

수학 문제중심학습(PBL)에서 융합적 사고력 신장 도모에 관한 의의 - 역사 소재를 중심으로 -

황 혜 정 (조선대학교)

허 난 (경기대학교)[†]

창의·융합 능력은 교육과정 문서상에 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출할 수 있는 수학적 과제를 제공하여 학생의 창의적 사고를 촉진시키도록 하는 것이며, 또한 수학과 이외의 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하게 하는 것으로 규정되고 있다(교육부, 2015). 이렇듯, 최근 교육의 변화를 반영하여 수학 지식의 일방적인 전달이 아닌 학습자 스스로 개념을 구성하고 능동적으로 발전시키는 데 초점을 두고 타 교과와의 연계를 통한 문제 상황 및 이로부터의 해결은 PBL(Problem Based Learning)이 이론이 추구하는 목적과 그 역할이 부합한다고 하겠다. 본고에서는 타교과와의 연계를 통한 융합적 사고력 요소 탐색을 위한 기초 연구로서, 역사 교과를 대상으로 수학 PBL의 수업 및 평가 활동을 통하여 수학 개념에 관한 이해를 돈독히 하고, 이러한 두 교과의 연계를 통해 도달 가능한 융합적 사고력 요소를 마련하는데 중점을 두고자 한다. 또한, 역사 소재를 활용한 PBL 수업 진행을 위한 문제 및 이의 수업지도안을 마련하여 제시하고자 한다.

I. 서론

최근 들어 우리나라 2015 개정에 교육과정의 가장 주목할 만한 특징은 핵심역량의 강조인데, 특히 수학과외의 경우 기존의 '문제해결', '추론', '의사소통' 능력과 더불어 '창의·융합', '정보처리', '태도 및 실천' 능력을 추가하여 여섯 가지의 수학 교과 역량을 규정하였다(교육부, 2015). 이 중, 창의·융합 능력은 교육과정 문서상에 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출할 수 있는 수학적 과제를 제공하여 학생의 창의적 사고를 촉진시키도록 하는 것이며, 또한 수학과 이외의 타 교과와의 실생활 관련 지식, 기능, 경험을 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하게 하는 것으로 규정되고 있다(교육부, 2015). 이렇듯, 수학 지식의 일방적인 전달이 아닌 학습자 스스로 개념을 구성하고 능동적으로 발전시키는 데 초점을 두며 타 교과와의 연계를 통한 문제 상황 및 이로부터의 해결은 PBL(Problem Based Learning, PBL) 이론이 추구하는 역할과 목적에 부합하는 것으로 볼 수 있다. PBL은 실제적이고 비구조적이며, 교육과정에 근거한 문제의 제시로부터 학습이 시작되며, 문제를 해결하는 과정에서 필요한 지식을 배우게 되고 지식을 구성해 나가며 문제해결 능력을 기를 수 있도록 하는 학습자 중심의 교수·학습 방법으로(허난, 2009) 학생들을 문제 상황 속에 참여 시키고, 주어진 전체적(holistic) 문제 속에서 교수자가 학생들의 사고와 이해를 이끌어 주는 특성을 포함한다(Torp & Sage, 2001).

이처럼, 수학 교과에서 창의·융합 역량의 강조와 더불어, 융합적 소재를 다루는 문제나 과제를 개발하는 데에는 관심이 높은 것에 반해, 특정 교과와의 융합을 통해 도달할 수 있는 융합적 사고력이 무엇인지를 고려하는

* 접수일(2016년 4월 15일), 심사(수정)일(2016년 4월 29일), 게재확정일(2016년 5월 3일)

* ZDM 분류 : D33

* MSC2000 분류 : 97D99

* 주제어 : 융합적 사고, 문제중심학습, 수학적 사고, 역사적 사고

† 교신저자 : huhnan@kyonggi.ac.kr

일에는 아직 관심이 미비한 편으로 보인다. 물론, 특정 교과와의 사고력을 통합하여 융합적 사고력을 정의하거나 요소를 선정하는 등 그 특징을 결정짓는 것은 쉽지 않을 것이다. ‘융합’의 정의는 녹아서 또는 녹여서 하나로 합침이라는 뜻으로 핵, 세포, 조직 등이 합쳐지는 과정을 말하고, $A+B=C$ 라는 기호로 나타낼 수 있으며, 주어진 문제를 해결하기 위해 배경 지식과 경험을 동원해 다양한 교과 영역을 자연스럽게 습득하면서 창의적이며 색다른 결과를 도출하게 된다고 한다(임유정, 2012). 또, 안효정(2013)에 따르면, 융합적 사고력을 ‘창의력과 같은 고등사고 능력과 함께 지식을 전이시키고 융합시킬 수 있는 능력, 학생들 스스로 문제를 해결하기 위한 적용 능력까지 포함한다.’로 정의하면서, 융합적 사고력의 기본 요소는 미래 인재 양성을 위해 필요한 역량, 가령 창의력, 문제해결력, 의사소통능력, 정보처리 능력, 대인관계능력, 자기 관리 능력, 시민의식, 국제 감각, 직업능력 개발력, 자기주도 학습력, 기초학습능력, 예술 감수성을 등을 아우르는 것이라고 하였다(p.28).

본고에서는 수학과 PBL을 중심으로 타교과와의 연계를 고려하여 도달 가능한 융합적 사고력에 대해 탐색하되, 학교 교육에서 여러 교과와의 통합이 가능할 터인데, 역사 교과를 그 대상으로 삼고자 한다. 즉, ‘역사 바로 알기’, ‘역사적 사건이나 사실에 대한 간접 경험을 통하여 현 사회에 올바르게 대처하기’ 등에 관한 역사 교과의 중요성을 인식하여 올바르게 판단력 있는 역사적 의식을 갖추도록 함은 물론, 수학 PBL을 통하여 수학 개념에 관한 이해를 돈독히 하고, 이러한 두 교과의 연계를 통해 도달 가능한 융합적 사고력 요소를 마련하는데 중점을 두고자 한다.

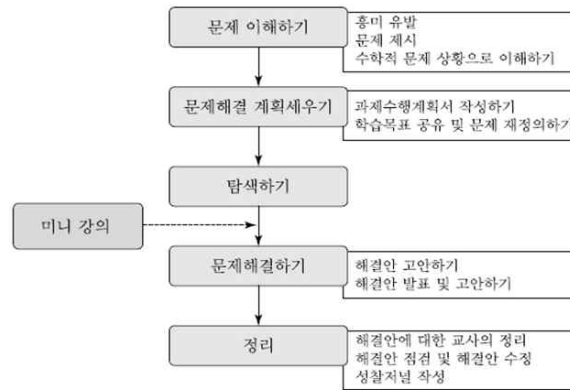
이를 위하여 본고에서는 문헌 연구 및 전문가들과의 협의를 통하여 융합적 사고력 요소를 탐색하고, 역사 소재를 활용한 PBL을 위한 문제 상황의 예와 이를 활용하여 수업 진행을 이끌도록 하는 수업지도안의 예를 제시하고자 한다. 궁극적으로 본고를 통해 기대하는 것은 수학 교과에서 역사 소재를 이용한 문제 상황을 통하여 수학 수업을 PBL에 근거하여 진행하고 그 결과로써 학습자로 하여금 융합적 사고력이 향상되기를 기대하는 것이다. 단, 본 연구는 연구 결과에 관한 실험 적용이나 통계 검증을 이루지 못한 제한점을 지니고 있다. 하지만, 최근 도래하고 있는 창의 융합 역량을 강조하는 교육에 요구되는 수업 상황을 조성하여 학습자의 융합적 사고력을 신장시키는데 보탬이 되고자 착수된 기초 연구에 의미를 부여하며 향후 역사 교과는 물론 이외의 타교과와의 융합 및 융합적 사고 등에 관심을 두고 보다 진일보한 연구 착수 및 수행에 도움이 되기를 기대한다.

II. 문제중심학습(PBL)에 관한 이해

1. 문제중심학습(PBL)의 의미

교사 중심에서 학습자 중심으로의 교육에 대한 페러다임의 변화에 발맞추고 시대적 변화에 따라 요구되는 학습자의 문제해결 능력과 협동 능력, 자기주도 학습 능력을 신장시키기 위한 방법 중 하나로 PBL이 주목받고 있다. 실생활의 문제를 해결해 나가는 과정을 통해 학습자의 판단과 사고 기능을 신장시킬 수 있는 PBL은 문제를 해결하기 위하여 새롭게 알아야 할 지식과 기술을 탐구하는 과정을 순환적으로 수행하며, 탐구를 통해 얻은 정보와 지식을 토대로 초기 진술을 수정하고 문제의 핵심에 초점을 맞추어 가는 과정이 순환적으로 이루어진다. PBL은 분리된 지식이 아닌 명제적 지식과 과정적 지식 그리고 개인적 지식이 통합된 주제를 강조하며 교과를 뛰어넘는 통합적 접근을 장려하고 있다(허난, 2009). 허난(2009)은 PBL의 수업 전개과정을 초기 활동, 문제제시, 문제에서 요구하는 학습 목표(내용) 추론, 자기주도 학습, 문제해결을 위한 새로운 지식 적용 및 문제해결 계획에 대한 반추, 문제 해결안 작성, 문제의 해결안 요약 및 종합 정리로 제시하고, 이와 관련하여 다음과 같은 수업 모형을 제시한 바 있다. 한 마디로, PBL의 특징을 간략히 살펴보면, 첫째, 문제로부터 학습이 시작되고, 둘째, PBL은 학습자 중심이며, 셋째, PBL은 교수자의 역할을 ‘지식의 전달자’에서 ‘조력자’로 전환시킨다. 넷째, 협력학

습과 자기주도적 학습을 강조하며, 다섯째, 평가는 학습자 중심으로, 다양한 방법으로 이루어진다.



[그림 II-1] PBL 수업 모형의 예(허난, 2009, p.161)

2. 문제중심학습(PBL) 관련 연구

문제중심학습(PBL)의 목적은 PBL을 통하여 문제해결 능력, 협동 기술, 자기주도적 학습 능력 등을 신장시키고자 하는 것이다. 이를 위하여 문제해결 능력, 지식의 습득과 활용 등의 학업 성취에 관한 효과와 학습에 대한 흥미, 학습에 대한 긍정적인 태도, 자신감 등의 정의적 특성에 관한 효과에 관련한 국내·외에서의 다양한 연구가 이루어져 왔으며 주된 연구 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, PBL 방법에 의해 학습한 학습자는 전통적인 학습 방법에 의해 학습한 학습자에 비하여 문제해결의 과제를 수행함에 있어서 더 나은 결과를 보인다. Diggs(1997), Shepherd(1998), 오만록(1999)의 연구에는 PBL 방법에 의해 학습한 학습자가 비구조적인 문제를 다룸에 있어서 협력학습이나 자기주도적 학습을 통하여 지식을 구성하고, 반성적 사고 능력을 키우며, 문제해결을 하는데 있어서 전통적 학습 방법에 의해 수업을 받은 학습자보다 더 우수하다는 결과를 보여주었다. 조연순 외(2000)는 PBL이 전통적 교수에 비하여 창의적 문제해결력 향상에 효과적이며, Patel, et al.(1993)은 PBL 방법의 학생들은 학습에 있어 추리에 있어서 보다 기억 중심적인 접근을 하는 전통적 학습방법의 학생들보다 실수가 더 적고 더 분석적이라고 하였다. Nowak(2001)은 전통적 학습방법으로 학습한 학생들이 사적 지식에 높은 점수를 보이는 반면, PBL 방법에 의한 학생들은 파지에 높은 점수를 보였으며, 박홍준(2004)은 선택형 문항과 서술형 문항으로 측정된 학업성취에 있어서 PBL이 전통적 학습방법보다 더 효과적이었다고 하였다. 수학 교과에서도 Elshafei(1998)은 10학년 대수학 수업에 전통적 수업 방법과 PBL을 적용하는 준실험설계를 이용한 비교연구에서 PBL의 수업을 받은 집단이 집단적인 문제해결에 있어서 더 우수하며 바람직한 방식으로 문제를 해결하였으며, 학업성취에 있어서도 더 우수한 결과를 보였음을 확인하였다.

둘째, PBL 방법에 의해 학습한 학습자는 학습에 대한 주인의식을 느끼게 되며 자기주도적 학습을 위한 기술을 개발시킬 수 있다. Diggs(1997), Shepherd(1998), 오만록(1999) 등의 연구에 의하면 PBL 수업을 경험한 학생들이 전통적인 수업을 받은 학생들보다 문제해결 과정에서 주인의식을 가지고 자기주도적 학습을 전개한다고 하였다. 또한 PBL 수업이 학습에 대한 흥미, 자기 만족감, 학습에 대한 긍정적인 태도와 자신감의 향상 등의 정의적 특성을 증진 시키는 데 더 효과적이라고 하였다. 수학 교과에서는 전평국·이진아(2002), 최정숙(2008) 연구에서 PBL을 적용후 교사와 학생, 학생과 학생 사이에 나타나는 상호작용을 분석하고 교사의 역할과 지도과정을 관찰하였고 그 결과 학습자는 소집단 활동을 통하여 주도적으로 문제해결을 해 나가는 능동적 학습을 하였음을

확인하였다.

셋째, PBL 방법은 학습에 대한 흥미와 태도에 긍정적인 효과가 있다. Savoie(1995), 김선자(1998)는 PBL을 적용한 사회과 수업을 통하여 학생들의 학습활동의 몰입도, 만족감, 학습흥미와 동기 유발, 자아형성에 긍정적인 효과가 있음을 밝혔다. PBL은 학습에 대한 흥미 유발과 태도에 대한 효과적인 학습방법임을 나타내고 있음을 알 수 있는데 이는 교과의 내용을 학습자의 실제적 입장에서 다루고 학습자의 흥미를 이끌어내려는 PBL의 전체 자체가 실제적인 문제 구성을 통한 접근이기 때문에 학습자에게 흥미를 이끌어 내기 적합하다고 할 수 있다. 또한 학습자가 문제를 해결하기 위해 자기 주도적으로 학습하는 과정에서 느낄 수 있는 성취감과 자신감이 학습자에게 학습에 대한 태도 변화를 일으키기에 적합하다. 수학 교과에서는 신인선·권점례(2002), 김부윤·정두영·정원경(2005)의 연구에서 PBL이 진행되면서 일상생활에서의 유용성이나 수학 자체의 흥미를 수학의 유용성으로 느끼는 수학에 대한 태도의 변화를 보이며, 수학 학습 성과에 대한 긍정적인 견해와 수학수업에서 자신감을 갖게 됨을 확인하였다. PBL의 효과에 대한 이러한 연구 외에도 수학교과에서는 PBL의 실질적 측면에 대한 연구(허난, 2009)와 모형에 관한 연구(강미애, 송상현, 2011; 허난, 2009)와 PBL에 관한 교사의 인식 조사(진선양, 2009; 허난, 하영화, 2011) 등이 이루어졌다.

이상으로 PBL 관련 선행 연구들을 살펴본 결과, 학습자가 주로 무엇을 어떻게 알게 되었는가의 구체적인 과정과 문제해결 과정을 통한 자기주도 학습 능력, 추론 능력, 의사결정 능력, 문제해결 능력 등의 사고력 함양에 관심을 두기보다는 학습 결과와 효과에 주로 관심을 둔 연구들이 주로 이루어져 왔다. 사실, PBL은 문제 상황에 대해서 학습자간의 상호작용과 협동학습을 통하여 새로운 지식을 획득하는 학습자 중심의 학습으로 간주될 수 있는 바, PBL에 대한 결과와 효과보다도 학습의 실제 과정과 학습자의 실제 활동 등을 심층적으로 살펴볼 필요가 있다. 다시 말하면, 학생들의 외형적인 활동의 참석 정도와 기여도뿐만 아니라 수업 과정에서 수업 단계별로 학생들의 구체적인 학습 활동의 특성과 교육적 의미를 탐색하여야 한다. 이는 수업 활동 중에 학습자들 간에 또는 학습자 스스로의 자기평가, 관찰 등의 평가 활동을 통하여 가능할 것이다. 한 마디로, PBL 수업은 평가 활동과 연계하여 다뤄져야 할 것이며, 이와 관련된 PBL 평가 연구가 수행되어야 할 것이다. 즉, 수업 방법과 내용에 의거하여 평가도 진행되어야 한다는 '일관성의 원리'에 따라 학습자의 활동을 분석하는 평가 방법 및 내용에 관한 문헌 연구가 수행되어야 함은 물론, 이와 더불어 학습자의 사고력 함양에 대한 구체적인 평가 방법 및 내용, 자료 등을 포함하는 온전한 PBL 프로그램의 개발도 향후 수행되어야 할 것이다.

III. 융합적 사고력 요소 탐색

1. 연구 방법 및 내용

본 연구에서는 수학 교과와 역사 교과(영역)의 두 교과에서 각각 추구하는 교육 목표 및 이념에 따라, 학교 교육을 통해 학습자가 인식, 이해, 판단하여야 할 역사적 사고를 바탕으로 중요한 수학적 개념 및 내용을 이해하도록 하는 데에 요구되는 융합적 사고력이 무엇인지를 탐색해 보고자 한다. 이러한 시도 하에 융합적 사고력 향상을 위한 노력의 일환으로, 본 연구 과제에서 지향하는 창의 및 도전은 기본적으로 수학 교과와 역사 교과에서의 교육 목적의 의미와 중요성을 인식하고, 이를 기반으로 두 교과에서 지향하는 수학적 사고력과 역사적 사고력을 기반으로 융합적 사고력의 요소를 탐색하고자 한다<그림 III-1 참조>. 또한, 융합적 사고력을 탐색하는 과정의 예를 제시하고, 역사 소재를 활용한 PBL 수업 진행을 위한 문제의 예를 제시하고, 평가 활동을 수반하는 수업지도안의 예를 제시하고자 한다.



[그림 III-1] PBL을 통한 융합적 사고력 신장 모형

이를 위하여 본고에서는 우선 문헌 연구를 통해 PBL에 관한 이해를 강구하고자 하였으며, 이는 본고의 2장에 제시하였다. 둘째, 교육과정 문서를 통해 수학 교과와 사회(역사) 교과의 교육 목표를 비교 분석한다. 즉, 수학 교과 및 사회(역사) 교과의 교육 목표를 탐색하고, 주요 공통 교육 목표를 추출한다. 셋째, 문헌 연구를 통해 수학적 사고력과 역사적 사고력의 특징 및 주요 요소를 각각 탐색한 후, 수학, 역사, 수학교육 전공의 전문가와의 논의와 합의 하에 수학과 역사 교과에서의 주요 공통 사고력을 반영한 ‘융합적 사고력’ 요소를 선정한다. 넷째, 수학 교과에서 역사 소재를 활용한 PBL 문제 및 수업지도안을 개발한다. 이를 위하여 문헌 연구를 통해 중등학교 역사 교과에서 의미 있고 유익하게 다루어지는 역사 소재를 탐색하여 융합적 사고력 신장에 기여할 수 있는 역사적 사건이나 소재 등을 선정한다. 선정된 역사 소재들을 중심으로 수학 교과에서 유의미하게 다루어질 수 있는 중요한 수학 내용을 선정한다. 이로써, PBL 수업을 위한 문제 및 수업지도안의 예시를 마련하고, 수업 진행에 적합한 학습자 자신의 평가 활동의 예를 제시하고자 한다.

2, 융합적 사고력 요소 탐색 과정

가. 수학적 사고력의 구성 요소

지금까지 수행된 수학적 사고력에 관한 연구를 크게 세 개로 구분하여 정리하면 다음과 같다. 우선, 김홍원·김명숙·송상현(1996)은 수학적 사고 능력으로 다음과 같은 7개의 하위 능력을 포함하였다. 첫째, 직관적 통찰 능력은 주어진 정보나 조건들 사이의 관계나 구조의 본질적인 핵심을 직감적으로 파악해 내며, 문제 해결의 결정적 단서를 순간적으로 떠오르게 하는 능력을 말한다. 둘째, 정보의 조직화 능력은 주어진 문제에서 필요한 정보를 수집하고, 문제 해결의 전략을 사용할 수 있도록 정보를 분류하고 조직하는 능력을 말한다. 셋째, 공간화/시각화 능력은 공간화 능력을 공간 지각 능력, 회전 능력, 공간 시각 능력으로 분류하고, 시각화 능력은 ‘그림 정보를 이해, 해석하는 능력’과 ‘시각적 처리 능력’으로 구별된다. 넷째, 수학적 추상화 능력은 수학적 문제 상황을 적당한 수학적 개념이나 수학적 상징 기호, 수식, 그림 등으로 표현함으로써 형식화 해내는 능력을 말한다. 다섯째, 수학적 추론 능력은 귀납이나 연역 등의 방법을 통해 체계적으로 추론, 추측해 내는 능력이다. 여섯째, 일반화 및 적용 능력은 수학적 문제를 해결하는 과정에서 수나 문자, 기호로 표현된 수적, 공간적 대상이나 관계, 공식 등을 빠르고 광범하게 조작하여 일반화시키고, 더 나아가 얻은 결과를 유사하거나 다른 상황의 새로운 문제에까지 확장하여 적용하는 능력’을 말한다. 일곱째, 반성적 사고 능력은 문제해결의 전 과정에서 나타나는 메타 인지적 사고를 의미한다. 반성적 사고는 문제를 바르게 이해하였는지, 문제 풀이 과정과 결과에서 오류(오타 등)가 없었는지, 사용하고 있는 전략, 과정은 적절한 것인지, 더 좋은 문제 해결 전략은 없는지 등을 점검한다.

또한, 이환철(2010)은 인지적 관점에서 수학적 사고를 추상적 수학 개념의 발생·발달 과정에 사용되는 사고로 정의하며 수학적 사고의 유형을 다음과 같이 5가지로 정하였다. 즉, 인지적 관점에서 기초적 사고로 강조되고 있

는 유추적 사고, 유추적 사고와 함께 추론적 사고로 분류되는 귀납적 사고와 연역적 사고, 고등 수학적 사고로서 개념의 구성과 관련된 추상화 사고, 그리고 새로운 개념의 창조와 관련된 창의적 사고의 좁은 의미로 발전적 사고이다. 첫째, 유추적 사고는 주어진 현재의 상황과 유사한 이전의 상황을 떠올리고 그 유사한 상황으로부터 현재의 상황에 필요한 방법이나 결과를 추론해내는 과정을 거치는 사고이다. 유추적 사고의 발달 과정은 현재 상황 분석, 유사 상황과 연결, 현재 상황에 적용이다. 둘째, 귀납적 사고는 주어진 조건에서 공통적인 규칙이나 원리를 추측해내고 그 추측한 사실이 처음의 조건에 맞는지 확인하고 새로운 데이터에도 확인하여 일반화를 하는 사고이다. 귀납적 사고의 발달 과정은 자료 분석, 규칙 찾기, 규칙 일반화이다. 셋째, 연역적 사고는 보통 귀납적 사고 또는 유추적 사고로부터 시작한 추론 과정에 이어 일어나며, 귀납 또는 유추적으로 추측한 결론에 대해 이미 옳다고 알려져 있는 정리나 성질을 사용하여 논리적으로 설명되어지는 과정을 거치는 사고이다. 연역적 사고의 발달 과정은 가설 분석, 증명 윤곽 형성, 가설 증명이다. 넷째, 추상화 사고의 발달 과정에 대한 분석 결과, 추상화 사고는 주어진 문제 상황에서 추상적이고 이상적 요소로부터 이질적인 요소는 버리고 동질적인 요소만을 고려하여 이상화된 개념을 만들어내는 과정을 거치는 사고이다. 추상화 사고의 발달 과정은 이상적 요소 추출, 구조화된 개념 구성이다. 다섯째, 발전적 사고의 발달 과정에 대한 분석 결과, 발전적 사고는 어떤 과정을 거쳐 나온 결과에 대해 새로운 과정 또는 접근 방식을 찾아내거나 처음의 조건이나 대상을 달리하여 새로운 결과를 얻어내는 과정을 거치는 사고이다. 발전적 사고의 발달 과정은 문제인식, 변형, 발전적 적용이다.

한편, 신준식 외(2011)는 '수학적 사고력 측정을 위한 평가 도구의 개발' 연구에서 수학적 사고력을 크게 의사소통, 문제해결, 추론으로 간주한 바 있다(pp.623~626). 첫째, 추론은 주어진 사실을 초월하여 어떤 결론을 내리는 일을 말하며 크게 연역 추론과 귀납 추론으로 구분하고, 귀납 추론 중에서 유비추론을 별도로 구분하여, 궁극적으로 연역 추론, 귀납 추론, 유추의 세 가지로 분류한 바 있다. 연역 추론은 주어진 사실에서 출발하여 일반적으로 받아들여지는 참인 사실에 의하여 결론을 추리하는 것이며, 귀납 추론은 관찰된 사실 뒤의 규칙성을 찾는 사고 과정으로 보았다. 둘째, 문제해결은 광의적으로 해석하여 문제를 해결하는 능력과 관련된 것으로 볼 수 있는데, 이 연구에서는 행동 영역의 한 항목으로서의 문제해결이란 비정형적인 문제로서 해결 방법이 다양하거나 2가지 이상의 개념, 원리, 법칙 등이 관련되어 있는 문제, 여러 단계를 거쳐야 해결할 수 있는 문제, 개념원리법칙 등을 실생활에 적용한 문제, 다른 교과와 내용에서 수학적 개념 원리 법칙 등을 찾아 해결하는 능력을 일컫고 있다. 셋째, 의사소통 영역은 2007 개정 교육과정에서 규정하고 있는 바와 동일하게 제안하고 있다; (1) 수학적 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다, (2) 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하거나 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다, (3) 수학적 아이디어를 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 하고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 활용하는 데 중요함을 인식하게 한다.

나. 역사적 사고력의 구성 요소¹⁾

역사적 사고에 대해서는 일반적인 사고로 보는 보편론적인 입장과 역사는 인간의 내면을 다루는 학문분야이기 때문에 일반적 사고와는 본질적으로 다르다는 입장이 있다. 현재로서는 어느 것이 더 타당하다고 단정하기 어렵다. 역사적 사고력의 구성요소에 대해서는 여러 가지 주장이 있으나 크게 논리적 사고와 연상적 사고로 구분하는 것에는 큰 이견이 없다. 김한중(2005)는 역사적 사고력의 개념을 '역사적 탐구기능'과 '역사적 상상력'으로 구분하고, 역사적 탐구기능은 논리적 사고에 초점을 맞추는 과학적 사고와 같은 성격의 사고력으로, 역사적 상상력은 직관, 통찰, 연합적 사고와 같은 상상적 이해를 뜻하는 것으로 명명하였다. 또, 각각에 대한 사고력의 하위요소를 <표 IV-1>로 구분하고 정의하였다.

1) 이 부분은 문경호(대전과학고) 박사의 도움으로 작성된 것임.

<표 IV-1> 역사적 사고력의 개념(김한중, 2005)

구분	영역	하위 요소	
역사적 상상력	구조적 상상	관련 정보에 의해 증거의 간격을 메움, 증거에 대한 새로운 해석	
	감정이입적 이해	역사적 행위의 동기나 이유, 역사적 인물의 사상이나 감정 파악, 과거인의 관점에서 역사적 사건을 인식, 과거 사회의 관습과 생활방식에 대한 이해	
	역사적 판단	역사 연구의 방법과 자료의 선택, 자료의 용도에 대한 직관적 선택, 탐구 결과의 상상적 사실	
역사적 탐구기능	일반적기능	문제의 인지	문제의 소재, 가설 설정, 가설에 대한 탐색
		자료의 수집	참조기능, 정보의 회상, 자료의 소재 파악, 자료의 선택
		자료의 처리	번역, 해석, 분석, 비교/대조, 분류
		결론의 도출	정보의 종합, 가설 검증
	역사적기능	일반화	결론을 다른 문제에 적용, 원리의 도출
		역사적 개념의 사용	계속성/변화, 인과관계, 발전, 시간 개념, 유사성/차이점, 일반성/고유성 등의 개념에 대한 이해 및 적용
		역사적 자료의 활용	1·2차 사료, 사료비판, 정보의 중요도 평가, 역사지도·연표의 활용
	역사적 연구방법의 수행	연구절차의 계획 및 조직, 연대기 능력, 역사적 편견인식	

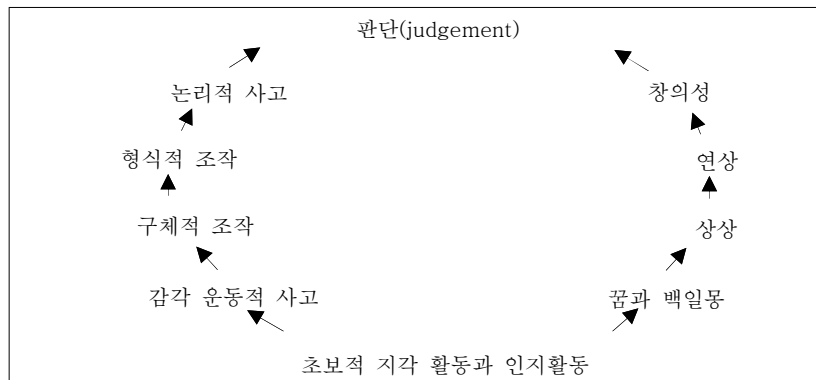
역사적 사고력은 역사가가 문제의식을 가지고 사료를 탐구하되 탐구한 결과를 글로 서술한다는 점에서 역사적 탐구기능과 역사적 상상력을 포괄하는 개념이다. 즉, 역사적 탐구기능이란 역사적 사실에 대해 제기한 문제의식에서 출발하여 자료를 찾고 해석하며 정보를 찾아내되 비판적으로 검토하고 종합하여 제기한 문제에 대한 답변을 찾아 역사적 사실을 드러내는 기능이다. 그리고 역사적 상상력이란 드러난 역사적 사실을 바탕으로 아직 명확하게 드러나지 않은 사실에 대해 해석하고, 역사가 자신의 경험을 바탕으로 상상적 추론을 통해 역사적 인물의 의도와 행위 등을 이해하며 역사적 사실을 재구성하여 생생하게 표현하는 능력이다. 또한, 양호환 외(2009)는 역사적 사고력의 의미와 하위 범주를 연대기 파악력, 역사적 탐구력, 역사적 상상력, 역사적 판단력으로 구분하고 이를 <표 IV-2>와 같이 정의하였다.

<표 IV-2> 역사적 사고력의 의미와 하위 범주(양호환 외, 2009)

구성요소	특징	하위 기능
연대기 파악력	시간에 따른 변화 중시, 인간의 삶과 여러 현상을 연대기 속에서 이해	시간과 관련된 용어를 이해하고 이들을 활용하는 능력, 시대 구분에 대한 이해 능력, 시간 요소를 통해 인과 관계를 추론하는 능력
역사적 탐구력	역사를 탐구하는 일련의 과정, 역사가 연구 과정에서 선행연구와 사료를 검토, 수집, 비판, 해석하여 결론을 도출하는 과정	문제의 파악능력, 정보의 수집 능력, 자료의 취급 능력, 결과의 적용 능력
역사적 상상력	불완전한 증거를 보완하는 능력. 상상적 구성의 그물을 짜거나 사료가 제시하는 단서 사이에 숨어있는 사태를 새롭게 구성	추론, 상상, 추체험, 감정이입, 상입, 보간
역사적 판단력	역사적 논쟁이나 딜레마에 접했을 때 합리적 판단을 하고 의사결정을 내리는 능력. 역사교육의 궁극적인 목표	역사적 자료나 방법의 선택, 도덕적인 가치 판단, 배경 설명과 비판, 합리적 결론을 내릴 수 있는 기술의 훈련

역사적 사고에서 역사적 사고력의 요소를 개념적으로 구분할 수는 있지만 실제로 요소별로 따로 작동하는 것은 아니다. 사고는 총체적인 정신활동이므로 개개의 요소를 별개로 구분하거나 개별적으로 육성할 수 있는 것이 아니기 때문이다. 예컨대 역사적 탐구력의 신장을 학습목표로 삼았을 때 사료의 수집과 사료 비판, 가설 검증,

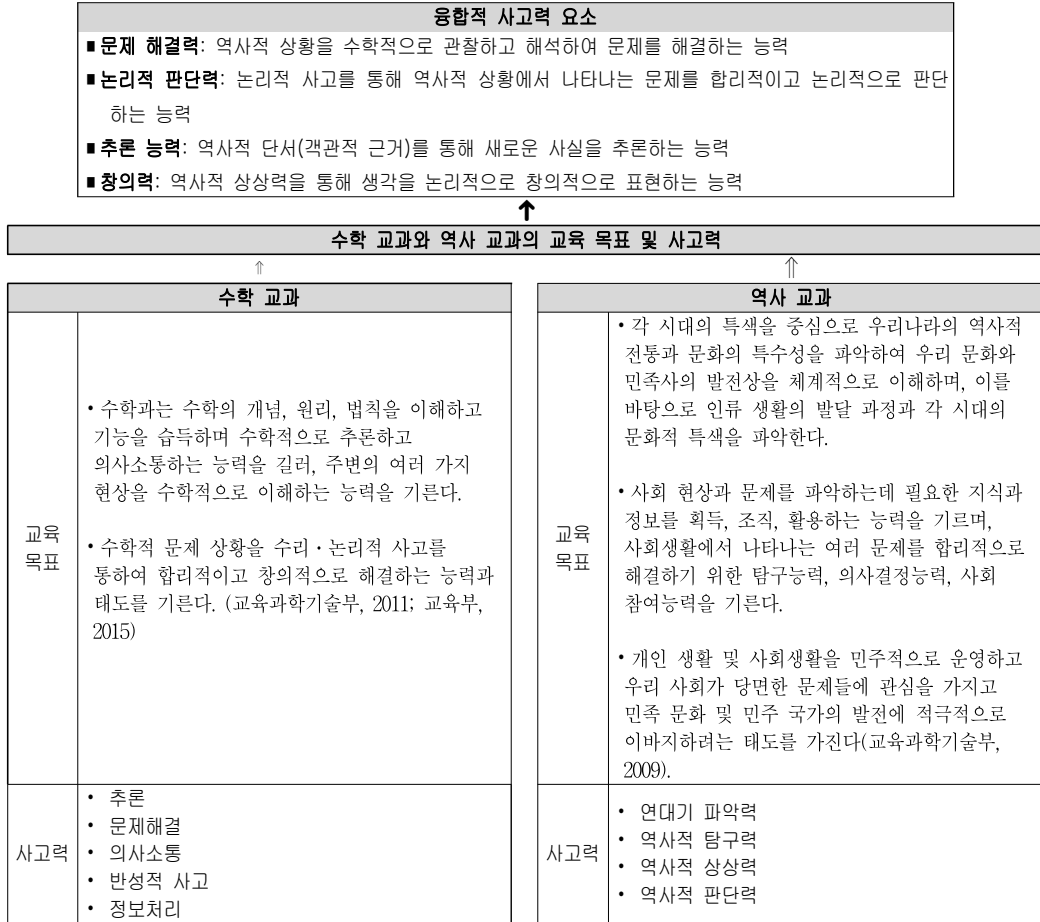
결론 도출 등의 기능을 집중적으로 육성하는 것이 가능하지만 이 경우에도 연대기 파악력, 역사적 상상력, 역사적 판단력이 배제되는 것은 아니다. 한편, Watts(1972)는 역사적 사고 모델을 제안하며 역사적 사고에 관해 논의한 바 있는데, 그에 따르면 역사적 사고는 의식적인 논리적 사고와 상상, 직관에 토대를 둔 연상적 사고라는 두 계통의 사고가 동시에 작용한다. 의식적인 논리적 사고는 피아제류의 사고 논리를 따르고, 연상적 사고는 상상, 직관, 창조성의 요소로 설명되는 설명적 사고를 따른다. 이 모델에 따르면 역사적 사고는 논리적이고 합리적인 사고와 상상적 사고 계통인 연상적 사고, 두 가지 성격을 동시에 가지고 있다는 것을 보여준다.



[그림 IV-1] 역사적 사고 모델 (Watts, 1972, p.358)

다. 융합적 사고력 요소

수학 교과와 역사 교과의 경우, 몇몇 학자들이 정의한 수학적 사고력의 요소를 살펴본 바에 의하면, 수학적 사고력의 요소 내지 특징들이 서로 배타적이지 않음을 알 수 있다. 하지만, 수학 교과와 마찬가지로, 역사 교과의 경우에도 몇몇 학자들의 정의에 따라 역사적 사고력의 요소 내지 특징을 선별리 단정 짓기는 어려우므로 이에 관한 지속적이면서도 심도 있는 연구가 필요하다. 본고에서는 <그림 IV-2>에서와 같이 교육과정에서의 수학 교과와 사회(역사)교과의 교육 목표를 비교하여, 주변 현상을 이해하는 능력 및 문제 상황을 합리적으로 해결하기 위한 능력을 키운다는 공통 교육목표를 추출하고, 문헌 연구를 통해 수학적 사고력과 역사적 사고력에 관한 요소를 정리하였다. 수학교육, 수학, 역사 전공자 5인이 모여 수학적 사고력에 추론, 문제해결, 의사소통, 반성적 사고, 정보처리력, 역사적 사고력에 연대기 파악력, 역사적 탐구력, 역사적 상상력, 역사적 판단력을 마련하고, 융합적 사고력 요소로 문제해결력, 논리적 판단력, 추론 능력, 창의력을 선정하였다.



[그림 IV-2] 융합적 사고력 요소 마련 과정

V. 역사 소재를 활용한 PBL 관련 예시

1. 문제 및 수업지도안 예시

PBL 이론에 의거하여 원활하면서도 효율적인 수업 및 평가 활동을 위하여 중요한 연구 작업은 우선적으로 PBL 이론에 부합하는 문제를 개발하는 것이다. PBL 이론에 따르면, PBL의 문제 요건으로 학습에 대한 흥미와 목표를 유발시키고, 학습자 스스로 수학적 문제 상황을 이해할 수 있어야 하며, 학습자에게 친근한 맥락으로 구성되어 있는 실제적인 문제를 요구하고 있다. 또한, PBL을 위한 중요한 문제 조건은 문제해결에 모든 정보가 노출되어 있지 않는 ‘비구조적인 문제’이어야 하며, 교육과정에 기초한 문제이어야 한다(허난, 2009). 결국, 융합적 사고를 신장할 수 있는 PBL 관련 질 높은 자료 개발을 위하여 가장 기본적이면서도 우선적인 일은 소재(본고의 경우, 역사)를 선정하고 이를 활용하여 PBL의 문제 특징과 조건에 맞는 문제를 개발하는 일이다. 융합적 사

고를 신장할 수 있는 PBL 문제를 개발함에 있어서 역사적 소재를 단순히 사용하는 것으로 융합적 사고력을 향상시킬 수 있는 것은 아니다. PBL 문제의 기본적인 조건을 충족하면서도 역사교과와의 융합적 사고력을 고려하여 문제를 개발하여야 한다. 즉, 역사적 상황과 교육과정에 기초한 수학적 내용이 서로 연계되어 학습자가 문제 상황으로부터 역사적 상황을 수학적으로 관찰하고 해석할 수 있도록 해야 한다. 또한 역사적 상황에서 나타나는 문제를 논리적으로 판단하여 역사적 사실을 통해 새로운 수학적 사실을 추론할 수 있으며 이를 창의적으로 표현할 수 있도록 해야 한다. 이에 대한 한 예로, 다음 <표 V-1>은 중학교 1학년 교과서(고호경 외, 2013)에서의 부채꼴에 대한 내용과 우리나라 역사속의 주요 인물이며 최근 들어 그 관심과 열기가 한층 고조되어 있는 이순신 장군 관련 사건을(이광연, 2013) 소재로 PBL에 적합한 수학적 문제 상황을 제시한 것이다. 학익진 전략과 평면도형에서의 부채꼴의 내용이 서로 연계되어 학습자가 문제를 탐색하고 학습목표를 설정하고 해결하는 과정을 통해 임진왜란의 역사적 상황을 탐색하고 이를 이해할 뿐만 아니라 수학적으로 관찰하고 해석할 수 있도록 하였다. 또한 역사적 사실을 통해 수학적 사실을 추론할 수 있도록 하여 융합적 사고력을 신장시킬 수 있도록 하였다. 아울러, 이 문제를 활용하여 진행될 수업 및 평가 활동에 관한 내용을 교사의 원활한 수업 안내 및 지도를 위하여 수업지도안을 개발하여 <부록 1>에 마련하여 제시하였다.

<표 V-1> 역사 교과와 소재를 활용한 수학 문제의 예

[문제 : 학익진이란 이런 것!]

최근 이순신 장군에 대한 관심이 뜨겁다. 우리 반에서는 이순신 장군에 관한 책을 읽고 일주일 후 각자 소감을 발표하는 시간을 가지기로 했다.

나는 난중일기를 읽었는데 그 중 다음과 같은 임진년 5월의 옥포해전의 학익진에 관한 내용이 가장 인상 깊었다. 내일 옥포해전에 대하여 친구들 앞에서 이야기하고 이순신 장군이 펼친 학익진 전략에 관하여 친구들에게 자세히 설명해 주려고 한다.

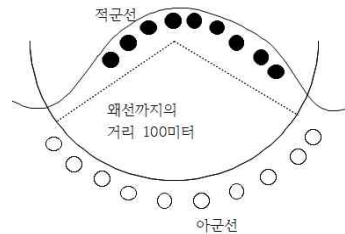
이순신 장군은 도훈도에게 명하여 적선까지의 거리와 왜구들이 무장한 조총의 사정거리를 알아보게 한 후, 도훈도의 계산결과를 바탕으로 적의 사정거리에 들지 않도록 전선을 선창으로부터 100미터밖에 배치한 후에 부하 장수들에게 작전을 전달하였다.

“우척후장과 여도견관의 정보에 따르면 적의 배는 옥포만 안에 정박해 있소. 그리고 우리 배는 이 그림처럼 옥포만을 부채꼴로 포위하고 있소. 그리고 도훈도의 계산에 의하면

현재 부채꼴은 중심각이 120° 가량 되고 반지름은 100미터 가량이라고 하오. 그래서 우리는 적의 무기인 조총의 사정거리인 50미터 근방까지 신속하게 접근한 후 일시에 집중적으로 총통을 발사하여 적을 과멸시키고자 하오. 나의 명령이 떨어지면 적선을 향해 전속력으로 돌진하다가 조총의 사정거리인 50미터 밖에서 멈추시오. 그리고 일시에 총통을 발사하여 장군전과 신기전 그리고 탄환을 적의 배에 퍼부어야 하오. 우리 군이 포위하고 있는 넓이가 갑자기 $\frac{1}{4}$ 로 줄어들게 하여 적들이 우왕좌왕하게 만들어 우리는 큰 전과를 올릴 수 있소이다. 이것은 바로 학의 날개와 같은 형상으로 적을 공격하는 것이기 때문에 ‘학익진(鶴翼陣)’이라는 전법이되다. 나의 공격명령과 함께 모든 장품들은 일제히 적을 향해 총통을 발사하며 총공격을 시작하시오.”

장군의 말이 끝나자 장수들은 자신의 배로 재빨리 돌아갔고, 각자의 배에서 전투준비가 완료된 것을 확인한 후 장군의 전투개시 명령에 따라 해전을 시작하여 우리 수군은 대승을 거두었다.

나는 이순신 장군의 이러한 전략이 수학을 기초로 하여 구현한 전략이라는 것을 친구들에게 알려 주고 싶다. 친구들에게 학익진 전법이 부채꼴과 그 넓이 등을 이용한 수학적 전략이었다는 것을 어떻게 설명해 주는 것이 좋을까?



지금까지 PBL에서의 평가는 학습자의 PBL 수행 과정에의 참여와 기여 정도에 초점을 두어 왔으며, 평가 방법은 학습자의 자기평가 및 조별 간 평가가 주를 이루었고 특히 수업 후에 진행되어 왔다. 한편, 평가 주체가 교사자인 경우에도 수업 후 이루어지는 평가로서 최종 보고서, 성찰 저널 등에 대한 평가가 주로 이루어져 왔다. 이렇듯, PBL에서의 평가 활동은 학습자 중심으로는 이뤄져 왔으나, 학습과 분리되는 사후 활동으로 간주되는 경향 탓에 PBL의 수업과 관련하여 평가 방법 및 활동, 자료 등에 관한 연구는 미비한 편이다. 따라서, PBL과 관련하여 다음 사항에 유념하여 평가 부문에 관한 연구가 중점적으로 수행하여야 할 것이다. 첫째, 결과 중심의 평가만이 아니라 문제해결의 전반적인 과정에 대한 평가가 지속적으로 이뤄지도록 한다. 둘째, 수업 후 최종 보고서, 성찰저널, 조원 간 평가, 조별 간 평가를 토대로, 수업 후만이 아닌 수업 중에도 이뤄지도록 한다. 셋째, 교수자는 학습자의 학습 활동을 지속적으로 관찰하여 학습자의 사고 과정과 활동을 분석하고 학습 단계별 목표를 달성하였는지에 대한 평가를 수행하도록 한다. 끝으로, 학습자도 스스로 평가에 참여하되, 단순히 참여도와 기여도를 따지는 외형적 평가가 아닌, 자기주도 학습능력과 협동학습 능력을 스스로 점검하고 학습 단계별로 목표 영역을 설정하여 학습 단계별 PBL의 목표에 도달하였는지를 확인하는 반성적 평가가 이뤄지도록 한다. 본고에서는 위의 사항 중 네 번째에 중점을 두어 학습자 스스로 학습 내용, 학습 태도, 사고력을 점검하는 자기평가 활동의 예를 제시하고자 하며, 이는 <표 V-2>와 같다.

<표 V-2> 자기 평가 활동의 예

<자기 평가>				
나는 이 단원의 학습내용과 학습태도 및 사고력 향상에 어느 정도 도달했을까요? 스스로 점검해 봅시다.				
영역	점검 항목	도달 정도		
		잘함	보통	분발
학습 내용	부채꼴의 증감각과 호의 길이를 이해한다.			
	호의 길이와 부채꼴의 넓이를 구할 수 있다.			
학습 태도	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	예습과 복습을 꼼꼼히 하였는가?			
(융합 적) 사고력	역사적 상황을 수학적으로 관찰하고 해석할 수 있는가?			
	역사적 상황에서 나타나는 문제를 합리적이고 논리적으로 판단할 수 있는가?			
	역사적 단서(객관적 근거)를 통해 새로운 사실을 추측할 수 있는가?			
	역사적 상상력을 통해 생각을 논리적으로 창의적으로 표현할 수 있는가?			

2. 제언

본 기초 연구에 따른 제언은 다음과 같다.

첫째, 수학 교과에서의 문제중심학습(PBL) 관련 이론 및 실체가 보다 폭넓게 이해되고 활용될 수 있다. PBL 이론은 지금까지 교육 공학 등의 타 분야에서 주로 연구되어 왔는데, 본고를 통하여 수학 교과를 대상으로, 역사뿐만 아니라 다양한 소재를 중심으로 수학 문제를 해결함으로써 중요한 수학적 내용과 개념을 이해하는데 도움이 되는 PBL 관련 이론을 공고히 하고 이를 기반으로 학교 수학교육의 실제 측면에의 내실화를 기하는데 보탬이 될 수 있을 것이다.

둘째, 본 기초 연구 및 자료는 융합적 사고력 신장을 도모하는데 유용함은 물론, 역사와 관련된 문제 상황 및

의식을 수학 문제를 통하여 해결함으로써 학교 수학의 가치 인식 증진 및 진학 지도에 도움이 될 수 있을 것이다. 본 연구를 기반으로 지속적인 연구를 수행하는 학생들로 하여금 수학이 역사 및 사회 과학을 이루는 바탕에 넓게 존재하며 역사적인 문제 상황을 간접적으로 경험하고 이와 관련된 문제들을 해결함으로써, 역사와 수학 교과가 통합된 융합적 사고력이 향상되도록 하는데 기여할 수 있을 것이다. 또, 역사적으로 중요한 이슈나 문제 상황 등을 수학 문제의 해결을 통해 인식하고, 관련된 수학적 개념을 터득함으로써 수학이 학교 교육에서 매우 중요한 필수적인 도구 교과라는 가치 인식이 증진될 수 있을 것이다. 한편, 자연계열을 희망하는 학생뿐만 아니라 인문·사회계열을 희망하는 학생들에게도 향후에 진학 및 진로를 정할 때, 수학이 필요한 학문임을 알 수 있게 하는 좋은 예시로 제시할 수 있고 인문·사회계열을 지망하는 학생들이 사회적인 문제를 수학적으로 해결할 수 있는 동기를 부여하는데 도움이 될 수 있을 것이다.

셋째, 본 기초 연구는 역사뿐만 아니라 사회, 정치, 경제 등의 다른 교과와의 통합을 가능케 하고, 다른 교과와의 보다 유연하고 창의적인 융합적 사고력을 신장시키는데 도움이 될 것이다. 수학과 타 교과에서 각각 지향하는 수학적 사고력과 타교과 사고력의 의미와 특징을 기반으로 하여 융합적 사고력의 특징과 요소를 마련하고 이를 바탕으로 수학과 타 교과 간의 통합을 통한 PBL 프로그램 개발 및 융합적 사고력의 개념 정립에 도움이 될 것이다. 한편, 현재 국내에는 수학과 사회의 통합적인 수업모델이 거의 존재하지 않지만 본 연구의 결과를 토대로 수학과 사회 각 분야에서 다양한 통합의 시도들이 이루어질 것으로 기대한다. 한 예로, 미래에 요구되는 핵심 역량 요소를 사회관련 핵심 역량과 융합하여 반영하는 게 가능하다. 사회과와 융합하여 ‘지식을 적절하게 활용하는 능력’, ‘타인과 함께 해결하고 상호작용 하는 능력’, ‘자기 주도적으로 실천할 수 있는 능력’, ‘비판적 사고력’, ‘문제해결력’, ‘의사결정능력’, ‘협동심과 팀워크’, ‘판단 능력’, ‘시민 의식’, ‘직업 능력’, ‘개인적 사회적 책임의식’ 등을 강화하고자 하는 정책적 실효성을 높이는데 도움이 될 것이다.

참 고 문 헌

- 강미애·송상헌 (2011). 초등학교 4학년 소수단원에서의 수학과 PBL 모형 적용 수업 분석. 학교수학, **13(1)**, 189~206.
- Kang, M. A., Song, S. H. (2011). Application of Mathematics PBL Model Courses in the Chapter of a Decimal for the 4th Grade of Elementary School Students. *School Mathematics*, **13(1)**, 189~206.
- 고호경·김응환·양순열·권세화·권순학·정낙영·장인선·임유원·최수영·이성재·노술·백형윤·홍창섭 (2013). 중학교 수학 1. 서울: (주)교학사.
- Ko, H.K., Kim, E. H., Yang, S. Y., Kwon, S. H., Jung, N. Y., Jang, I. S., Lim, Y. W., Choi, S. Y., Lee, S. J., Noh, S., Bak, H. Y., & Hong, C. S. (2013). *Middle School Mathematics I*. Seoul: Kyohaksa.
- 교육과학기술부 (2009). 교육과학기술부 고시 제2009-41호에 따른 고등학교 교육과정해설 사회(역사). 서울: 교육과학기술부
- The Ministry of Education, Science, and Technology (2009). *2009 Reformed National Curriculum Guide of Social Studies(history)*. Seoul: MEST.
- 교육과학기술부 (2011). 수학과 교육과정 (교육과학기술부 고시 제 2011-361호 별책 8). 서울: 교육과학기술부
- The Ministry of Education, Science, and Technology (2011). *Mathematics Curriculum*. Seoul: MEST.
- 교육부(2015). 수학과 교육과정 (교육부 고시 제2015-74호 별책 8). 세종: 교육부
- The Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum*. Se Jong: The Ministry of Education.
- 김부윤·정두영·정원경 (2005). 문제중심학습(PBL)을 통한 수학적 태도 변화에 대한 연구. 한국수학교육학회지

- 시리즈 E <수학교육 논문집>, **19(1)**, 253~269.
- Kim, B. Y., Jung, D. Y., Jung, Y. K. (2005). A study on the change of students' attitudes mathematics via Problem - Centered Learning. *Communications of mathematical education*, **19(1)**, 253~269.
- 김선자 (1998). 구성주의에 의한 초등학교 사회과 수업설계 및 적용: 문제중심학습(PBL) 방법에 의한 사례 연구. 경희대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Kim, S. J. (1998). *An Instructional Design and Implementation by PBL : A Case Study of Social Studies in an Elementary School Classroom*. Master's thesis, Graduate School of Education, Kyunghee University.
- 김한중 (2005). 역사교육과 역사인식. 서울: 책과 함께.
- Kim, H. J. (2005). *History Education and Historical Awareness*. Seoul: Cum libro Publishing Co.
- 김홍원 · 김명숙 · 송상현 (1996). 수학 영재 판별도구 개발 연구(I)-기초연구편. 한국교육개발원 CR 96-26.
- Kim, H. W., Kim, M. S., & Song, S. H. (1996). *A Study on developing instrument of judgement for the selection of students in mathematics class for the talented students(I)-Basic Research* KEDI, CR 96-26.
- 박홍준 (2004). 기술교과 건설기술단원의 문제중심학습이 학업성취와 정의적 특성에 미치는 효과. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- Park, H. J. (2004). *The effect of problem-based learning on academic achievement and affective characteristics in construction unit of technology education*. Doctorial Dissertation, Seoul National University.
- 신인선 · 권점례 (2002). 문제중심학습을 통한 초등학교 학생들의 수학적 태도 변화에 대한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **41(2)**, 189~202.
- Shin, I. S., Kwon, J. R. (2002). A study on the change of students' attitudes to mathematics via Problem - Centered Learning in the elementary school. *The Mathematical Education*, **41(2)**, 189~202.
- 신준식 · 고정화 · 박문환 · 박성선 · 서동엽 (2011). 수학적 사고력 측정을 위한 수학 평가 도구의 개발. 한국초등수학교육학회지, **15(3)**, 619~540.
- Shin, J. S., Ko, J. H., Park, M. H., Park, S. S. & Seo, D. Y. (2011). Development of the Items for the Assessment of Mathematical Thinking. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, **15(3)**, 619~540.
- 안효정 (2013). 융합적 사고력 육성을 위한 STEAM 기반 디자인 수업 방안 연구. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.
- Ahn, H. J. (2013). *Study on STEAM-based design curriculum for cultivation of convergent thinking*. Master's thesis, Graduate School of Education, Gyeongin National University of Education.
- 양호환 · 이영효 · 김한중 · 정선영 · 송상현 (2009). 역사교육의 이론. 서울: 책과 함께.
- Yang, H. H., Lee, Y. H., Kim, H. J., Jung, S. Y., & Song, S. H. (2009). *The Theory of History Education*. Seoul: Cum libro Publishing Co.
- 오만록 (1999). 구성주의에 근거한 문제중심학습(PBL)이 학업성취와 정의적 특성에 미치는 효과. 고려대학교 대학원 박사학위논문.
- Oh, M. L. (1999). *The Effect Analysis of Problem-Based Learning(PBL) on the Academic Achievement and Affective Characteristics*. Doctorial Dissertation, Korea University.
- 이광연 · 설한국 (2013). 조선의 산학서로 보는 이순신 장군의 학익진. 동방학, **28**, 8~41.
- Lee, G. Y., Seol, H. G. (2013). A Study on the Modality of Guandi Temple in China -Focusing on the HaiZhou Guandi Temple-. *The International Journal of Costume Culture*, **28**, 8~41.
- 이환철 (2010). 수학적 사고의 발달 메커니즘과 학교 수학. 성균관대학교 대학원 박사학위논문.
- Lee, H. C. (2010). *(A) study on the developmental mechanism of mathematical thinking in school mathematics*. Doctorial Dissertation, SungKyunKwan University.
- 임유정 (2012). 수학 교과와 타 교과간의 융합 수업 모형 개발 및 적용 과정에 대한 연구. 영남대학교 교육대학

원 석사학위논문.

- Lim, Y. J. (2012). *Study on the development of convergence lesson about mathematics with other subject and application process*. Master's thesis, Graduate School of Education of YongNam University.
- 전평국 · 이진아 (2002). 수학적 문제중심학습에서의 사회적 상호작용 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **13**, 409~424.
- Jeon, P. K., Lee, J. A. (2002). An Analysis of Social Interaction on Mathematical Problem Base-Learning. *Communications of mathematical education*, **13**, 409~424.
- 조연순 · 성진숙 · 체제숙 · 구성혜 (2000). 창의적 문제해결력 신장을 위한 초등 과학 교육과정 개발 및 적용. 한국과학교육학회지, **20(2)**, 307~328.
- Cho, Y., Seong, J. S., Chae, J. S. & Koo, S. H. (2000) Development and Application of Elementary Science Curriculum to Enhance Creative Problem Solving Abilities. *Journal of the Korean Association for Research in Science Education*. **20(2)**, 307~328.
- 진선양 (2009). 문제중심학습(Problem-Based Learning)에 대한 중학교 수학교사들의 인식 고찰. 성균관대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Jin S. Y. (2009). *On Mathematics Teachers' Recognition for Problem-based Learning*. Master's thesis, Graduate School of Education of SungKyunKwan University.
- 최정숙 (2008). 구성주의에 기초한 고등학교 수학교육에서의 문제중심학습에 대한 연구. 경상대학교 대학원 박사학위논문.
- Choi J. S. (2008). *A Study on Problem Based Learning in High School Mathematics Education based on the Constructivism*. Doctorial Dissertation, KyeongSang National University.
- 허난 (2009). 수학과 문제중심학습(PBL)을 위한 문제분석기준 개발과 학습모형 연구. 성균관대학교 대학원 박사학위논문.
- Huh, N. (2009). *A Study to Develop Criteria to Judge Mathematical Problems and a Learning Model in Mathematics Problem-Based Learning*. Doctorial Dissertation, SungKyunKwan University.
- 허난 · 하영화 (2011). 문제중심학습(PBL)의 실행에 관한 수학교사의 인식 조사: 카드 활용 면담을 이용한 분류 체계 및 성분 분석을 중심으로. 한국학교수학회논문집, **14(2)**, 143~161.
- Huh N., Ha Y. H. (2011). On Mathematics Teachers' Recognition about Problem-Based Learning(PBL) Implementation :Taxonomic Analysis & Componential Analysis by using cards. *The Korean School Mathematics Society*, **14(2)**, 143~161.
- Diggs, L. L. (1997). *Student Attitude Toward and Achievement in Science in a Problem-Based Learning Educational Experience*. University of Missouri Doctorial Dissertation Abstract(AAg9842589).
- Elshafei, D. L. (1998). *A Comparison of Problem-Based and Traditional Learning in Algebra II*. Doctorial Dissertation, Indiana University.
- Nowak, J. A. (2001). *The Implication and Outcomes of using Problem-Based Learning to Teach Middle School Science*. Doctorial Dissertation Abstracts, Indiana University.
- Patel, V. L., Groen, G. J., & Norman, G. R. (1993). Reasoning and Instruction in Medical Curricula. *Cognition & Instruction*, **10**, 335~378.
- Savoie, J. M. (1995). *Problem-Based Learning in social studies: Results of Field Trial with Adolescents*. Doctorial Dissertation, The University of New Brunswick.
- Shepherd, N. G. (1998). The Probe Method : *A Problem-Based Learning Model's Affect on Critical Thinking Skills of Fourth and Fifth Grade Social Studies Students*. Dissertation Abstracts

International Section A: Humanities and Social Sciences, 59(3-A) : 0779.

Torp, L. & Sage, S. (2001). *Problem as Possibilities : Problem-Based Learning K-16 Education* (2nd Ed.).
Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Watts, D. G. (1972). *The Learning of History*. London; Routledge & Kegan Paul.

The study on the Integrated Thinking Ability in Problem Based Learning Program Using Historical Materials in Mathematics

Hwang, Hye Jeang

Chosun University
E-mail : sh0502@chosun.ac.kr

Huh, Nan[†]

Kyonggi University
E-mail : huhnan@kyonggi.ac.kr

Mathematics problem based learning(PBL), which has recently attracted much attention, is a teaching and learning method to increase mathematical ability and help learning mathematical concepts and principles through problem solving using students' mathematical prerequisite knowledge. In spite of such a quite attention, it is not easy to apply and practice PBL actually in school mathematics. Furthermore, the recent instructional situations or environments has focused on student's self construction of their learning and its process. Because of this reason, to whom is related to mathematics education including math teachers, investigation and recognition on the degree of students' acquisition of mathematical thinking skills and strategies(for example, inductive and deductive thinking, critical thinking, creative thinking) is an very important work. Thus, developing mathematical thinking skills is one of the most important goals of school mathematics. In particular, recently, connection or integration of one subject and the other subject in school is emphasized, and then mathematics might be one of the most important subjects to have a significant role to connect or integrate with other subjects.

While considering the reason is that the ultimate goal of mathematics education is to pursue an enhancement of mathematical thinking ability through the enhancement of problem solving ability, this study aimed to implement basically what is the meaning of the integrated thinking ability in problem based learning theory in Mathematics. In addition, using historical materials, this study was to develop mathematical materials and a sample of a concrete instructional guideline for enhancing integrated thinking ability in problem based learning program.

* ZDM Classification : D33

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D99

* Key words : Integrated Thinking Ability, Problem Based Learning, Mathematical thinking, Historical thinking

† Corresponding author

<부록> 수업 지도안 예시

단원	VI 평면도형과 입체도형 1. 평면도형의 성질 02. 원과 부채꼴	지도대상	중학교 1학년
		수업차시	3차시
학습 형태	문제중심학습(PBL)		
학습 목표	· 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 호의 길이와 부채꼴의 넓이를 구할 수 있다.		
교과 연계성	· 이순신 장군이 승리로 이끈 임진왜란 당시의 주요 해전에 대해 조사하고, 옥포해전에 사용된 학익진 전략이 수학적 개념과 어떻게 접목되는지 알아본다.		

학습 단계 (시간)	학습 형태	교수 · 학습 활동	자료 및 유의점
도입 (5)	전체 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 흥미 유발 -영화 '명량' 예고편 시청하기 	<동영상>
문제 제시 (5)	전체 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 문제 제시 -문제를 전체가 볼 수 있도록 제시한다. -문제를 개별적으로도 볼 수 있도록 제시한다. -전체가 들을 수 있도록 한 학생이 큰 소리로 문제를 읽게 한다. 	<문제 ppt> <인쇄된 문제>
문제 이해 (5)	개별 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 역사적 사실 속에서 수학적 사실을 추론할 수 있게 한다.[추론 능력] • 개별적으로 문제를 다시 한 번 읽고 문제의 핵심을 파악하게 한다. • 학습자의 역할과 과제를 파악하게 한다. • 기대되는 학습목표를 스스로 세워보게 한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 학습목표가 수학적 개념으로 명확하게 세워지지 않을 수 있으나 교사가 학습목표를 제시해 주지 않는다.
과제 수행계획서 작성 (20)	조별 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 역사적 상상력을 통해 주어진 문제 상황의 내용을 논리적으로 이해할 수 있게 한다.[논리적 판단력] • 과제수행계획서 작성하기 -조별 과제수행계획서 작성하기 -과제수행계획서를 작성하며 토론하기 -문제를 해결하기 위한 방법/문제에서 알 수 있는 것들 또는 이미 알고 있는 것들/문제해결을 위해 더 알아야 할 것들을 정한다. • 교사는 조별 토의에 대한 피드백을 준다. 	<과제수행계획서> <ul style="list-style-type: none"> • 교사는 토의 활동을 관찰하며 조력자로서의 역할을 한다. • 수학적 내용에 대한 설명을 해주지 않는다.
학습목표 공유 및 문제 재정의 (10)	전체 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 주어진 문제 상황의 내용을 논리적으로 이해하여 연계된 수학적 내용에 대한 학습목표를 설정하고 이를 표현하여 서로 공유할 수 있게 한다.[논리적 판단력][창의력] • 조별 과제수행계획서 중 문제해결을 위해 더 알아야 할 것들을 발표하고 그것을 토대로 학습목표를 도출한다. • 학습목표를 공유하고 그것을 토대로 문제를 다시 한 번 파악한다. • 더 알아야 할 것 중에 불필요한 내용을 정리 할 수 있도록 유도한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 조별 학습목표를 수업의 학습목표와 맥을 같이 할 수 있도록 적절히 안내한다. • 역사적 사실 대한 내용을 찾아 볼 수 있도록 안내 해준다.

학습 단계 (시간)	학습 형태	교수·학습 활동	자료 및 유의점
문제 해결안 모색 (25)	개별 및 조별 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 개별적으로 문제해결안 모색하기 -해결안을 모색할 충분한 시간을 준 다음 개별 활동지를 제공한다. -제공된 개별 활동지를 각자 완성한다. • 제공된 활동지를 서로 협력하여 완성한다. • 활동지 문제를 통해 주어진 문제 상황을 수학적으로 해석할 수 있게 한다.[문제 해결력] • 교사는 학생들이 활동지를 해결할 수 있도록 순회 지도한다. 	<개별 활동지> <ul style="list-style-type: none"> • 혼자서 충분히 해결할 수 있는 활동지를 제공하여 일차함수의 기울기에 대한 개념을 파악하게 한다. • 스스로 활동지를 해결할 수 있도록 충분히 기다려 준다.
미니강의 (25)		<ul style="list-style-type: none"> • 활동지를 바탕으로 부채꼴의 중심각과 호의 관계, 호의 길이와 부채꼴의 넓이에 대하여 정리한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 학생들의 활동의 결과와 연계하여 정리한다.
해결안 고안 (25)	조별 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 해결해야 할 문제를 다시 한 번 확인한다. • 과제수행계획서를 다시 한 번 점검한다. • 활동지와 미니강의를 바탕으로 해결안을 고안한다. [문제 해결력][논리적 판단력] • 토의 결과를 정리하고 발표 준비를 하게 한다. 	<문제해결안>
해결안 발표 및 공유 (20)	전체 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 조별로 완성된 해결안을 발표하게 한다.[창의력] -발표 시 다른 조원들은 중간 평가표를 완성하게 한다. • 한 조의 발표가 끝날 때마다 발표 내용을 다시 한 번 정리해 준다. • 질문이나 보충설명을 한다. 	<조간 평가표> <ul style="list-style-type: none"> • 편안하게 발표할 수 있도록 격려한다. • 다른 조의 발표를 경청할 수 있도록 분위기를 조성한다.
정리 (15)	전체 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 조별 발표 내용에 대하여 정리한다. • 학습 내용에 대해 교사가 정리한다. • 수학적 개념(부채꼴의 중심각과 호의 관계, 호의 길이와 부채꼴의 넓이)을 정리한다. 	
해결안 수정 (15)	조별 및 개별 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 정리된 부채꼴의 중심각과 호의 관계, 호의 길이와 부채꼴의 넓이에 대하여 정리한 개념을 적용하여 과제수행계획서와 최종 해결안을 다시 한 번 검토하고 수정한다. • 최종 해결안을 검토하고 수정하면서 학습 내용을 각자 정리하게 한다.[논리적 판단력][문제 해결력] • 최종 해결안이 대폭 수정된 조는 다시 한 번 발표할 수 있는 기회를 준다. 	<과제수행계획서> <최종 해결안>
성찰저널작성 및 과제 안내 (10)	전체 학습	<ul style="list-style-type: none"> • 조원간 평가표를 완성하도록 한다. • 자기 평가표를 완성하도록 한다. • 성찰저널을 작성할 수 있도록 안내한다. • 학습 내용과 관련 있는 과제를 제시한다. 	<성찰노트> <조원간 평가표> <자기 평가표> 과제
평가지기	<input type="checkbox"/> 수업 전 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 수업 중 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 수업 후 평가	평가주체	<input checked="" type="checkbox"/> 학습자 <input checked="" type="checkbox"/> 동료 <input checked="" type="checkbox"/> 교사 <input type="checkbox"/> 기타 _____
평가대상	<input checked="" type="checkbox"/> 융합적 사고력 (40 %) <input checked="" type="checkbox"/> 자기주도학습 능력 (10 %) <input checked="" type="checkbox"/> 협동학습 능력 (10 %) <input checked="" type="checkbox"/> 지식 (40 %)		