

원통 내부에 배열된 외곽 전열관의 유체 부가질량계수 해석

Numerical Analysis of Added Mass Coefficient for Outer Tubes of Tube Bundle in a Circular Cylindrical Shell

양금희* · 유기완†
Keum-Hee Yang and Ki-Wahn Ryu

(Received February 15, 2016 ; Revised February 15, 2016 ; Accepted March 3, 2016)

Key Words : Added Mass(유체부가질량), Effective Mass(유효질량), Flow-induced Vibration(FIV ; 유체유발진동), Steam Generator(SG, 증기발생기), Tube Array(전열관 배열)

ABSTRACT

According to the wear detection history for the steam generator tubes in the nuclear power plant, the outer tubes inside the steam generator have more problems on the flow-induced vibration than inner tubes. Many researchers and engineers have used a specified added mass coefficient for a given tube array during the design stage of the steam generator even though the coefficient is not constant for entire tube in cylindrical shell. The aim of this study is to find out the distribution of added mass coefficients for each tube along the radial location. When numbers of tubes inside a cylindrical shell are increased, values of added mass coefficients are also increased. Added mass coefficients at outer tubes are less than those of inner tubes and they are decreased with increasing the gap between the outermost tube and the cylindrical shell. It also turns out when the gap between the outermost tube and the cylindrical shell approaches infinite value, the added mass coefficient converges to an asymptotic value of given tube array in a free fluid field.

기호 설명

- c : 부가질량계수
- d : 튜브 외경 [m]
- D_e : 튜브 주위의 등가직경 [m]
- $m(s)$: 튜브의 유효질량 분포 [kg/m]
- $m_t(s)$: 튜브 재료의 질량 [kg/m]
- $m_{pf}(s)$: 튜브 내부 냉각수의 질량 [kg/m]
- $m_a(s)$: 부가질량 [kg/m]
- N : x 축으로의 최외곽 튜브 번호

$\alpha_{kl}, \beta_{kl}, \sigma_{kl}, \tau_{kl}$: 2×2 부가질량계수 행렬의 요소

$\rho(s)$: 튜브 외부 유체 밀도 [kg/m³]

ϕ : 2차원 속도 포텐셜

ψ_{ij} : x 축을 기준으로 튜브 i 와 j 의 각도

1. 서론

국내 운전 중인 증기발생기는 설계 단계에서 그동안 운전 경험을 바탕으로 유체유발 진동에 의한 마모를 줄이기 위한 노력이 설계사와 사업주를 통해

† Corresponding Author; Member, Department of Aerospace Eng., Chonbuk National University, Smart Grid Center
E-mail : kwryu@chonbuk.ac.kr

* Kumho Tires Research and Development Center

‡ Recommended by Editor Hyung Jo Jung

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

꾸준히 진행되어 왔다. 특히 APR1400 증기발생기를 예로 들면 설계사가 설계한 증기발생기 자료를 바탕으로 사업주가 독립적인 검증을 통해 증기발생기의 설계 건전성을 확보하기 위한 해석을 시도한 사례는 주목할만 하다⁽¹⁾. 이러한 해석을 위해 기본적으로 유체의 부가질량은 중요한 변수 중 하나이다.

부가질량(added mass)의 존재는 1776년에 Du Buat의 실험⁽²⁾에 의해서 구형 진자가 진동할 때 작은 주기에 대한 유체 효과에 주목하면서 실험적으로 발견되었다. 진자의 무게가 실제의 무게보다 무겁다는 가정을 하지 않으면 예측치와 실험 결과 사이의 일관된 차이에 대해 설명할 수 없다는 것이다.

Chen은 원통내의 로드나 핵연료 다발 등에 대한 부가질량 계산 방법에 대해 많은 연구를 수행하였다⁽³⁻⁶⁾. 유체의 연성 효과에 의해서 튜브 다발 내에서는 한 튜브의 거동이 다른 튜브들을 가진시키며, 여러 튜브가 동시에 반응하게 된다. 따라서 튜브 다발은 서로 연성된 고유 진동 모드를 가지며, 그것 중에는 위상 상관성을 갖고 같은 진동수로 진동하게 된다. 2개의 튜브가 근접한 경우나 동축 튜브인 경우는 단순한 예이다. 그러나 증기발생기처럼 튜브 다발이 무수히 많은 경우를 다루기 위해서는 일반화된 수식의 전개가 필요하다. 특히 무한한 유체에 잠긴 튜브 다발이 아닌 유한한 영역의 원통 내부에 잠겨있는 튜브 다발에 대한 연구가 필요하게 된다.

튜브의 진동특성을 파악하기 위해서는 유체 내에 잠긴 튜브와 동일 위상으로 움직이는 유체의 부가질량을 얻어내는 것이 필수적이다. 배열형상에 따른 부가질량계수는 Chen⁽⁴⁻⁶⁾이나 Pettigrew^(7,8) 등이 제안하였다. 그러나 이 값들은 유체 내에서 일정하게 배열된 튜브들에 대하여 적용이 가능하나 증기발생기 외곽 shell 근방의 튜브에 직접 적용하기 위한 자료는 제공하지 않고 있다. 보통 외곽 부근의 튜브는 부가질량계수가 내부보다 작아 난류 가진에 의한 프래팅 마모 입장에서는 불리할 수 있으며, 진동 방향에 따른 다른 부가질량계수 값을 갖게 된다. 따라서 이러한 영향을 파악하기 위한 연구가 필요하다.

2. 수치해석 절차

2.1 유체부가질량 계수 해석

유체는 2차원 비압축성 비점성 비회전의 포텐셜

유동이라 가정한다. 튜브의 길이는 무한대로 보고, 튜브 간의 축은 서로 평행하다고 가정한다. 유체의 속도 포텐셜은 미지의 계수를 갖는 수열로 표현하고 경계 조건을 이용하여 역행렬을 통해 이 계수들을 구한다. 이 계수들을 이용하여 튜브에 작용하는 압력과 유체역학적인 힘을 구할 수 있다.

2차원 속도 포텐셜 $\phi(r, \theta, t)$ 는 Laplace 방정식을 만족하며 수식으로 표현가능하다. 이상유체에서 임의의 단면 형상을 갖는 물체가 비정상 거동을 할 때 이 물체에 작용하는 힘은 물체 주위의 압력을 면적분하여 얻을 수 있게 된다. 2차원 $x-y$ 좌표계에서 임의의 형상을 갖는 하나의 물체가 비정상 거동을 할 때 그 물체가 유체에 의해서 받는 단위길이당 힘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 괄호 []의 값은 유체부가질량 행렬을 나타내며 식(1)은 간단히 $F_i = m_{ij}\ddot{x}_j$ 와 같다. 만일 반경이 R 인 튜브다발은 생각한다면 부가질량은 튜브의 단면적에 비례하고 그 비례상수가 부가질량계수가 되어 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$m_{ij} = \rho\pi R^2 \begin{bmatrix} \alpha & \sigma \\ \tau & \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

일반적으로 여러 튜브가 모인 다발을 생각하면 l -튜브를 제외한 모든 튜브가 정지되어 있고, l -튜브에 의해서 k -튜브에 미치는 부가질량 행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{ij} = \rho\pi R^2 \begin{bmatrix} \alpha_{kl} & \sigma_{kl} \\ \tau_{kl} & \beta_{kl} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 부가질량 계수 α_{kl} , β_{kl} , σ_{kl} , τ_{kl} 은 식(4)와 같이 나타낼 수 있다. 이 부가질량계수들 중에서 α_{kk} , β_{kk} , σ_{kk} , τ_{kk} 를 self-added mass coefficients라 하고 k -튜브 자신의 가속에 의해서 작용되는 유동하중에 비례하는 값들이며, 이를 제외한 다른 계수들을 mutual-added mass coefficients라 하고 다른 튜

$$\begin{aligned}
 \alpha_{kl} &= -\alpha_{kl} - \sum_{J=1}^{\infty} J \left(\frac{R_{0k}}{R_0} \right)^{J-1} \{ \alpha_{0,J} \cos(J-1)\psi_{0k} + \tau_{0,J} \sin(J-1)\psi_{0k} \} \\
 &\quad - \sum_{J=1}^{\infty} \sum_{j=1}^k \star (-1)^J J \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{J+1} \{ \alpha_{j,J} \cos(J+1)\psi_{kj} + \tau_{j,J} \sin(J+1)\psi_{kj} \} \\
 \beta_{kl} &= -\beta_{kl} - \sum_{J=1}^{\infty} J \left(\frac{R_{0k}}{R_0} \right)^{J-1} \{ -\sigma_{0,J} \sin(J-1)\psi_{0k} + \beta_{0,J} \cos(J-1)\psi_{0k} \} \\
 &\quad - \sum_{J=1}^{\infty} \sum_{j=1}^k \star (-1)^J J \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{J+1} \{ \sigma_{j,J} \sin(J+1)\psi_{kj} - \beta_{j,J} \cos(J+1)\psi_{kj} \} \\
 \sigma_{kl} &= -\sigma_{kl} - \sum_{J=1}^{\infty} J \left(\frac{R_{0k}}{R_0} \right)^{J-1} \{ \sigma_{0,J} \cos(J-1)\psi_{0k} + \beta_{0,J} \sin(J-1)\psi_{0k} \} \\
 &\quad - \sum_{J=1}^{\infty} \sum_{j=1}^k \star (-1)^J J \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{J+1} \{ \sigma_{j,J} \cos(J+1)\psi_{kj} + \beta_{j,J} \sin(J+1)\psi_{kj} \} \\
 \tau_{kl} &= -\tau_{kl} - \sum_{J=1}^{\infty} J \left(\frac{R_{0k}}{R_0} \right)^{J-1} \{ -\alpha_{0,J} \sin(J-1)\psi_{0k} + \tau_{0,J} \cos(J-1)\psi_{0k} \} \\
 &\quad - \sum_{J=1}^{\infty} \sum_{j=1}^k \star (-1)^J J \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{J+1} \{ \alpha_{j,J} \sin(J+1)\psi_{kj} - \tau_{j,J} \cos(J+1)\psi_{kj} \}
 \end{aligned} \tag{4}$$

브에 의해서 k -튜브에 발생하는 유동하중에 비례하는 값들을 나타낸다⁽³⁾. 식 (4)에서 형상에 관련된 기호는 Fig. 1에 도시하였다.

보통 증기발생기 내의 튜브의 진동 모드는 in-plane 모드 혹은 out-of-plane 모드이기 때문에 실제적으로 σ_{kl} 이나 τ_{kl} 값은 사용되지 않는다. 그리고 튜브 내부에서는 $\alpha_{kl} = \beta_{kl}$ 의 영향을 보이나 외곽 튜브는 두 값이 차이를 보인다.

2.2 부가질량 계수의 비교

튜브의 유효 질량분포는 각 위치에서 1차측 유체 밀도, 튜브 금속 밀도, 부가 질량의 합으로 구한다. 부가 질량은 2차측 유체 밀도와 튜브 다발의 형상에 의해서 결정되며, 그 식은 식 (5)와 같다⁽⁹⁾.

$$m(s) = m_t(s) + m_{pf}(s) + m_a(s), \tag{5}$$

여기서, $m_a(s) = c\rho(s)\pi R^2$ 이며, c 는 부가질량 계수이고, R , $\rho(s)$ 는 각각 튜브 반경과 외부 유체 밀도를 나타낸다. c 를 구하기 위해 Pettigrew 등은 간단히 다음과 같은 식을 제안하였다⁽⁷⁾.

$$c = \frac{(D_e/d)^2 + 1}{(D_e/d)^2 - 1} \tag{6}$$

여기서, 튜브의 배열이 Fig. 2(a)와 같이 사각 배열인 경우 $D_e/d = (1.07 + 0.56p/d)p/d$ 이고, (b)와 같이 삼각 배열인 경우 $D_e/d = (0.96 + 0.5p/d)p/d$ 이다. 여기서 p 는 튜브의 피치, d 는 튜브의 외경, p/d 는 튜브의 피치와 직경의 비, D_e 는 튜브 주위의 등가 직경이다.

Pettigrew의 부가질량 계수 c 는 증기발생기 내부 튜브의 모드해석을 위해 활용되며, 튜브의 진동방향

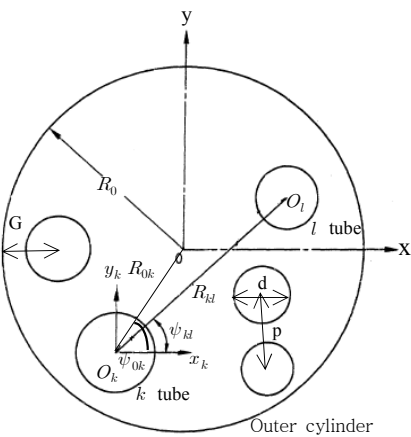


Fig. 1 View of SG tubes and outer cylinder

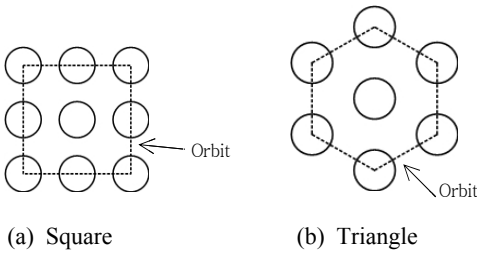


Fig. 2 Arrangement of a tube bank

이나 외곽의 존재 여부에 상관없이 배열형상과 p/d 비를 통해 얻어낸 일정한 값을 사용하여 왔다.

Chen은 포텐셜 유동장에 놓인 튜브 다발에 대해 수치해석을 통해 부가질량 계수를 얻어내었다. 또한 Pettigrew와 Chen의 피치비에 따른 부가질량 예측 결과 값은 서로 큰 차이가 없다. 그러나 부가질량 계수는 튜브의 진동 방향에 따라 다른 값을 가질 뿐 아니라 내부에 있는 튜브보다는 작은 값을 갖는다. 따라서 엄밀하게는 외곽 튜브의 경우에는 하나의 부가질량계수만 가지고 정확한 해석을 할 수 없다.

2.3 유체부가질량 계수의 분포

(1) 튜브 개수에 따른 부가질량 계수

OPR1000 계열 증기발생기 튜브의 경우 피치비는 수직부분은 1.33 수평부분은 1.64이다. Fig. 3은 Fig. 2(b)의 삼각배열을 원형의 다발 형상에 맞게 확대시켜나간 것이다. Orbit을 늘린다고 할 때, 다발의 총 튜브 개수(J)는 Table 1과 같다. Fig. 2(a)에서와 같이 다발 내부의 가장 안쪽이 1번 튜브이며, x -축 상의 가장 외곽 orbit에 있는 튜브의 번호가 N 이라 한다. Fig. 2(b)와 같이 인접한 튜브 중심 사이의 길이가 1피치가 된다.

Fig. 4는 $p/d=1.33$ 일 때, orbit 수 증가에 따라서 x 축에 놓여있는 튜브들의 부가질량계수를 나타낸 것이다. x -방향 부가질량계수와 y -방향 부가질량계수 모두 다발 중앙에서 가장 크며 외곽으로 갈수록 감소한다.

Fig. 5는 orbit 수에 따라서 부가질량계수의 변화가 어떠한지를 좀 더 세밀히 살펴본 결과이다. 다발 중앙 튜브에서의 부가질량계수가 최외곽 튜브에서의 부가질량계수보다 크다. 중앙 튜브에서는 x -방향 부가질량계수인 α_{11} 과 y -방향 계수인 β_{11} 값이 거의 같다. 최외곽 튜브의 부가질량계수인 α_{NN} 과 β_{NN} 가

Table 1 Cylinders according to number of orbits

Orbit	0	1	2	3	4	5	6	7
Number of tubes(J)	1	7	19	37	61	91	127	169

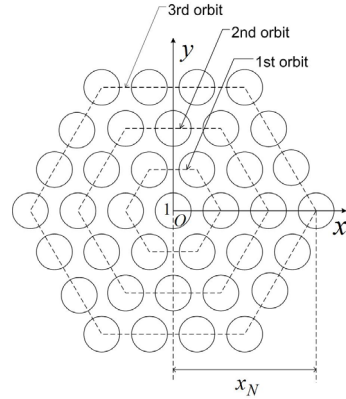
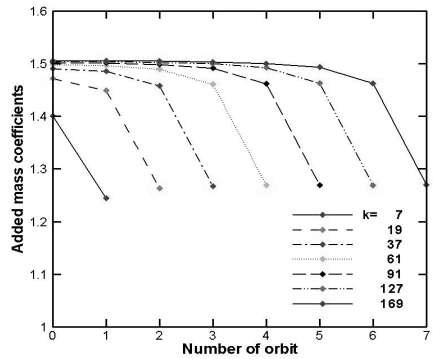
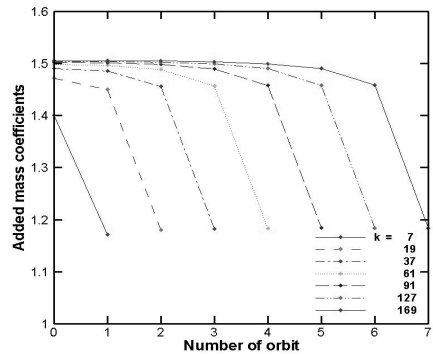


Fig. 3 Triangular tube bundle (3-orbit around the No. 1 tube)

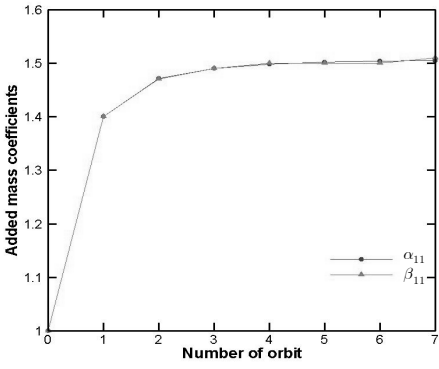


(a) Added mass coefficients (α_{kk})

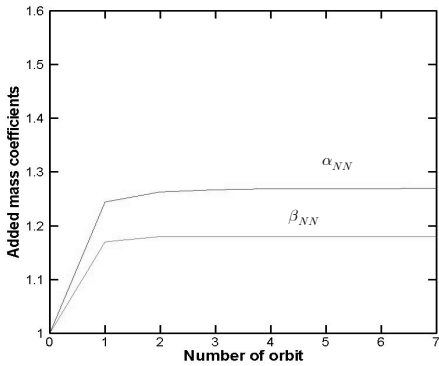


(b) Added mass coefficients (β_{kk})

Fig. 4 Added mass coefficients for various number of tubes



(a) Central tube



(b) Outermost tube

Fig. 5 Added mass coefficients according to orbit numbers

차이를 보이고, y 축 방향의 부가질량계수인 β_{NN} 이 더 작다는 것을 알 수 있다. 하지만 모든 부가질량 계수가 orbit의 수가 증가함에 따라 증가하며, 특정 값으로 수렴한다는 것을 알 수 있다. 이것은 실제 원전 증기발생기의 전열관 수가 8400여 개에 달하지만, 제한된 수치해석 여건에 의해 169개의 튜브 결과만을 가지고도 충분히 증기발생기에 적용이 가능한 값을 얻을 수 있다고 판단할 수 있다.

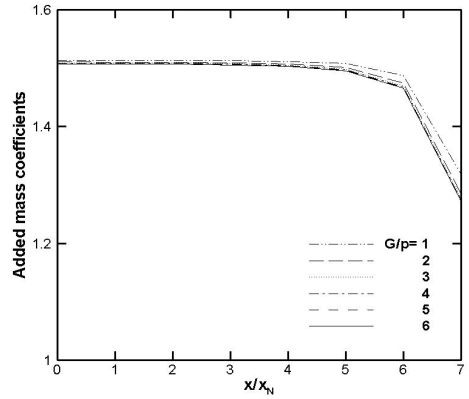
(2) 원통과 튜브 다발 사이의 거리(G)

169개의 튜브 다발이 유체가 채워진 원통 안에 있다고 가정하고, 원통과 튜브 다발 사이의 거리를 늘려가면서 부가질량계수를 살펴본다. Fig. 1에서 보면, 원통 반지름 R_0 에서 최외곽에 위치한 튜브 중심 x_N 을 뺀 값을 G 로 표시한다.

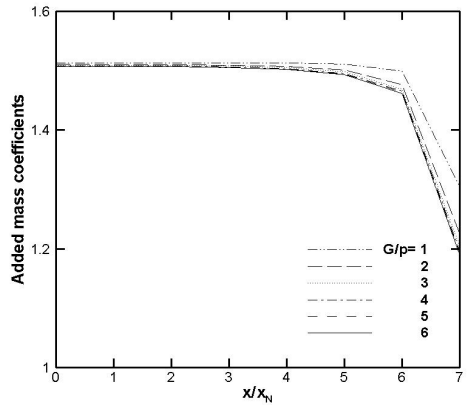
$p/d=1.33$ 과, $p/d=1.64$ 일 때의 x 및 y -방향 부가질량 계수(α_{kk} , β_{kk})들을 비교한 것이 Fig. 6과

Table 2 Relative errors according to G/p

G/p	1	2	3	4	5	6	∞
$\epsilon_\alpha(\%)$	12.9	14.9	15.4	15.5	15.6	15.6	15.7
$\epsilon_\beta(\%)$	13.7	18.9	20.2	20.7	20.9	21.0	21.3



(a) α_{kk}

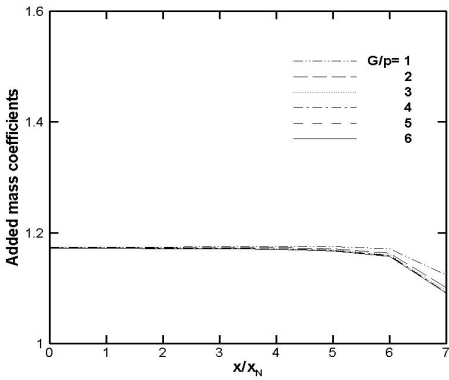


(b) β_{kk}

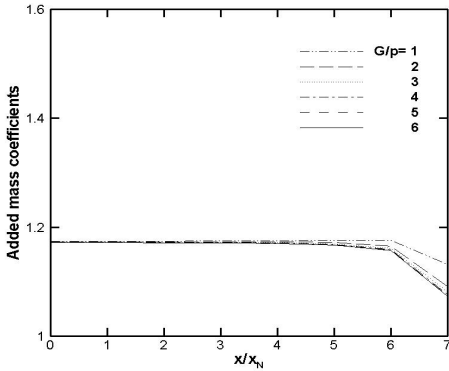
Fig. 6 Added mass coefficients for $p/d=1.33$

Fig. 7이다. G/p 가 커질수록 모든 부가질량계수가 점점 작아지는 것을 알 수 있다. G/p 가 증가해도 다발 중앙에서의 α_{11} , β_{11} 값의 차이가 거의 없다. 하지만 다발의 최외곽의 부가질량계수 값들은 내부 튜브와는 다르게 차이를 보이고 있어 튜브의 진동 모드에 따라 다른 값을 선택할 필요성을 보여주고 있다. $p/d=1.33$ 일 때의 부가질량 계수들의 값이 $p/d=1.64$ 일 때의 부가질량계수들의 값보다 크다.

Fig. 6과 Fig. 7로부터 G/p 값이 무한히 커지게 되면 외곽 실린더의 영향을 무시하는 자유공간에



(a) α_{kk}



(b) β_{kk}

Fig. 7 Added mass coefficients for $p/d=1.64$

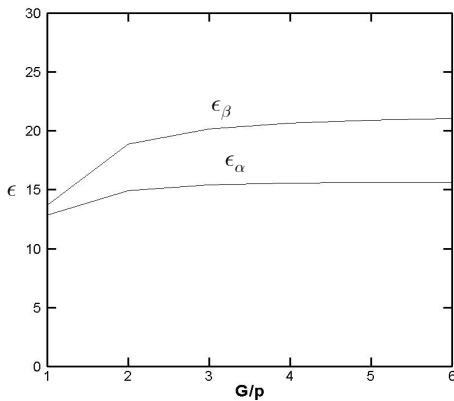


Fig. 8 Relative errors according to G/p

튜브가 놓여 있는 경우와 동일한 결과를 보임을 알 수 있다.

Fig. 8은 중앙 튜브와 최외곽 튜브의 부가질량계수를 비교한 것이다. 상대오차를 알아보기 위해 식

(7)을 적용하였다.

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{MV}}{\alpha_{11}} \times 100 (\%)$$

$$\epsilon_{\beta} = \frac{\beta_{11} - \beta_{MV}}{\beta_{11}} \times 100 (\%)$$
(7)

G/p 값이 증가함에 따라 상대오차가 증가한다. Table 2를 보면 G/p 를 무한히 증가시키게 되면 ϵ_{α} 는 15.7%와 ϵ_{β} 는 21.3%로 각각 수렴하는 것을 알 수 있다. G/p 가 커질수록 튜브 다발을 둘러싸고 있는 외곽 원통의 영향력에서 벗어난다는 것을 다시 한 번 알 수 있다.

3. 결론

이 연구에서는 포텐셜 유동 가정을 통해서 국내 증기발생기에서 주로 채택하는 삼각배열을 갖는 튜브 배열에 대해서 최외곽 전열관과 원통 사이 간극에 변화를 주어 외곽 원통이 있는 경우와 없는 경우에 대한 유체부가질량계수 분포를 수치해석 하였다. 이 연구를 통해 얻어낸 결론은 다음과 같다.

다발을 이루는 튜브의 수가 증가할수록 부가질량계수는 점점 증가하다가 특정 값으로 수렴한다. 튜브의 개수가 충분히 클 때는 튜브 다발 개수는 169개의 경우 충분한 수렴치를 보여주었다.

튜브 다발을 원통이 감싸고 있을 때, 튜브 다발의 최외곽과 원통 사이의 거리 G/p 가 증가하면 전반적으로 튜브의 부가질량은 감소한다. 이 경우 다발 중앙 튜브와 최외곽 튜브의 상대오차는 G/p 가 증가하면서 특정 값으로 수렴함을 볼 수 있었다. 또한 튜브 다발 중앙에서는 x -축과 y -축 방향의 부가질량계수가 동일한 값을 가지나 외곽으로 가면 두 값은 차이를 보여주어 진동 모드 형상에 따라 서로 다른 부가질량계수의 선택을 고려해볼 필요가 있다.

후 기

이 연구는 2012년도 지식경제부의 재원으로 한국 에너지 기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행하였음 (No, 2009T100100644).

References

- (1) Jung, D. Y. et al., 2004, Study on the Design Verification of Flow-induced Vibration Analysis in APR1400 S/G, Spring Conference of the Korean Nuclear Society.
- (2) DuBuat, P. L., 1816, Principles d'Hydraulique (3rd edition), Diot, Paris.
- (3) Chen, S. S. and Chung, H., 1976, Design Guide for Calculating Hydrodynamic Mass Part I: Circular Cylindrical Structure, United States.
- (4) Chen, S. S., 1972, Vibration of Nuclear Fuel Bundles, Nuclear Engineering and Design, Vol. 35, No. 3, pp. 399~422.
- (5) Chen, S. S. and Rosenberg, G. S., 1974, Free Vibration of Fluid-converging Cylindrical Shells, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 96, No. 2, pp. 420~426.
- (6) Chen, S. S. and Rosenberg, G. S., 1975, Dynamics of a Coupled Shell-fluid System, Nuclear Engineering and Design, Vol. 32, No. 3, pp. 302~310.
- (7) Pettigrew, M. J., Taylor, C. E. and Kim, B. S., 1989, Vibration of Tube Bundles in Two-phase Cross-flow: Part 1 - Hydrodynamic Mass and Damping, Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 111, No. 4, pp. 466~477.
- (8) Rogers, R. G., Taylor, C. and Pettigrew, M. J.,

1984, Fluid Effects on Multi-span Heat Exchanger Tube Vibration, ASME PVP Conference, San Antonio, Tex., June.

- (9) Ryu, K. W., Park, C. Y. and Rhee, H. N., 2010, Effects of Support Structure Changes on Flow-induced Vibration Characteristics of Steam Generator Tubes, Nuclear Engineering and Technology, Vol. 42, No. 1, pp. 97~108.



Keum-Hee Yang received the B.S. and the M.S. degrees from Chonbuk National University in 2010 and 2012 respectively. She worked for Kumho Tires Research and Development Center. Her research interests include noise, and flow-induced vibration for steam generator tubes.



Ki-Wahn Ryu received the B.S. degree from Korea Aerospace University in 1986, and the M.S. and the Ph.D. degrees from KAIST in 1989 and 1997 respectively. He is now a professor at the department of aerospace engineering in Chonbuk National University. His current fields of interest include aeroacoustics, aerodynamics, and flow-induced vibration.