hr		
		PWM (A)	Bayesian (B)	(A)-(B)	PWM (A)	Bayesian (B)	(A)-(B)	PWM (A)	Bayesian (B)	(A)-(B)
10	Case I	72.8	75.3	-2.5	166.2	167.1	-0.9	206.1	202.6	3.5
	Case II	75.7	77.7	-2.0	177.5	176.1	1.4	217.7	215.2	2.5
	Case III	75.0	76.7	-1.7	181.9	179.5	2.4	225.6	225.4	0.2
50	Case I	96.5	100.6	-4.1	219.5	220.5	-1.0	273.4	266.9	6.5
	Case II	99.9	103.4	-3.5	236.2	233.7	2.5	288.8	283.7	5.1
	Case III	98.7	101.6	-2.9	244.0	240.1	3.9	302.2	301.6	0.6
100	Case I	106.5	111.2	-4.7	242.0	243.3	-1.3	301.8	294.4	7.4
	Case II	110.2	114.2	-4.0	261.0	257.8	3.2	318.8	312.6	6.2
	Case III	108.7	112.1	-3.4	270.2	265.5	4.7	334.5	333.6	0.9

Table 6. Design rainfalls for the different durations using PWM and hierarchical Bayesian model (mm)

Type	Method	Duration									
		1	2	3	6	9	10	12	24	48	72
Case I	PWM (A)	24.0	34.3	41.7	54.1	60.1	61.4	68.3	97.2	105.3	117.6
	Bayesian (B)	23.7	35.9	41.9	55.6	56.1	57.1	62.9	83.6	92.1	110.9
	(A)-(B)	0.3	-1.7	-0.2	-1.5	4.0	4.3	5.4	13.7	13.2	6.8
Case II	PWM (A)	21.6	31.6	41.5	52.3	55.8	57.4	63.4	93.5	112.0	135.4
	Bayesian (B)	21.8	30.8	39.6	49.2	52.8	53.6	60.4	85.0	100.7	127.9
	(A)-(B)	-0.1	0.9	1.9	3.2	3.0	3.8	3.0	8.5	11.3	7.5
Case III	PWM (A)	19.1	28.9	38.7	50.0	54.9	56.7	61.6	89.0	105.7	125.4
	Bayesian (B)	19.0	29.4	36.7	48.7	53.0	53.1	58.8	77.8	93.7	113.7
	(A)-(B)	0.1	-0.5	2.1	1.3	1.9	3.6	2.9	11.3	12.0	11.7

Table 7. Monte Carlo experiment for assessing uncertainty bounds and confidence intervals given different data length (for 10-year design rainfall, mm)

Type	Method	Duration									
		1	2	3	6	9	10	12	24	48	72
CASE IV	PWM (A)	22.5	33.8	45.4	51.3	54.8	57.9	59.9	63.2	65.4	70.7
	Bayesian (B)	27.2	38.2	51.4	60.3	64.4	72.1	73.4	76.6	76.6	83.9
	(A)-(B)	-4.7	-4.4	-6.0	-9.0	-9.7	-14.2	-13.5	-13.3	-11.2	-13.2
CASE V	PWM (A)	20.8	31.7	42.3	48.2	51.9	55.2	57.9	61.2	63.1	68.7
	Bayesian (B)	22.2	31.2	38.8	47.0	49.1	55.6	60.2	60.7	61.7	69.9
	(A)-(B)	-1.3	0.5	3.5	1.1	2.9	-0.4	-2.3	0.4	1.4	-1.2
CASE VI	PWM (A)	19.1	28.9	38.7	44.0	47.2	50.0	52.0	54.9	56.7	61.6
	Bayesian (B)	19.0	29.4	36.7	42.7	42.9	48.7	49.4	53.0	53.1	58.8
	(A)-(B)	0.1	-0.5	2.1	1.3	4.3	1.3	2.6	1.9	3.6	2.9

관측자료 증가 및 자료 구간에 따라 Bayesian 방법의 불확실성 범위와 확률가중모멘트법의 신뢰구간을 비교하였다. 두 방법 모두 관측 자료연수가 증가함에 따라 불확실성 범위가 전반적으로 줄어드는 것으로 나타났으나, CASE 2구간에서 12시간 이상의 지속시간의 경우 자료연수에 증가에도 불구하고 불확실성이 감소하지 않는 것으로 평가되었다. 이러한 결과는 빈도해석 시 자료가 증가함에도 불구하고 추정되는 매개변수의 불확실성이 줄어들지 않음을 의미한다. 이는 증가된 자료가 본 연구에서 적용된 Gumbel 분포와 적합성이 상대적으로 크지 않음을 나타낸다. 다시 말해서, 1990년 초반에 발생한 극치사상들은 확률분포에서 다소 벗어난 형태의 이상

치로 작용하였을 가능성이 크며 결과적으로 매개변수의 불확실성을 증가시키는 역할을 한 것으로 판단된다.

본 연구에서는 자료 개수의 증가에 따라 불확실성 크기의 변화를 좀 더 정량적으로 살펴보기 위해 서울관측지점의 지속 시간별 년최대치 자료로부터 34(Case IV), 44(Case V), 54(Case VI)개의 자료를 무작위로 10개의 자료 셋을 추출하는 Monte Carlo 모의를 실시하였으며, 각 Case별 빈도해석 결과의 불확실성 구간 및 신뢰구간을 Table 7에 나타내었다. 즉, 총 54년 연최대치강수량 자료로부터 각 Case별(34년, 44년, 54년)로 해당하는 강수량 자료를 10개의 자료 셋을 추출하고 이를 대상으로 매개변수 추정 및 확률강수량을 추정하였다. Monte Carl

모의를 수행한 이유는 자료의 표본오차로 인한 영향을 상쇄하고자 진행되었다. Monte Carlo 모의를 통한 불확실성의 변화양상을 평가한 결과 불확실성 범위가 자료가 증가하면서 불확실성 범위가 줄어드는 것이 뚜렷해지는 것을 확인할 수 있었다. CASE IV와 CASE VI의 불확실성 범위를 기준으로 평가해보면 확률가중모멘트법은 평균적으로 14%, Bayesian 방법은 29%의 불확실성 구간의 감소를 확인할 수 있었다. 상대적으로 작은 표본으로 인한 빈도해석의 불확실성 즉, 표본오차로 인한 불확실성이 매우 크며, 이를 정량적으로 해석하고 빈도해석 결과에 대한 신뢰성을 평가하는 과정이 수문량을 결정하는데 있어서 필요할 것으로 사료된다.

6. 결론

본 연구에서는 우리나라 빈도해석 시 가장 많이 사용되는 Gumbel 분포형을 기준으로 매개변수의 추정과 불확실성을 평가하는데 있어서 우수한 성능을 발휘하는 Bayesian 방법을 도입하여 서울지역의 확률강우량의 불확실성을 정량적으로 평가하였으며, 기존 확률가중모멘트방법과 비교하였다. 본 연구를 통하여 도출된 결론은 다음과 같다.

1) 확률가중모멘트법과 Bayesian 방법의 매개변수 산정 결과 비교에서는 중간값을 기준으로 위치매개변수는 매우 유사한 결과를 나타낸 반면에 규모매개변수의 경우 확률가중모멘트법이 상대적으로 크게 산정되었다. 이러한 이유로 지속시간이 짧은 1~3시간에서는 Bayesian 방법이, 지속시간이 4시간 이상에서는 확률가중모멘트법이 일부 크게 산정되었다.

2) 확률가중모멘트법의 신뢰구간이 Bayesian 방법의 불확실성 구간보다 전반적으로 크게 나타났다. 신뢰구간의 경우 정규분포를 따르기 때문에 좌우대칭의 형태를 갖는 반면에 Bayesian 방법의 불확실성은 Gumbel 분포로부터 유도되어, 보다 현실적인 불확실성 평가가 가능하였다.

3) 자료의 구간 및 기간에 따른 확률강우량의 불확실성을 평가한 결과 자료에 증가에 따른 불확실성 감소를 확인할 수 있었으며, Bayesian 방법이 자료 증가에 따른 불확실성 범위 감소가 보다 뚜렷하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 극치확률분포 매개변수의 불확실성을 정량화하고 최종적으로 지속시간 및 재현기간에 따른 확률강우량의 불확실성 구간을 제시하였다. 향후 연구로서 지역빈도해석 모형에서의 추정되는 확률강우량의 불확실성을 평가할 수 있는 방안에 대한 연구와 더불어, 강우-유출모형의 불확실성

까지 종합적으로 고려하여 확률강우량의 불확실성 평가 절차 및 방안을 수립하는 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 물관리연구사업의 연구비지원 (13AWMP-B066744-01)에 의해 수행되었습니다.

References

- Congdon, P. (2007). "Bayesian statistical modelling", John Wiley & Sons.
- Coles, S., Pericchi, L. R. and Sisson, S. (2003). "A fully probabilistic approach to extreme rainfall modeling.", *Journal of Hydrology*, Vol. 273, No. 1, pp. 35-50.
- Coles, S. and Pericchi, L. (2003). "Anticipating catastrophes through extreme value modelling. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*", Vol. 52, No. 4, pp. 405-416.
- Hamed, K. and Rao, A.R. (1999). "Flood Frequency Analysis", CRC Press,
- Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., and Wallis, J. R. (1979). "Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 5, pp. 1049-1054.
- Han, J. W., Kwon, H.-H. and Kim T.-W. (2009). "Reliability Evaluation of Parameter Estimation Methods of Probability Density Function for Estimating Probability Rainfalls", *Journal of KOSHAM*, Vol. 9, No. 6, pp. 143-151.
- Hong, C. S., Wone, S. Y., Ahn, J. H., Ahn, W. S. (2001). "Reliability analysis for the estimation of frequency-based rainfall", *Journal of KOSHAM*, Vol. 9, No. 6, pp. 143-151.
- Hosking, J.R.M., and Wallis, J.R. (1986a). "Paleoflood hydrology and flood frequency analysis." *Water Resources Research*, Vol. 22, pp. 543-550.
- Jung, J. H. and Yoon, Y. N. (2007). "Planning of water resource system", Goomibook, Seoul, Korea (in Korean).
- Kuczera, G. (1996). "Correlated rating curve error in flood frequency inference.", *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 7, pp. 2119-2127.
- Kim, S. U., Lee, K. S. (2008a). "At-site low flow frequency analysis using Bayesian MCMC: I. Theoretical background and construction of prior distribution", *Journal of Korean Water Resources Association*, Vol. 1, No. 3, pp. 111-122.

- Kim, S. U., Lee, K. S. (2008b). "At-site low flow frequency analysis using Bayesian MCMC: II. Application and Comparative Studies", *Journal of Korean Water Resources Association*, Vol. 41, No. 1, pp. 49-63.
- Kim, Y. S., Heo, J. H. and Ryu, H. J., (1995). "Study on Applicability of Probability Weighted Moment Method to Rainfall Frequency Analysis", *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 15, No. 6, pp. 1647-1658.
- Kwon, H. H., Moon, Y. I., Kim, B. S. and Yoon, S. Y. (2008). "Parameter Optimization and Uncertainty Analysis of the NWS-PC Rainfall-Runoff Model Coupled with Bayesian Markov Chain Monte Carlo Inference Scheme", *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 28, No. 4B, pp. 383-392.
- Kwon, Y. M., Park, J. W. and Kim, T.-W. (2009). "Estimation of Design Rainfalls Considering an Increasing Trend in Rainfall Data", *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 29, No. 2B, pp. 131-139.
- Lee, C.J., Ahn, J.H. and Kim, T.W. (2010). "Evaluation of probability rainfalls estimated from non-stationary rainfall frequency analysis", *Journal of Korean Water Resources Association*, Vol. 43, No. 2, pp. 187-199.
- Lee, J.J., Kwon, H.H. and Kim, T.W. (2010). "Concept of Trend Analysis of Hydrologic Extreme variables and Nonstationary Frequency Analysis", *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 30, No. 4B, pp. 389-397.
- Lee, J.S. (2006). *Hydrology*, Goomibook, Seoul, Korea (in Korean).
- Lee, S. B. (2004). "A Comparative Study on Parametric and Nonparametric Methods of Rainfall Frequency Analyses", M.S. dissertation, Yonsei University.
- Ministry of Land, Transport and Maritime Affairs (2012). "Guideline of estimating design flood (in Korean)."
- O'Connell, D. R., Ostenaar, D. A., Levish, D. R. and Klinger, R. E. (2002). "Bayesian flood frequency analysis with paleohydrologic bound data.", *Water Resources Research*, Vol. 38, No. 5, pp. 16-1.
- Park, Y.J., Kwon H.-H., Chung, E.S., Kim, T.-W. (2014). "Comparison of design rainfalls from the annual maximum and the non-annual exceedance series", *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 34, No. 2, pp. 469-478.
- Reis, D. S. and Stedinger, J. R. (2005). "Bayesian MCMC flood frequency analysis with historical information. *Journal of Hydrology*", Vol. 313, No. 1, pp. 97-116.
- Seo, Y. M. and Park, K. B. (2011). "Uncertainty Analysis for Parameter Estimation of Probability Distribution in Rainfall Frequency Analysis Using Bootstrap", *Journal of the Environmental Sciences*, Vol. 20, No. 3, pp. 321-327.
- Seo, Y.M. and Park, K.B. (2011). "Uncertainty analysis for parameters of probability distribution in rainfall frequency analysis by Bayesian MCMC and Metropolis Hastings Algorithm", *Journal of the Environmental Sciences*, vol. 20, No. 3, pp.329-340.
- Shin, J. Y., Park, Y. J. and Kim T.-W. (2013). "Estimation of Future Design Rainfalls in Administrative Districts Using Nonstationary GEV Model", *Journal of KOSHAM*, Vol. 13, No. 3, pp. 147-156.
- Tasker, G.D. (1987). "Comparison of methods for estimating low flow characteristic of streams", *Water Resources Bull.*, Vol. 23, No. 6, pp. 1077-1083.